

Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues

*Fundamentos da Engenharia Aeronáutica
com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign:
Aerodinâmica e Desempenho*



1^a Edição

**Salto/SP
Edição do Autor
2014**

LUIZ EDUARDO MIRANDA JOSÉ RODRIGUES

**FUNDAMENTOS DA ENGENHARIA AERONÁUTICA COM
APLICAÇÕES AO PROJETO SAE-AERODESIGN:
AERODINÂMICA E DESEMPENHO**

1^a edição

**Salto
Edição do Autor
2014**

1^ª edição – 2014

*@ Copyright
Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues*

Brasil. Catalogação na fonte.
www.engbrasil.eng.br, Salto/SP

RODRIGUES, Luiz Eduardo Miranda José, 1973 -
Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign:
Aerodinâmica e Desempenho / Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues – Salto/SP:
www.engbrasil.eng.br, 2014.
320p.

ISBN: 978-85-918113-0-4

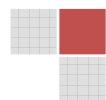
1. Engenharia aeronáutica. Aerodinâmica. Desempenho de aviões. Aerodesign.

918113

CDD-629.1300981

Ao Estudante

Que a presente obra represente um estímulo a todos os estudantes que admiram a engenharia aeronáutica e buscam o entendimento dessa ciência que desperta o interesse e a curiosidade das pessoas e sirva como referência básica para o desenvolvimento e projeto de aeronaves destinadas a participar da competição SAE-AeroDesign.



Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign:
Aerodinâmica e Desempenho – Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues

Nota do Autor

O Livro Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao projeto SAE-Aerodesign foi idealizado para servir de material de apoio para o desenvolvimento de novos projetos destinados a participar da competição SAE-AeroDesign. O livro de aerodinâmica e desempenho está dividido em quatro capítulos didaticamente organizados como forma de propiciar ao estudante uma seqüência lógica dos tópicos apresentados e tem como objetivo fundamental incentivar a pesquisa e o desenvolvimento da engenharia aeronáutica brasileira.

No Capítulo 1 tem-se uma introdução aos principais componentes de um avião e também são apresentadas as principais configurações, bem como as superfícies de comando e os procedimentos necessários para a realização das manobras de voo.

O Capítulo 2 apresenta muitos conceitos importantes para um correto projeto aerodinâmico da aeronave, neste capítulo são apresentados os fundamentos sobre o projeto e seleção de perfis aerodinâmicos, asas de dimensões finitas, distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa, dimensionamento aerodinâmico da empennagem e determinação da polar de arrasto de uma aeronave completa.

O Capítulo 3 é dedicado ao estudo do grupo moto-propulsor, sendo apresentado em detalhes os motores sugeridos pelo regulamento da competição AeroDesign, bem como são apresentadas as principais configurações de montagem do motor na fuselagem. Neste capítulo também é dedicado um tópico para o estudo de hélices, onde é apresentada uma teoria básica e utilizada uma formulação matemática para um modelo propulsivo que permite estimar de forma aproximada quais serão os valores da tração disponível em função da velocidade de voo para as hélices mais usuais utilizadas no AeroDesign, o capítulo também apresenta as curvas de eficiência dessas hélices e deixa algumas sugestões para a realização de ensaios estáticos e dinâmicos que proporcionem uma escolha adequada para a melhor hélice a ser utilizada no projeto.

O Capítulo 4 mostra em detalhes como realizar uma completa análise de desempenho da aeronave com a apresentação de tópicos como a determinação das curvas de tração e potência disponível e requerida, a influência da altitude nessas curvas, o desempenho de subida e planeio da aeronave, análise das características de decolagem e pouso, o traçado do diagrama $v-n$, a determinação do raio de curvatura mínimo, o traçado do envelope de voo da aeronave com o cálculo do respectivo teto absoluto de voo, o cálculo do tempo estimado para a aeronave completar a missão, além de ter um destaque especial para a determinação e o traçado do gráfico de carga útil em função da altitude densidade.

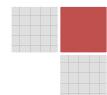
A idéia em apresentar um curso teórico sobre o projeto de aeronaves para o AeroDesign basicamente se fundamentou na confecção e divulgação de um material didático em português, uma vez que a imensa maioria da bibliografia encontrada está em inglês.

O material apresentado está longe de ser uma referência única para a elaboração dos projetos, pois muito material de melhor qualidade pode ser encontrado na literatura aeronáutica. O Livro Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao projeto SAE-Aerodesign vem como mais uma alternativa de estudos e pode sim servir como uma referência importante para as equipes e alunos iniciantes no projeto.

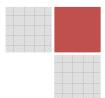
Como professor, acredito que a divulgação desse material possa servir como uma contribuição para o crescimento de nosso país e gerar um pouco mais de conhecimento na área da engenharia aeronáutica, pois um país alcança maturidade e crescimento através da educação, e de nada adianta termos um conhecimento se o mesmo estiver guardado em uma gaveta.

Portanto, esse material é de livre divulgação e espero que as equipes façam bom uso de seu conteúdo, pois essa é uma pequena contribuição para o AeroDesign Brasil, e para os amigos da comissão organizadora que fazem a competição acontecer anualmente com uma qualidade cada vez maior.

Para todos os alunos orientados por mim desde 2005 fica o meu agradecimento pela obtenção de tantos resultados positivos e que permitiram a elaboração desse livro.



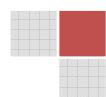
"Os pássaros devem experimentar a mesma sensação, quando distendem suas longas asas e seu voo fecha o céu... Ninguém, antes de mim, fizera igual."
Alberto Santos Dumont



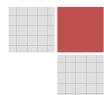
Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign:
Aerodinâmica e Desempenho – Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues

SUMÁRIO

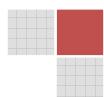
Capítulo 1- Conceitos Fundamentais.....	10
1.1 Introdução	10
1.2 Conteúdos Abordados	12
1.3 Definições e Componentes Principais de um Avião	13
1.3.1 Fuselagem.....	14
1.3.2 Asas.....	14
1.3.3 Empenagem	16
1.3.4 Trem de Pouso	17
1.3.5 Grupo moto-propulsor.....	18
1.4 Sistemas de Coordenadas Usado na Indústria Aeronáutica.....	18
1.5 Superfícies de Controle.....	19
1.6 Aplicação dos Conceitos Fundamentais em uma Aeronave Destinada a Participar da Competição SAE-AeroDesign	22
 Capítulo 2 – Fundamentos de Aerodinâmica.....	25
2.1 Definição de Aerodinâmica.....	25
2.2 A Física da Força de Sustentação.....	25
2.3 Número de Reynolds	28
2.4 Teoria do Perfil Aerodinâmico.....	29
2.4.1 Seleção e Desempenho de um Perfil Aerodinâmico.....	30
2.4.2 Forças Aerodinâmicas e Momentos em Perfis	35
2.4.3 Centro de Pressão e Centro Aerodinâmico do Perfil	38
2.4.4 Perfis de Alta Sustentação.....	43
2.5 Asas de Envergadura Finita	53
2.5.1 Forma Geométrica e Localização da Asa na Fuselagem	53
2.5.2 Alongamento e Relação de Afilamento	58
2.5.3 Corda Média Aerodinâmica	60
2.5.4 Forças Aerodinâmicas e Momentos em Asas Finitas	62
2.5.5 Coeficiente de Sustentação em Asas Finitas	64
2.5.6 O Estol em Asas Finitas e suas Características	73
2.5.6.1 Influência da Forma Geométrica da Asa na Propagação do Estol.....	76



2.5.7 Aerodinâmica da Utilização de Flapes na Aeronave	77
2.5.8 Distribuição Elíptica de Sustentação	80
2.6 Arrasto em Aeronaves	89
2.6.1 Arrasto Induzido	90
2.6.1.1 Técnicas Utilizadas para a Redução do Arrasto Induzido.....	91
2.6.1.2 Efeito Solo	94
2.6.2 Arrasto Parasita.....	96
2.7 Aerodinâmica da Empenagem	101
2.8 Polar de arrasto da aeronave	106
2.8.1 O que é uma Polar de Arrasto e como pode ser Obtida?	106
2.9 Considerações sobre a Aerodinâmica de Biplanos.....	115
2.9.1 “Gap” Distância Vertical entre as Asas	116
2.9.2 “Stagger” Diferença de Posição entre o Bordo de Ataque das Asas	117
2.9.3 Decalagem	117
2.9.4 Determinação de um Monoplano Equivalente	118
2.10 Dicas para a Realização do Projeto Aerodinâmico	121
 Capítulo 3 – Grupo Moto-Propulsor	123
3.1 Introdução	123
3.2 Posição do Grupo Moto-Propulsor	123
3.3 Motor para a Competição SAE-AeroDesign.....	124
3.4 Características das Hélices.....	126
3.5 Modelo Propulsivo	129
 Capítulo 4 Análise de Desempenho	146
4.1 Objetivos	146
4.2 Forças que Atuam em uma Aeronave em Voo Reto e Nivelado com Velocidade Constante ...	146
4.3 Tração Disponível e Requerida para o Voo Reto e Nivelado com Velocidade Constante.....	147
4.4 Potência Disponível e Requerida.....	157
4.5 Relação entre a Velocidade de Mínima Tração Requerida (Máximo Alcance) e a Velocidade de Mínima Potência Requerida (Máxima Autonomia)	164



4.6 Efeitos da Altitude nas Curvas de Tração e Potência Disponível e Requerida	167
4.7 Análise do Desempenho de Subida.....	189
4.8 Voo de Planeio (Descida não Tracionada)	198
4.9 Desempenho na Decolagem	216
4.10 Desempenho no Pouso	242
4.11 Traçado do Diagrama $v-n$ de manobra	261
4.12 Desempenho em Curva	272
4.13 Envelope de Voo e Teto Absoluto	283
4.14 Tempo Estimado para a Missão.....	298
4.15 Metodologia para o Traçado do Gráfico de Carga Útil em Função da Altitude-Densidade	304
4.16 Dicas para a Análise de Desempenho	318



CAPÍTULO 1

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

1.1 - Introdução

Paris, França, 23 de outubro de 1906 em um dia de vento calmo no campo de Bagatelle às 16 horas e 45 minutos de uma terça feira se concretizou através do brasileiro Alberto Santos Dumont o sonho do homem poder voar. Este feito foi realizado diante do olhar curioso de muitos expectadores, imprensa e pessoas influentes da época, que presenciaram o primeiro voo de uma aeronave mais pesada que o ar com propulsão mecânica. Este voo foi realizado por longos 60 metros a uma altura de 3 metros acima do solo, marcando definitivamente na história que o homem era capaz de voar.

A máquina voadora responsável pela realização deste feito foi batizada de 14-Bis e uma foto dessa conquista pode ser observada na Figura 1.1.

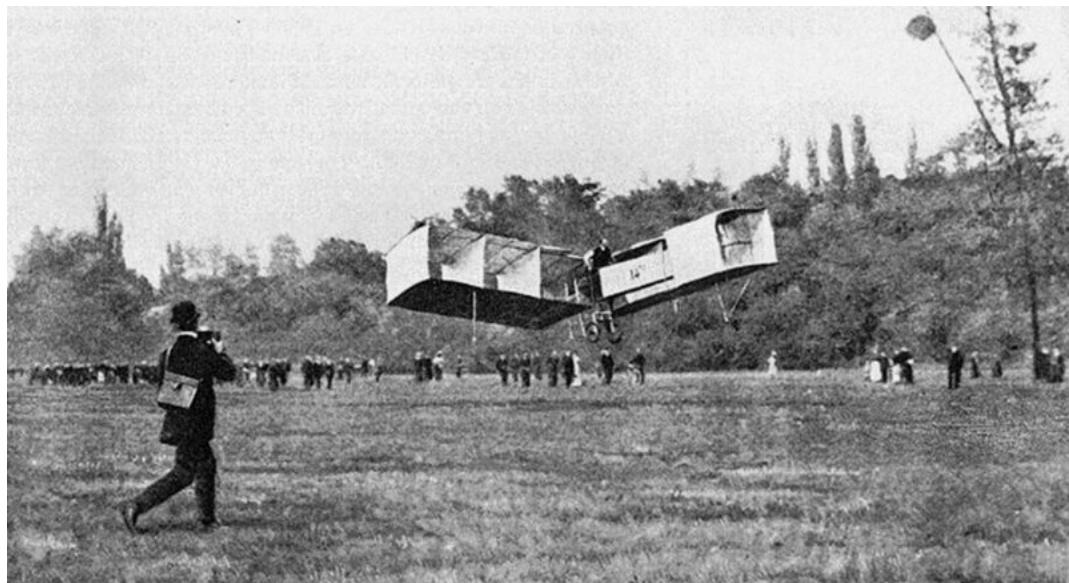


Figura 1.1 - Vista do voo do 14-Bis em Paris.

Desde então, estudiosos, entusiastas e aficionados pelo sonho de voar trabalham continuamente com o objetivo principal de aperfeiçoar as máquinas voadoras que tanto intrigam a curiosidade das pessoas. Muitos avanços foram obtidos através de estudos que resultaram em fantásticas melhorias aerodinâmicas e de desempenho das aeronaves, propiciando o projeto e a construção de aviões capazes da realização de voos transcontinentais, aeronaves cuja velocidade ultrapassa a barreira do som e até a realização de voos espaciais. A Figura 1.2 mostra a aeronave Airbus A380, o maior avião de passageiros já projetado, com capacidade que pode variar entre 555 a 845 passageiros, um caça supersônico no instante em que rompe a barreira do som e o ônibus espacial utilizado pela NASA para missões no espaço.

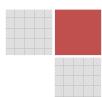




Figura 1.2 – Evolução da indústria aeronáutica.

No Brasil, o estudo da engenharia aeronáutica sempre esteve impulsionado pelo desejo de se repetir e aprimorar o feito realizado por Santos Dumont, e como forma de enriquecer um pouco mais a história da aviação brasileira, a presente obra é destinada aos estudantes que desejam obter conhecimentos fundamentais sobre essa ciência fantástica e que contagia a todos que por ela navegam.

A falta da literatura aeronáutica em português representa o principal ponto norteador para a execução do presente livro, onde todos os conceitos apresentados foram minuciosamente avaliados tendo em vista a obtenção de resultados bastante confiáveis quando da solução das equações propostas.

Todo conteúdo que será apresentado nos capítulos subseqüentes tem como objetivo a aplicação no projeto SAE-AeroDesign, competição de reconhecimento internacional destinada a incentivar estudantes de engenharia, física ou ciências aeronáuticas a projetar, construir e fazer voar uma aeronave rádio-controlada capaz de carregar em um compartimento de dimensões pré-definidas a maior carga útil possível.

A didática utilizada para a aplicação da teoria apresentada e para a solução do equacionamento proposto é conduzida de forma que todos os pontos são explicados em detalhes, encaminhando o leitor a um entendimento rápido e fácil de cada um dos tópicos apresentados.

O conteúdo da obra mostra de maneira organizada e seqüencial todo o procedimento necessário para o projeto de uma aeronave competitiva e que possua condições de concorrer no AeroDesign com excelentes qualidades de desempenho.

A Figura 1.3 mostra o exemplo de aeronaves destinadas a participar do AeroDesign.



Figura 1.3 – Exemplos de aeronaves destinadas a participar do AeroDesign.



Espera-se que a partir da leitura desse livro, o estudante tenha sua curiosidade despertada e se torne muito motivado para prosseguir em uma carreira dedicada a evolução da indústria aeronáutica brasileira.

1.2 – Conteúdos abordados

Os livros Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign: “Aerodinâmica e Desempenho” e “Estabilidade e Estruturas” estão divididos em oito capítulos didaticamente organizados como forma de propiciar ao estudante uma seqüência lógica dos tópicos apresentados e tem como objetivo fundamental incentivar a pesquisa e o desenvolvimento da engenharia aeronáutica brasileira.

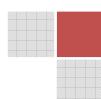
No presente livro são apresentados os capítulos de 1 até 4 e no livro de “Estabilidade e Estruturas” os capítulos de 5 até 8. Muitos dos conceitos aqui apresentados podem ser encontrados com uma maior riqueza de detalhes na grande diversidade de literatura existente ao redor do mundo, porém é importante ressaltar que todo conteúdo apresentado neste livro é de grande valia para iniciantes no estudo da engenharia aeronáutica e os assuntos abordados em cada um dos capítulos dos dois volumes publicados estão apresentados a seguir.

No Capítulo 1 tem-se uma introdução aos principais componentes de um avião e também são apresentadas as principais configurações, bem como as superfícies de comando e os procedimentos necessários para a realização das manobras de voo. Ao término da leitura deste capítulo, espera-se que o leitor esteja familiarizado com os principais elementos que formam a estrutura de um avião e também conheça a função primária das superfícies de comando.

O Capítulo 2 apresenta muitos conceitos importantes para um correto projeto aerodinâmico da aeronave, neste capítulo são apresentados os fundamentos sobre o projeto e seleção de perfis aerodinâmicos, asas de dimensões finitas, distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa, dimensionamento aerodinâmico da empunhadura e determinação da polar de arrasto de uma aeronave completa. A leitura deste capítulo permite ao estudante obter um conhecimento básico sobre as necessidades aerodinâmicas mais importantes a serem estudadas durante a realização do projeto de uma nova aeronave.

O Capítulo 3 é dedicado ao estudo do grupo moto-propulsor, sendo apresentado em detalhes os motores sugeridos pelo regulamento da competição AeroDesign, bem como são apresentadas as principais configurações de montagem do motor na fuselagem. Neste capítulo também é dedicado um tópico para o estudo de hélices, onde é apresentada uma teoria básica e utilizada uma formulação matemática para um modelo propulsivo que permite estimar de forma aproximada quais serão os valores da tração disponível em função da velocidade de voo para as hélices mais usuais utilizadas no AeroDesign, o capítulo também apresenta as curvas de eficiência dessas hélices e deixa algumas sugestões para a realização de ensaios estáticos e dinâmicos que proporcionem uma escolha adequada para a melhor hélice a ser utilizada no projeto.

O Capítulo 4 mostra em detalhes como realizar uma completa análise de desempenho da aeronave com a apresentação de tópicos como a determinação das curvas de tração e potência disponível e requerida, a influência da altitude nessas curvas, o desempenho de subida e planeio da aeronave, análise das características de decolagem e pouso, o traçado do diagrama $v-n$, a determinação do raio de curvatura mínimo, o traçado do envelope de voo da aeronave com o cálculo do respectivo teto absoluto de voo, o cálculo do tempo estimado para a aeronave completar a missão, além de ter um destaque especial para a determinação e o traçado do gráfico de carga útil em função da altitude densidade. O estudo desse capítulo é de muita importância para se avaliar com confiabilidade as características de desempenho da aeronave.



O Capítulo 5 é dedicado ao estudo dos critérios de estabilidade estática da aeronave, onde são apresentadas as informações e formulações necessárias para a determinação do centro de gravidade da aeronave, são avaliados os critérios necessários para se garantir a estabilidade longitudinal estática, a determinação do ponto neutro e da margem estática, determinação do ângulo de trimagem para se garantir a estabilidade longitudinal, bem como são apresentados modelos matemáticos que podem ser utilizados para um estudo dos critérios de estabilidade lateral e direcional. Este é considerado um dos capítulos mais complexos, pois muitos dados empíricos são utilizados, e, portanto, o cálculo realizado deve ser muito bem feito para que não ocorram erros de projeto.

O capítulo 6 destina-se ao dimensionamento estrutural da aeronave sendo apresentados em detalhes os critérios utilizados para a realização de uma análise estrutural das asas, da empenagem, da fuselagem, do trem de pouso e das superfícies de comando. Também neste capítulo são apresentados os principais materiais que podem ser utilizados para a construção de uma aeronave destinada a participar do AeroDesign com suas respectivas propriedades mecânicas.

Como forma de se aplicar todos os conceitos estudados, o Capítulo 7 mostra em detalhes todo o cálculo que deve ser realizado para o projeto de uma aeronave destinada a participar do AeroDesign com as devidas justificativas e fundamentação técnica.

Por fim, o Capítulo 8 apresenta um modelo de relatório de projeto desenvolvido pelos alunos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus Salto, tendo como objetivo mostrar como a equipe deve proceder para a realização de um relatório técnico consistente e fundamentado tecnicamente, explicando em detalhes todo o desenvolvimento realizado para a concretização de um projeto competitivo.

1.3 – Definições e componentes principais de um avião

Um avião é definido como uma aeronave de asa fixa mais pesada que o ar, movida por propulsão mecânica, que é mantido em condição de voo devido à reação dinâmica do ar que escoa através de suas asas.

Os aviões são projetados para uma grande variedade de propostas, porém todos eles possuem os mesmos componentes principais. As características operacionais e as dimensões são determinadas pelos objetivos desejados pelo projeto. A maioria das estruturas dos aviões possuem uma fuselagem, asas, uma empenagem, trem de pouso e o grupo moto-propulsor. A Figura 1.4 mostra os componentes principais de uma aeronave.

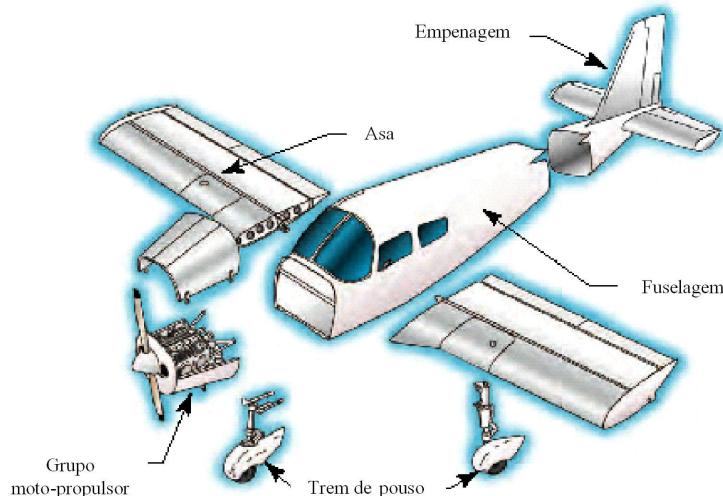
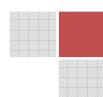


Figura 1.4 – Componentes principais de um avião.



1.3.1 - Fuselagem

A fuselagem inclui a cabine de comandos, que contém os assentos para seus ocupantes e os controles de voo da aeronave, também possui o compartimento de carga e os vínculos de fixação para outros componentes principais do avião. A fuselagem basicamente pode ser construída de três formas diferentes: treliçada, monocoque ou semi-monocoque.

Estrutura treliçada: A estrutura em forma de treliça para a fuselagem é utilizada em algumas aeronaves. A resistência e a rigidez desse tipo de estrutura é obtida através da junção das barras em uma série de modelos triangulares.

Estrutura monocoque: Na estrutura monocoque o formato aerodinâmico é dado pelas cavernas. As cargas atuantes em voo são suportadas por essas cavernas e também pelo revestimento. Por esse motivo este tipo de fuselagem deve ser revestida por um material resistente aos esforços atuantes durante o voo.

Estrutura semi-monocoque: Nesse tipo de estrutura, os esforços são suportados pelas cavernas e/ou anteparos, revestimento e longarinas. A Figura 1.5 mostra os modelos de fuselagem descritos.

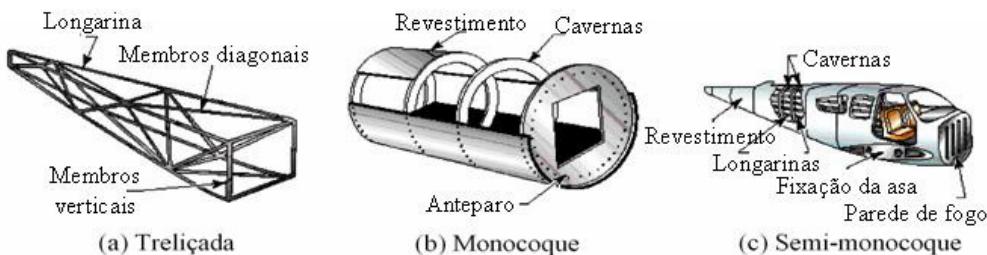


Figura 1.5 – Exemplos das formas construtivas das estruturas da fuselagem.

1.3.2 - Asas

As asas são superfícies sustentadoras unidas a cada lado da fuselagem e representam os componentes fundamentais que suportam o avião no voo. Para as asas, existem numerosos projetos, tamanhos e formas usadas pelos vários fabricantes. Cada modelo é produzido para atender as necessidades de desempenho previsto para o avião desejado. A maneira como as asas produzem a força de sustentação necessária ao voo será explicada no Capítulo 2 do presente livro. As asas podem ser classificadas quanto a sua fixação na fuselagem em alta, média ou baixa. O número de asas também pode variar, aviões com um único par de asas são classificados como monoplanos, quando possuírem dois pares de asas são classificados como biplanos. A Figura 1.6 mostra exemplos das aeronaves monoplano e biplano.



(a) Monoplano



(b) Biplano

Figura 1.6 – Exemplo de aeronaves monoplano e biplano.



Estrutura das asas: Para o caso de uma estrutura coberta com tela os principais elementos estruturais de uma asa são as nervuras, a longarina, o bordo de ataque e o bordo de fuga.

Nervuras: As nervuras dão a forma aerodinâmica à asa e transmitem os esforços do revestimento para a longarina.

Longarina: A longarina é o principal componente estrutural da asa, uma vez que é dimensionada para suportar os esforços de cisalhamento, flexão e torção oriundos das cargas aerodinâmicas atuantes durante o voo.

Bordo de ataque e bordo de fuga: O bordo de ataque representa a parte dianteira da asa e o bordo de fuga representa a parte traseira da asa e serve como berço para o alojamento dos ailerons e dos flapes. A Figura 1.7 mostra os principais elementos estruturais de uma asa.

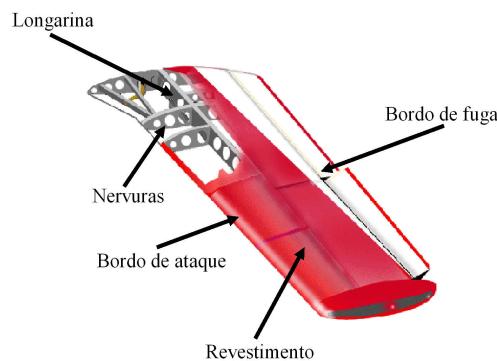


Figura 1.7 – Elementos estruturais de uma asa.

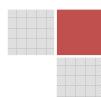
Forma geométrica das asas: quanto a sua geometria, as asas podem possuir uma grande diversidade de formas, que variam de acordo com os requisitos do projeto. Os formatos mais comuns são retangular, trapezoidal e elíptica.

Asa retangular: é uma asa de baixa eficiência aerodinâmica, ou seja, a relação entre a força de sustentação e a força de arrasto (L/D) é menor quando comparada a uma asa trapezoidal ou elíptica, isto ocorre devido ao arrasto de ponta de asa também conhecido por arrasto induzido, que no caso da asa retangular é maior que em uma asa trapezoidal ou elíptica. O arrasto induzido e sua formulação matemática serão discutidos posteriormente no Capítulo 2 destinado à análise aerodinâmica da aeronave.

A vantagem da asa retangular é a sua maior facilidade de construção e um menor custo de fabricação quando comparada as outras.

Asa trapezoidal: é uma asa de ótima eficiência aerodinâmica, pois com a redução gradativa da corda entre a raiz e a ponta da asa consegue-se uma significativa redução do arrasto induzido. Nesse tipo de asa o processo construtivo torna-se um pouco mais complexo uma vez que a corda de cada nervura possui uma dimensão diferente.

Asa elíptica: representa a asa ideal, pois é a que proporciona a máxima eficiência aerodinâmica, porém é de difícil fabricação e mais cara quando comparada às outras formas apresentadas. A Figura 1.8 mostra as principais formas geométricas das asas.



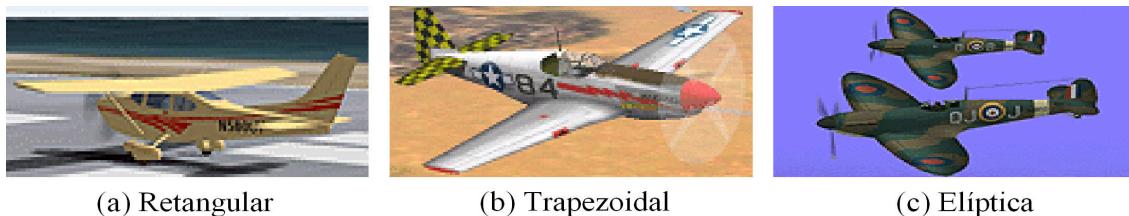


Figura 1.8 – Principais formas geométricas das asas.

