



**USP — UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

## **Aprendizagem automática de redes soma-produto**

Relatório Parcial de Projeto de Iniciação Científica  
PIBIC Projeto 800585/2016-0

Bolsista: Renato Lui Geh

Orientador: Prof. Dr. Denis Deratani Mauá

**São Paulo**

**2018**

# 1 Introdução

Este relatório parcial descreve as atividades realizadas no projeto PIBIC 800585/2016-0 durante o período de 01/08/2017 e 31/01/2018. Nesta seção, serão enunciados os objetivos do projeto. Em seguida, as atividades desenvolvidas durante o período serão descritas. Também serão explicados os problemas encontrados durante o projeto. Em fim, serão mostrados resultados parciais do projeto e apresentando uma breve conclusão do trabalho parcial do projeto.

Modelos probabilísticos baseados em grafos (PGM, do inglês *Probabilistic Graphical Models*) representam uma distribuição de probabilidade de forma compacta. Estes modelos representados por grafos facilitam tanto a compreensão humana ao estudá-los, quanto possibilitam que vários problemas já existentes em Teoria dos Grafos sejam utilizados como solução para problemas em PGMs. Extrair conhecimento de PGMs é análogo a extrair a probabilidade de um certo evento ocorrer dado que eventos distintos tenham ocorrido. Tal extração de conhecimento é chamada de inferência. Fazer inferência exata em PGMs clássicas, ou seja, acharmos a probabilidade exata de um certo evento, é intratável. Uma solução para este problema é utilizarmos métodos para inferência aproximada nestes modelos. No entanto, tais algoritmos aproximados são muitas vezes difíceis de analisar. Além disso, como os algoritmos de aprendizado do modelo utilizam inferência como subrotina, por consequência o aprendizado torna-se aproximado.

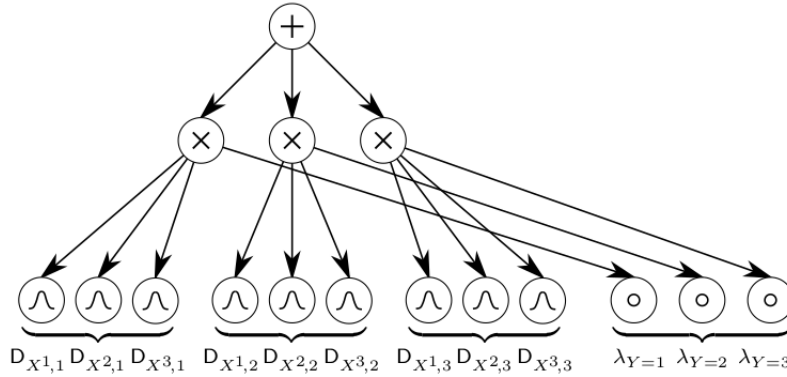


Figura 1

Redes soma-produto (SPN, de *Sum-Product Network*) são PGMs que representam uma distribuição de probabilidade tratável. Proposto em 2011, SPNs computam inferência exata em tempo linear ao número de arestas de seu grafo se sua estrutura obedecer a certas propriedades [14]. A Figura 1 mostra um exemplo de rede soma-produto representando o modelo Naïve Bayes com três atributos. SPNs apresentam uma série de características interessantes, como sua arquitetura profunda que permite representar funções de forma mais eficiente quanto mais profundo seu grafo [4]. Outras interessantes propriedades teóricas incluem uma generalização de SPNs para qualquer semianel em que o produto tenha escopo disjunto [8]. Com relação a aplicações, SPNs tiveram resultados impressionantes em diversas áreas, como enovelamento de proteínas [7], modelagem de sinais [12], classificação e reconstrução de

imagens [10, 14, 5], reconhecimento de atividade [1] e linguagem natural [2].

Neste projeto, pretende-se desenvolver uma biblioteca livre e gratuita para inferência e algoritmos de aprendizado estado-da-arte em SPNs, analisando-se experimentalmente tais algoritmos em tarefas reais, como compleição e classificação de imagens.

## 2 Cronograma e acompanhamento

O cronograma original planejado para o projeto PIBIC é descrito abaixo, com o símbolo ✓ usado para representar as atividades concluídas e × para atividades não terminadas.

| Atividade/Mês | 1º-2º | 3º-4º | 5º-6º | 7º-8º | 9º-10º | 11º-12º |
|---------------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|
| a             | ✓     |       |       |       |        |         |
| b             | ✓     |       |       |       |        |         |
| c             |       | ✓     |       |       |        |         |
| d             |       | ×     |       |       |        |         |
| e             |       |       | ✓     |       |        |         |
| f             |       |       |       | ×     |        |         |
| g             | ×     | ×     | ✓     | ×     |        |         |
| h             |       |       |       |       | ×      |         |
| i             |       |       |       |       | ×      | ×       |
| j             |       |       |       |       |        | ×       |

- Estudo de conceitos de SPN.
- Estudo e implementação do algoritmo de aprendizado de Poon e Domingos (2011) [14].
- Estudo e replicação da rede para compleição de imagens descrita em Poon e Domingos (2011).
- Estudo e implementação do algoritmo de aprendizado de estrutura de Ventura e Dennis (2012) [5].
- Estudo e implementação do algoritmo de aprendizado de estrutura de Gens e Domingos (2013) [10].
- Estudo e implementação do algoritmo de aprendizado de estrutura de Vergari e di Mauro (2016) [15].
- Avaliação de desempenho de algoritmos em problemas de compleição de imagem.
- Elaboração de artigo para ENIAC 2018.
- Relatório e participação no SIICUSP.

j. Disponibilização da biblioteca e documentação do código.

Os itens b. e c., assim como a avaliação do desempenho vinculado ao algoritmo, geraram vários problemas com relação a implementação, causando atraso no cronograma. Esses problemas são detalhados na Seção 4. Apesar do atraso, planeja-se manter o cronograma atual, realizando-se as atividades descritas nos itens d. e f. durante os subseqüentes meses.

### 3 Atividades desenvolvidas

O objetivo do projeto é o desenvolvimento de uma biblioteca livre e gratuita para inferência e aprendizado de SPNs. O nome dado a biblioteca foi GoSPN e encontra-se disponível em <https://github.com/RenatoGeh/gospn>. A linguagem de programação escolhida foi Go. Essa escolha deu-se por causa de sua sintaxe simples, tempo de compilação e execução rápidos, e suporte nativo para programação concorrente e paralela. Foram implementadas diversas funcionalidades à biblioteca, que serão enumeradas a seguir e em seguida exploradas em mais detalhes.

1. Inferência por marginais e MAP;
2. Derivadas em função da rede e pesos;
3. Aprendizado generativo por descida de gradiente;
4. Aprendizado estrutural de Gens-Domingos;
5. Geração de estrutura densa (Poon-Domingos);
6. Suporte para conjuntos de dados ARFF para variáveis discretas;
7. Testes de completude e decomponibilidade.

Os itens 1, 4 e 6 foram implementados antes do início da bolsa.

Redes soma-produto são DAGs cujos nós podem ser nós somas, em que o valor da soma é a média ponderada de seus filhos; nós produtos, cujos valores são o produtório de seus filhos; ou folhas, que representam distribuições de probabilidade univariadas. O valor de uma SPN é o valor de sua raiz. O escopo de um nó da SPN é a união entre o escopo de seus filhos. O escopo de uma folha é o escopo da distribuição de probabilidade.

Computar inferência por marginais equivale a achar a probabilidade de um evento dada uma evidência. Em redes soma-produto, computar tal probabilidade consiste em achar o valor da raiz da SPN dados valores pré-determinados de certas variáveis. Foram implementadas duas funções na biblioteca para computar os marginais. A primeira é um método de

classe que utiliza recorrência para achar o valor dos subsequentes filhos de forma *top-down*. A segunda é uma função estática que usa programação dinâmica para evitar recomputar valores. Adicionalmente, esta função usa uma estrutura de dados para armazenar os nós visitados, evitando usar a pilha de chamada.

A probabilidade maximum-a-posteriori (MAP) é uma estimativa do evento mais provável de se ocorrer dada uma evidência. De forma análoga a computar os marginais, GoSPN permite usar duas funções para computar o MAP. Computar o MAP em SPNs é NP-difícil [11, 3]. Em GoSPN, implementamos um algoritmo aproximado apresentado por [14].