Nomenclatura do perfil e da asa: a Figura 1.9 ilustra os principais elementos geométricos que formam um perfil aerodinâmico e uma asa com envergadura finita.

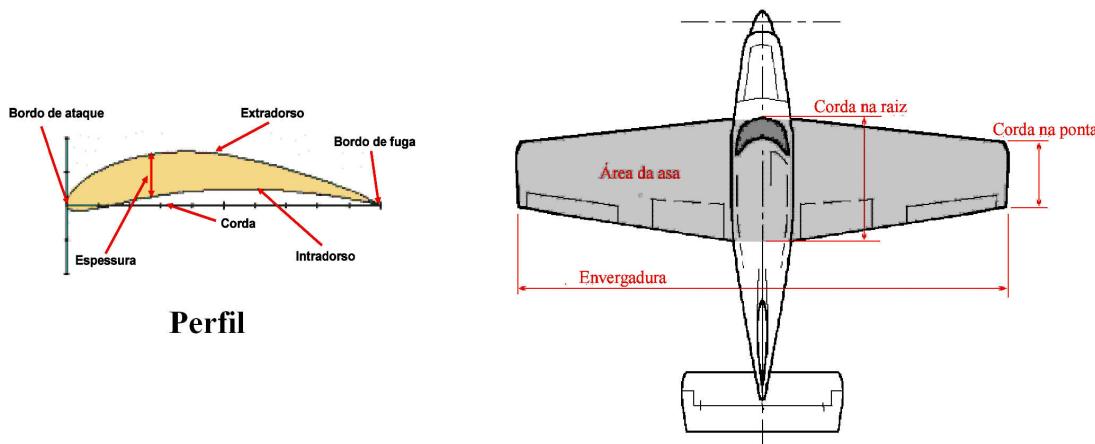


Figura 1.9 – Nomenclatura fundamental do perfil e da asa.

Extradorso: representa a parte superior do perfil;

Intradorso: representa a parte inferior do perfil;

Corda: é a linha reta que une o bordo de ataque ao bordo de fuga do perfil aerodinâmico;

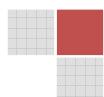
Envergadura: representa a distância entre a ponta das asas;

Área da asa: representa toda a área em planta, inclusive a porção compreendida pela fuselagem.

Esta seção do presente capítulo mostrou de forma simples os principais tipos e as características geométricas das asas, um estudo mais detalhado será realizado nos Capítulo 2, onde serão apresentadas análises qualitativas e quantitativas sobre o desempenho dos perfis aerodinâmicos e das asas de envergadura finita.

1.3.3 - Empenagem

A empenagem possui como função principal estabilizar e controlar o avião durante o voo. A empenagem é dividida em duas superfícies, a horizontal que contém o profundor e é responsável pela estabilidade e controle longitudinal da aeronave e a vertical que é responsável pela estabilidade e controle direcional da aeronave. A Figura 1.10 mostra uma empenagem convencional e seus principais componentes.



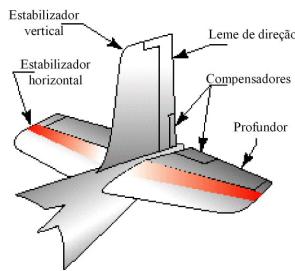


Figura 1.10 – Modelo de empenagem convencional.

Superfície horizontal: é formada pelo estabilizador horizontal (parte fixa) e pelo profundor (parte móvel), algumas aeronaves também possuem os compensadores com a finalidade de reduzir os esforços de pilotagem e em alguns casos o estabilizador e o profundor constituem-se de uma única peça completamente móvel. A superfície horizontal é responsável pelos movimentos de arfagem (levantar e baixar o nariz) da aeronave.

Superfície vertical: é formada pelo estabilizador vertical (parte fixa) e pelo leme de direção (parte móvel), essa superfície é responsável pelos movimentos de guinada (deslocamento do nariz para a direita ou para a esquerda) da aeronave.

O dimensionamento correto da empenagem é algo de muita importância a fim de se garantir estabilidade e controlabilidade à aeronave, dessa forma um capítulo inteiro do presente livro será destinado aos critérios de estabilidade, controle, peso e balanceamento da aeronave.

1.3.4 – Trem de pouso

As funções principais do trem de pouso são apoiar o avião no solo e manobrá-lo durante os processos de taxiamento, decolagem e pouso. Na maioria das aeronaves o trem de pouso utilizado possui rodas, porém existem casos onde são utilizados flutuadores em hidroaviões e esquis para operação em neve. O trem de pouso pode ser classificado basicamente em duas categorias de acordo com a disposição das rodas em triciclo ou convencional.

O trem de pouso triciclo é aquele no qual existem duas rodas principais ou trem principal geralmente localizado embaixo das asas e uma roda frontal ou trem do nariz.

O trem de pouso convencional é formado por um trem principal e uma bequilha geralmente localizada no final do cone de cauda.

Atualmente a grande maioria das aeronaves possui trem de pouso modelo triciclo, pois esta configuração melhora sensivelmente o controle e a estabilidade da aeronave no solo além de permitir melhores características de desempenho durante a decolagem. A Figura 1.11 mostra os modelos dos trens de pouso comentados.

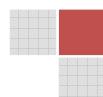


Triciclo



Convencional

Figura 1.11 – Trem de pouso triciclo e convencional.



1.3.5 – Grupo moto-populsor

O grupo moto-propulsor é formado pelo conjunto motor e hélice. A função primária do motor é fornecer a potência necessária para colocar a hélice em movimento de rotação, e, uma vez obtido esse movimento, a hélice possui a função de gerar tração para impulsionar o avião.

As aeronaves podem ser classificadas em monomotores, bimotores e multimotores, de acordo com o número de motores existentes na estrutura.

Os principais componentes necessários para a montagem do grupo moto-propulsor são o motor, a hélice, a carenagem, o spinner e a parede de fogo que recebe o berço para o alojamento do motor.

A Figura 1.12 ilustra o grupo moto-propulsor em uma montagem convencional.

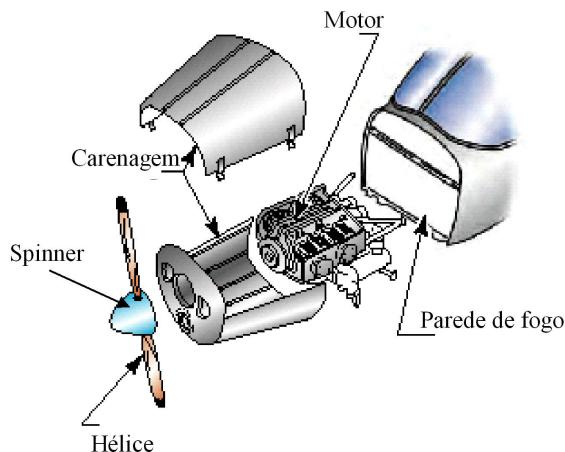


Figura 1.12 – Grupo moto-propulsor.

1.4 – Sistema de coordenadas usado na indústria aeronáutica

De forma a se entender todos os referenciais de movimento e direção de uma aeronave é necessário se estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas tridimensional. Este sistema de coordenadas serve de base para se avaliar os movimentos da aeronave no espaço tridimensional. O sistema de coordenadas apresentado na Figura 1.13 é o padrão utilizado na indústria aeronáutica e possui sua origem no centróide da aeronave. Os três eixos de coordenadas se interceptam no centróide formando ângulos de 90° entre si. O eixo longitudinal é posicionado ao longo da fuselagem da cauda para o nariz do avião. O eixo lateral se estende através do eixo da asa orientado da direita para a esquerda a partir de uma vista frontal da aeronave e o eixo vertical é desenhado de forma que é orientado de cima para baixo.

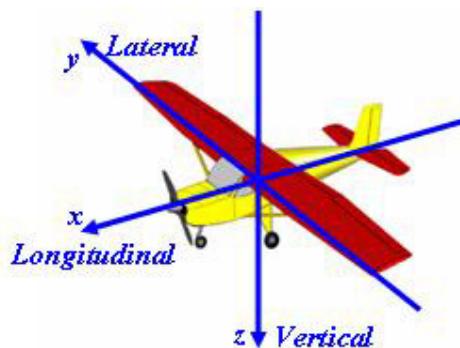
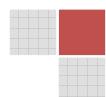


Figura 1.13 – Eixos de coordenadas de uma aeronave.



Movimentos da aeronave: durante o voo uma aeronave pode realizar seis tipos de movimento em relação aos três eixos de referência, ou seja, um avião pode ser modelado como um sistema de seis graus de liberdade. Dos movimentos possíveis de uma aeronave, três são lineares e três são movimentos de rotação. Os movimentos lineares ou de translação são os seguintes: (a) para frente e para trás ao longo do eixo longitudinal, (b) para a esquerda e para a direita ao longo do eixo lateral e (c) para cima e para baixo ao longo do eixo vertical. Os outros três movimentos são rotacionais ao redor dos eixos longitudinal (movimento de rolamento), lateral (movimento de arfagem) e vertical (movimento de guinada).

1.5 - Superfícies de controle

Um avião possui três superfícies de controle fundamentais que são os ailerons responsáveis pelo movimento de rolamento, o profundo responsável pelo movimento de arfagem e o leme de direção responsável pelo movimento de guinada, a Figura 1.14 mostra uma aeronave convencional e suas principais superfícies de controle.

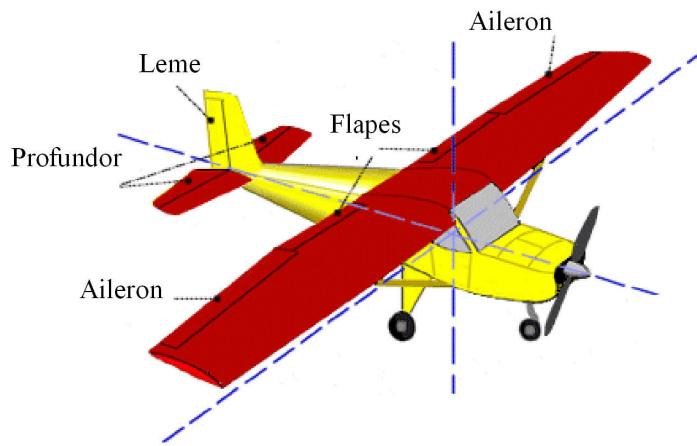
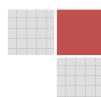


Figura 1.14 – superfícies de controle de uma aeronave.

Ailerons: Os ailerons são estruturas móveis localizadas no bordo de fuga e nas extremidades das asas, quando um comando é aplicado para a direita, por exemplo, o aileron localizado na asa direita é defletido para cima e o aileron da asa esquerda é defletido para baixo fazendo com que a aeronave execute uma manobra de rolamento para a direita. Isto ocorre, pois o aileron que é defletido para baixo provoca um aumento de arqueamento do perfil e consequentemente mais sustentação é gerada, no aileron que é defletido para cima ocorre uma redução do arqueamento do perfil da asa e uma redução da sustentação gerada e dessa forma o desequilíbrio das forças em cada asa faz com que a aeronave execute o movimento de rolamento ao redor do eixo longitudinal. Do mesmo modo, um comando aplicado para a esquerda inverte a deflexão dos ailerons e o rolamento se dá para a esquerda. As Figuras 1.15 e 1.16 mostram os efeitos provocados pela deflexão dos ailerons em uma aeronave.



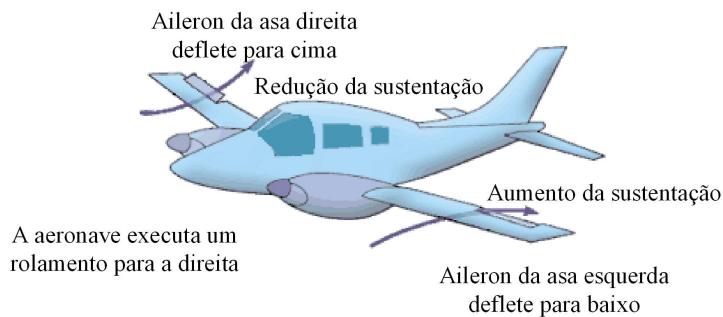


Figura 1.15 – Exemplo de funcionamento dos ailerons.

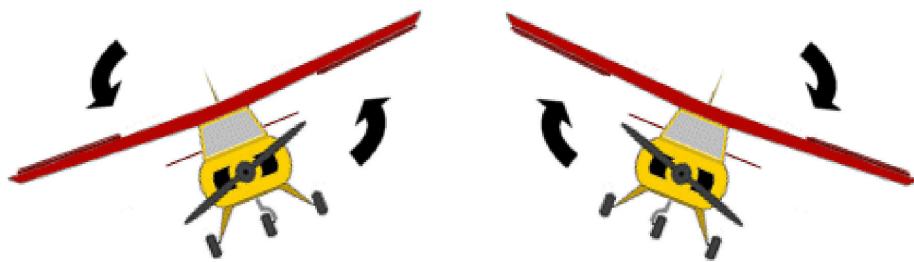


Figura 1.16 – Deflexão dos ailerons.

Profundor: O profundo atua com a finalidade de executar os movimentos de levantar ou baixar o nariz da aeronave (movimento de arfagem em relação ao eixo lateral). Quando um comando é aplicado para levantar o nariz, o bordo de fuga do profundo se deflete para cima e devido ao aumento da força de sustentação para baixo cria-se um momento ao redor do centro de gravidade da aeronave no sentido de levantar o nariz. Quando o comando aplicado é no sentido de baixar o nariz, o bordo de fuga do profundo se deflete para baixo e o momento gerado ao redor do centro de gravidade provoca o movimento de baixar o nariz. As Figuras 1.17 e 1.18 mostram a atuação do profundo e o consequente movimento de arfagem da aeronave.

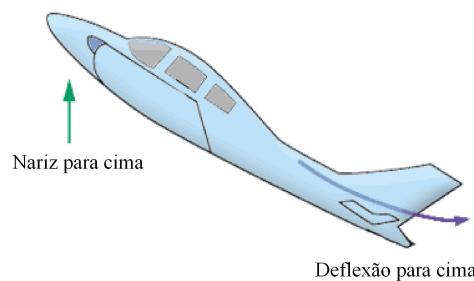
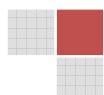


Figura 1.17 – Exemplo de deflexão do profundo.



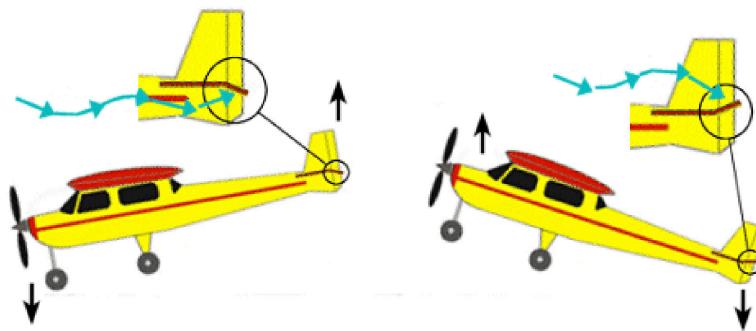


Figura 1.18 – Deflexão do profundo.

Leme de direção: O leme está localizado na superfície vertical da empunagem, mais especificamente acoplado ao estabilizador vertical, sua função principal é permitir através de sua deflexão que a aeronave execute o movimento de guinada ao redor do eixo vertical. Quando um comando é aplicado para a direita, por exemplo, o leme se deflete para a direita e devido ao acréscimo da força de sustentação na superfície vertical da empunagem, o nariz da mesma se desloca no mesmo sentido do comando aplicado, ou seja, para a direita, essa situação está ilustrada na Figura 1.19. No caso de um comando a esquerda, ocorre exatamente o processo inverso e assim o nariz da aeronave se desloca para a esquerda como pode ser observado na Figura 1.20.

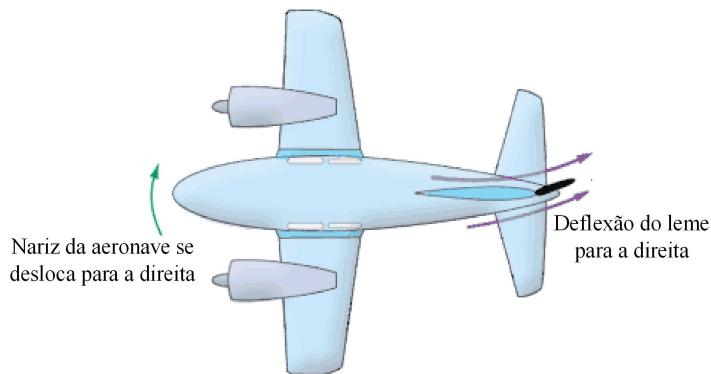


Figura 1.19 – Exemplo de aplicação do leme de direção.

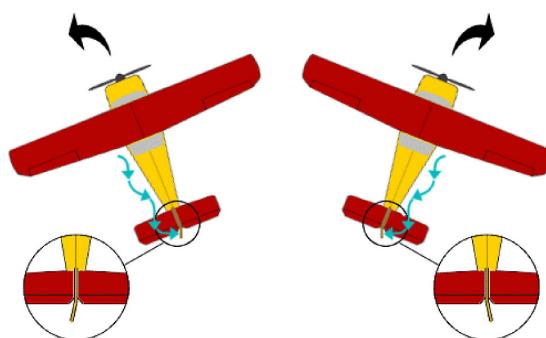
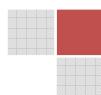


Figura 1.20 – Deflexão do leme de direção.



1.6 – Aplicação dos conceitos fundamentais em uma aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign

Os conceitos apresentados no presente capítulo são perfeitamente aplicáveis quando se deseja elaborar uma nova aeronave com a intenção de participar da competição SAE-AeroDesign, pois a grande maioria das aeronaves que participam do evento possuem uma forma convencional em sua estrutura.

O ponto de partida para a criação de uma nova aeronave é a análise minuciosa do regulamento da competição, avaliando seus pré-requisitos, dimensões mínimas e máximas da aeronave e do compartimento de carga, além das condições requeridas para a decolagem e o pouso. Uma vez conhecido esses requisitos, a equipe pode iniciar o desenvolvimento de suas idéias e realizar um esboço preliminar da aeronave, nesta fase é importante ressaltar que não existe a necessidade da realização de nenhum cálculo mais sofisticado de aerodinâmica, desempenho, estabilidade ou estrutural, pois somente será definida qual a possível configuração que atenderá o regulamento da competição.

É importante ressaltar que no presente capítulo apenas foram apresentados alguns modelos mais comuns utilizados em aeronaves de pequeno porte, porém uma vasta gama de modelos de asas, empenagens e fuselagens são aplicáveis em uma situação de execução de um novo projeto aeronáutico, portanto, a criatividade de cada equipe e a dedicação à pesquisa bibliográfica pode contribuir em muito para o desenvolvimento de novas formas estruturais que futuramente poderão ser aplicáveis na indústria aeronáutica moderna.

Para a determinação da configuração inicial do projeto, a equipe deve definir alguns pontos fundamentais de modo a atender os requisitos do regulamento. Esses pontos estão listados a seguir:

- a) Escolha da configuração da aeronave, convencional ou canard;
- b) Escolha do modelo a ser empregado na construção da fuselagem, neste ponto é importante que a equipe já se preocupe com as dimensões do compartimento de carga;
- c) Determinação da forma geométrica da asa e suas dimensões principais a fim de atender os limites do regulamento da competição;
- d) Selecionar a posição da asa em relação à fuselagem e o número de asas, ou seja, definir se a aeronave será de asa alta, média ou baixa, monoplano, biplano, etc, tradicionalmente aeronaves de asa alta proporcionam uma melhor estabilidade durante o voo além de facilitar o processo de retirada de carga;
- e) Escolher o tipo de trem de pouso a ser utilizado, triciclo ou convencional;
- f) Selecionar o motor, uma vez que o regulamento geralmente permite a escolha entre dois fabricantes diferentes, é importante lembrar que o motor é padrão para todas as equipes e que o mesmo não pode ser modificado com o intuito de se melhorar o seu desempenho;
- g) Indicar se o posicionamento do motor em relação à fuselagem será um uma configuração “Tractor” (motor a frente da aeronave) ou “Pusher” (motor localizado na parte traseira da aeronave);
- h) Selecionar o modelo da empenagem;
- i) Fazer um esboço inicial da aeronave com as principais dimensões indicadas.

Com a configuração básica definida, a equipe já possui uma idéia das necessidades fundamentais para a realização do projeto. Esta primeira fase é definida na indústria aeronáutica como projeto conceitual da aeronave. De modo a ilustrar a aplicação dos conceitos fundamentais em uma aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign as fotografias apresentadas a seguir mostram as aeronaves das equipes Taperá, Taperá Baby e Taperá Girls do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus salto que participaram das competições entre os anos de 2009 e 2013.

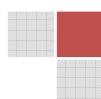




Figura 1.21 – Aeronaves da Equipe Taperá competições de 2009 e 2010.



Figura 1.22 – Aeronaves das Equipes Taperá e Taperá Baby competição de 2011.



Figura 1.23 – Aeronave da Equipe Taperá Baby competição AeroDesign East de 2012.

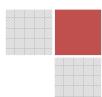
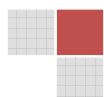




Figura 1.24 – Aeronaves das Equipes Taperá e Taperá Baby competição de 2012.



Figura 1.25 – Aeronaves das Equipes Taperá Girls e Taperá Baby competição de 2013.



CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS DE AERODINÂMICA

2.1 – Definição de aerodinâmica

A aerodinâmica é o estudo do movimento de fluidos gasosos, relativo às suas propriedades e características, e às forças que exercem em corpos sólidos neles imersos. De uma forma geral a aerodinâmica, como ciência específica, só passou a ganhar importância industrial com o surgimento dos aviões e dos automóveis pois estes precisavam se locomover tendo o menor atrito possível com o ar pois assim seriam mais rápidos e gastariam menos combustível. O estudo de perfis aerodinâmicos, ou aerofólios, provocou um grande salto no estudo da aerodinâmica. Neste início o desenvolvimento da aerodinâmica esteve intimamente ligado ao desenvolvimento da hidrodinâmica que apresentava problemas similares, e com algumas facilidades experimentais, uma vez que já havia tanques de água circulante na época embora não houvesse túneis de vento.

O presente capítulo tem a finalidade de mostrar ao leitor uma série de aspectos físicos inerentes a essa ciência que muito se faz presente durante todas as fases de projeto de um novo avião. De uma forma geral, os conceitos apresentados abordarão de forma simples e objetiva ferramentas úteis e muito aplicáveis para o projeto aerodinâmico de uma aeronave, dentre essas ferramentas, o capítulo aborda os fundamentos da geração da força de sustentação, características de um perfil aerodinâmico, características particulares do escoamento sobre asas de dimensões finitas, força de arrasto em aeronaves e a teoria simplificada para o projeto aerodinâmico de bi-planos.

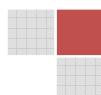
Os conceitos apresentados neste capítulo podem ser completamente aplicáveis para o propósito da competição SAE AeroDesign. Muitos exemplos palpáveis a essa competição são apresentados no decorrer desse capítulo, permitindo que o estudante consiga visualizar o fenômeno a aplicá-lo em um novo projeto destinado a participar do AeroDesign.

O estudo dos fenômenos que envolvem a aerodinâmica é de fundamental importância para o projeto global da aeronave, pois muitos aspectos estudados para se definir a melhor configuração aerodinâmica da aeronave serão amplamente utilizados para uma melhor análise de desempenho e estabilidade da aeronave, bem como para o cálculo estrutural da mesma, uma vez que existem muitas soluções de compromisso entre um bom projeto aerodinâmico e um excelente projeto total da aeronave. A partir desse ponto, o estudante deve estar preparado para se envolver com um grande “quebra cabeças” de otimizações como forma de realizar um estudo completo e correto dos fenômenos que envolvem a aerodinâmica.

2.2 – A física da força de sustentação

A força de sustentação representa a maior qualidade que uma aeronave possui em comparação com os outros tipos de veículos e define a habilidade de um avião se manter em voo. Basicamente, a força de sustentação é utilizada como forma de vencer o peso da aeronave e assim garantir o voo.

Alguns princípios físicos fundamentais podem ser aplicados para se compreender como a força de sustentação é criada, dentre eles, podem-se citar principalmente a terceira lei de Newton e o princípio de Bernoulli.



Quando uma asa se desloca através do ar, o escoamento se divide em uma parcela direcionada para a parte superior e uma para a parte inferior da asa como mostra a Figura 2.1.

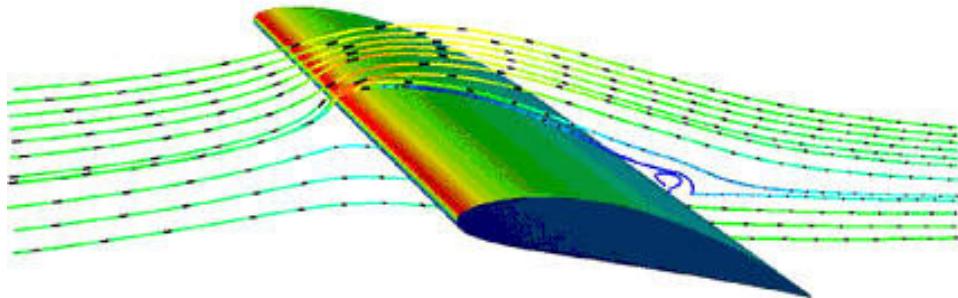


Figura 2.1 – Escoamento sobre uma asa.

Se existir um ângulo positivo entre a asa e a direção do escoamento, o ar é forçado a mudar de direção, assim, a parcela de escoamento na parte inferior da asa é forçada para baixo e em reação a essa mudança de direção do escoamento na parte inferior da asa, a mesma é forçada para cima, ou seja, a asa aplica uma força para baixo no ar e o ar aplica na asa uma força de mesma magnitude no sentido de empurrar a asa para cima. Essa criação da força de sustentação pode ser explicada pela terceira lei de Newton, ou seja, para qualquer força de ação aplicada existe uma reação de mesma intensidade, direção e sentido oposto.

O ângulo pelo qual o escoamento é defletido por uma superfície geradora de sustentação é chamado de ângulo de ataque induzido “downwash angle”.

A criação da força de sustentação também pode ser explicada através da circulação do escoamento ao redor do aerofólio. Para se entender essa definição, deve-se compreender o princípio de Bernoulli, que é definido da seguinte forma: "Se a velocidade de uma partícula de um fluido aumenta enquanto ela escoa ao longo de uma linha de corrente, a pressão dinâmica do fluido deve aumentar e vice-versa".

Esse conhecimento permite entender por que os aviões conseguem voar. Na parte superior da asa a velocidade do ar é maior (as partículas percorrem uma distância maior no mesmo intervalo de tempo quando comparadas à superfície inferior da asa), logo, a pressão estática na superfície superior é menor do que na superfície inferior, o que acaba por criar uma força de sustentação de baixo para cima.

O princípio de Bernoulli pode ser matematicamente expresso pela Equação (2.1) apresentada a seguir.

$$p_e + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte \quad (2.1)$$

onde, p_e representa a pressão estática que o ar exerce sobre a superfície da asa, ρ é a densidade do ar e v a velocidade do escoamento.

Tecnicamente, o princípio de Bernoulli prediz que a energia total de uma partícula deve ser constante em todos os pontos de um escoamento. Na Equação (2.1) o termo $\frac{1}{2} \rho v^2$ representa a pressão dinâmica associada com o movimento do ar. O termo pressão dinâmica significa a pressão que será exercida por uma massa de ar em movimento que seja repentinamente forçada a parar.

A forma mais apropriada de se visualizar os efeitos do escoamento e a pressão aerodinâmica resultante é o estudo do escoamento em um tubo fechado denominado tubo de Venturi como mostra a Figura 2.2.

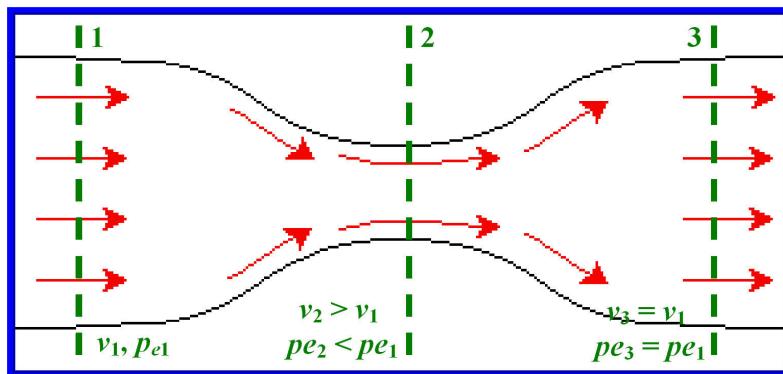


Figura 2.2 – Estudo do escoamento em um tubo fechado.

A Figura 2.2 permite observar que na estação 1, o escoamento possui uma velocidade v_1 e uma certa pressão estática p_{e1} . Quando o ar se aproxima da garganta do tubo de Venturi representado pela estação 2 algumas mudanças ocorrerão no escoamento, ou seja, uma vez que o fluxo de massa em qualquer posição ao longo do tubo deve permanecer constante, a redução de área na seção transversal implica em um aumento na velocidade do fluido e consequentemente um aumento da pressão dinâmica e uma redução da pressão estática, portanto, na estação 2, o escoamento possui uma velocidade $v_2 > v_1$ e uma pressão estática $p_{e2} < p_{e1}$. Para a estação 3 o escoamento novamente volta a possuir uma velocidade $v_3 = v_1$ e uma pressão estática $p_{e3} = p_{e1}$.

O que se pode perceber da análise realizada é que a pressão estática tende a se reduzir conforme a velocidade do escoamento aumenta, e assim, em um perfil aerodinâmico, a aplicação do princípio de Bernoulli permite observar que ocorre um aumento da velocidade das partículas de ar do escoamento que passam sobre o perfil, provocando desse modo uma redução da pressão estática e um aumento na pressão dinâmica. Para o caso de um perfil inclinado de um ângulo positivo em relação à direção do escoamento, as partículas de ar terão uma maior velocidade na superfície superior do perfil quando comparadas a superfície inferior, desse modo, a diferença de pressão estática existente entre a superfície superior e inferior será a responsável pela criação da força de sustentação. Essa situação está apresentada na Figura 2.3.

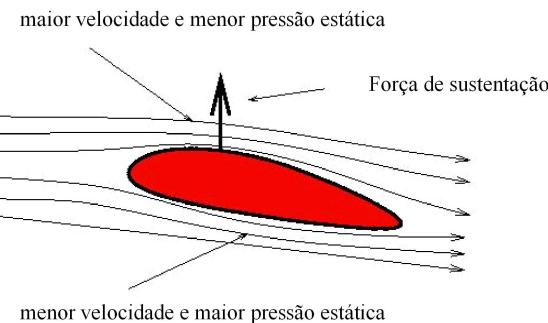
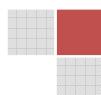


Figura 2.3 – Variação de velocidade sobre as superfícies superior e inferior de um perfil.



A diferença de pressão criada entre a superfície superior e inferior de uma asa geralmente é muito pequena, porém essa pequena diferença pode propiciar a força de sustentação necessária ao voo da aeronave.

2.3 – Número de Reynolds

O número de Reynolds (abreviado como Re) é um número adimensional usado em mecânica dos fluídos para o cálculo do regime de escoamento de determinado fluido sobre uma superfície. É utilizado, por exemplo, em projetos de tubulações industriais e asas de aviões. O seu nome vem de Osborne Reynolds, um físico e engenheiro irlandês. O seu significado físico é um quociente entre as forças de inércia (ρv) e as forças de viscosidade ($\mu \bar{c}$). Para aplicações em perfis aerodinâmicos, o número de Reynolds pode ser expresso em função da corda média aerodinâmica do perfil da seguinte forma.

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot \bar{c}}{\mu} \quad (2.2)$$

onde: v representa a velocidade do escoamento, ρ é a densidade do ar, μ a viscosidade dinâmica do ar e \bar{c} a corda média aerodinâmica do perfil.

A importância fundamental do número de Reynolds é a possibilidade de se avaliar a estabilidade do fluxo podendo obter uma indicação se o escoamento flui de forma laminar ou turbulenta. O número de Reynolds constitui a base do comportamento de sistemas reais, pelo uso de modelos reduzidos. Um exemplo comum é o túnel aerodinâmico onde se medem forças desta natureza em modelos de asas de aviões. Pode-se dizer que dois sistemas são dinamicamente semelhantes se o número de Reynolds, for o mesmo para ambos.

Geralmente elevados números de Reynolds são obtidos para elevados valores de corda média aerodinâmica, alta velocidade e baixas altitudes, ao passo que menores números de Reynolds são obtidos para menores cordas, baixas velocidades e elevadas altitudes.

Em aeronaves de escala reduzida que participam da competição SAE AeroDesign, normalmente a faixa de número de Reynolds está compreendida entre 3×10^5 e 5×10^5 . A determinação do número de Reynolds representa um fator muito importante para a escolha e análise adequada das características aerodinâmicas de um perfil aerodinâmico, pois a eficiência de um perfil em gerar sustentação e arrasto está intimamente relacionada ao número de Reynolds obtido. Geralmente no estudo do escoamento sobre asas de aviões o fluxo se torna turbulento para números de Reynolds da ordem de 1×10^7 , sendo que abaixo desse valor geralmente o fluxo é laminar.

Exemplo 2.1 – Determinação do número de Reynolds.

Determine o número de Reynolds para uma aeronave destinada a participar da competição SAE AeroDesign sabendo-se que a velocidade de deslocamento é $v = 16$ m/s para um voo realizado em condições de atmosfera padrão ao nível do mar ($\rho = 1,225$ kg/m³). Considere $\bar{c} = 0,35$ m e $\mu = 1,7894 \times 10^{-5}$ kg/ms.

Solução:

A partir da aplicação da Equação (2.2), tem-se que:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot \bar{c}}{\mu}$$



$$R_e = \frac{1,225 \cdot 16 \cdot 0,35}{1,7894 \cdot 10^{-5}}$$

$$R_e = 3,833 \cdot 10^5$$

2.4 – Teoria do perfil aerodinâmico

Um perfil aerodinâmico é uma superfície projetada com a finalidade de se obter uma reação aerodinâmica a partir do escoamento do fluido ao seu redor. Os termos aerofólio ou perfil aerodinâmico são empregados como nomenclatura dessa superfície. A Figura 2.4 mostra um perfil aerodinâmico típico e suas principais características geométricas.

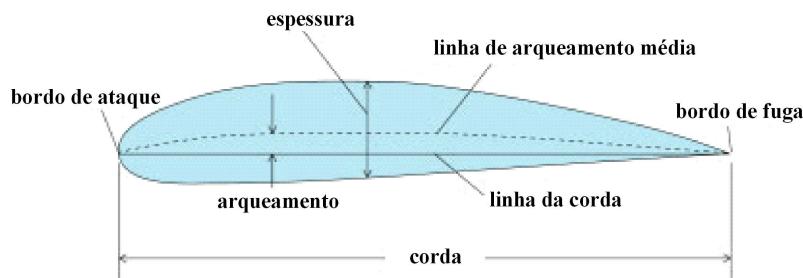


Figura 2.4 – Características geométricas de um perfil aerodinâmico.

A linha de arqueamento média representa a linha que define o ponto médio entre todos os pontos que formam as superfícies superior e inferior do perfil.

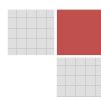
A linha da corda representa a linha reta que une os pontos inicial e final da linha de arqueamento média.

A espessura representa a altura do perfil medida perpendicularmente à linha da corda.

A razão entre a máxima espessura do perfil e o comprimento da corda é chamada de razão de espessura do perfil.

O arqueamento representa a máxima distância que existe entre a linha de arqueamento média e a linha da corda do perfil.

Ângulo de ataque: O ângulo de ataque α é o termo utilizado pela aerodinâmica para definir o ângulo formado entre a linha de corda do perfil e a direção do vento relativo. Representa um parâmetro que influí decisivamente na capacidade de geração de sustentação do perfil. Normalmente, o aumento do ângulo de ataque proporciona um aumento da força de sustentação até um certo ponto no qual esta diminui bruscamente. Este ponto é conhecido como estol e será explicado com mais detalhes em uma discussão futura no presente capítulo. O aumento do ângulo de ataque também proporciona o acréscimo da força de arrasto gerada. A dependência da sustentação e do arrasto com o ângulo de ataque podem ser medidas através de coeficientes adimensionais denominados coeficiente de sustentação e coeficiente de arrasto. Normalmente o ângulo de ataque crítico é em torno de 15° para a maioria dos perfis aerodinâmicos, porém com a utilização de uma série de dispositivos hypersustentadores adicionais, consegue-se aumentar esse valor para ângulos que podem variar de 20° até 45° . A Figura 2.5 apresentada a seguir mostra um perfil aerodinâmico e seu respectivo ângulo de ataque.



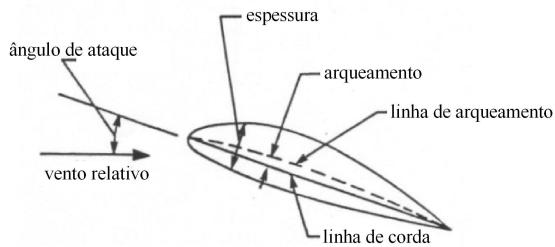


Figura 2.5 – Definição do ângulo de ataque do perfil.

Ângulo de incidência: representa uma outra nomenclatura comum na definição aeronáutica. O ângulo de incidência θ pode ser definido como o ângulo formado entre a corda do perfil e um eixo horizontal de referência como mostra a Figura 2.6. Geralmente as asas são montadas na fuselagem de modo a formarem um pequeno ângulo de incidência positivo.

Ângulos de incidência da ordem de 5° são muito comuns na maioria das aeronaves, porém, é importante citar que o ângulo de incidência ideal é aquele que proporciona a maior eficiência aerodinâmica para a asa e será discutido posteriormente no presente capítulo.

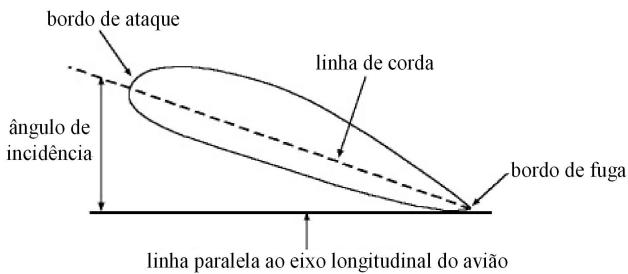


Figura 2.6 – Representação do ângulo de incidência.

Como forma de se evitar a confusão de nomenclatura entre o ângulo de ataque e o ângulo de incidência, a Figura 2.7 mostra a definição de ângulo de ataque e ângulo de incidência de uma aeronave em diversas condições distintas de voo. As condições ilustram um voo de subida, um voo nivelado e um voo de descida da aeronave

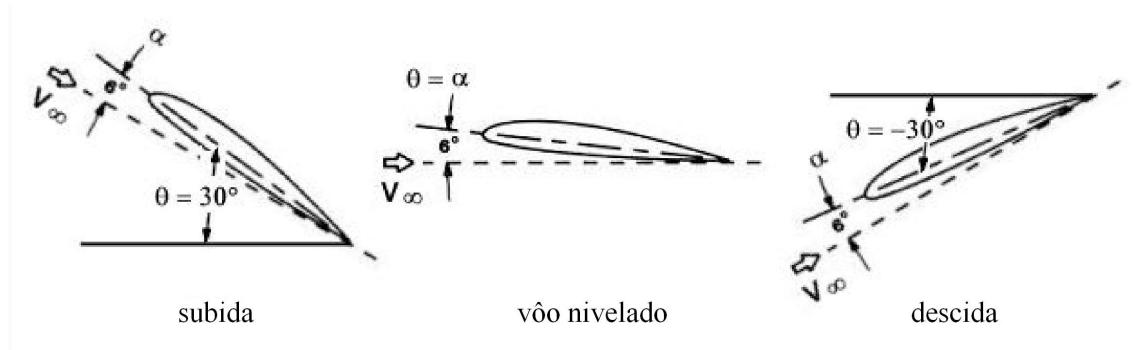
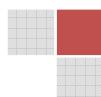


Figura 2.7 – Ângulo de ataque e ângulo de incidência para diversas condições de voo.

2.4.1 – Seleção e desempenho de um perfil aerodinâmico

A seleção do melhor perfil a ser utilizado para a fabricação das superfícies sustentadoras de uma aeronave é influenciada por uma série de fatores que envolvem



diretamente os requisitos necessários para um bom desempenho da nova aeronave. Algumas características importantes que devem ser consideradas para a seleção de um novo perfil são:

- a) influência do número de Reynolds;
- b) características aerodinâmicas do perfil;
- c) dimensões do perfil;
- d) escoamento sobre o perfil;
- e) velocidades de operação desejada para a aeronave;
- f) eficiência aerodinâmica do perfil;
- g) limitações operacionais da aeronave.

Todo perfil possui características aerodinâmicas próprias, que dependem exclusivamente da forma geométrica do perfil, de suas dimensões, do arqueamento, bem como da sua espessura e do raio do bordo de ataque. As principais características aerodinâmicas de um perfil são o coeficiente de sustentação, o coeficiente de arrasto, o coeficiente de momento, a posição do centro aerodinâmico e a sua eficiência aerodinâmica.

Coeficiente de sustentação de um perfil aerodinâmico: o coeficiente de sustentação é usualmente determinado a partir de ensaios em túnel de vento ou em softwares específicos que simulam um túnel de vento. O coeficiente de sustentação representa a eficiência do perfil em gerar a força de sustentação. Perfis com altos valores de coeficiente de sustentação são considerados como eficientes para a geração de sustentação. O coeficiente de sustentação é função do modelo do perfil, do número de Reynolds e do ângulo de ataque.

Coeficiente de arrasto de um perfil aerodinâmico: tal como o coeficiente de sustentação, o coeficiente de arrasto representa a medida da eficiência do perfil em gerar a força de arrasto. Enquanto maiores coeficientes de sustentação são requeridos para um perfil ser considerado eficiente para produção de sustentação, menores coeficientes de arrasto devem ser obtidos, pois um perfil como um todo somente será considerado aerodinamicamente eficiente quando produzir grandes coeficientes de sustentação aliados a pequenos coeficientes de arrasto. Para um perfil, o coeficiente de arrasto também é função do número de Reynolds e do ângulo de ataque. As Figuras 2.8 e 2.9 mostram as curvas características do coeficiente de sustentação, do coeficiente de arrasto, do coeficiente de momento e da eficiência aerodinâmica em função do ângulo de ataque para o perfil Eppler 423 operando em uma condição de número de Reynolds igual a 380000.

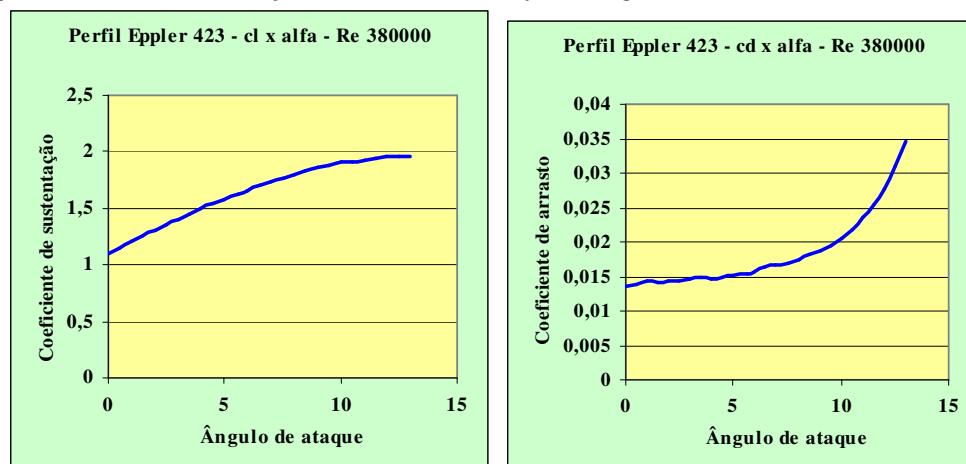
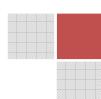


Figura 2.8 – Curvas características do coeficiente de sustentação e do coeficiente de arrasto em função do ângulo de ataque para um perfil aerodinâmico.



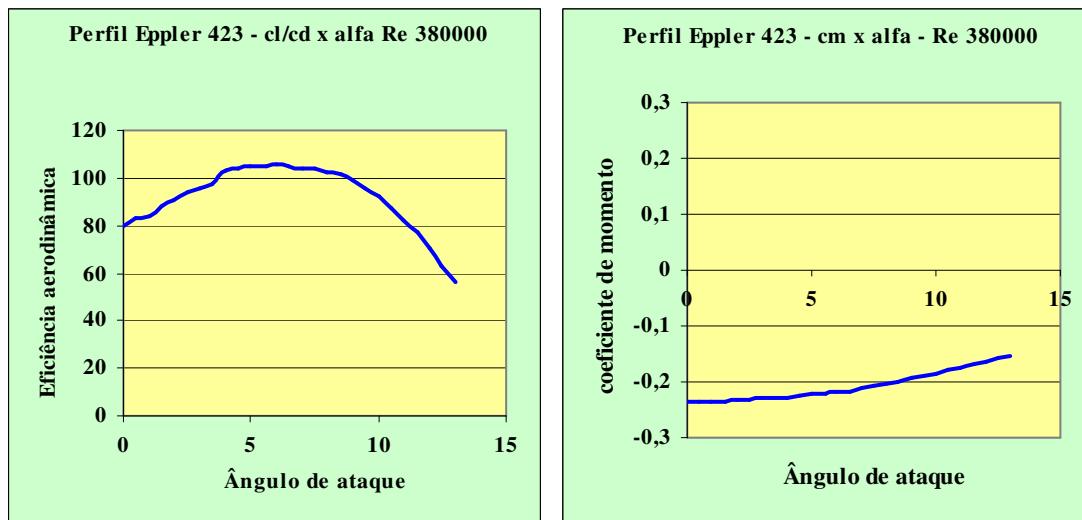


Figura 2.9 – Curvas características da eficiência aerodinâmica e do coeficiente de momento em função do ângulo de ataque para um perfil aerodinâmico.

Os dados característicos do perfil Eppler 423 apresentados nas Figuras 2.8 e 2.9 foram obtidos a partir da simulação numérica realizada no software Profili 2 que possui seu algoritmo de solução fundamentado em parâmetros do programa X-Foil. Essas curvas possuem uma forma genérica para qualquer tipo de perfil analisado, obviamente que seus parâmetros podem variar de acordo com a forma do perfil e o número de Reynolds utilizado.

A análise da curva c_l versus α permite observar que a variação do coeficiente de sustentação em relação à α é praticamente linear em uma determinada região. A inclinação dessa região linear da curva é chamada de coeficiente angular e denotada na aerodinâmica do perfil por a_0 , sendo matematicamente expressa pela Equação (2.3).

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} \quad (2.3)$$

Um exemplo de como se determinar o valor de a_0 está apresentado na Figura 2.10.

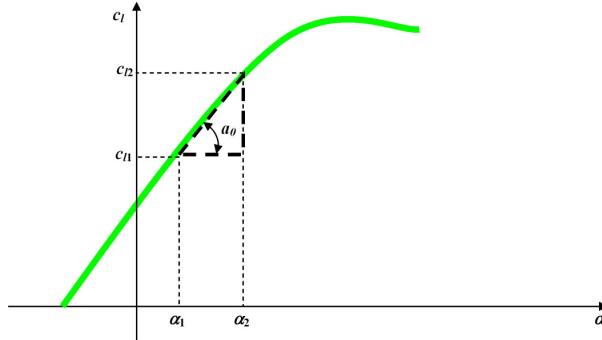
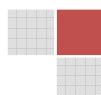


Figura 2.10 – Determinação do coeficiente angular da curva c_l versus α para um perfil.



Nota-se que o coeficiente angular é calculado a partir da equação de uma reta, e portanto, escolhem-se dois pontos arbitrários dessa reta obtendo-se os valores de α_1 e α_2 com seus respectivos coeficientes de sustentação, e, dessa forma a Equação (2.3) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{c_{l2} - c_{l1}}{\alpha_2 - \alpha_1} \quad (2.3a)$$

Para a curva característica do perfil Eppler 423, pode-se notar que existe um valor finito de c_l quando o ângulo de ataque é $\alpha = 0^\circ$, e assim, percebe-se que para se obter um coeficiente de sustentação nulo para esse perfil é necessário se inclinar o perfil para algum ângulo de ataque negativo. Este ângulo de ataque é conhecido por $\alpha_{cl} = 0$. Uma característica importante de ser observada na teoria dos perfis é que para todo perfil com arqueamento positivo, o ângulo de ataque para sustentação nula é obtido com um ângulo negativo, ou seja, $\alpha_{cl} < 0^\circ$. Para o caso de perfis simétricos, o ângulo de ataque para sustentação nula é igual a zero, $\alpha_{cl} = 0 = 0^\circ$, e para perfis com arqueamento negativo $\alpha_{cl} > 0^\circ$, sendo este último caso utilizado em pouquíssimas aplicações aeronáuticas, uma vez que perfis com arqueamento negativo geralmente possuem pouca capacidade de gerar sustentação.

Na outra extremidade da curva c_l versus α , ou seja, em uma condição de elevados ângulos de ataque, a variação do coeficiente de sustentação torna-se não linear atingindo um valor máximo denominado $c_{lmáx}$ e, então, repentinamente decai rapidamente conforme o ângulo de ataque aumenta. A razão dessa redução a partir do valor de $c_{lmáx}$ é devida à separação do escoamento que ocorre na superfície superior do perfil (extradorso). Nesta condição, diz-se que o perfil está estolado. As características aerodinâmicas envolvendo o estol e seus efeitos no desempenho da aeronave serão discutidas a parte em uma seção futura do presente capítulo.

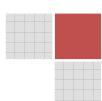
Com relação à variação do coeficiente de arrasto, pode-se notar que o valor mínimo não ocorre necessariamente para um ângulo de ataque igual a zero, mas sim em um ângulo de ataque finito, porém pequeno. A curva característica do coeficiente de arrasto possui um platô mínimo que geralmente varia em uma faixa de ângulo de ataque compreendida entre -2° e $+2^\circ$. Neste intervalo, o arrasto gerado é oriundo principalmente de um arrasto de atrito viscoso entre o ar e a superfície do perfil e o arrasto de pressão em menor escala. Já para elevados valores de ângulo de ataque, o coeficiente de arrasto do perfil aumenta rapidamente devido ao desprendimento do escoamento no extradorso do perfil, criando dessa forma uma grande parcela de arrasto de pressão.

A variação do coeficiente de momento também pode ser observada na Figura 2.9 e pode-se notar que seu valor é praticamente constante para uma determinada faixa de ângulos de ataque, ou seja, o gráfico mostra a variação do coeficiente de momento ao redor do centro aerodinâmico do perfil, ponto que será comentado posteriormente no presente capítulo.

O coeficiente angular da curva c_m versus α também pode ser calculado de forma similar ao modelo utilizado para a curva c_l versus α , sendo matematicamente representado pelas Equações (2.4) e (2.4a).

$$m_0 = \frac{dc_m}{d\alpha} \quad (2.4)$$

$$m_0 = \frac{c_{m2} - c_{m1}}{\alpha_2 - \alpha_1} \quad (2.4a)$$

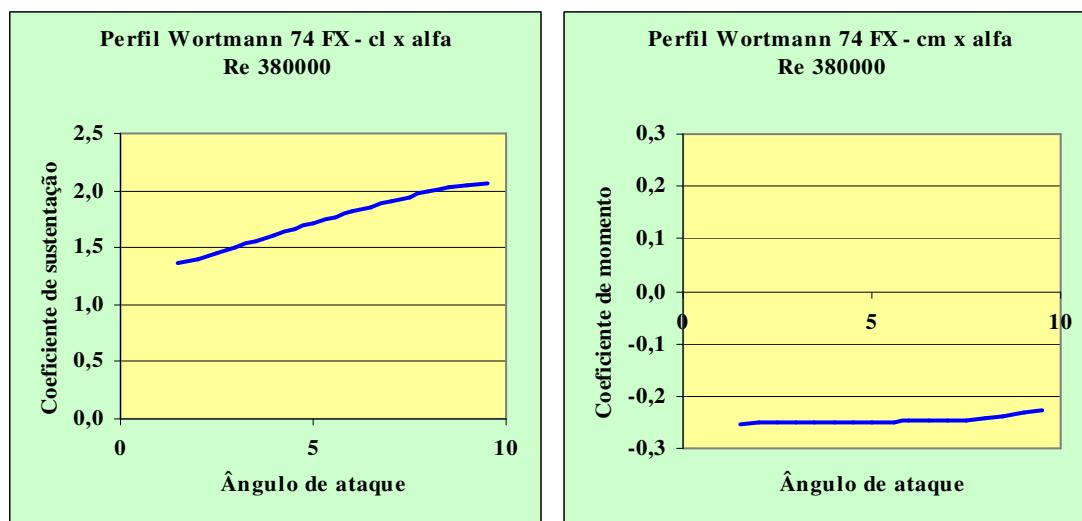


Tanto o coeficiente angular da curva c_l versus α , como o da curva c_m versus α representam parâmetros de grande importância para a determinação do centro aerodinâmico do perfil, como será comentado posteriormente.

A curva da eficiência aerodinâmica do perfil também representa outro ponto de grande importância para o desempenho da aeronave. Nesta curva estão representadas todas as relações c_l/c_d do perfil em função do ângulo de ataque, onde pode-se observar que esta relação atinge um valor máximo em algum valor de $\alpha > 0^\circ$, e este ângulo representa o ângulo de ataque no qual se obtém a maior eficiência aerodinâmica do perfil, ou seja, nesta condição, o perfil é capaz de gerar a maior sustentação com a menor penalização de arrasto possível.

Exemplo 2.2 – Determinação do coeficiente angular das curvas c_l versus α e c_m versus α de um perfil aerodinâmico.

A figura representada a seguir mostra as curvas características c_l versus α e c_m versus α para o perfil Wortmann FX 74-CL5-140 operando em um número de Reynolds igual a 380000. Determine os coeficientes angulares a_0 e m_0 dessas duas curvas.



Solução:

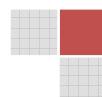
A determinação do coeficiente a_0 pode ser realizada a partir da aplicação da Equação (2.3a) com os valores obtidos na curva c_l versus α do perfil.

Para $\alpha = 5^\circ = 8,72 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{l2} = 1,7$ e para $\alpha = 2^\circ = 3,48 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{l1} = 1,4$, portanto:

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{c_{l2} - c_{l1}}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{1,7 - 1,4}{8,72 \cdot 10^{-2} - 3,48 \cdot 10^{-2}}$$

$$a_0 = 5,725 \text{ /rad}$$



A determinação do coeficiente m_0 pode ser realizada a partir da aplicação da Equação (2.4a) com os valores obtidos na curva c_m versus α do perfil.

Para $\alpha = 5^\circ = 8,72 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{m2} = -0,25$ e para $\alpha = 2^\circ = 3,48 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{m1} = -0,26$, portanto:

$$m_0 = \frac{c_{m2} - c_{m1}}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

$$m_0 = \frac{(-0,25) - (-0,26)}{8,72 \cdot 10^{-2} - 3,48 \cdot 10^{-2}}$$

$$m_0 = 0,190 \text{ /rad}$$

2.4.2 – Forças aerodinâmicas e momentos em perfis

Como forma de se avaliar quantitativamente as forças aerodinâmicas e os momentos atuantes em um perfil, a presente seção mostra o equacionamento matemático necessário para se determinar a capacidade do perfil em gerar essas forças e momentos. A Figura 2.11 apresenta um perfil orientado em um certo ângulo de ataque e mostra as forças e momentos gerados sobre ele.