Aprendizado generativo por descida de gradiente em redes soma-produto é realizado computando as derivadas da rede em função dos seus parâmetros. GoSPN possui várias funções para achar as derivadas dadas instâncias. Também foram implementadas versões para computar as derivadas em lote. Após achadas as derivadas, é possível atualizar os parâmetros da rede aplicando o gradiente. Em GoSPN, foi implementado apenas o aprendizado de parâmetros por descida de gradiente de forma generativa.

Diz-se aprendizado de parâmetros quando atualizam-se apenas os pesos da SPN. O aprendizado estrutural de SPNs ajusta tanto os pesos quanto o grafo da rede. Foi criada uma implementação do esquema de algoritmo de aprendizado estrutural de Gens e Domingos. Em [10], é dada certa liberdade quanto a certos pontos do algoritmo. O esquema é composto por três casos executados recursivamente:

---

#### LearnSPN [10]

---

**Input** Dataset  $\mathbf{D} = (I, X)$ , onde  $I$  é o conjunto de instâncias e  $X$  o conjunto de variáveis

**Output** SPN representando a distribuição de probabilidade de  $I$  sobre as variáveis  $X$

```

1: if  $|X| = 1$  then
2:   return distribuição de probabilidade univariada de  $I$ 
3: else
4:   Particione  $X$  em  $P_1, P_2, \dots, P_m$  tal que todo  $P_i$  é independente de  $P_j, i \neq j$ 
5:   if  $m > 1$  then
6:     return nó produto cujos filhos são as recorrências  $\text{LearnSPN}(I, P_i)$ , para todo
        $1 \leq i \leq m$ 
7:   else
8:     Rode clustering em  $I$  tal que  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  são os clusters de  $I$ 
9:     return nó soma cujos filhos são as recorrências  $\text{LearnSPN}(Q_i, X)$  com peso
        $|Q_i|/|I|$ 
10:  end if
11: end if
```

---

Em GoSPN, foram implementados os algoritmos de *clustering* DBSCAN e *k-means*. Para os testes de independência foram implementados o teste de  $\chi^2$  e *G-test*.

Para replicação dos resultados obtidos em [14], assim como validação dos algoritmos de

aprendizado de parâmetros, fez-se necessária a implementação da estrutura densa descrita em [14]. O algoritmo de geração de tal estrutura cria uma rede adequada para conjuntos de dados que apresentam dependência local entre variáveis. Este tipo de estrutura é aplicável a compleição e classificação de imagens, já que *pixels* vizinhos apresentam coloração semelhante. A geração desta estrutura depende principalmente de três parâmetros, o número de nós somas por cada região retangular da imagem, denotada por  $m$ ; o número de distribuições gaussianas por pixel, denotada por  $g$ ; e o menor nível de resolução da imagem em pixels,  $r$ .

Para validação dos algoritmos, é interessante utilizar conjuntos de dados de diferentes aplicações do mundo real. Para tanto, foi necessário adotar um formato padronizado. Foi implementado suporte para o formato ARFF, que é extensamente usado pela comunidade.

Além da validação empírica, também é importante verificar propriedades da rede. Uma SPN é completa quando todo nó soma tem mesmo escopo que seus filhos, e é consistente quando nenhuma variável tem valorações distintas nos filhos de um mesmo nó produto. Quando uma SPN é completa e consistente diz-se que ela é válida. Uma SPN válida computa a probabilidade exata de uma evidência. A SPN  $S$  é decomponível se, em um nó produto de  $S$ , os escopos dos filhos são disjuntos. Decomponibilidade implica em consistência, além do que SPNs consistentes não são mais compactas que SPNs decomponíveis [13]. Foram implementadas funções que verificam se uma SPN é completa ou decomponível.

Além de funções que tem relação direta com redes soma-produto, também foi necessário implementar algoritmos clássicos de teoria dos grafos. Foram criadas funções para busca-em-profundidade, busca-em-largura, achar uma *spanning tree* de um grafo, e encontrar a ordem topológica de um DAG.

## 4 Problemas encontrados

Em [14], os autores não explicam de forma explícita as etapas para o algoritmo de aprendizado por descida de gradiente. Adicionalmente não foram encontradas implementações do algoritmo de aprendizado generativo por descida de gradiente. O artigo de Poon e Domingos comenta que aprendizado por descida de gradiente se dá naturalmente por *backpropagation* [14], no entanto o código anexado não apresenta nenhuma implementação do algoritmo. Além disso, uma busca por implementações disponíveis indica a falta de uma implementação generativa por descida de gradiente. Por tanto, foram feitas certas suposições com relação à implementação. Foram utilizados comentários sobre o algoritmo contidos nos artigos [14, 9] para tal implementação.