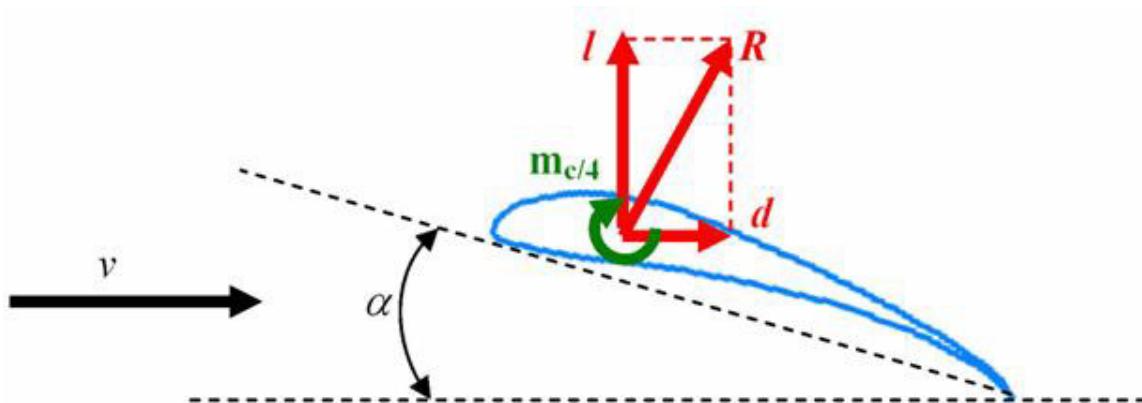


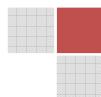
Figura 2.11 – Forças aerodinâmicas e momento ao redor do centro aerodinâmico.

A velocidade do escoamento não perturbado é definida por v e está alinhada com a direção do vento relativo. A força resultante R é inclinada para trás em relação ao eixo vertical e normalmente essa força não é perpendicular à linha da corda.

Por definição, assume-se que a componente de R perpendicular à direção do vento relativo é denominada força de sustentação, e a componente de R paralela à direção do vento relativo denominada força de arrasto. Também devido a diferença de pressão existente entre o intradorso e o extradorso do perfil, além das tensões de cisalhamento atuantes por toda a superfície do mesmo, existe a presença de um momento que tende a rotacionar o perfil.

Geralmente os cálculos são realizados considerando-se que este momento atua em um ponto localizado a 1/4 da corda, medido a partir do bordo de ataque. Este ponto é denominado na aerodinâmica como centro aerodinâmico do perfil e será definido em detalhes na próxima seção do presente capítulo.

Por convenção (regra da mão direita), um momento que tende a rotacionar o corpo no sentido horário é considerado como positivo. Normalmente os perfis utilizados para a



construção de asas na indústria aeronáutica possuem um arqueamento positivo, o que acarreta em uma tendência de rotação no sentido anti-horário a consequentemente em coeficientes de momento negativos, como pode ser observado na curva característica c_m em função de α mostrada para o perfil Eppler 423 na Figura 2.9.

A partir das considerações realizadas, percebe-se que existem três características aerodinâmicas muito importantes para a seleção adequada de um perfil. Essas características são:

- Determinação da capacidade de geração de sustentação do perfil através do cálculo da força de sustentação;
- Determinação da correspondente força de arrasto;
- Determinação do momento resultante ao redor do centro aerodinâmico que influenciará decisivamente nos critérios de estabilidade longitudinal da aeronave.

A força de sustentação por unidade de envergadura gerada pela seção de um aeroporto pode ser calculada a partir da aplicação da Equação (2.6).

$$l = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c \cdot cl \quad (2.6)$$

onde nesta equação, ρ representa a densidade do ar, v é a velocidade do escoamento, c é a corda do perfil e cl representa o coeficiente de sustentação da seção obtido a partir da leitura da curva característica c_l versus α .

De forma similar, a força de arrasto é obtida com a aplicação da Equação (2.7).

$$d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c \cdot c_d \quad (2.7)$$

com o valor do coeficiente de arrasto obtido diretamente da leitura da curva característica c_d versus α do perfil.

O momento ao redor do centro aerodinâmico do perfil é determinado a partir da solução da Equação (2.8).

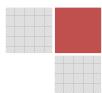
$$m_{c/4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c^2 \cdot c_m \quad (2.8)$$

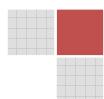
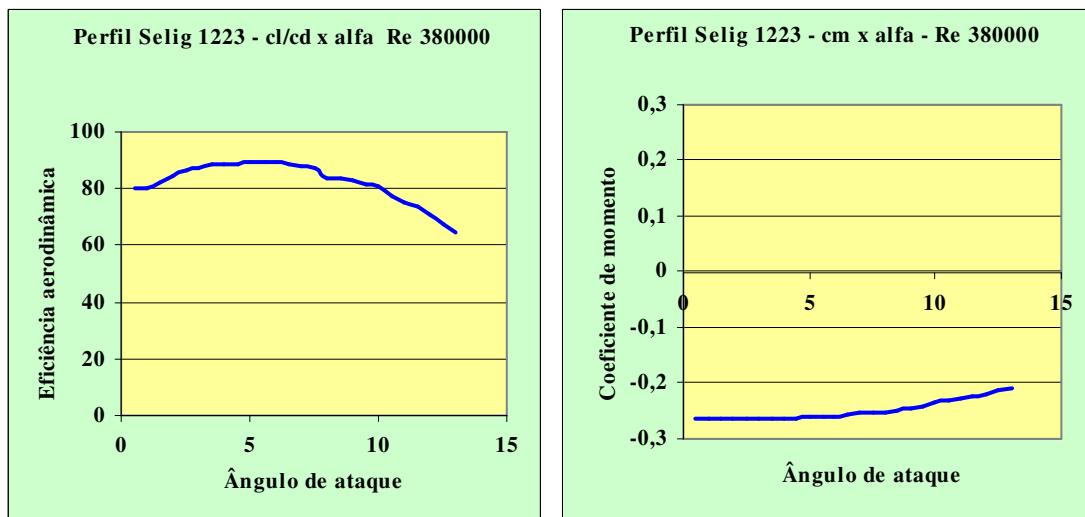
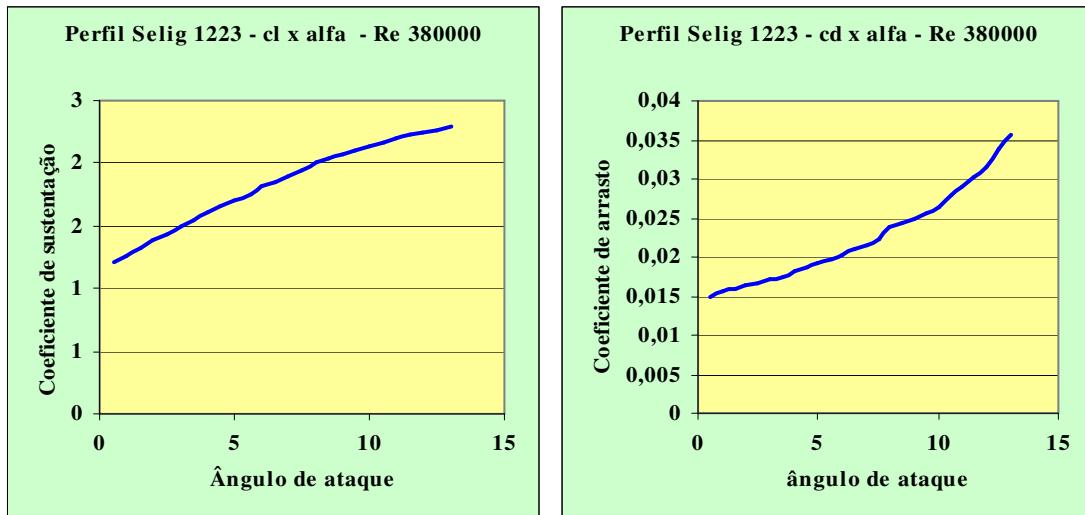
com o valor do coeficiente de momento também obtido diretamente da leitura da curva característica c_m versus α do perfil.

A seguir é apresentado um modelo de cálculo que pode ser utilizado para estimar as características aerodinâmicas de um perfil usual para aeronaves que participam da competição AeroDesign.

Exemplo 2.3 – Determinação das forças aerodinâmicas e momento em um perfil.

Considere um perfil Selig 1223, cujas curvas características estão apresentadas na figura a seguir. Sabendo-se que este perfil possui corda igual a 0,35m e que o mesmo está submetido a um escoamento com velocidade igual a 16m/s, determine para uma condição de voo ao nível do mar ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$) as forças de sustentação e arrasto bem como o momento resultante ao redor do centro aerodinâmico para um ângulo de ataque de 10° .





Solução:

Para um ângulo de ataque de 10° , verifica-se que:

$$c_l = 2,1$$

$$c_d = 0,025$$

$$c_m = -0,24$$

A partir da Equação (2.6), tem-se que:

$$l = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 16^2 \cdot 0,35 \cdot 2,1$$

$$l = 115,25 \text{ N/unidade de envergadura}$$

A partir da Equação (2.7), tem-se que:

$$d = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 16^2 \cdot 0,35 \cdot 0,025$$

$$d = 1,37 \text{ N/unidade de envergadura}$$

A partir da Equação (2.8), tem-se que:

$$m_{c/4} = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 16^2 \cdot 0,35^2 \cdot (-0,24)$$

$$m_{c/4} = -4,6 \text{ Nm/unidade de envergadura}$$

O momento negativo encontrado representa uma condição de tendência de rotação no sentido anti-horário.

A discussão apresentada mostra como um perfil aerodinâmico com deslocamento em relação ao ar é capaz de gerar forças e momentos necessários ao voo da aeronave, porém, as características do perfil diferem consideravelmente das características de uma asa ou de um avião como um todo, uma vez que na análise matemática dos perfis apenas são considerados os efeitos de um escoamento em duas dimensões (2D), ao passo que para uma asa ou uma aeronave completa, devem ser considerados os efeitos tridimensionais do escoamento (3D), que serão discutidos posteriormente no presente capítulo.

2.4.3 – Centro de pressão e centro aerodinâmico do perfil

Centro de Pressão: a determinação da distribuição de pressão sobre a superfície de um perfil é geralmente obtida a partir de ensaios em túnel de vento ou com a solução analítica de modelos matemáticos fundamentados na geometria do perfil em estudo. Os ensaios realizados em túnel de vento permitem determinar a distribuição de pressão no intradorso e no extradorso dos perfis em diferentes ângulos de ataque, e é justamente a diferença de pressão existente que é responsável pela geração da força de sustentação. A Figura 2.12 mostra a distribuição de pressão ao longo de uma superfície sustentadora em três ângulos de ataque diferentes.



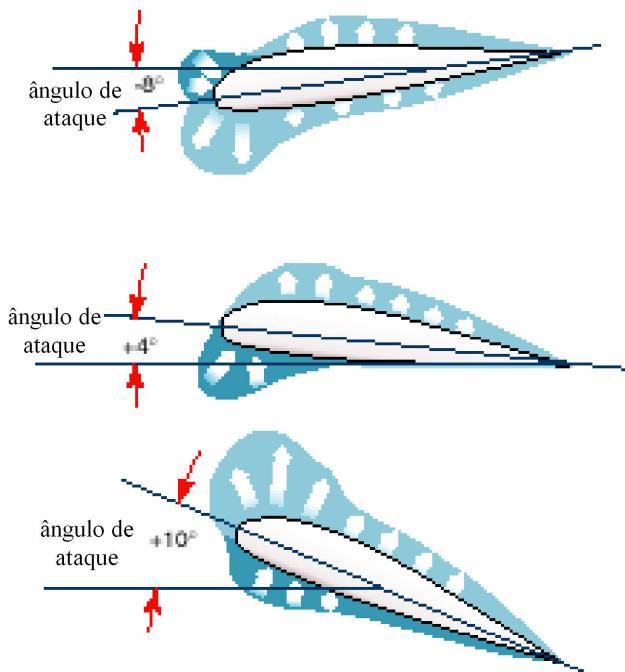


Figura 2.12 – Distribuição de pressão em um perfil aerodinâmico.

A força resultante é obtida a partir de um processo de integração da carga distribuída (pressão atuante) entre o bordo de ataque e o bordo de fuga do perfil para cada ângulo de ataque estudado. Essa força é denominada resultante aerodinâmica e o seu ponto de aplicação é chamado de centro de pressão (CP) como mostra a Figura 2.13.

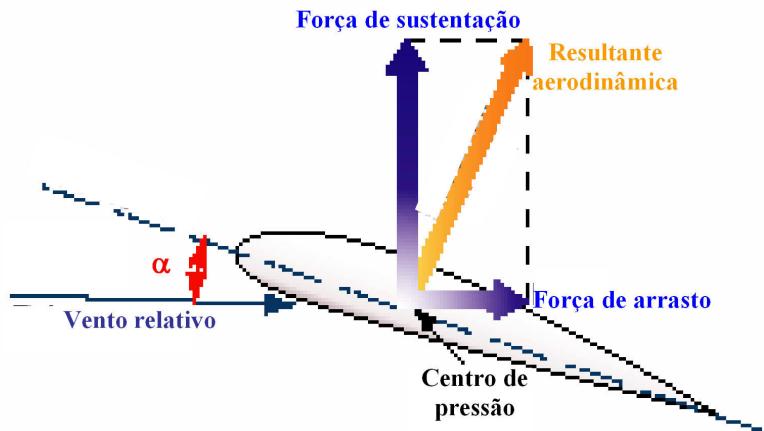
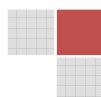


Figura 2.13 – Resultante aerodinâmica e centro de pressão do perfil.

Geralmente, para elevados ângulos de ataque, o centro de pressão se desloca para frente, enquanto que para pequenos ângulos de ataque o centro de pressão se desloca para trás.

O passeio do centro de pressão é de extrema importância para o projeto de uma nova asa, uma vez que sua variação com o ângulo de ataque, proporciona drásticas variações no carregamento total que atua sobre a asa, acarretando em um cuidado especial quanto ao cálculo estrutural da mesma.



O balanceamento e a controlabilidade da aeronave são governados pela mudança da posição do centro de pressão, sendo esta posição determinada a partir de cálculos e validada com ensaios em túnel de vento.

Em qualquer ângulo de ataque, o centro de pressão é definido como o ponto no qual a resultante aerodinâmica intercepta a linha de corda. Geralmente a posição do centro de pressão é expressa em termos de porcentagem da corda. Para um projetista, seria muito importante que a posição do centro de pressão coincidisse com a posição do centro de gravidade da aeronave, pois dessa forma o avião estaria em perfeito balanceamento, porém existe uma dificuldade muito grande para que isto ocorra, pois como visto, a posição do (CP) varia com a mudança do ângulo de ataque como pode-se observar na Figura 2.14.

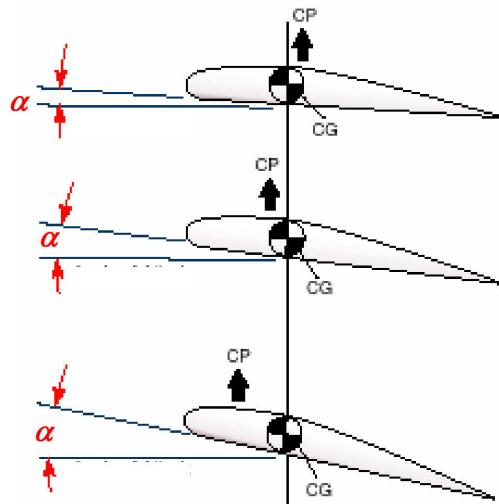
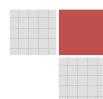


Figura 2.14 Variação da posição do centro de pressão com a mudança do ângulo de ataque.

Como citado, para um avião em diferentes atitudes de voo, quando o ângulo de ataque é aumentado, o centro de pressão move-se para frente; e quando é diminuído, o (CP) move-se para trás. Como a posição do centro de gravidade é fixa em um determinado ponto, fica evidente que um aumento do ângulo de ataque leva o centro de pressão para uma posição à frente do centro de gravidade, fazendo dessa forma que um momento desestabilizante seja gerado ao redor do centro de gravidade afastando a aeronave de sua posição de equilíbrio, do mesmo modo, uma redução do ângulo de ataque faz com que o centro de pressão se desloque para trás do centro de gravidade e novamente um momento desestabilizante é gerado ao redor do centro de gravidade afastando a aeronave de sua posição de equilíbrio. O passeio do centro de pressão pode ser observado na Figura 2.14. Nota-se então que uma asa por si só, é uma superfície instável e que não proporciona uma condição balanceada de voo. Portanto, como forma de se garantir a estabilidade longitudinal de uma aeronave, o profundo é um elemento indispensável, pois é justamente essa superfície sustentadora que produzirá um momento efetivo ao redor do centro de gravidade de forma a restaurar a condição de equilíbrio de uma aeronave após qualquer alteração ocorrida na atitude de voo. O balanceamento de uma aeronave em voo depende, consequentemente, da posição relativa do centro de gravidade (CG) e da localização do centro da pressão (CP), experiências mostram que um avião com o centro de gravidade localizado entre 20% e 35% da corda da asa possui um balanceamento satisfatório e pode voar com boas condições de estabilidade.

Centro aerodinâmico: Uma forma mais confortável e muito utilizada atualmente para se determinar a localização do centro de gravidade de uma aeronave é o conceito do centro



aerodinâmico do perfil que pode ser definido como o ponto no qual o momento atuante independe do ângulo de ataque e portanto é praticamente constante. A curva característica c_m versus α de um perfil representa o coeficiente de momento ao redor do centro aerodinâmico. As perguntas principais são feitas em relação ao centro aerodinâmico de um perfil são: Este ponto pode existir? Se existe, como ele é encontrado?

Para se encontrar as respostas a essas perguntas, considere o desenho do perfil mostrado na Figura 2.15 apresentada a seguir.

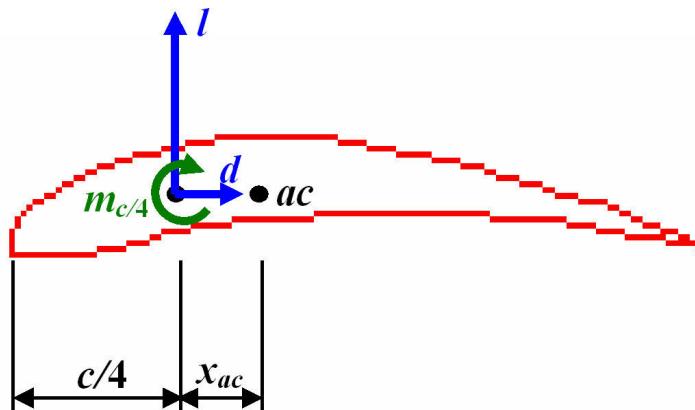


Figura 2.15 – Localização do centro aerodinâmico do perfil.

A primeira pergunta a ser respondida é se o centro aerodinâmico existe. Para tal resposta, considere sua existência e a sua localização a partir da posição $c/4$ como pode ser observado na Figura 2.15. Uma vez definida sua existência, pode-se verificar que as forças aerodinâmicas tendem a gerar um momento ao redor do centro aerodinâmico. Como a força de arrasto está alinhada com o eixo longitudinal do centro aerodinâmico, o efeito do momento provocado por ela pode ser desprezado durante o cálculo, e, dessa forma, o momento resultante ao redor do centro aerodinâmico do perfil pode ser determinado a partir da solução a Equação (2.9).

$$m_{ac} = l \cdot x_{ac} + m_{c/4} \quad (2.9)$$

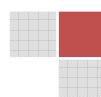
Neste ponto, é interessante colocar esta equação na forma de coeficientes aerodinâmicos, isto pode ser feito com a adimensionalização da referida equação pelo termo $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c^2$, assim:

$$\frac{m_{ac}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c^2} = \frac{l}{2} \cdot \frac{x_{ac}}{c} + \frac{m_{c/4}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c^2} \quad (2.9a)$$

que resulta em:

$$c_{mac} = c_l \cdot \left(\frac{x_{ac}}{c} \right) + c_{mc/4} \quad (2.10)$$

Como a definição proposta prediz que no centro aerodinâmico do perfil o momento independe do ângulo de ataque, pode ser utilizado um processo de diferenciação da Equação



(2.10) em relação ao ângulo de ataque com a finalidade de se obter a posição do centro aerodinâmico, portanto:

$$\frac{dc_{mac}}{d\alpha} = \frac{dc_l}{d\alpha} \cdot \left(\frac{x_{ac}}{c} \right) + \frac{dc_{mc/4}}{d\alpha} \quad (2.10a)$$

Analizando-se a Equação (2.10a), nota-se que o ponto que define o centro aerodinâmico existe e representa uma situação no qual o momento independe o ângulo de ataque, portanto, a solução da equação é realizada partindo-se do pressuposto que o termo $\frac{dc_{mac}}{d\alpha}$ deve ser igual a zero, ou seja o momento ao redor do centro aerodinâmico é constante e independe o ângulo de ataque, portanto:

$$0 = \frac{dc_l}{d\alpha} \cdot \left(\frac{x_{ac}}{c} \right) + \frac{dc_{mc/4}}{d\alpha} \quad (2.10b)$$

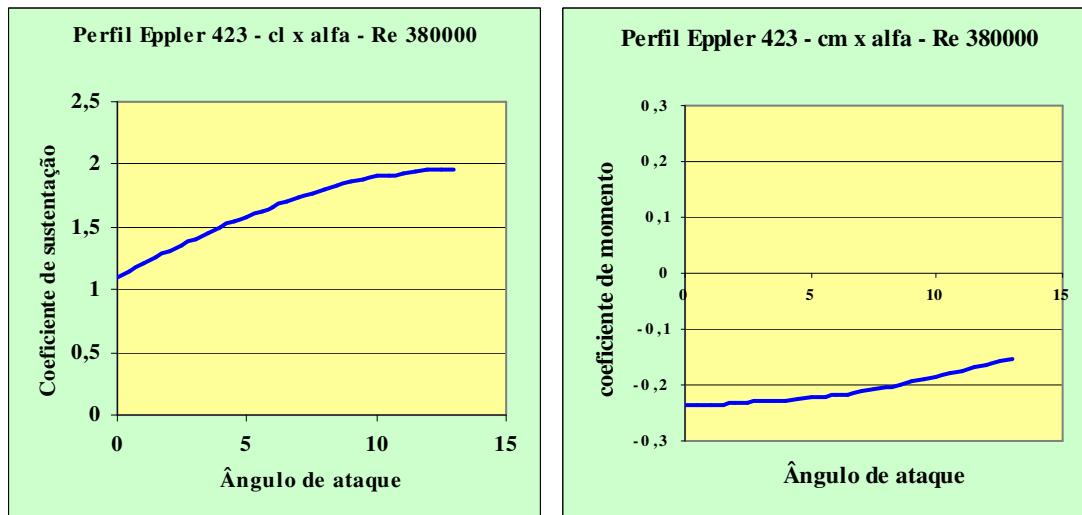
E dessa forma pode-se escrever que:

$$\frac{x_{ac}}{c} = \frac{-dc_{mc/4}/d\alpha}{dc_l/d\alpha} = \frac{-m_0}{a_0} \quad (2.11)$$

ou seja, a posição do centro aerodinâmico do perfil depende do coeficiente angular da curva c_l versus α e do coeficiente angular da curva c_m versus α do perfil analisado.

Exemplo 2.4 – Determinação da localização do centro aerodinâmico de um perfil.

A partir das curvas c_l versus α e c_m versus α do perfil Eppler 423 mostradas na figura a seguir, determine a posição do centro aerodinâmico a partir da posição $c/4$.



Solução:

A posição do centro aerodinâmico do perfil pode ser calculada a partir da solução da Equação (2.11).



$$\frac{x_{ac}}{c} = \frac{-dc_{mc/4}/d\alpha}{dc_l/d\alpha} = \frac{-m_0}{a_0}$$

Assim, percebe-se que existe a necessidade de se determinar os valores de a_0 e m_0 para esse perfil. Esses valores podem ser obtidos pela aplicação das Equações (2.3a) e (2.4a).

A determinação do coeficiente a_0 pode ser realizada a partir da aplicação da Equação (2.3a) com os valores obtidos na curva c_l versus α do perfil.

Para $\alpha = 5^\circ = 8,72 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{l2} = 1,6$ e para $\alpha = 2^\circ = 3,48 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{l1} = 1,3$, portanto:

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{c_{l2} - c_{l1}}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{1,6 - 1,3}{8,72 \cdot 10^{-2} - 3,48 \cdot 10^{-2}}$$

$$a_0 = 5,725 / \text{rad}$$

A determinação do coeficiente m_0 pode ser realizada a partir da aplicação da Equação (2.4a) com os valores obtidos na curva c_m versus α do perfil.

Para $\alpha = 5^\circ = 8,72 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{m2} = -0,22$ e para $\alpha = 2^\circ = 3,48 \times 10^{-2}$ rad tem-se $c_{m1} = -0,23$, portanto:

$$m_0 = \frac{c_{m2} - c_{m1}}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

$$m_0 = \frac{(-0,25) - (-0,26)}{8,72 \cdot 10^{-2} - 3,48 \cdot 10^{-2}}$$

$$m_0 = 0,190 / \text{rad}$$

Dessa forma, a posição do centro aerodinâmico do perfil Eppler 423 é dada por.

$$\frac{x_{ac}}{c} = \frac{-0,190}{5,725}$$

$$\frac{x_{ac}}{c} = -0,0331$$

Este resultado indica que o centro aerodinâmico está localizado em uma posição 3,3% à frente do ponto $c/4$, ou seja muito próximo do valor esperado pela aplicação da teoria proposta. O resultado encontrado é muito comum, pois para a grande maioria dos perfis existentes, a posição do centro aerodinâmico é muito próxima da posição $c/4$.

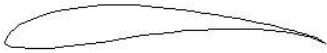
2.4.4 - Perfis de alta sustentação

Em projetos destinados a participar da competição SAE-AeroDesign é muito importante que o perfil selecionado possua um elevado coeficiente de sustentação aliado a baixos coeficientes de arrasto e momento de modo que possua uma elevada eficiência



aerodinâmica. Normalmente os quatro perfis apresentados na Tabela 2.1 são os utilizados pela grande maioria das equipes, porém uma série de outros perfis também possuem boas características de eficiência aerodinâmica e podem ser utilizados.

Tabela 2.1 – Perfis de alta sustentação.

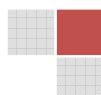
Perfil	Características Principais
	Espessura máxima: 13,08% a 27,1% da corda. Curvatura máxima: 9,72% a 41,6% da corda. Raio de curvatura do bordo de ataque: 0,9850%. Espessura do bordo de fuga: 0,0120%
	Espessura máxima: 12,13% a 20,3% da corda. Curvatura máxima: 8,67% a 49,9% da corda. Raio de curvatura do bordo de ataque: 3,0850%. Espessura do bordo de fuga: 0,0000%
	Espessura máxima: 11,99% a 23,2% da corda. Curvatura máxima: 7,2% a 51,9% da corda. Raio de curvatura do bordo de ataque: 1,8006%. Espessura do bordo de fuga: 0,0000%
	Espessura máxima: 12,51% a 23,7% da corda. Curvatura máxima: 10,03% a 41,4% da corda. Raio de curvatura do bordo de ataque: 2,6584%. Espessura do bordo de fuga: 0,0120%

Algumas equipes já destinam um tempo extra apenas para estudar melhores perfis que podem ser utilizados, esses novos perfis geralmente requerem um grande número de horas destinada ao estudo e modificação da geometria dos mesmos até se atingir um perfil aerodinâmico ótimo para ser utilizado na confecção da asa da aeronave. Outro método que também pode ser utilizado é criar um novo perfil a partir da junção entre dois perfis existentes, gerando um terceiro perfil com características intermediárias entre os dois originais, esta solução pode em muitas vezes gerar um ganho de eficiência, pois são utilizadas apenas as melhores características de cada perfil.

Como forma de se visualizar as propriedades aerodinâmicas dos perfis indicados na Tabela 2.1, as Figuras 2.16 até 2.19 mostram as curvas características desses perfis originadas pelo software Profili 2 considerando-se um número de Reynolds igual a 380000.

As Tabelas 2.2 até 2.5 possuem os valores obtidos para cada ângulo de ataque avaliado nos perfis em questão e servem como uma ferramenta fundamental para a reprodução gráfica dessas curvas.

É muito importante ressaltar que como forma de se exemplificar perfis de alta sustentação, a presente seção apenas mostra quatro tipos de perfis que produzem ótimos resultados para o propósito da competição SAE-AeroDesign, porém como citado, o esforço e



a criatividade da equipe pode propiciar novos desenvolvimentos de perfis melhores que os aqui apresentados.

As curvas e tabelas apresentadas servem apenas como forma de ilustrar o desempenho aerodinâmico de um perfil em um determinado número de Reynolds. Para o propósito do desenvolvimento de uma nova aeronave, a equipe deve estar disposta a avaliar uma série de perfis bem como determinar com precisão o número de Reynolds, pois muitas vezes este representa um fator de grande importância e que modifica consideravelmente as características aerodinâmicas do perfil.