O tamanho da rede gerada pelo algoritmo de estrutura densa de Poon e Domingos também mostrou-se problemática. O número de nós no grafo gerado com uma imagem  $46 \times 56$  e com parâmetros  $m = 4$ ,  $g = 4$  e  $r = 4$  foi 1.701.333. O tempo total gasto no aprendizado de tal SPN foi de aproximadamente 6 horas e ocupou 1GB de memória. No entanto, tais parâmetros usados são considerados pequenos, já que os parâmetros usados no artigo original

foram  $m = 20$ ,  $g = 4$  e  $r = 4$  em uma imagem de tamanho  $64 \times 64$ . Ao gerarmos o grafo com tais parâmetros, excedeu-se a memória de 16GB. No artigo original, foi usado um *cluster* de 48 máquinas com 8 processadores e 16GB de memória cada, o que explica a discrepância.

Ao final da implementação do algoritmo de Poon e Domingos, os resultados extraídos a partir dos conjuntos de dados escolhidos mostraram-se incompatíveis com o esperado. Para resolver tal problema, planeja-se fazer diversos testes nas implementações da estrutura e algoritmo de aprendizado de Poon e Domingos.

## 5 Resultados

Até o momento foi apenas possível extrair resultados do algoritmo de aprendizado estrutural de Gens e Domingos. Tanto a implementação como a extração dos resultados foram realizadas antes do início da bolsa. Foram utilizados três conjuntos de dados: Caltech-101 [6], Olivetti Faces e Digits.

O primeiro contém imagens de diferentes dimensões e resoluções de 101 categorias de objetos. Foram escolhidas as categorias carro, motos e faces. As imagens foram padronizadas e redimensionadas em imagens em escala de cinza com 150 de largura e 65 de altura em resolução de 8-bits. O *dataset* está disponível em [http://www.vision.caltech.edu/Image\\_Datasets/Caltech101/](http://www.vision.caltech.edu/Image_Datasets/Caltech101/).



Figura 2: Uma amostra do conjunto de dados Caltech-101.

O segundo é um conjunto de imagens de faces, com diferentes expressões e ângulos. As imagens têm dimensões  $46 \times 56$  com resolução de 8-bits em escala de cinza. Como a distribuição de cores é irregular, com nenhum pixel tendo valores extremos como a cor branca, o algoritmo de independência entre variáveis apresentou resultados inconsistentes. Tal problema foi resolvido diminuindo a resolução das imagens para 3-bits. A qualidade das imagens não sofreu grande alteração com a mudança. Pode-se encontrar o *dataset* em <http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html>.

O último conjunto de dados é um *dataset* próprio. Foram criadas 700 imagens de dígitos de 0 a 9, com cada dígito tendo 70 amostras. A variância das imagens em cada categoria é baixa pois o *dataset* tem como amostra apenas a caligrafia de uma pessoa.

Foram utilizados Caltech-101 e Digits para testes de classificação, e Olivetti para compleição de imagens. Para cada iteração, foi usado uma porcentagem  $p$  para validação cruzada, onde  $p$  é a porcentagem do *dataset* usado para treino, e  $1 - p$  para teste.



Figura 3: Uma amostra do conjunto de dados Olivetti. A imagem do lado esquerdo é uma amostra do *dataset* antes da diminuição de resolução. A imagem do lado direito mostra as imagens com resolução de 3-bits.

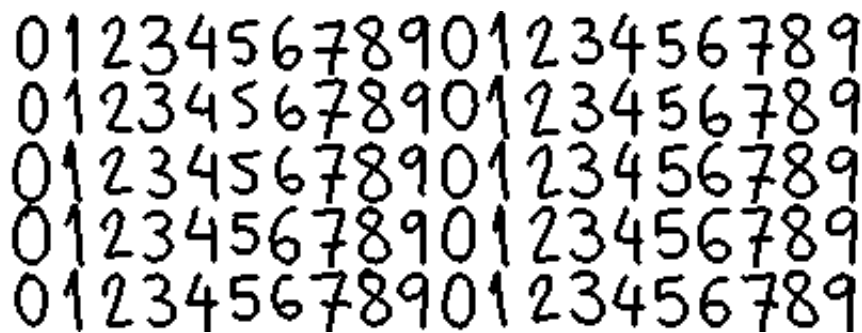


Figura 4: Uma amostra do conjunto de dados Digits.