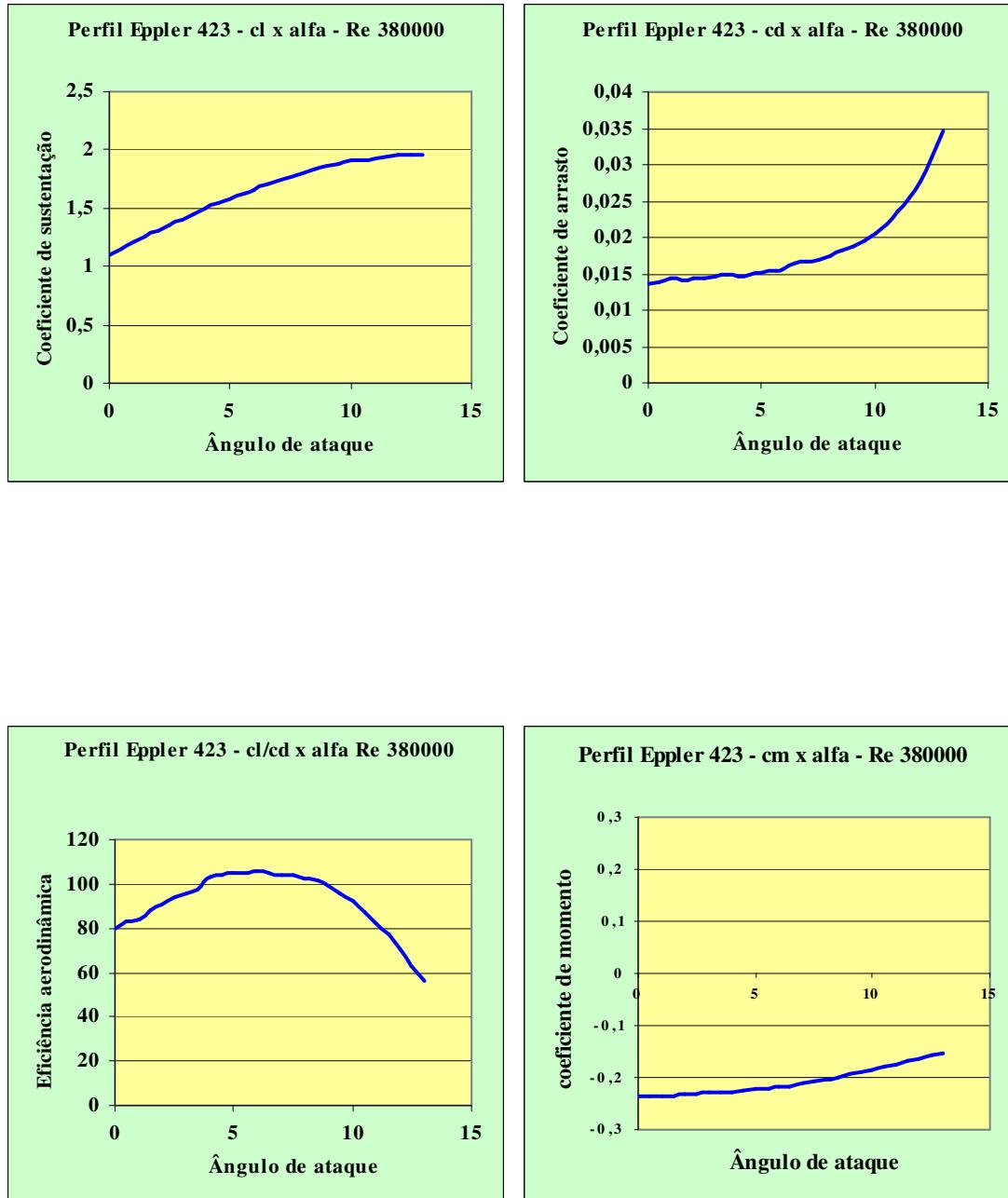


Figura 2.16 – Características aerodinâmicas do perfil Eppler 423 – $R_e = 380000$.

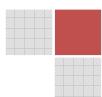
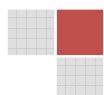


Tabela 2.2 - Perfil Eppler 423 - Polares a $R_e = 380000$.

E423 - $Re = 380000$				
α	c_l	c_d	c_l/c_d	c_m
0	1,0929	0,0137	79,7737	-0,2351
0,5	1,15	0,0139	82,7338	-0,2356
1	1,2041	0,0143	84,2028	-0,2354
1,5	1,2525	0,0142	88,2042	-0,2341
2	1,3008	0,0144	90,3333	-0,2327
2,5	1,3496	0,0144	93,7222	-0,2315
3	1,3981	0,0146	95,7603	-0,2301
3,5	1,4518	0,0149	97,4362	-0,2301
4	1,5014	0,0146	102,8356	-0,2295
4,5	1,5402	0,0148	104,0676	-0,2263
5	1,5787	0,0151	104,5497	-0,2231
5,6	1,6173	0,0154	105,0195	-0,2199
6	1,6578	0,0157	105,5924	-0,2172
6,5	1,7078	0,0163	104,773	-0,2167
7	1,7316	0,0167	103,6886	-0,2108
7,5	1,7632	0,017	103,7176	-0,2066
8	1,7941	0,0175	102,52	-0,2024
8,5	1,8366	0,0181	101,4696	-0,2006
9	1,8555	0,0188	98,6968	-0,1946
9,5	1,8758	0,0196	95,7041	-0,189
10	1,9033	0,0206	92,3932	-0,185
10,5	1,9179	0,0219	87,5753	-0,1792
11	1,9319	0,0235	82,2085	-0,1737
11,5	1,945	0,0253	76,8775	-0,1685
12	1,951	0,0278	70,1799	-0,1629
12,5	1,9514	0,0309	63,1521	-0,1572
13	1,951	0,0345	56,5507	-0,1522



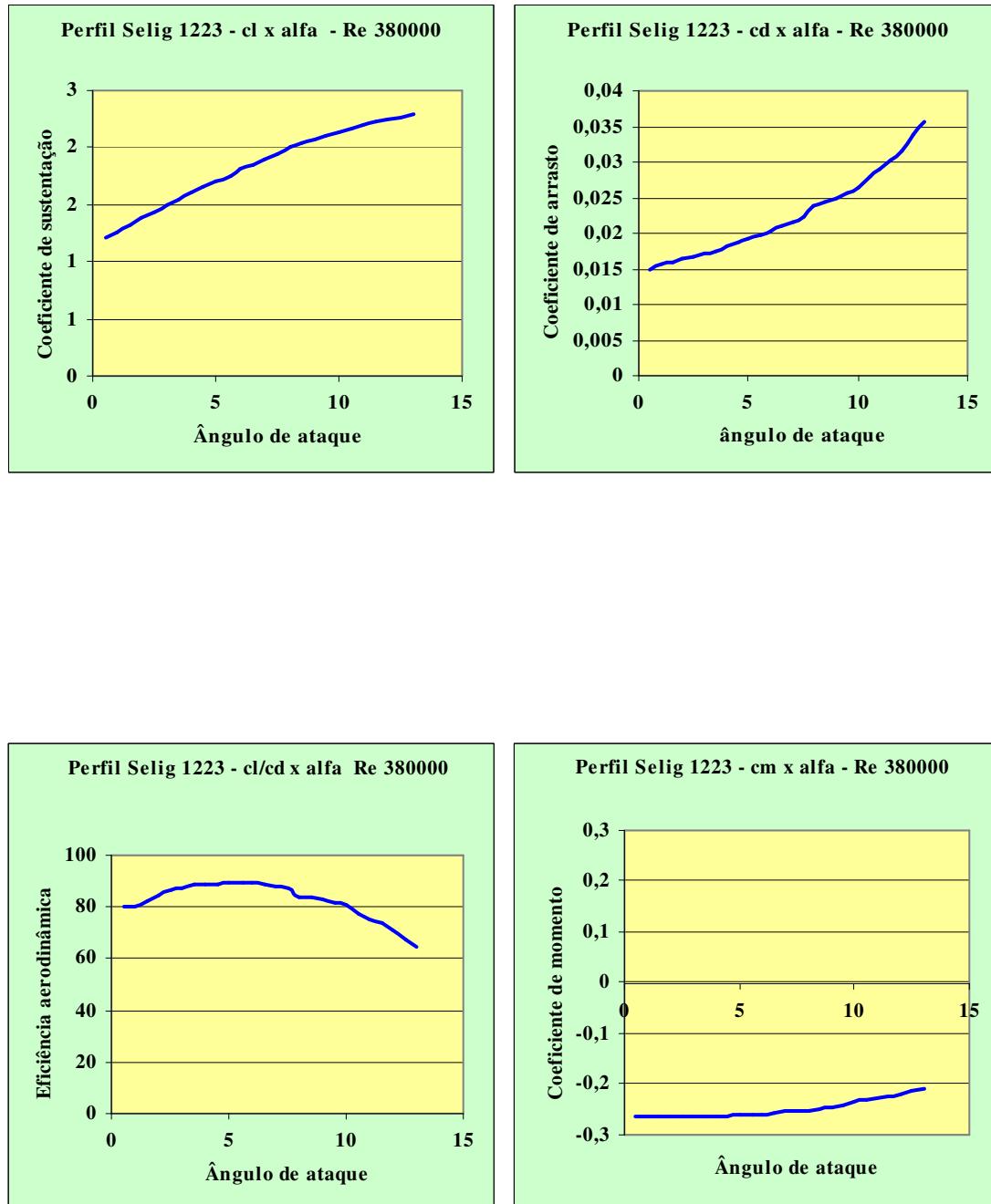


Figura 2.17 – Características aerodinâmicas do perfil Selig1223 – $R_e = 380000$.

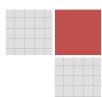
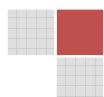


Tabela 2.3 – Perfil Selig 1223 Polares a $R_e = 380000$.

S1223 - $Re = 380000$				
α	c_l	c_d	c_l/c_d	c_m
0,5	1,204	0,015	80,273	-0,2623
1	1,263	0,0157	80,420	-0,2626
1,5	1,320	0,016	82,481	-0,2626
2	1,377	0,0163	84,503	-0,2627
2,5	1,434	0,0166	86,410	-0,2627
3	1,491	0,0171	87,199	-0,2628
3,5	1,548	0,0175	88,480	-0,263
4	1,609	0,0182	88,385	-0,2638
4,5	1,659	0,0187	88,711	-0,2625
5	1,709	0,0192	89,031	-0,2613
5,6	1,759	0,0197	89,300	-0,26
6	1,808	0,0203	89,044	-0,2585
6,5	1,853	0,0209	88,656	-0,2563
7	1,896	0,0215	88,191	-0,2538
7,5	1,939	0,0223	86,955	-0,2514
8	2,001	0,0239	83,741	-0,2533
8,5	2,036	0,0244	83,443	-0,2491
9	2,069	0,025	82,752	-0,2446
9,5	2,104	0,0257	81,868	-0,2409
10	2,134	0,0265	80,528	-0,2362
10,5	2,165	0,0279	77,588	-0,232
11	2,197	0,0291	75,505	-0,2281
11,5	2,225	0,0302	73,685	-0,2237
12	2,251	0,0316	71,234	-0,219
12,5	2,266	0,0338	67,047	-0,2131
13	2,291	0,0356	64,340	-0,2089



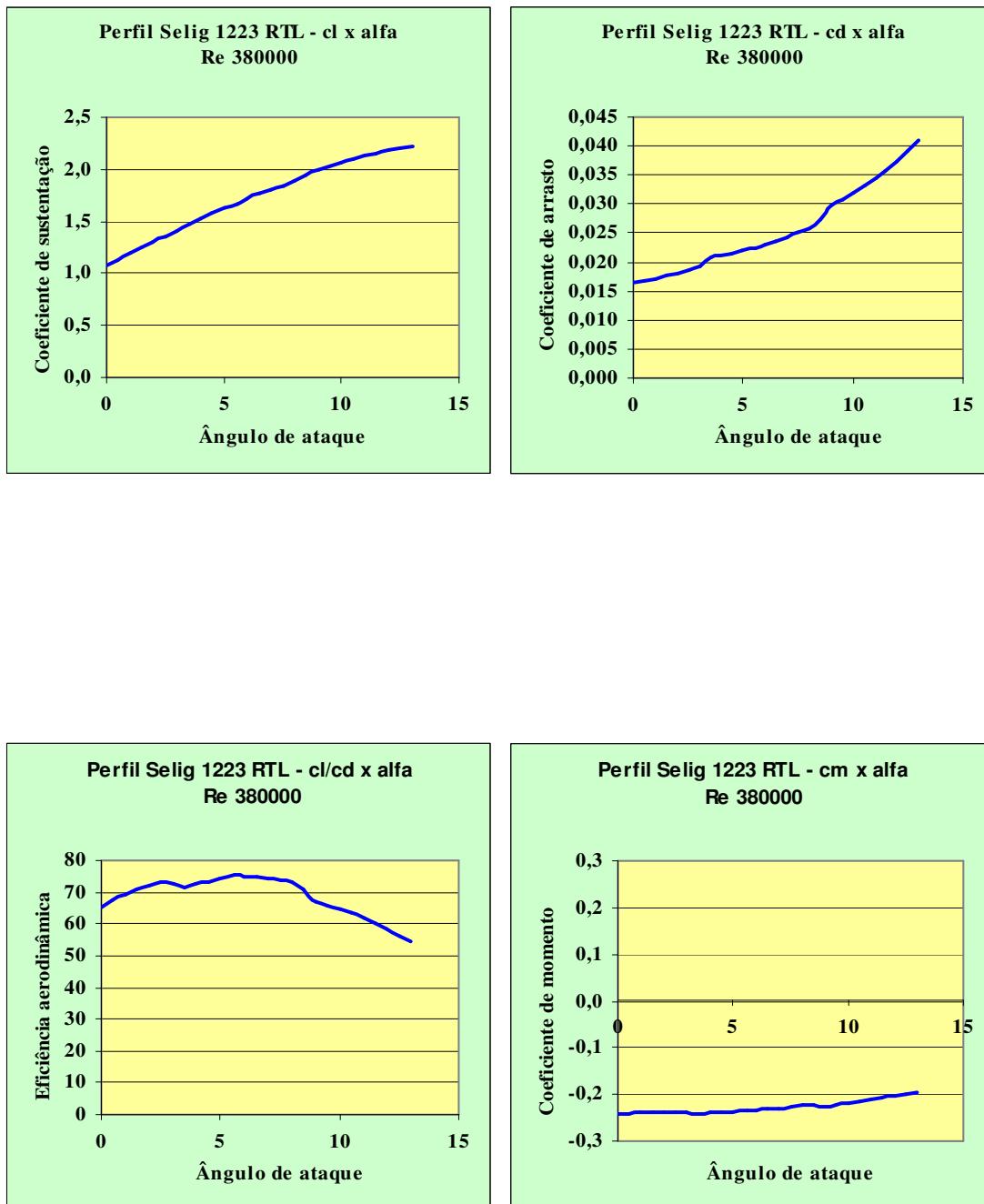


Figura 2.18 – Características aerodinâmicas do perfil Selig1223 RTL – $R_e = 380000$.

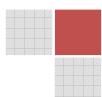
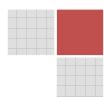


Tabela 2.4 – Perfil Selig 1223 RTL Polares a $R_e = 380000$.

S1223 RTL - $R_e = 380000$				
α	c_l	c_d	c_l/c_d	c_m
0	1,081	0,017	65,527	-0,241
0,5	1,136	0,017	67,625	-0,240
1	1,190	0,017	69,180	-0,240
1,5	1,245	0,018	70,739	-0,239
2	1,299	0,018	72,150	-0,239
2,5	1,350	0,019	72,968	-0,238
3	1,406	0,019	72,865	-0,238
3,5	1,479	0,021	71,459	-0,241
4	1,529	0,021	72,483	-0,240
4,5	1,579	0,022	73,451	-0,239
5	1,630	0,022	74,077	-0,238
5,6	1,670	0,022	75,203	-0,235
6	1,717	0,023	74,978	-0,233
6,5	1,763	0,024	74,695	-0,231
7	1,805	0,024	74,268	-0,229
7,5	1,846	0,025	73,856	-0,226
8	1,890	0,026	72,954	-0,224
8,5	1,938	0,027	70,974	-0,223
9	1,996	0,030	66,746	-0,225
9,5	2,031	0,031	65,945	-0,221
10	2,066	0,032	64,759	-0,218
10,5	2,099	0,033	63,411	-0,214
11	2,129	0,034	61,892	-0,211
11,5	2,155	0,036	60,370	-0,206
12	2,182	0,037	58,499	-0,202
12,5	2,206	0,039	56,425	-0,198
13	2,230	0,041	54,531	-0,194



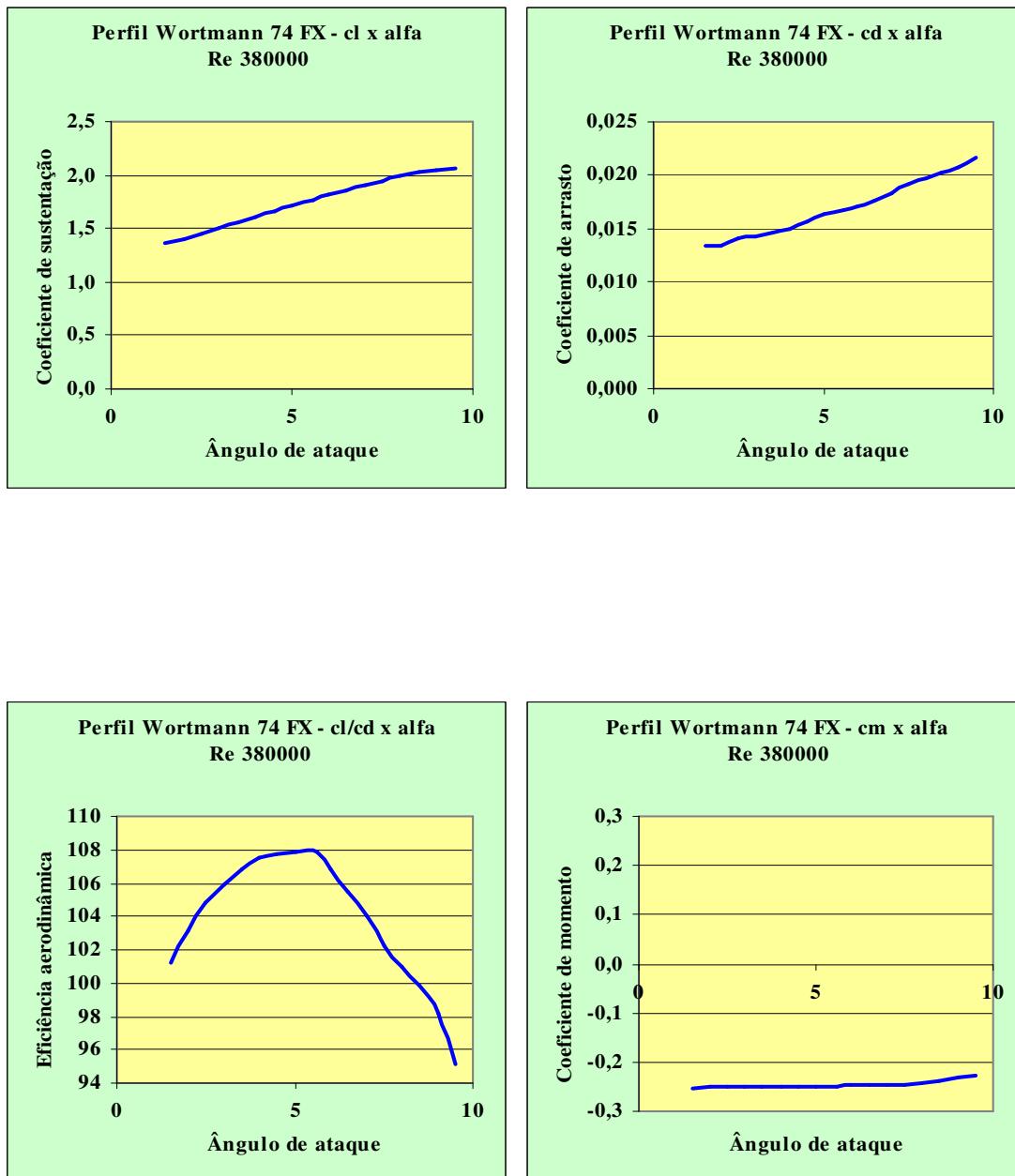


Figura 2.19 – Características aerodinâmicas do perfil Wortmann FX 74-CL5-140 – $R_e = 380000$.

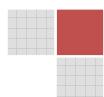


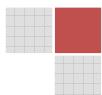
Tabela 2.5 – Perfil Wortmann FX 74-CL5-140 Polares a $R_e = 380000$.

Wortmann FX 74-CL5-140 Modified - $Re = 380000$				
α	c_l	c_d	c_l/c_d	c_m
1,5	1,356	0,013	101,157	-0,253
2	1,399	0,013	103,150	-0,251
2,5	1,454	0,014	104,867	-0,251
3	1,508	0,014	105,960	-0,251
3,5	1,560	0,015	106,877	-0,251
4	1,612	0,015	107,473	-0,251
4,5	1,663	0,016	107,780	-0,250
5	1,714	0,016	107,848	-0,250
5,6	1,763	0,017	107,870	-0,249
6	1,811	0,017	106,883	-0,248
6,5	1,857	0,018	105,517	-0,247
7	1,903	0,018	103,973	-0,246
7,5	1,949	0,019	102,200	-0,245
8	1,990	0,020	101,000	-0,243
8,5	2,028	0,020	99,882	-0,240
9	2,042	0,021	98,168	-0,233
9,5	2,055	0,022	95,139	-0,226

Alguns fatores fundamentais afetam a produção de sustentação em um perfil aerodinâmico: a relação de espessura do perfil, o raio do bordo de ataque e o modelo do bordo de fuga além do arqueamento e a posição da espessura máxima do perfil.

Relação de espessura: O valor do coeficiente de sustentação máximo para um determinado aerofólio é afetado diretamente pela relação de espessura t/c . Modernos perfis de alta sustentação possuem valores de $c_{l\max}$ consideravelmente maiores que os perfis mais tradicionais, como por exemplo os da série NACA. Para perfis da série NACA, uma relação de espessura da ordem de 13% produz os maiores valores de $c_{l\max}$, já para os perfis de alta sustentação este valor pode chegar até a ordem de 15%.

Raio do bordo de ataque: O efeito do raio do bordo de ataque do perfil na geração da sustentação é mais ou menos refletido por um parâmetro determinado por Z_5/t , onde Z_5 representa a espessura do perfil em um ponto localizado a 5% da corda e t representa a máxima espessura do perfil. Um alto valor da relação Z_5/t indica um perfil com alto valor do



raio do bordo de ataque, o que em baixas velocidades pode ser benéfico para a geração de sustentação.

Efeitos do arqueamento e da localização da máxima espessura do perfil: dados experimentais mostram que o máximo coeficiente de sustentação de um perfil arqueado não depende somente da quantidade de arqueamento ou do modelo da linha de arqueamento, mas também é influenciado pela espessura do perfil e pelo raio do bordo de ataque. Em geral, a adição de arqueamento no perfil é benéfica para a produção de sustentação, porém o aumento do arqueamento deve ser realizado com a redução do raio do bordo de ataque e com uma diminuição da espessura do perfil com a finalidade de se obter melhores resultados. Outro ponto importante é o deslocamento à frente do ponto de máximo arqueamento, ou seja, com o máximo arqueamento localizado mais próximo do bordo de ataque consegue-se maiores coeficientes de sustentação para o perfil.

2.5 – Asas de envergadura finita

A discussão apresentada nas seções anteriores mostrou os conceitos aerodinâmicos fundamentais para o projeto e análise de desempenho de um perfil aerodinâmico, no qual o escoamento é estudado apenas sob o aspecto de duas dimensões (2D), ou seja, não se leva em consideração a envergadura da asa.

Deste ponto em diante, a discussão aerodinâmica será realizada levando-se em consideração as dimensões finitas da asa. A Figura 2.20 apresentada a seguir mostra uma asa e suas principais características geométricas.

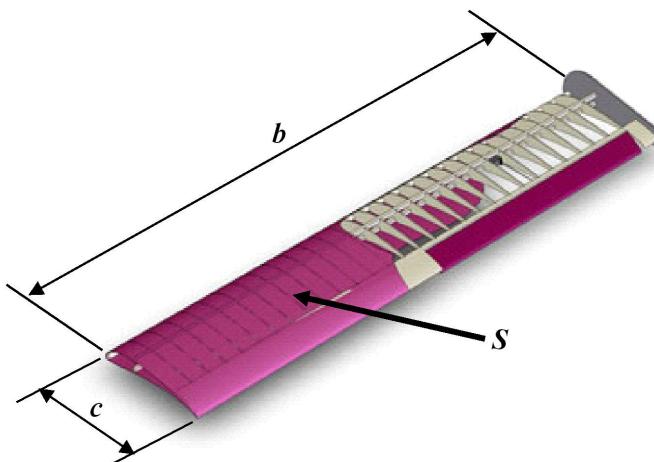


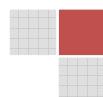
Figura 2.20 – Características principais de uma asa finita

Na Figura 2.20, a variável b representa a envergadura da asa, c representa a corda e S a área da asa.

2.5.1 – Forma geométrica e localização da asa na fuselagem

As asas dos aviões podem assumir uma enorme série de formas geométricas de acordo com o propósito do projeto em questão, porém os principais tipos são retangular, trapezoidal, elíptica e mista. Como citado anteriormente no capítulo 1, cada uma possui sua característica particular com vantagens e desvantagens quando comparadas entre si. Quanto a sua localização em relação à fuselagem, a asa pode ser alta, média ou baixa.

Esta seção mostrará de forma simples os principais tipos de asa e sua localização em relação à fuselagem comentando em cada um dos casos quais as vantagens e as desvantagens



de cada modelo analisado. A Figura 2.21 mostra as principais formas geométricas citadas para as asas.

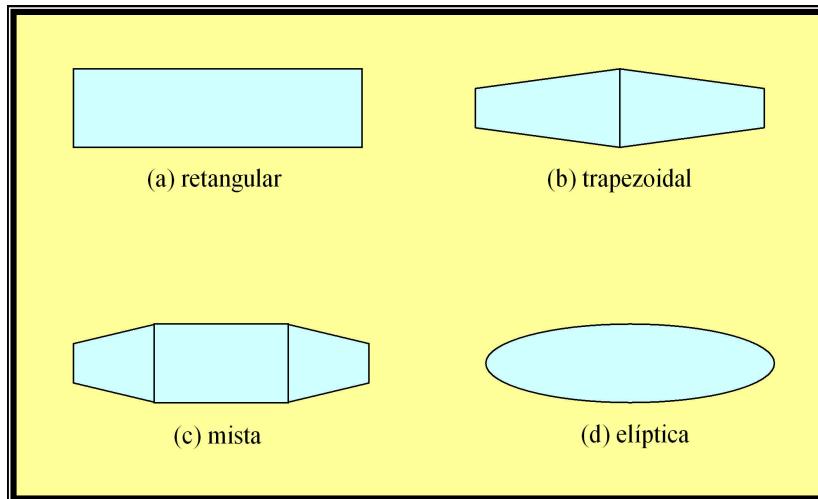


Figura 2.21 – Forma geométrica em planta das asas.

Como citado no capítulo 1 do presente livro, cada um dos modelos de asa possuem características particulares que novamente aparecem descritas nesta seção.

Asa retangular: é uma asa de baixa eficiência aerodinâmica, ou seja, a relação entre a força de sustentação e a força de arrasto (L/D) é menor quando comparada a uma asa trapezoidal ou elíptica, isto ocorre devido ao arrasto de ponta de asa também conhecido por arrasto induzido, que no caso da asa retangular é maior que em uma asa trapezoidal ou elíptica. O arrasto induzido e sua formulação matemática serão discutidos a parte em uma outra seção do presente capítulo.

A vantagem da asa retangular é a sua maior facilidade de construção e um menor custo de fabricação quando comparada as outras. A área em planta de uma asa retangular pode ser calculada a partir da Equação (2.12).

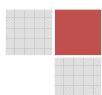
$$S = b \cdot c \quad (2.12)$$

onde b representa a envergadura da asa e c representa a corda que para este caso é invariável.

Asa trapezoidal: é uma asa de ótima eficiência aerodinâmica, pois com a redução gradativa da corda entre a raiz e a ponta da asa consegue-se uma significativa redução do arrasto induzido. Nesse tipo de asa o processo construtivo torna-se um pouco mais complexo uma vez que a corda de cada nervura possui uma dimensão diferente. A área em planta de uma asa trapezoidal pode ser calculada a partir da Equação (2.13).

$$S = \frac{(c_r + c_t) \cdot b}{2} \quad (2.13)$$

onde c_r representa a corda na raiz, c_t a corda na ponta e b a envergadura da asa.



Asa elíptica: representa a asa ideal, pois é a que proporciona a máxima eficiência aerodinâmica, porém é de difícil fabricação e mais cara quando comparada às outras formas apresentadas. A área em planta de uma asa elíptica pode ser calculada a partir da Equação (2.14).

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot b \cdot c_r \quad (2.14)$$

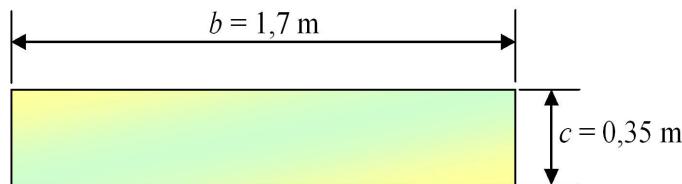
onde b representa a envergadura e c_r a corda na raiz da asa.

Asa mista: apresenta características tanto da asa retangular como da asa trapezoidal ou elíptica, esse tipo de forma geométrica muitas vezes representa uma excelente solução para se aumentar a área de asa na busca de uma menor velocidade de estol sem comprometer o arrasto induzido. A área em planta de uma asa mista pode ser calculada a partir da composição adequada das Equações (2.12), (2.13) e (2.14).

Exemplo 2.5 – Cálculo da área da asa.

Quatro diferentes tipos de asa são propostas para o projeto de uma nova aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign. Determine a área de asa para cada um dos modelos mostrados.

a) Asa retangular



Solução:

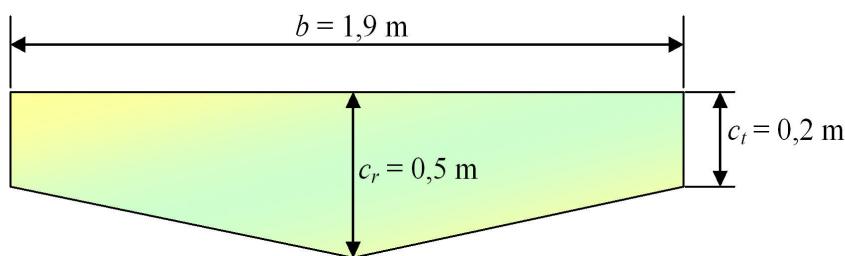
Aplicando-se a equação para o cálculo da área de uma asa retangular, tem-se que:

$$S = b \cdot c$$

$$S = 1,7 \cdot 0,35$$

$$S = 0,595 \text{ m}^2$$

b) Asa trapezoidal



Solução:

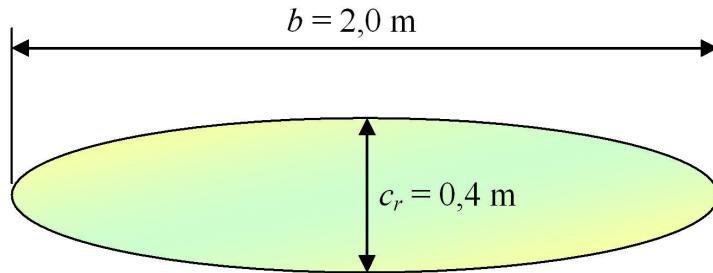
Aplicando-se a equação para o cálculo da área de uma asa trapezoidal, tem-se que:

$$S = \frac{(c_r + c_t) \cdot b}{2}$$

$$S = \frac{(0,5 + 0,2) \cdot 1,9}{2}$$

$$S = 0,665 \text{ m}^2$$

c) Asa elíptica



Solução:

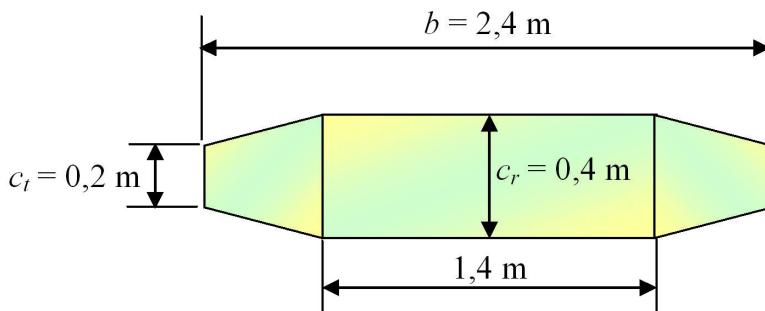
Aplicando-se a equação para o cálculo da área de uma asa elíptica, tem-se que:

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot b \cdot c_r$$

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot 2 \cdot 0,4$$

$$S = 0,628 \text{ m}^2$$

d) Asa mista

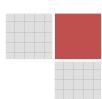


Solução:

A área desta asa pode ser determinada a partir da composição entre uma asa retangular e uma asa trapezoidal, assim:

$$S = (1,4 \cdot 0,4) + \frac{2 \cdot (0,4 + 0,2) \cdot 0,5}{2}$$

$$S = 0,86 \text{ m}^2$$



Quanto à posição de fixação da asa na fuselagem, a mesma pode ser classificada como alta, média ou baixa. As Figuras 2.22 e 2.23 mostram cada um dos modelos citados.



(a) Asa alta
CESSNA C-182



(b) Asa média
Yak-55



(c) Asa baixa
Piper PA-32 Cherokee Six

Figura 2.22 – Fixação da asa na fuselagem.



Asa alta



Asa média



Asa baixa

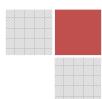
Figura 2.23 – vista frontal da fixação da asa na fuselagem.

A seguir são descritas as particularidades bem como as vantagens da utilização de cada um dos tipos de fixação da asa na fuselagem.

Asa alta: esta configuração possui como vantagens os seguintes aspectos, melhor relação L/D , maior estabilidade lateral da aeronave, menor comprimento de pista necessário para o pouso uma vez que minimiza a ação do efeito solo e para aeronaves de transporte simplifica o processo de colocação e retirada de carga visto que a fuselagem se encontra mais próxima ao solo.

Asa média: esta configuração geralmente está associada com a menor geração de arrasto entre as três localizações citadas, pois o arrasto de interferência entre a asa e a fuselagem é minimizado, a maior desvantagem da utilização desse tipo de asa é problemas estruturais, uma vez que o momento fletor na raiz da asa exige a necessidade de uma estrutura reforçada na fuselagem da aeronave.

Asa baixa: A maior vantagem de uma asa baixa está relacionada ao projeto do trem de pouso, pois em muitos casos a própria asa serve como estrutura para suportar as cargas atuantes durante o processo de taxiamento e pouso, outros aspectos vantajosos da utilização de uma asa baixa podem ser representados por uma melhor manobrabilidade de rolamento da



aeronave além da necessidade de um menor comprimento de pista para a decolagem pois com a proximidade da asa em relação ao solo é possível aproveitar de forma significativa a ação do efeito solo, porém esse tipo de asa possui como aspecto negativo uma menor estabilidade lateral, muitas vezes necessitando da adição do ângulo de diedro como forma de se garantir a estabilidade da aeronave.

Dados históricos da competição SAE AeroDesign mostram que a grande maioria das equipes tem optado pela aplicação de um projeto com asa alta, pois basicamente se obtém uma maior relação L/D e uma melhor estabilidade lateral, além de normalmente propiciar uma maior facilidade para a retirada da carga da aeronave.

2.5.2 – Alongamento e relação de afilamento

Alguns outros fatores são de primordial importância para o bom projeto de uma asa, dentre eles podem ser citados o alongamento e o afilamento, que são detalhados a seguir.

Alongamento: na nomenclatura aerodinâmica, o alongamento em asas de forma geométrica retangular representa a razão entre a envergadura e a corda do perfil como mostra a Equação (2.15).

$$AR = \frac{b}{c} \quad (2.15)$$

Para asas com formas geométricas que diferem da retangular, o alongamento pode ser determinado relacionando-se o quadrado da envergadura com a área em planta da asa de acordo com a solução da Equação (2.16).

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (2.16)$$

Informalmente, um alongamento elevado representa uma asa de grande envergadura geralmente com uma corda pequena, ao passo que um baixo alongamento representa uma asa de pequena envergadura e corda geralmente grande.

O alongamento na prática é uma poderosa ferramenta para se melhorar consideravelmente o desempenho da asa, pois com o seu aumento é possível reduzir de maneira satisfatória o arrasto induzido. Porém, é importante comentar que um aumento excessivo do alongamento é muito satisfatório do ponto de vista do projeto aerodinâmico, mas pode trazer outros problemas operacionais e construtivos da aeronave relacionados aos seguintes aspectos:

a) Problemas de ordem estrutural: a deflexão e o momento fletor em uma asa de alto alongamento tende a ser muito maior do que para uma asa de baixo alongamento, e, dessa forma, o aumento do alongamento provoca um aumento das tensões atuantes na estrutura necessitando de uma estrutura de maior resistência que acarreta diretamente no aumento de peso da aeronave.

b) Manobrabilidade da aeronave: uma asa com alto alongamento possui uma razão de rolamento menor quando comparada a uma asa de baixo alongamento, devido ao seu maior braço de momento em relação ao eixo longitudinal da aeronave e ao seu maior momento de inércia.

A Figura 2.24 apresentada a seguir mostra as aeronaves Piper PA-28 Cherokee com baixo alongamento de asa e o bombardeiro USAF B52 com alto valor de alongamento.





Figura 2.24 – Exemplos de asas com baixo e alto alongamento.

Relação de afilamento: define-se relação de afilamento λ de uma asa, como a razão entre a corda na ponta e a corda na raiz como mostra a Equação (2.17).

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (2.17)$$

A Figura 2.25 mostra exemplos de uma asa sem afilamento e de uma asa com afilamento.

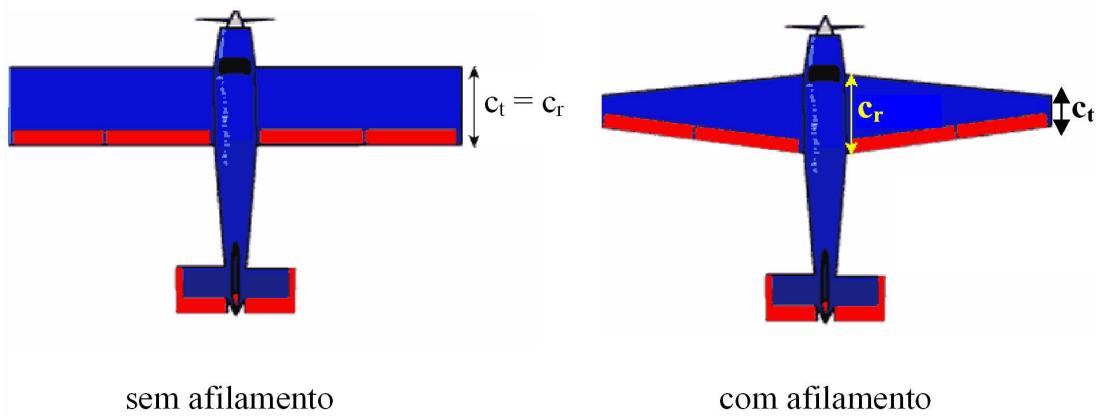


Figura 2.25 – Exemplos de asa com afilamento e sem afilamento.

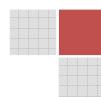
Exemplo 2.6 – Determinação do alongamento e da relação de afilamento de asas.

Duas asas são propostas para o projeto de uma nova aeronave com a finalidade de participar da competição AeroDesign. A primeira possui uma forma geométrica retangular com envergadura $b_1 = 2,30\text{m}$ e corda $c = 0,40\text{m}$. A segunda possui forma geométrica trapezoidal com envergadura $b_2 = 2,30\text{m}$, corda na raiz $c_r = 0,40\text{m}$ e relação de afilamento $\lambda = 0,5$. Determine o alongamento para cada uma dessas asas.

Solução

Asa 1: como esta asa possui a forma geométrica retangular, o alongamento pode ser determinado a partir da Equação (2.15).

$$AR_1 = \frac{b}{c}$$



$$AR_1 = \frac{2,30}{0,40} = 5,75$$

Asa 2: esta asa por possuir forma geométrica trapezoidal tem seu alongamento determinado pela solução da Equação (2.16).

$$AR_1 = \frac{b^2}{S}$$

A área da asa é determinada a partir da área de um trapézio.

$$S = \frac{b \cdot (c_r + c_t)}{2}$$

com a corda na ponta da asa determinada pela solução da Equação (2.17).

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

portanto:

$$c_t = \lambda \cdot c_r = 0,50 \cdot 0,40$$

$$c_t = 0,20 \text{ m}$$

assim, a área da asa é:

$$S = \frac{2,30 \cdot (0,40 + 0,20)}{2} = 0,69 \text{ m}^2$$

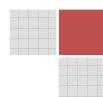
e o alongamento é:

$$AR_1 = \frac{2,30^2}{0,69} = 7,66$$

2.5.3 – Corda média aerodinâmica

A corda média aerodinâmica é definida como o comprimento de corda que quando multiplicada pela área da asa, pela pressão dinâmica e pelo coeficiente de momento ao redor do centro aerodinâmico da asa, fornece como resultado o valor do momento aerodinâmico ao redor do centro aerodinâmico do avião.

Segundo Raymer [2.4], uma construção geométrica para se obter a corda média aerodinâmica de uma asa é representada pela Figura 2.26.



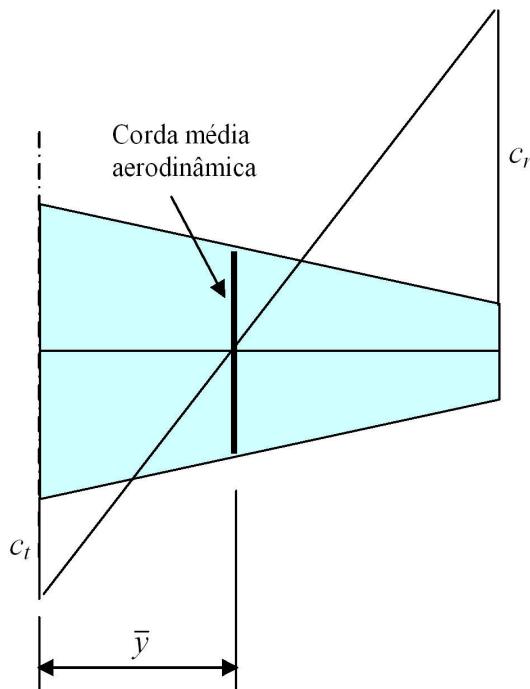


Figura 2.26 – Determinação da corda média aerodinâmica da asa.

A forma mostrada na Figura 2.26 para a determinação da corda média aerodinâmica é muito fácil de ser aplicada em asas afiladas com forma geométrica trapezoidal convencional, onde a partir de uma representação em escala da asa é possível obter a corda média aerodinâmica e o seu ponto de intersecção em relação ao eixo lateral da aeronave ao longo da envergadura da asa. Normalmente esse processo é realizado para a semi-asa.

O valor da corda média aerodinâmica e sua localização ao longo a envergadura da asa também podem ser determinados a partir da solução matemática das Equações (2.18) e (2.19).

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \left(\frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \right) \quad (2.18)$$

e

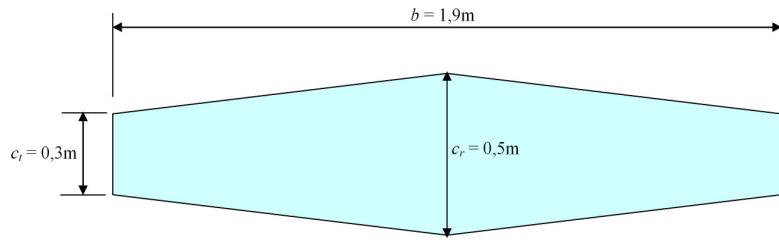
$$\bar{y} = \frac{b}{6} \left(\frac{1 + (2 \cdot \lambda)}{1 + \lambda} \right) \quad (2.19)$$

onde, b representa a envergadura da asa e λ a relação de afilamento.

A determinação da corda média aerodinâmica possui uma importância fundamental para o dimensionamento das empenagens como será comentado posteriormente.

Exemplo 2.7 – Determinação da corda média aerodinâmica.

A asa de uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign possui a forma geométrica em planta mostrada na figura a seguir. Para essa configuração determine analiticamente a corda média aerodinâmica e sua localização a partir da raiz da asa.



Solução:

A relação de afilamento pode ser determinada a partir da solução da Equação (2.17).

$$\lambda = \frac{c_l}{c_r} = \frac{0,3}{0,5}$$

$$\lambda = 0,6$$

Pela solução da Equação (2.18), chega-se ao valor da corda média aerodinâmica dessa asa.

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot c_r \cdot \left(\frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \right)$$

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{1 + 0,6 + 0,6^2}{1 + 0,6} \right)$$

$$\bar{c} = 0,408 \text{ m}$$

Pela solução da Equação (2.19), determina-se o valor da localização da corda média aerodinâmica dessa asa em relação à raiz.

$$\bar{y} = \frac{b}{6} \left(\frac{1 + (2 \cdot \lambda)}{1 + \lambda} \right)$$

$$\bar{y} = \frac{1,9}{6} \cdot \left(\frac{1 + (2 \cdot 0,6)}{1 + 0,6} \right)$$

$$\bar{y} = 0,435 \text{ m}$$

2.5.4 – Forças aerodinâmicas e momentos em asas finitas

Do mesmo modo que ocorre para o perfil, a asa finita também possui suas qualidades para geração de sustentação, arrasto e momento. A nomenclatura aeronáutica utiliza uma simbologia grafada em letras maiúsculas para diferenciar as características de uma asa em relação a um perfil, portanto os coeficientes aerodinâmicos de uma asa finita são denotados por C_L , C_D e C_M .

Esses coeficientes são responsáveis pela capacidade da asa em gerar as forças de sustentação e arrasto além do momento ao redor do centro aerodinâmico da asa. As forças e momentos atuantes em uma asa podem ser calculados com a aplicação das Equações (2.20), (2.21) e (2.22) apresentadas a seguir.



$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (2.20)$$

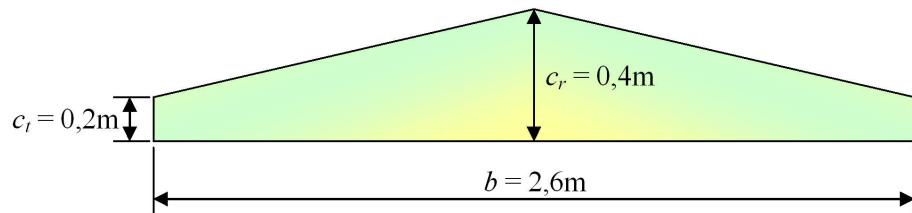
$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D \quad (2.21)$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_M \quad (2.22)$$

Nessas equações, L representa a força de sustentação, D representa a força de arrasto, M representa o momento ao redor do centro aerodinâmico, S é a área da asa, e os coeficientes C_L , C_D são característicos para uma asa de dimensões finitas e diferem dos coeficientes c_l e c_d do perfil.

Exemplo 2.8 – Determinação das forças aerodinâmicas e momento em uma asa.

A asa mostrada na figura a seguir possui o perfil Selig 1223 e as características geométricas indicadas. Determine a força de sustentação, a força de arrasto e o momento ao redor do centro aerodinâmico considerando uma velocidade de 17m/s, $C_L = 1,2$, $C_D = 0,04$, $C_M = -0,25$ e $\rho = 1,225\text{kg/m}^3$.



Solução:

A área da asa pode ser calculada a partir da aplicação da Equação (2.13).

$$S = \frac{b \cdot (c_r + c_t)}{2}$$

$$S = \frac{2,6 \cdot (0,4 + 0,2)}{2}$$

$$S = 0,78 \text{ m}^2$$

A relação de afilamento é obtida pela aplicação da Equação (2.17).

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

$$\lambda = \frac{0,2}{0,4}$$

$$\lambda = 0,5$$



Portanto, a corda média aerodinâmica é dada por:

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \cdot \left(\frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \right)$$

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot 0,4 \left(\frac{1 + 0,5 + 0,5^2}{1 + 0,5} \right)$$

$$\bar{c} = 0,311 \text{m}$$

As forças aerodinâmicas e o momento são calculados pelas Equações (2.20), (2.21) e (2.22).

Força de sustentação:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 17^2 \cdot 0,78 \cdot 1,2$$

$$L = 165,68 \text{ N}$$

Força de arrasto:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 17^2 \cdot 0,78 \cdot 0,04$$

$$D = 5,52 \text{ N}$$

Momento:

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_M$$

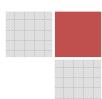
$$M = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 17^2 \cdot 0,78 \cdot 0,311 \cdot (-0,25)$$

$$M = -10,73 \text{ Nm}$$

2.5.5 – Coeficiente de sustentação em asas finitas

A primeira pergunta intuitiva que se faz quando da realização do projeto de uma nova asa é se o coeficiente de sustentação dessa asa é o mesmo do perfil aerodinâmico?

A resposta para essa pergunta é não, e a razão para existir uma diferença entre o coeficiente de sustentação da asa e do perfil está associada aos vórtices produzidos na ponta da asa que induzem mudanças na velocidade e no campo de pressões do escoamento ao redor da asa.



Esses vórtices induzem uma componente de velocidade direcionada para baixo denominada “downwash” (w). Essa componente de velocidade induzida é somada vetorialmente à velocidade do vento relativo V_∞ de modo a produzir uma componente resultante de velocidade chamada de vento relativo local, como pode ser observado na Figura 2.27.

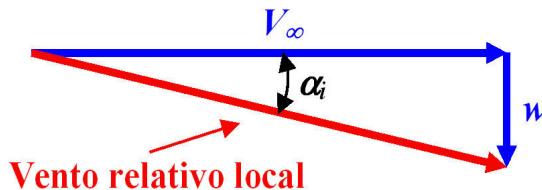


Figura 2.27 – Representação da velocidade induzida.

O vento relativo local é inclinado para baixo em relação a sua direção original, e o ângulo formado é denominado de ângulo de ataque induzido α_i . Portanto, pode-se notar que a presença da velocidade induzida provoca na asa uma redução do ângulo de ataque e consequentemente uma redução do coeficiente de sustentação local da asa quando comparada ao perfil aerodinâmico. Em outras palavras, uma asa possui uma menor capacidade de gerar sustentação quando comparada a um perfil. A representação do efeito do ângulo de ataque induzido na seção local da asa pode ser observada na Figura 2.28 apresentada a seguir.

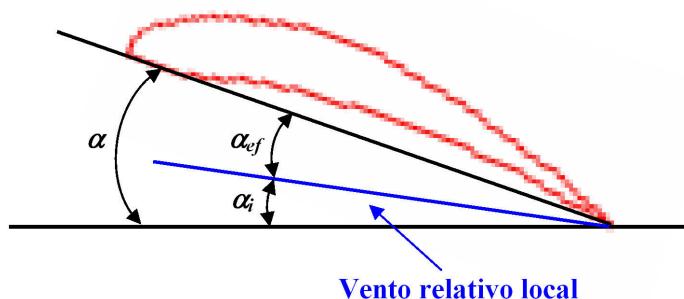
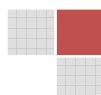


Figura 2.28 – Influência do ângulo de ataque induzido na seção local da asa.

A análise da Figura 2.28 permite observar que o ângulo de ataque de uma asa finita na presença do escoamento induzido é menor que o ângulo de ataque do perfil. O ângulo de ataque da asa na presença do “downwash” é chamado de ângulo de ataque efetivo e pode ser calculado a partir da Equação (2.23).

$$\alpha_{ef} = \alpha - \alpha_i \quad (2.23)$$

O ângulo de ataque induzido pode ser calculado pela relação trigonométrica obtida na Figura 2.28, onde:



$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{w}{V_\infty} \quad (2.24)$$

Como este ângulo geralmente é muito pequeno, a aproximação $\operatorname{tg} \alpha_i \approx \alpha_i$ é válida, portanto:

$$\alpha_i = \frac{w}{V_\infty} \quad (2.24a)$$

A determinação do ângulo de ataque induzido α_i é geralmente complexa devido a sua dependência com relação à velocidade induzida ao longo da envergadura da asa. Um modelo teórico para a determinação da velocidade induzida pode ser obtido a partir do estudo da teoria da linha sustentadora de Prandtl, que prediz que para uma asa com distribuição elíptica de sustentação como mostra a Figura 2.29, o ângulo de ataque induzido pode ser calculado pela Equação (2.25).

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi \cdot AR} \quad (2.25)$$

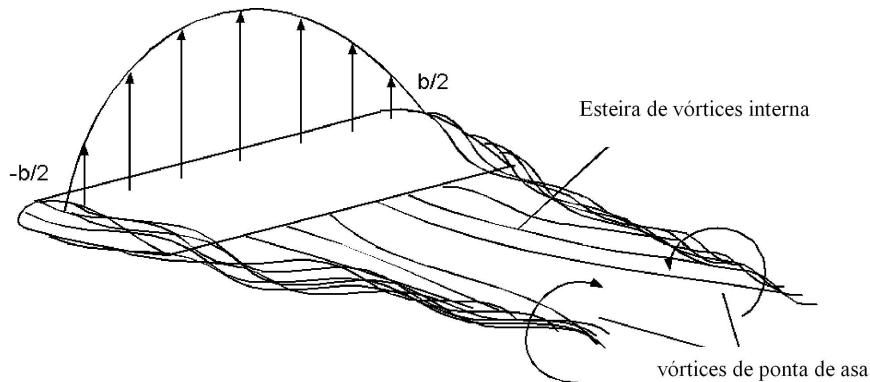
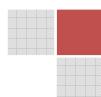


Figura 2.29 – Distribuição elíptica de sustentação.

A partir das considerações realizadas, pode-se verificar que o coeficiente de sustentação obtido em uma asa é menor que o coeficiente de sustentação obtido pelo perfil, e assim, a questão agora é: quanto menor?

A resposta para esta questão depende da forma geométrica e do modelo da asa. Na Equação (2.25), claramente nota-se que um aumento no alongamento é benéfico para a capacidade de geração de sustentação na asa, uma vez que proporciona uma redução do ângulo de ataque induzido e aproxima as características da asa em relação ao perfil.

Asas com alto alongamento: normalmente asas com grande alongamento ($AR>4$), representam uma escolha mais adequada para o projeto de aeronaves subsônicas. A teoria da linha sustentadora de Prandtl, permite entre outras propriedades, estimar o coeficiente angular da curva C_L versus α da asa finita em função do coeficiente angular da curva c_l versus α do perfil. Como visto anteriormente, o coeficiente angular da curva do perfil é calculado pela Equação (2.3a) e o coeficiente angular da curva da asa pode ser calculado a partir da Equação (2.26) apresentada a seguir.



$$a = \frac{a_0}{1 + (a_0 / \pi \cdot e \cdot AR)} \quad (2.26)$$

Esta equação somente é válida para asas de alto alongamento operando em regime subsônico incompressível, onde a e a_0 representam os coeficientes angulares das curvas da asa e do perfil respectivamente. O resultado obtido é dado em rad^{-1} . O fator e , é denominado fator de eficiência de envergadura da asa e representa um parâmetro que depende do modelo geométrico da asa e é muito influenciado pelo alongamento e pela relação de afilamento da asa. A Equação (2.27) apresentada a seguir permite uma estimativa do fator e .

$$e = \frac{1}{1 + \delta} \quad (2.27)$$

O parâmetro δ presente na Equação (2.27) é denominado fator de arrasto induzido sendo uma função do alongamento da asa e da relação de afilamento λ . A Figura 2.30 mostra o gráfico da variação do fator δ em função da relação de afilamento para asas com diferentes alongamentos.