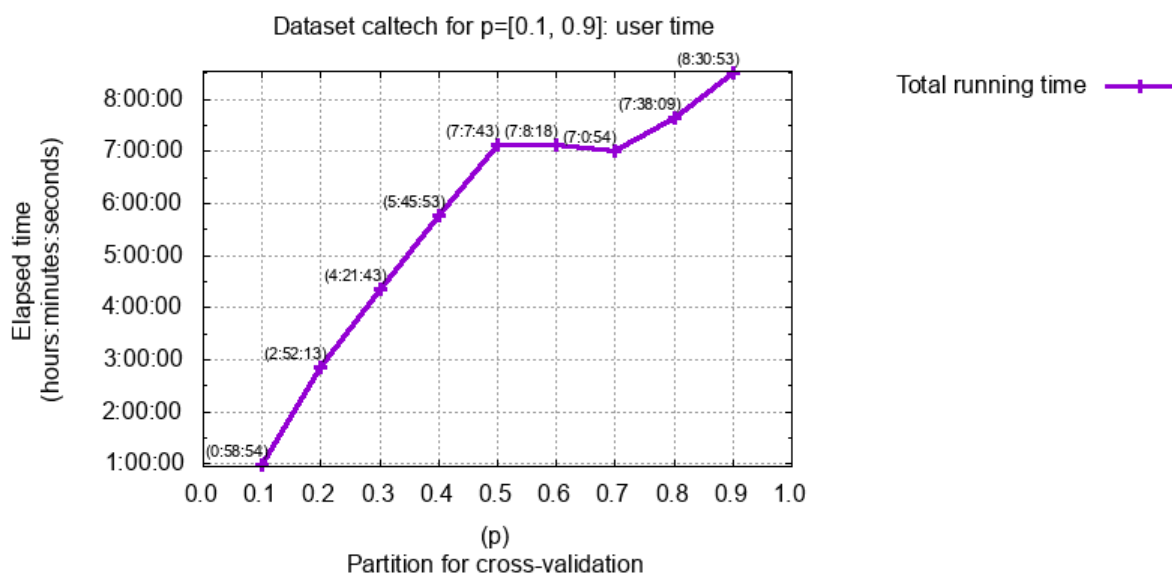


Figura 6: O gráfico acima mostra o tempo de aprendizado para cada  $p$  no *dataset* Caltech-101. O tempo de inferência foi muito menor, na escala de segundos.