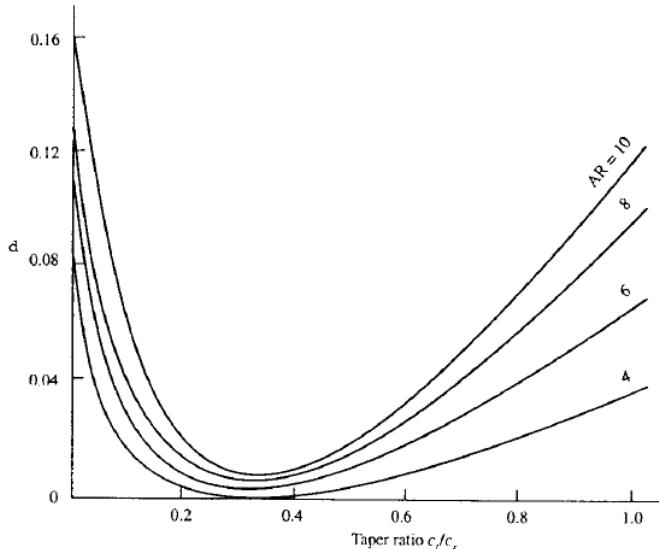
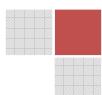


Figura 2.30 – Determinação do fator de arrasto induzido δ .

Asas com baixo alongamento: para asas com alongamento inferior a 4, uma relação aproximada para o cálculo do coeficiente angular da curva C_L versus α foi obtida por Helmbold's baseada na teoria da superfície sustentadora, sendo esta equação representada por:

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{a_0}{\pi \cdot AR} \right)^2 + \frac{a_0}{\pi \cdot AR}}} \quad (2.28)$$



Asas enflechadas: a função principal de uma asa com enflechamento é reduzir a influência do arrasto de onda existente em velocidades transônicas e supersônicas. Geralmente uma asa enflechada possui um coeficiente de sustentação menor quando comparada a uma asa não enflechada, este fato está diretamente associado à diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso da asa.

Como forma de visualizar a situação comentada, considere duas asas sendo uma não enflechada e uma enflechada como mostra a Figura 2.31.

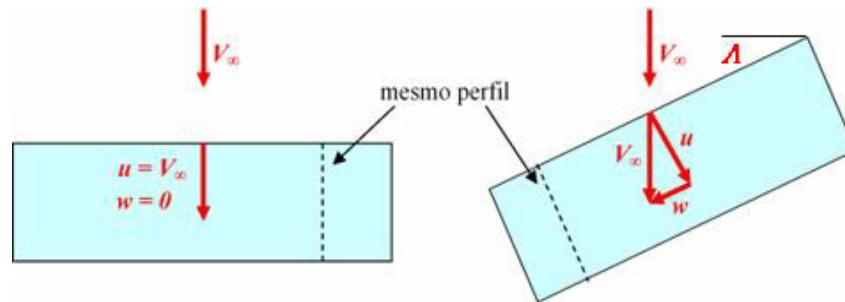


Figura 2.31 – Efeito do escoamento sobre uma asa enflechada.

Admitindo-se um elevado valor de alongamento para as duas asas e desprezando-se os efeitos dos vórtices de ponta de asa, a análise da Figura 2.31 permite observar que para a asa não enflechada, a componente da velocidade do escoamento incidente na direção da corda da asa é simplesmente $u = V_\infty$. Já para o caso da asa enflechada, percebe-se que $u < V_\infty$, ou seja, $u = V_\infty \cos A$, onde A é o ângulo de enflechamento da asa.

Como a distribuição de pressão sobre a seção de um aerofólio orientada perpendicularmente ao bordo de ataque da asa é principalmente governada pela componente de velocidade u atuante ao longo da corda e considerando que a componente de velocidade w paralela ao bordo de ataque da asa provoca um efeito mínimo na distribuição de pressão, é possível identificar que se o valor de u para uma asa enflechada é menor que o valor de u para uma asa não enflechada, a diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso da asa enflechada será menor que a de uma asa não enflechada, pois a diferença de pressão depende diretamente da velocidade incidente, e, portanto, pode-se concluir que o coeficiente de sustentação gerado na asa enflechada tende a ser menor que o coeficiente de sustentação gerado na asa não enflechada.

O modelo de uma asa enflechada pode ser observado na Figura 2.32.

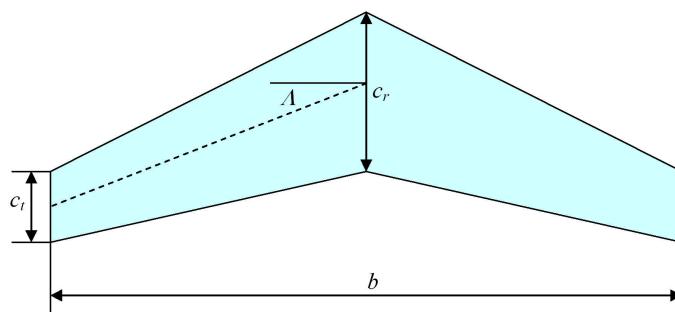
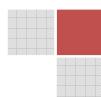


Figura 2.32 – Geometria de uma asa enflechada.



Normalmente, o ângulo de enflechamento da asa é referenciado a partir da linha de corda média e o coeficiente angular da curva C_L versus α para uma asa enflechada pode ser determinado de forma aproximada pela Equação (2.29) apresentada por Kuchemann.

$$a = \frac{a_0 \cdot \cos \Lambda}{\sqrt{1 + [(a_0 \cdot \cos \Lambda) / (\pi \cdot AR)^2] + (a_0 \cdot \cos \Lambda) / (\pi \cdot AR)}} \quad (2.29)$$

Esta equação é válida para uma asa enflechada em regime de voo incompressível. Nesta equação é importante observar que o coeficiente angular da curva c_l versus α do perfil também foi corrigido para uma asa enflechada pelo termo $a_0 \cos \Lambda$.

Para cada um dos três casos citados, o coeficiente angular da curva C_L versus α da asa finita sempre será menor que o do perfil. A Figura 2.33 mostra a comparação entre curvas genéricas para um perfil e para uma asa de envergadura finita.

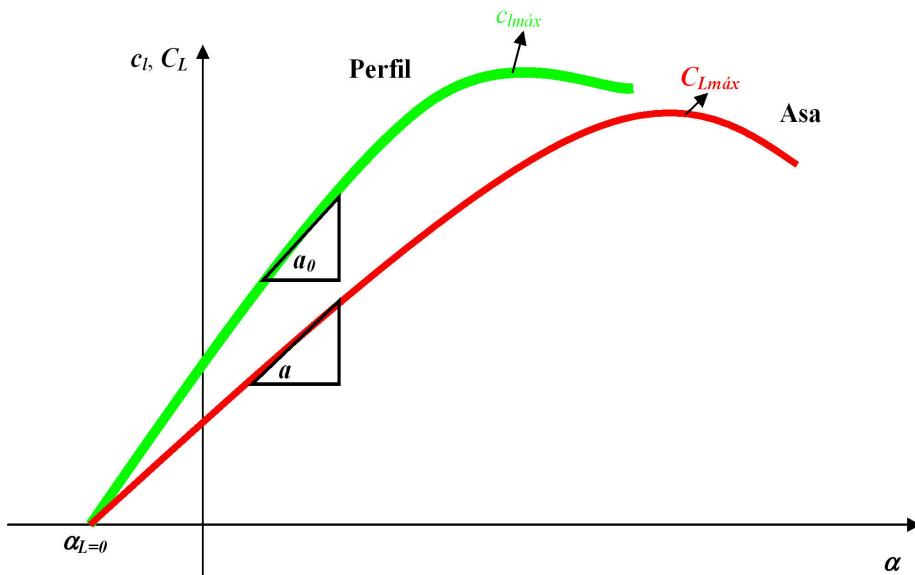


Figura 2.2.33 – Comparação entre as curvas do perfil e da asa finita.

Neste gráfico é importante observar que o ângulo de ataque para sustentação nula $\alpha_{L=0}$ é o mesmo tanto para o perfil como para a asa, porém com a redução do coeficiente angular, percebe-se claramente a menor capacidade de geração de sustentação da asa em relação ao perfil, onde $C_{L\max} < c_{l\max}$, porém, um benefício da asa finita em relação ao perfil está relacionado ao ângulo de estol da asa que é maior que o do perfil, proporcionando melhores características de estol como será apresentado oportunamente na seção destinada ao estudo do estol.

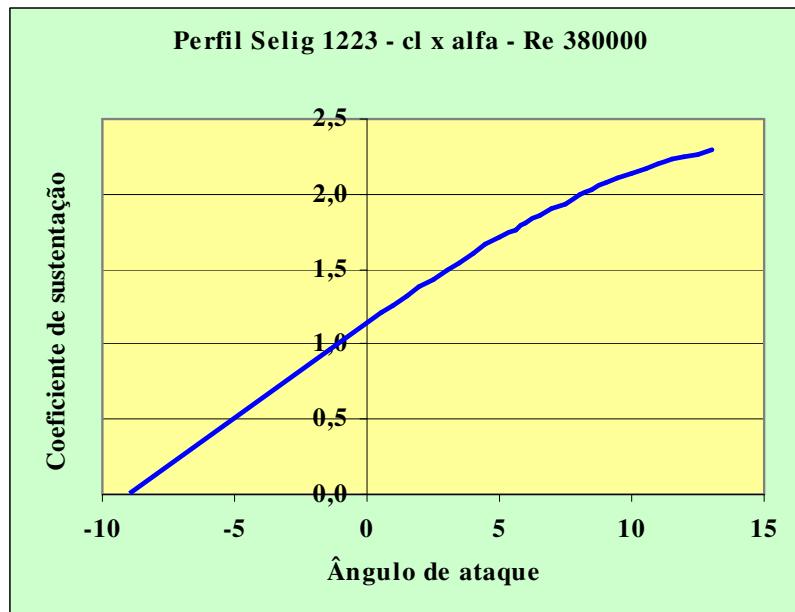
A região linear da curva C_L versus α da asa pode ser calculada multiplicando-se o coeficiente angular da curva da asa com a diferença entre o ângulo de ataque e o ângulo de ataque para sustentação nula, como mostra a Equação (2.30).

$$C_L = a \cdot (\alpha - \alpha_{L=0}) \quad (2.30)$$



Exemplo 2.9 – Comparação da curva c_l versus α de um perfil com a curva C_L versus α de uma asa finita.

A figura apresentada a seguir mostra a curva c_l versus α para o perfil Selig 1223 para um número de Reynolds de 380000. Sabendo-se que uma asa que utiliza esse perfil possui um alongamento $AR = 8$ e uma relação de afilamento $\lambda = 0,4$, determine o coeficiente angular da curva C_L versus α para essa asa e represente o gráfico comparativo entre o perfil e a asa para a região linear da curva.



Solução:

A determinação do coeficiente a_0 pode ser realizada a partir da aplicação da Equação (2.3a) com os valores obtidos na curva c_l versus α do perfil.

Para $\alpha = 5^\circ$ tem-se $c_{l2} = 1,7$ e para $\alpha = 2^\circ$ tem-se $c_{l1} = 1,4$, portanto:

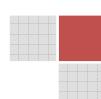
$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{c_{l2} - c_{l1}}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

$$a_0 = \frac{dc_l}{d\alpha} = \frac{1,7 - 1,4}{5^\circ - 2^\circ}$$

$$a_0 = 0,100 \text{ grau}^{-1}$$

Conhecidos os valores do alongamento e da relação de afilamento é possível se determinar o fator de arrasto induzido e o fator de eficiência de envergadura a partir do gráfico da Figura 2.30 e da Equação (2.27).

A análise do gráfico da Figura 2.30 mostra que o fator de arrasto induzido para $AR = 8$ e $\lambda = 0,4$ é aproximadamente $\delta = 0,012$.



Com a solução da Equação (2.27), chega-se ao valor do fator de eficiência de envergadura da asa.

$$e = \frac{1}{1 + \delta}$$

$$e = \frac{1}{1 + 0,012}$$

$$e = 0,988$$

Para asas de alto alongamento ($AR > 4$), a Equação (2.26) pode ser utilizada como forma de se calcular o valor do coeficiente angular da curva C_L versus α para a asa. Nesta equação, 57,3 é o fator utilizado para a obtenção do resultado em grau $^{-1}$.

$$a = \frac{a_0}{1 + (57,3 \cdot a_0 / \pi \cdot e \cdot AR)}$$

$$a = \frac{0,100}{1 + (57,3 \cdot 0,100 / \pi \cdot 0,988 \cdot 8)}$$

$$a = 0,0812 \text{ grau}^{-1}$$

Uma vez determinado o valor de a , a parte linear da curva C_L versus α para esta asa pode ser desenhada e os valores podem ser calculados com a aplicação da Equação (2.30) da seguinte forma:

Para $\alpha = -8,5^\circ$

$$C_L = a \cdot (\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$C_L = 0,0812 \cdot (-8,5 - (-8,5))$$

$$C_L = 0$$

Para $\alpha = -7,0^\circ$

$$C_L = a \cdot (\alpha - \alpha_{L=0})$$

$$C_L = 0,0812 \cdot (-7,0 - (-8,5))$$

$$C_L = 0,1218$$

Para $\alpha = -6,0^\circ$

$$C_L = a \cdot (\alpha - \alpha_{L=0})$$



$$C_L = 0,0812 \cdot (-6,0 - (-8,5))$$

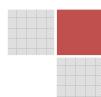
$$C_L = 0,2030$$

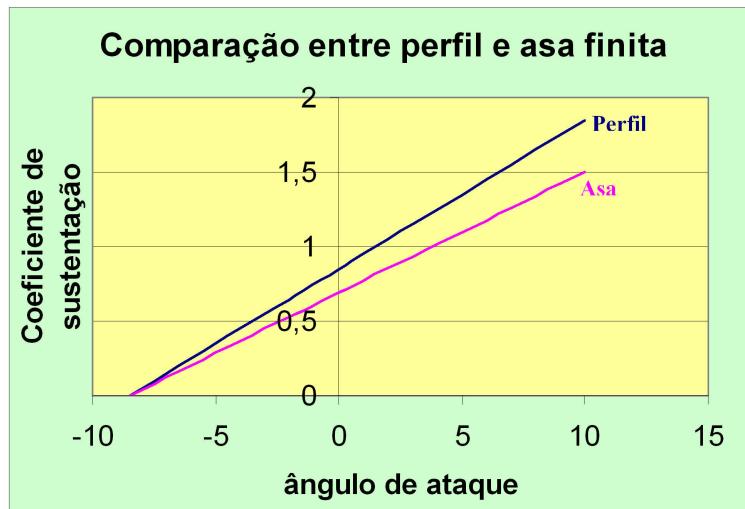
Aqui estão apresentados os cálculos para os três primeiros pontos da curva, este processo deve ser repetido com incrementos de 1° para toda a região linear da curva. A partir de um determinado ponto não existe uma equação que possa definir de maneira exata a variação do C_L em função do ângulo de ataque.

Os resultados obtidos pela aplicação sucessiva da Equação (2.30) estão representados na tabela a seguir.

Perfil		Asa	
α	c_L	α	C_L
-8,5	0	-8,5	0
-7	0,15	-7	0,1218
-6	0,25	-6	0,2030
-5	0,35	-5	0,2842
-4	0,45	-4	0,3654
-3	0,55	-3	0,4466
-2	0,65	-2	0,5278
-1	0,75	-1	0,609
0	0,85	0	0,6902
1	0,95	1	0,7714
2	1,05	2	0,8526
3	1,15	3	0,9338
4	1,25	4	1,0150
5	1,35	5	1,0962
6	1,45	6	1,1774
7	1,55	7	1,2586
8	1,65	8	1,3398
9	1,75	9	1,4210
10	1,85	10	1,5022

O gráfico resultante do comparativo entre o perfil e a asa está apresentado a seguir.





O cálculo realizado permite observar que o coeficiente angular da curva dessa asa é 18,8% menor que o coeficiente angular da curva do perfil, e, portanto, pode-se concluir que esta asa possui essa inferioridade percentual em relação ao perfil para a geração de sustentação. Desse modo, uma aproximação válida para a determinação do valor do $C_{Lmáx}$ da asa é a redução percentual entre a asa e o perfil, e assim, para a asa em questão o máximo valor do coeficiente de sustentação é aproximadamente, 1,867.

2.5.6 – O estol em asas finitas e suas características

Como citado anteriormente, é possível se observar na curva característica C_L versus α de uma asa finita, que um aumento do ângulo de ataque proporciona um aumento do coeficiente de sustentação, porém esse aumento de C_L não ocorre indefinidamente, ou seja, existe um limite máximo para o valor do coeficiente de sustentação de uma asa. Este limite máximo é designado na indústria aeronáutica por ponto de estol.

Muitos são os parâmetros que contribuem para o estol, dentre eles, o principal é justamente a variação do ângulo de ataque, onde a análise da curva C_L versus α permite observar que a partir de um determinado valor de α , o coeficiente de sustentação decresce rapidamente. Este ângulo de ataque é denominado ângulo de estol.

O estudo do estol representa um elemento de extrema importância para o projeto de um avião, uma vez que proporciona a determinação de parâmetros importantes de desempenho, como por exemplo, a mínima velocidade da aeronave e a determinação dos comprimentos de pista necessários ao pouso e decolagem.

O estol é provocado pelo descolamento do escoamento na superfície superior da asa, esse descolamento é devido a um gradiente adverso de pressão que possui a tendência de fazer com que a camada limite se desprenda no extradorso da asa. Conforme o ângulo de ataque aumenta, o gradiente de pressão adverso também aumenta, e para um determinado valor de α , ocorre a separação do escoamento no extradorso da asa de maneira repentina. Quando o descolamento ocorre, o coeficiente de sustentação decresce drasticamente e o coeficiente de arrasto aumenta rapidamente. A Figura 2.34 apresentada a seguir mostra a curva característica C_L versus α para uma asa qualquer, onde são apresentados dois pontos principais. No ponto **A** verifica-se o escoamento completamente colado ao perfil e, no ponto **B** nota-se o escoamento separado, indicando assim, uma condição de estol.



Na curva apresentada, pode-se notar que toda asa possui um coeficiente de sustentação máximo denotado por $C_{Lmáx}$ e um correspondente ângulo de ataque denominado ângulo de estol.

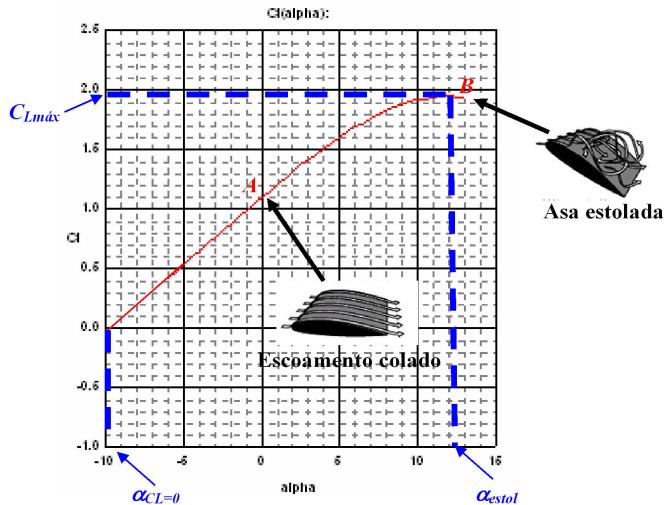


Figura 2.34 – Representação do estol.

Como citado, o estol é um parâmetro de muita importância para se definir certas qualidades de desempenho da aeronave. A primeira qualidade a ser observada e definida é a determinação da velocidade de estol, que representa a mínima velocidade com a qual é possível se manter o voo reto e nivelado da aeronave. Essa velocidade pode ser calculada a partir da equação fundamental da sustentação e escrita da seguinte forma.

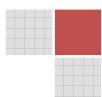
$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot L}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \quad (2.31)$$

Como será definido futuramente no capítulo destinado a análise de desempenho da aeronave, de forma a se manter o voo reto e nivelado de uma aeronave, a força de sustentação (L) deve ser igual ao peso (W), portanto, a Equação (2.31) pode ser escrita da seguinte forma.

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \quad (2.31a)$$

Para se obter boas qualidades de desempenho de uma aeronave, é desejável que se obtenha o menor valor possível para a velocidade de estol, pois dessa forma, o avião conseguirá se sustentar no ar com uma velocidade baixa, além de necessitar de um menor comprimento de pista tanto para decolar como para pousar.

Avaliando-se as variáveis presentes na Equação (2.31a), nota-se que um aumento do peso contribui de maneira negativa para a redução da velocidade de estol. Porém em projetos da natureza do AeroDesign, o aumento do peso é um ponto fundamental para um bom desempenho da equipe, uma vez que a carga útil carregada representa a conquista de muitos pontos. Como o peso contribui de forma negativa para a redução da velocidade de estol e



representa um “mal necessário” no projeto AeroDesign, uma forma de se otimizar o resultado da Equação (2.31a) é trabalhar com as variáveis que se encontram no denominador da função.

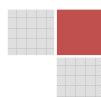
Dentre essas, a densidade do ar também contribui de forma negativa, pois seu valor torna-se cada vez menor conforme a altitude aumenta, e, assim, a minimização da velocidade de estol passa a ser dependente somente dos aumentos da área da asa e do coeficiente de sustentação máximo.

O aumento da área da asa de forma excessiva pode piorar em muito o desempenho da aeronave, pois da mesma forma que aumenta o valor da força de sustentação gerada, também proporciona um aumento na força de arrasto, portanto, conclui-se que o parâmetro mais eficiente para se reduzir à velocidade de estol é utilizar um valor de $C_{Lmáx}$ tão grande quanto possível, e isso recai na escolha adequada do perfil aerodinâmico da asa. Geralmente para aeronaves que participam da competição AeroDesign os perfis de alta sustentação são escolhidos para o projeto da aeronave, além da forma geométrica da asa que deve possuir um alongamento que proporcione um coeficiente angular da curva C_L versus α para a asa bem próximo do coeficiente angular da curva c_l versus α para o perfil. A Figura 2.35 mostra um ensaio em voo para análise do estol realizado com fios de lã presos ao extradorso da asa.



Figura 2.35 – Ensaio em voo para verificação do estol.

A foto apresentada na Figura 2.35 mostra uma situação onde pode-se observar claramente o descolamento da camada limite próxima à raiz da asa, indicando assim uma situação de estol.



2.5.6.1 – Influência da forma geométrica da asa na propagação do estol

A forma como o estol se propaga ao longo da envergadura de uma asa depende da forma geométrica escolhida e representa um elemento importante para a determinação da localização das superfícies de controle (ailerons) e dispositivos hipersustentadores (flapes).

Em uma asa trapezoidal, o ponto do primeiro estol ocorre em uma região localizada entre o centro e a ponta da asa, e sua propagação ocorre no sentido da ponta da asa. Esta situação é muito indesejada, pois uma perda de sustentação nesta região é extremamente prejudicial para a capacidade de rolamento da aeronave uma vez que os ailerons geralmente se encontram localizados na ponta da asa. Particularmente, essa situação é muito indesejada em baixas alturas de voo, pois uma ocorrência de estol com perda de comando dos ailerons na proximidade do solo praticamente inviabiliza a recuperação do voo estável da aeronave.

Para o caso de uma asa com forma geométrica retangular, a região do primeiro estol ocorre bem próximo à raiz da asa, e, dessa forma, a região mais próxima da ponta continua em uma situação livre do estol, permitindo a recuperação do voo da aeronave fazendo-se uso dos ailerons que se encontram em uma situação de operação normal. Da mesma forma que ocorre na asa retangular, uma asa com forma geométrica elíptica também proporciona uma propagação da região de estol da raiz para a ponta da asa. A Figura 2.36 mostra as formas mais tradicionais citadas e suas respectivas propagações do estol.

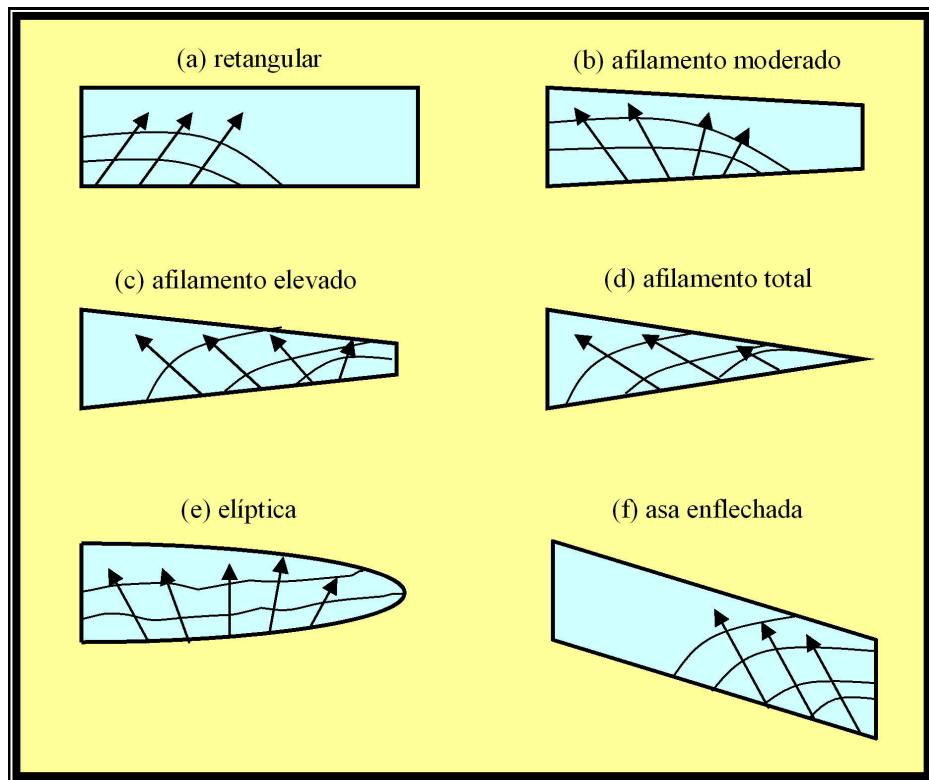
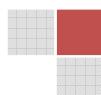


Figura 2.36 – Direção da propagação do estol.

A grande maioria das aeronaves possui asa afilada, e uma das soluções utilizadas para se evitar o estol de ponta de asa é a aplicação da torção geométrica, ou seja, as seções mais próximas à ponta da asa possuem um ângulo de incidência menor quando comparadas às seções mais internas.



A torção geométrica é conhecida na nomenclatura aeronáutica por “washout”. A Figura 2.37 mostra um exemplo de torção geométrica em asas.

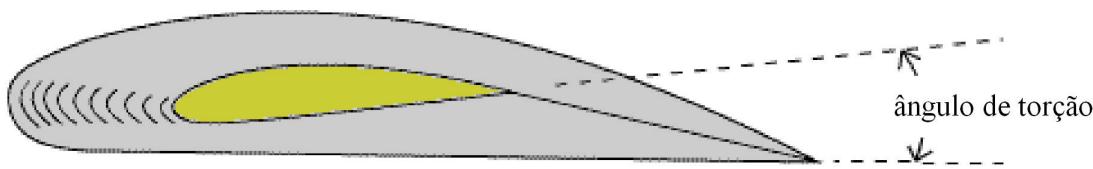


Figura 2.37 – Exemplo de torção geométrica

Exemplo 2.10 – Cálculo da velocidade de estol.

Considere uma aeronave projetada para voar com um peso total de 150 N em condições de atmosfera padrão ao nível do mar ($\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$), sabendo-se que o coeficiente de sustentação máximo obtido para a asa dessa aeronave que possui o perfil Selig 1223 é igual a 2,0 e que a área da asa é de 0,90 m², determine a velocidade de estol dessa aeronave.

Solução:

A velocidade de estol da aeronave pode ser determinada a partir da Equação (2.31a).

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

Substituindo-se os valores fornecidos, tem-se que:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 2}} = 11,66 \text{ m/s}$$

2.5.7 – Aerodinâmica da utilização de flapes na aeronave

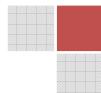
Os flapes são dispositivos hiper-sustentadores que consistem de abas ou superfícies articuladas existentes nos bordos de fuga das asas de um avião, quando estendidos aumentam a sustentação e o arrasto de uma asa pela mudança da curvatura do seu perfil e do aumento de sua área.

Geralmente, os flapes podem ser utilizados em dois momentos críticos do voo:

a) durante a aproximação para o pouso, em deflexão máxima, permitindo que a aeronave reduza a sua velocidade de aproximação, evitando o estol. Com isso a aeronave pode tocar o solo na velocidade mais baixa possível para se obter o melhor desempenho de frenagem no solo e reduzindo consideravelmente o comprimento de pista para pouso.

b) durante a decolagem, em ajuste adequado para produzir a melhor combinação de sustentação (máxima) e arrasto (mínimo), permitindo que a aeronave percorra a menor distância no solo antes de atingir a velocidade de decolagem.