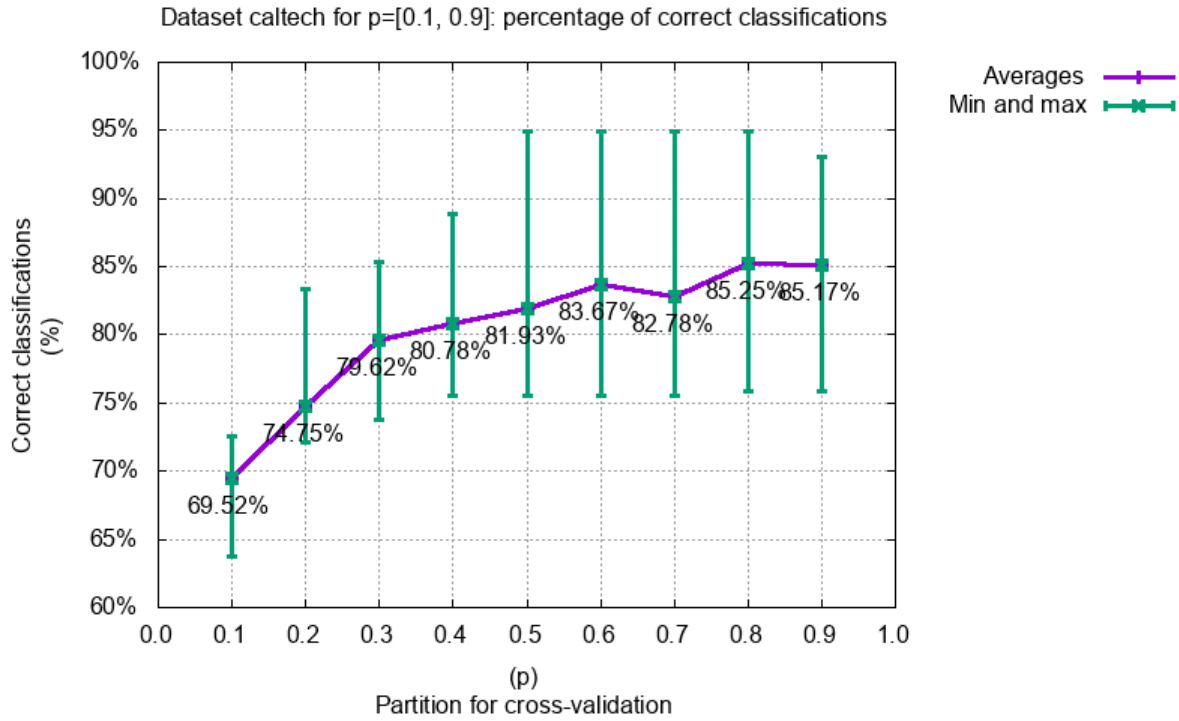


Figura 5: O gráfico mostra a porcentagem de acerto no conjunto de dados Caltech-101 normalizado para uma porcentagem  $p$  de instâncias usadas para treino. A barra verde mostra as porcentagens de acerto máximas e mínimas, enquanto que a linha azul mostra as médias das porcentagens de acerto.

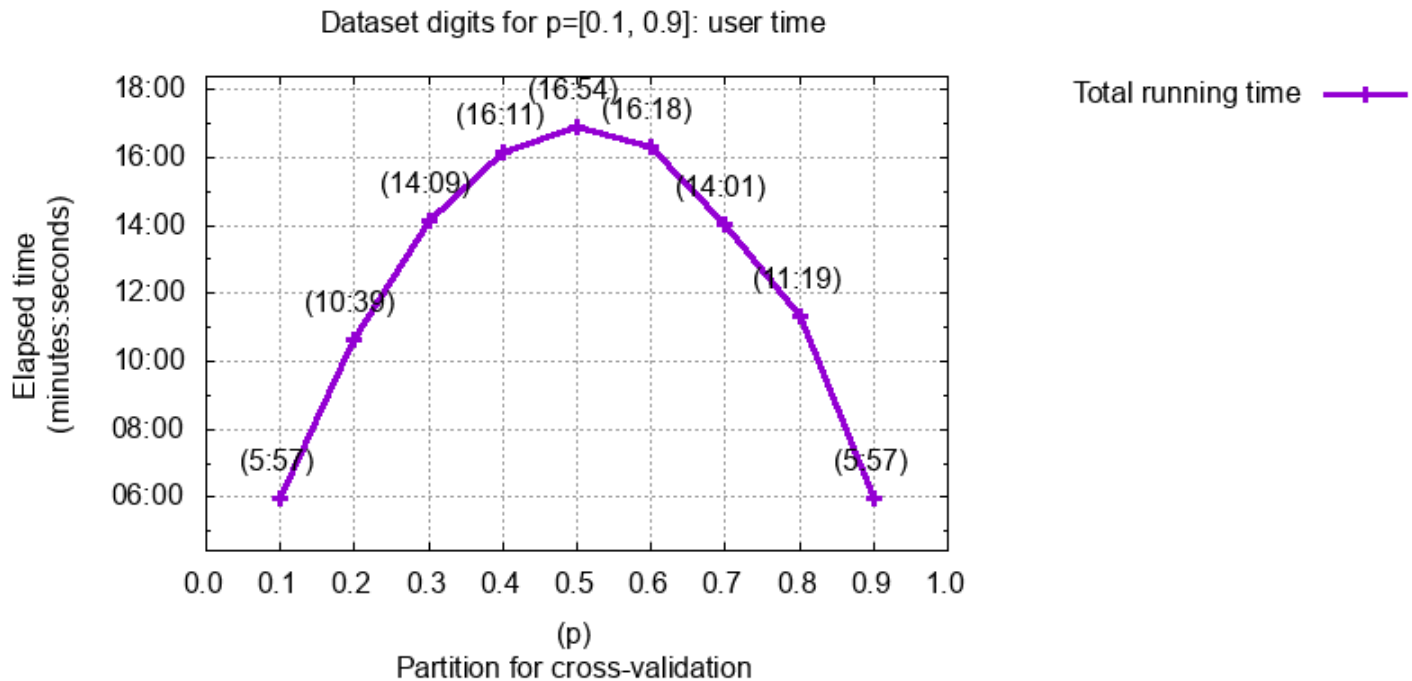


Figura 8: O gráfico mostra o tempo de aprendizado para cada  $p$  em Digits.

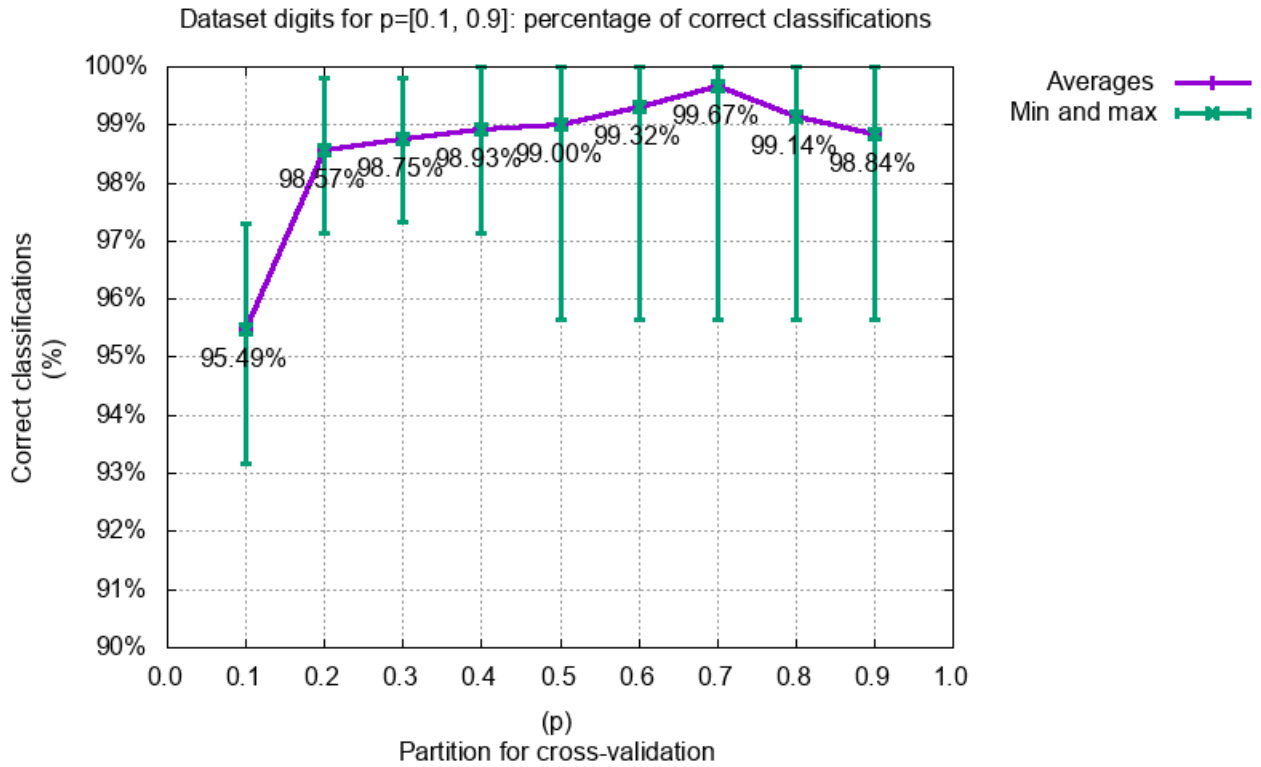


Figura 7: O gráfico mostra a porcentagem de acerto no conjunto de dados Digits.

O conjunto Olivetti possui 10 imagens de cada pessoa em diferentes ângulos. As imagens diferenciam-se pela presença de acessórios, como óculos, ou por suas feições faciais, como boca aberta, sorriso ou olhos fechados.

Para compleição de imagens no conjunto de dados Olivetti, foram aplicados dois testes. Em ambos testes foi selecionada uma imagem a ser completada, que é então removida do conjunto de treino. No primeiro teste, o modelo utilizou tanto as imagens de outras pessoas como as 9 imagens restantes da pessoa a ser completada como conjunto de treino. Chamou-se este método de teste com conhecimento prévio. Chamou-se de teste sem conhecimento prévio quando apenas utilizamos as faces de outras pessoas, descartando as 9 restantes.



Figura 9: O resultado da compleição da parte esquerda da face dada a parte direita do rosto. Neste teste houve conhecimento prévio. O modelo percebe a presença de óculos e pêlo facial.



Figura 10: A mesma face, porém sem conhecimento prévio. O modelo já não percebe a presença de óculos com a mesma taxa de acerto.

## 6 Conclusão

O objetivo do projeto é o desenvolvimento de uma biblioteca livre e gratuita para inferência e aprendizado estado-da-arte de redes soma-produto, além de elaborar análises experimentais dos algoritmos de aprendizado em tarefas de compleição e classificação de imagens. Neste relatório parcial, foram descritas as atividades desenvolvidas, problemas encontrados e os resultados parciais realizados durante o período de 01/08/2017 e 31/01/2018. Entre as atividades desenvolvidas, foram mencionadas funções de inferência, verificação de completude e decomponibilidade, algoritmos de aprendizado de Gens-Domingos e Poon-Domingos, e geração de estrutura densa. Por último, foram apresentados resultados parciais em classificação e compleição de imagem para o algoritmo de Gens-Domingos.

## Referências

- [1] Mohamed R. Amer e Sinisa Todorovic. “Sum-Product Networks for Activity Recognition”. Em: *IEEE Transactions on Pattern Recognition and Machine Intelligence (TPAMI 2015)* (2015).
- [2] Wei-Chen Cheng et al. “Language Modelling with Sum-Product Networks”. Em: *Annual Conference of the International Speech Communication Association 15 (INTERSPEECH 2014)* (2014).
- [3] Diarmaid Conaty, Denis D. Mauá e Cassio P. de Campos. “Approximation Complexity of Maximum A Posteriori Inference in Sum-Product Networks”. Em: *Uncertainty in Artificial Intelligence 2017 (UAI 2017)* (2017).
- [4] Olivier Delalleau e Yoshua Bengio. “Shallow vs. Deep Sum-Product Networks”. Em: *Advances in Neural Information Processing Systems 24 (NIPS 1011)* (2011).
- [5] Aaron Dennis e Dan Ventura. “Learning the Architecture of Sum-Product Networks Using Clustering on Variables”. Em: *Advances in Neural Information Processing Systems 25* (2012).
- [6] L. Fei-Fei, R. Fergus e P. Perona. “Learning generative visual models from few training examples: an incremental Bayesian approach tested on 101 object categories”. Em: *IEEE CVPR-2014 Workshop on Generative-Model Based Vision* (2014).
- [7] Abram L. Friesen e Pedro Domingos. “Recursive Decomposition for Non-convex Optimization”. Em: *International Joint Conference on Artificial Intelligence 24 (IJCAI 2015)* (2015).
- [8] Abram L. Friesen e Pedro Domingos. “The Sum-Product Theorem: A Foundation for Learning Tractable Models”. Em: *International Conference on Machine Learning 33 (ICML 2016)* (2016).
- [9] Robert Gens e Pedro Domingos. “Discriminative Learning of Sum-Product Networks”. Em: *Advances in Neural Information Processing Systems 25 (NIPS 2012)* (2012).

- [10] Robert Gens e Pedro Domingos. “Learning the Structure of Sum-Product Networks”. Em: *International Conference on Machine Learning* 30 (2013).
- [11] Robert Peharz. “Foundations of Sum-Product Networks for Probabilistic Modeling”. Tese de dout. Graz University of Technology, 2015.
- [12] Robert Peharz et al. “Modeling Speech with Sum-Product Networks: Application to Bandwidth Extension”. Em: *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing 39 (ICASSP 2014)* (2014).
- [13] Robert Peharz et al. “On Theoretical Properties of Sum-Product Networks”. Em: *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics 18 (AISTATS 2015)* (2015).
- [14] Hoifung Poon e Pedro Domingos. “Sum-Product Networks: A New Deep Architecture”. Em: *Uncertainty in Artificial Intelligence* 27 (2011).
- [15] Antonio Vergari, Nicola di Mauro e Floriana Esposito. “Simplifying, Regularizing and Strengthening Sum-Product Network Structure Learning”. Em: *European Conference on Machine Learning and Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases (ECMLPKDD 2015)* (2015).