Os flapes normalmente se encontram localizados no bordo de fuga próximos à raiz da asa como pode ser observado na Figura 2.38.



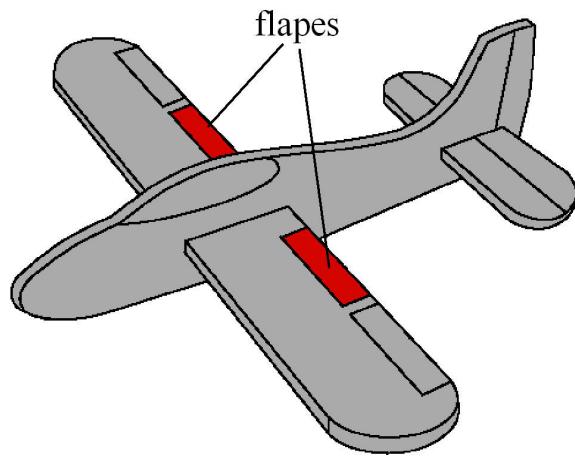


Figura 2.38 – Localização dos flaps.

Basicamente os flaps podem ser utilizados em uma aeronave como forma de se obter os maiores valores de $C_{Lmáx}$ durante os procedimentos de pouso e decolagem sem penalizar o desempenho de cruzeiro da aeronave. Os flaps podem ser definidos como artifícios mecânicos que alteram temporariamente a geometria do perfil e consequentemente da asa. A Figura 2.39 mostra os principais tipos de flaps utilizados nas aeronaves.

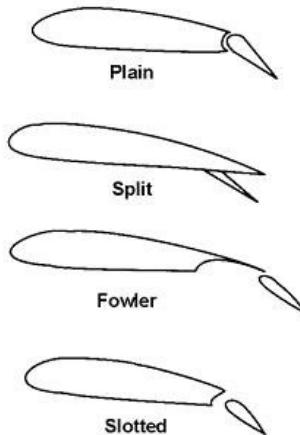
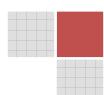


Figura 2.39 – Principais tipos de flaps.

O efeito provocado pela aplicação dos flaps pode ser visualizado na Figura 2.40 apresentada a seguir, onde, na qual, pode-se notar um considerável aumento no valor do $C_{Lmáx}$ sem que ocorra nenhuma mudança do coeficiente angular da curva C_L versus α .



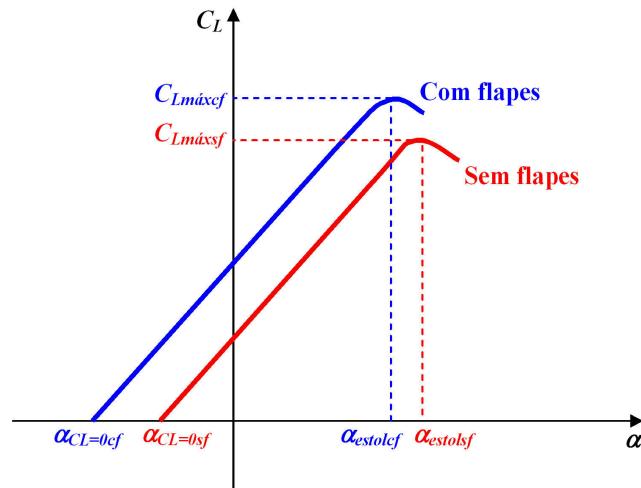


Figura 2.40 – Efeito da aplicação dos flapes.

Porém, como a aplicação dos flapes proporciona um aumento no arqueamento do perfil percebe-se que a curva C_L versus α sofre um deslocamento para a esquerda acarretando em uma diferença de ângulo de ataque para se obter a sustentação nula e também um menor ângulo de estol quando comparado a uma situação sem flape.

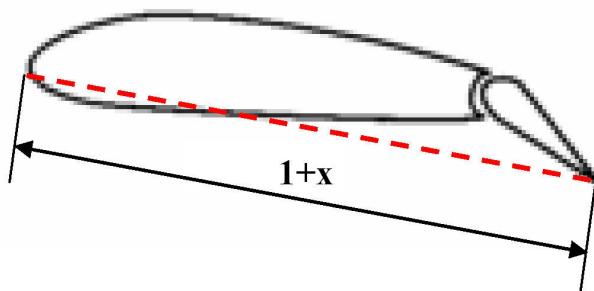
O coeficiente de sustentação máximo obtido pela aplicação dos flapes pode ser estimado de acordo com McCormick [2.2] pela aplicação da Equação (2.32).

$$C_{L\max cf} = (1 + x) \cdot C_{L\max sf} \quad (2.32)$$

onde a variável x representa a fração de aumento na corda do perfil originada pela aplicação dos flapes.

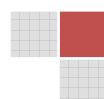
Exemplo 2.11 – Cálculo do $C_{L\max}$ devido à utilização de flapes na aeronave.

Considere um perfil onde o máximo coeficiente de sustentação é 2,0, sabendo-se que com a utilização de flape tipo “plain” a corda do perfil sofre um aumento percentual $x = 5\%$ como mostra a figura a seguir, determine o máximo coeficiente de sustentação desse perfil com a utilização desse tipo de flape.



Solução:

Aplicando-se a Equação (2.32), tem-se que:



$$C_{Lmáx,cf} = (1 + x) \cdot C_{Lmáx,sf}$$

$$C_{Lmáx,cf} = (1 + 0,05) \cdot 2$$

$$C_{Lmáx,cf} = 2,1$$

2.5.8 – Distribuição elíptica de sustentação

A determinação da distribuição de sustentação ao longo da envergadura de uma asa representa um fator de grande importância para o dimensionamento estrutural da mesma e envolve importantes conceitos relativos à aerodinâmica da aeronave. O modelo apresentado a seguir é oriundo da teoria da linha sustentadora de Prandtl e representa um caso particular aplicado a asas com forma elíptica denominado distribuição elíptica de sustentação. Esta situação possui grande importância prática, pois a partir dessa distribuição de sustentação torna-se possível encontrar de forma aproximada qual será a distribuição de sustentação em uma asa com forma geométrica diferente da elíptica. A Figura 4.41 apresentada a seguir mostra a distribuição elíptica de sustentação sobre a asa de uma aeronave.

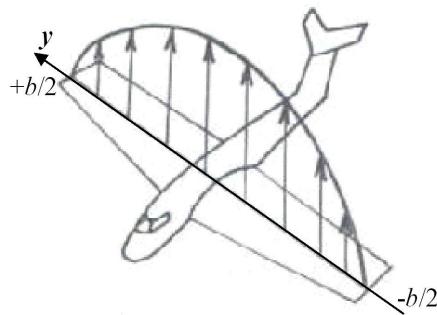


Figura 4.41 – Distribuição elíptica de sustentação.

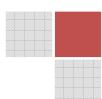
A aplicação desse modelo teórico permite estimar a distribuição de circulação $\Gamma(y)$ ao longo da envergadura da asa, e, pela aplicação do teorema de Kutta-Joukowski é possível determinar também qual será a força de sustentação atuante em cada seção ao longo da envergadura.

Assume-se que a distribuição da circulação ao longo da envergadura da asa pode ser calculada diretamente pela aplicação da Equação (2.33).

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2} \quad (2.33)$$

onde a variável Γ_0 é uma constante e representa a circulação no ponto médio da asa em estudo e b representa a envergadura da asa. A curva que representa a distribuição de circulação $\Gamma(y)$ dada pela Equação (2.33) é a parcela superior da elipse mostrada na Figura 4.42 e a equação dessa elipse é:

$$\left(\frac{\Gamma}{\Gamma_0}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2 = 1 \quad (2.34)$$



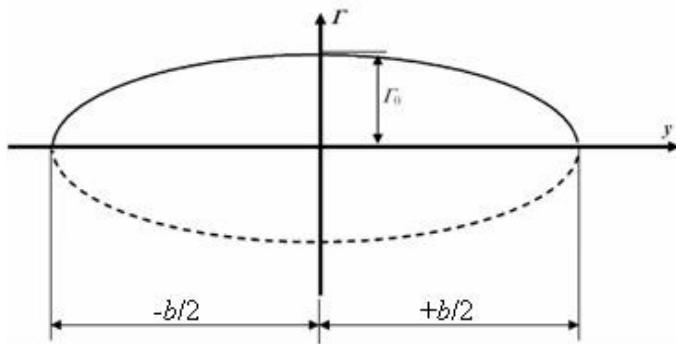


Figura 2.42 – Representação gráfica da Equação (2.34).

A análise da Equação (2.34) permite observar que Γ atinge o seu máximo valor Γ_0 no ponto médio da asa no qual a coordenada de posição dessa seção é $y = 0$ e decai a zero nas extremidades da asa onde $y = \pm b/2$.

Como forma de se obter a circulação no ponto médio da asa, a teoria da linha sustentadora de Prandtl prediz que:

$$\Gamma_0 = \frac{4 \cdot L}{\rho \cdot v \cdot b \cdot \pi} \quad (2.35)$$

Geralmente, este valor de Γ_0 é determinado para o estudo estrutural da asa e, portanto, calculado para a velocidade de manobra e a força de sustentação equivalente, obtidas para o ponto de manobra da aeronave através do estudo do diagrama (v - n). Este diagrama será comentado em detalhes no capítulo destinado a análise de desempenho sendo que a força de sustentação a partir da análise do diagrama (v - n) pode ser obtida da seguinte forma.

$$L = n_{máx} \cdot W \quad (2.36)$$

onde $n_{máx}$ representa o fator de carga máximo a que a aeronave está sujeita e W representa o peso total da mesma.

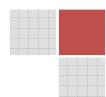
Uma vez determinado o valor de Γ_0 em (m^2/s) , a distribuição de circulação poder ser calculada ao longo de toda a envergadura da asa considerando-se uma variação da posição de y desde $-b/2$ até $+b/2$ e a força de sustentação atuante para cada seção pode ser obtida pela aplicação do teorema de Kutta-Joukowski da seguinte forma.

$$L(y) = \rho \cdot v \cdot \Gamma(y) \quad (2.7)$$

A aplicação dessa metodologia permite obter de forma rápida a distribuição de sustentação ao longo da envergadura de uma asa, porém é importante ressaltar que este método é aplicado a asas com forma geométrica elíptica não fornecendo resultados precisos para asas que não possuem a forma elíptica.

Exemplo 2.12 – Cálculo da Distribuição elíptica de sustentação.

Uma aeronave possui uma asa elíptica com envergadura $b = 2,5m$ e foi projetada para alçar voo com um peso total $W = 150N$. Sabendo-se que em condições de atmosfera padrão ao nível do mar ($\rho = 1,225kg/m^3$) a velocidade do ponto de manobra e o máximo fator de carga



obtidos no diagrama (v - n) são respectivamente $v = 23\text{m/s}$ e $n_{máx} = 2$, determine a circulação Γ_0 no ponto médio da asa. Monte uma tabela com os valores de $\Gamma(y)$ e $L(y)$ para cada estação y ao longo da envergadura e represente em um gráfico a distribuição da força de sustentação ao longo da envergadura dessa asa.

Solução:

A força de sustentação atuante no ponto de manobra da aeronave pode ser calculada pela solução da Equação (2.36).

$$L = n_{máx} \cdot W$$

$$L = 2 \cdot 150$$

$$L = 300\text{N}$$

Este valor deve ser utilizado para o dimensionamento estrutural da asa, ou seja a aeronave se encontra em uma condição crítica de voo.

O valor numérico da circulação no ponto médio da asa é calculado a partir da Equação (2.35).

$$\Gamma_0 = \frac{4 \cdot L}{\rho \cdot v \cdot b \cdot \pi}$$

$$\Gamma_0 = \frac{4 \cdot 300}{1,225 \cdot 23 \cdot 2,5 \cdot \pi}$$

$$\Gamma_0 = 5,425 \text{ m}^2/\text{s}$$

Os valores da circulação $\Gamma(y)$ e da força de sustentação $L(y)$ em cada estação ao longo da envergadura são calculados pela aplicação das Equações (2.33) e (2.37) com os valores de y variando de $-b/2$ até $+b/2$, ou seja, entre $-1,25\text{m}$ e $+1,25\text{m}$. Como forma de se exemplificar este cálculo, a seguir são apresentados os valores obtidos para três diferentes estações, lembrando que o cálculo deve ser repetido ao longo de toda a envergadura da asa.

Para $y = -1,25\text{m}$,

A circulação é dada por:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2}$$

$$\Gamma(y) = 5,425 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot (-1,25)}{2,5}\right)^2}$$

$$\Gamma(y) = 0$$

E a força de sustentação é:



$$L(y) = \rho \cdot v \cdot \Gamma(y)$$

$$L(y) = 1,225 \cdot 23 \cdot 0$$

$$L(y) = 0 \text{ N/m}$$

Para $y = -1,00\text{m}$,
A circulação é dada por:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2}$$

$$\Gamma(y) = 5,425 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot (-1,00)}{2,5}\right)^2}$$

$$\Gamma(y) = 3,255 \text{ m}^2/\text{s}$$

E a força de sustentação é:

$$L(y) = \rho \cdot v \cdot \Gamma(y)$$

$$L(y) = 1,225 \cdot 23 \cdot 3,255$$

$$L(y) = 91,70 \text{ N/m}$$

Para $y = -0,75\text{m}$,
A circulação é dada por:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2}$$

$$\Gamma(y) = 5,425 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot (-0,75)}{2,5}\right)^2}$$

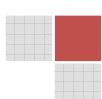
$$\Gamma(y) = 4,340 \text{ m}^2/\text{s}$$

E a força de sustentação é:

$$L(y) = \rho \cdot v \cdot \Gamma(y)$$

$$L(y) = 1,225 \cdot 23 \cdot 4,340$$

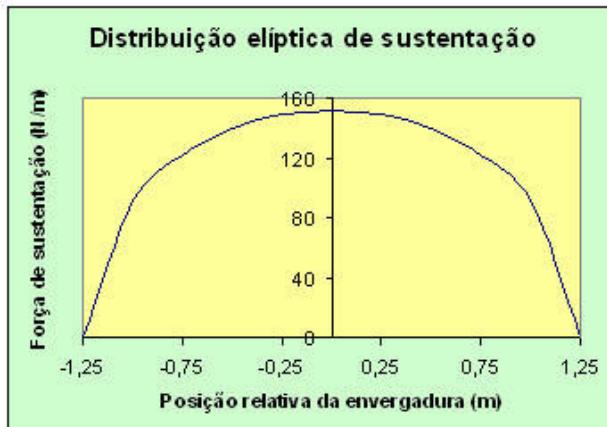
$$L(y) = 122,27 \text{ N/m}$$



O processo apresentado foi aplicado sucessivas vezes com incrementos de 0,25m nos valores de y resultando na tabela de dados apresentada a seguir.

Estação	y (m)	$I(y)$ (m^2/s)	$L(y)$ (N/m)
1	-1,25	0	0
2	-1,00	3,255	91,70
3	-0,75	4,340	122,27
4	-0,50	4,972	140,08
5	-0,25	5,315	149,75
6	0,00	5,425	152,84
7	0,25	5,315	149,75
8	0,50	4,972	140,08
9	0,75	4,340	122,27
10	1,00	3,255	91,70
11	1,25	0	0

A distribuição de sustentação ao longo da envergadura dessa asa pode ser visualizada na figura apresentada a seguir.

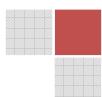


A determinação das cargas aerodinâmicas na asa de uma aeronave em regime de voo subsônico envolve uma série de cálculos e processos complexos para se predizer com acuracidade este carregamento. Em muitas vezes a solução só é possível através de experimentos em túnel de vento, aplicação teórica do método dos painéis ou mesmo programas de CFD.

Porém para o projeto preliminar de uma aeronave, a teoria clássica da linha sustentadora é válida e a distribuição de sustentação ao longo da envergadura de uma asa com uma forma geométrica qualquer pode ser obtida através de um modelo simplificado denominado aproximação de Schrenk.

Normalmente este método é aplicado durante o projeto preliminar de uma nova aeronave com asas de baixo enflechamento e de moderado a alto alongamento. O método basicamente representa uma média aritmética entre a distribuição de carga originada pelo modelo de asa em questão e uma distribuição elíptica para uma asa de mesma área e mesma envergadura.

Para a aplicação deste método considere a asa trapezoidal mostrada na Figura 2.43, cuja distribuição hipotética de sustentação ao longo da envergadura da semi-asa está representada na Figura 2.44.



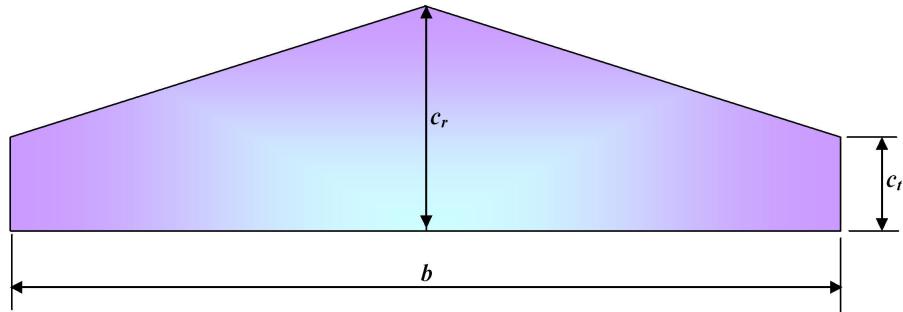


Figura 2.43 – Modelo de asa trapezoidal para utilização da aproximação de Schrenk.

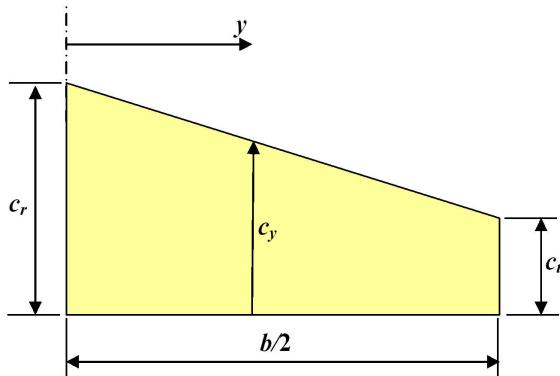


Figura 2.44 – Distribuição trapezoidal ao longo da semi-envergadura.

A área da semi-asa pode ser calculada com base na Equação (2.13) resultando em:

$$\frac{S}{2} = \frac{(c_r + c_t) \cdot b}{4} \quad (2.38)$$

Considerando a relação de afilamento dada pela Equação (2.17), a corda na ponta pode ser expressa da seguinte forma:

$$c_t = \lambda \cdot c_r \quad (2.39)$$

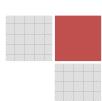
A Equação (2.38) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{S}{2} = \frac{(\lambda \cdot c_r + c_r) \cdot b}{4} \quad (2.40)$$

$$\frac{S}{2} = \frac{c_r \cdot (1 + \lambda) \cdot b}{4} \quad (2.40a)$$

Isolando-se c_r tem-se que:

$$c_r = \frac{4 \cdot S}{2 \cdot (1 + \lambda) \cdot b} \quad (2.41)$$



$$c_r = \frac{2 \cdot S}{(1 + \lambda) \cdot b} \quad (2.41a)$$

Para a asa em estudo, a variação da corda ao longo da envergadura pode ser representada pela seguinte dedução algébrica:

$$c_y = c_r - \left\{ \left[\frac{y}{b/2} \right] \cdot (c_r - c_t) \right\} \quad (2.42)$$

$$c_y = c_r - \left\{ \left[\frac{y}{b/2} \right] \cdot (c_r - \lambda \cdot c_r) \right\} \quad (2.42a)$$

$$c_y = c_r - \left\{ \left[\frac{y}{b/2} \right] \cdot (c_r (1 - \lambda)) \right\} \quad (2.42b)$$

$$c_y = c_r - \left[\frac{2 \cdot y}{b} \cdot (c_r (1 - \lambda)) \right] \quad (2.42c)$$

$$c_y = c_r - \frac{2 \cdot y \cdot c_r}{b} + \frac{2 \cdot y \cdot c_r \cdot \lambda}{b} \quad (2.42d)$$

$$c_y = c_r \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot y}{b} + \frac{2 \cdot y \cdot \lambda}{b} \right) \quad (2.42e)$$

$$c_y = c_r \cdot \left(1 + \left(-\frac{2 \cdot y}{b} + \frac{2 \cdot y \cdot \lambda}{b} \right) \right) \quad (2.42f)$$

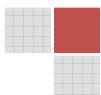
$$c_y = c_r \cdot \left[1 + \left(\frac{2 \cdot y}{b} \cdot (\lambda - 1) \right) \right] \quad (2.42g)$$

Substituindo a Equação (2.41a) na Equação (2.42g), tem-se que:

$$c_y = \frac{2 \cdot S}{(1 + \lambda) \cdot b} \cdot \left[1 + \left(\frac{2 \cdot y}{b} \cdot (\lambda - 1) \right) \right] \quad (2.43)$$

Esta equação permite obter a variação da corda ao longo da envergadura da asa trapezoidal. Por analogia, a variação do carregamento atuante também segue a Equação (2.43), portanto, substituindo S por L e c_y por $L(y)_T$ é possível determinar uma distribuição trapezoidal de carregamento ao longo da envergadura da asa pela aplicação da Equação (2.44).

$$L(y)_T = \frac{2 \cdot L}{(1 + \lambda) \cdot b} \cdot \left[1 + \left(\frac{2 \cdot y}{b} \cdot (\lambda - 1) \right) \right] \quad (2.44)$$



Porém esse carregamento não representa a realidade, pois como visto a distribuição de carregamento ao longo da envergadura de uma asa se aproxima de uma elipse. Dessa forma, a aproximação de Schrenk é utilizada como forma de se determinar uma distribuição média entre a forma elíptica e trapezoidal. Para uma asa com forma geométrica elíptica, a Equação (2.33) mostra que:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2} \quad (2.33)$$

Considerando que:

$$\Gamma_0 = \frac{4 \cdot L}{\rho \cdot v \cdot b \cdot \pi} \quad (2.35)$$

e,

$$L(y) = \rho \cdot v \cdot \Gamma(y) \quad (2.37)$$

Pode-se escrever que:

$$\frac{L(y)_E}{\rho \cdot v} = \frac{4 \cdot L}{\rho \cdot v \cdot b \cdot \pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2} \quad (2.45)$$

E assim, para uma distribuição elíptica de sustentação tem-se que:

$$L(y)_E = \frac{4 \cdot L}{b \cdot \pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)^2} \quad (2.46)$$

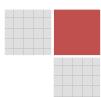
Para um valor intermediário dado pela aproximação de Schrenk deve-se realizar a média aritmética entre todos os valores obtidos pela solução das Equações (2.44) e (2.46) para cada estação avaliada ao longo da envergadura da asa do seguinte modo:

$$L(y)_{TS} = \frac{L(Y)_T + L(Y)_E}{2} \quad (2.47)$$

O subscrito TS indica que a análise foi realizada para uma asa trapezoidal seguindo a aproximação de Schrenk.

Exemplo 2.13 – Cálculo da Distribuição de sustentação pela aproximação de Schrenk.

Considere uma aeronave que possui uma asa trapezoidal com as seguintes características geométricas: $b = 2,5\text{m}$, $c_r = 0,5\text{m}$ e $c_t = 0,3\text{m}$. Sabendo-se que esta aeronave foi projetada para alçar voo com um peso total $W = 140\text{N}$ e que em condições de atmosfera padrão ao nível do mar ($\rho = 1,225\text{kg/m}^3$) a velocidade do ponto de manobra e o máximo fator de carga obtidos no diagrama ($v-n$) são respectivamente $v = 22\text{m/s}$ e $n_{\max} = 2,3$. Determine a partir da aproximação de Schrenk a distribuição de sustentação ao longo da envergadura dessa



asa mostrando uma tabela de resultados e um gráfico comparativo da distribuição da força de sustentação ao longo da envergadura.

Solução:

A força de sustentação atuante no ponto de manobra da aeronave pode ser calculada pela solução da Equação (2.36).

$$L = n_{\max} \cdot W$$

$$L = 2,3 \cdot 140$$

$$L = 322 \text{ N}$$

A relação de afilamento dessa asa é dada por:

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

$$\lambda = \frac{0,3}{0,5}$$

$$\lambda = 0,6$$

Considerando $y = 1,25\text{m}$

Para uma distribuição elíptica tem-se a partir da aplicação da Equação (2.44) que:

$$L(y)_E = \frac{4 \cdot L}{b \cdot \pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b} \right)^2}$$

$$L(y)_E = \frac{4 \cdot 322}{2,5 \cdot \pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 1,25}{2,5} \right)^2}$$

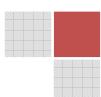
$$L(y)_E = 0$$

Para a asa trapezoidal em estudo a partir da aplicação da Equação (2.46), tem-se que:

$$L(y)_T = \frac{2 \cdot L}{(1 + \lambda) \cdot b} \cdot \left[1 + \left(\frac{2 \cdot y}{b} \cdot (\lambda - 1) \right) \right]$$

$$L(y)_T = \frac{2 \cdot 322}{(1 + 0,6) \cdot 2,5} \cdot \left[1 + \left(\frac{2 \cdot 1,25}{2,5} \cdot (0,6 - 1) \right) \right]$$

$$L(y)_T = 96,6 \text{ N}$$



Pela aproximação de Schrenk, a força de sustentação nessa estação da asa é:

$$L(y)_{TS} = \frac{L(Y)_T + L(Y)_E}{2}$$

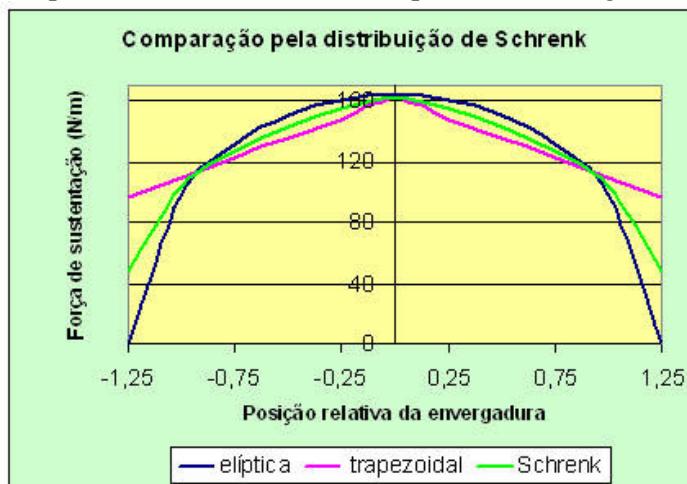
$$L(y)_{TS} = \frac{96,6 + 0}{2}$$

$$L(y)_{TS} = 48,3 \text{ N/m}$$

O processo apresentado foi aplicado sucessivas vezes com incrementos de 0,25m nos valores de y resultando na tabela de dados apresentada a seguir.

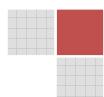
Estação	y (m)	$L(y)_E$ (N/m)	$L(y)_T$ (N/m)	$L(y)_{TS}$ (N/m)
1	-1,25	0	96,60	48,30
2	-1,00	98,39	109,48	103,94
3	-0,75	131,19	122,36	126,77
4	-0,50	150,30	135,24	142,77
5	-0,25	160,68	148,12	154,40
6	0,00	163,99	161,00	162,49
7	0,25	160,68	148,12	154,40
8	0,50	150,30	135,24	142,77
9	0,75	131,19	122,36	126,77
10	1,00	98,39	109,48	103,94
11	1,25	0	96,60	48,30

O gráfico comparativo dos resultados está representado na figura a seguir.



2.6 – Arrasto em aeronaves

Na análise de desempenho de um avião e durante todas as fases de projeto, o arrasto gerado representa a mais importante quantidade aerodinâmica, estimar a força de arrasto total de uma aeronave é uma tarefa difícil de se realizar e a proposta dessa seção é mostrar os principais tipos de arrasto que afetam o projeto de uma aeronave e fornecer alguns métodos analíticos para estimar esses valores.



Como forma de se estimar o arrasto de uma aeronave, é importante citar que existem apenas duas fontes de geração das forças aerodinâmicas em um corpo que se desloca através de um fluido. Essas fontes são: a distribuição de pressão e as tensões de cisalhamento que atuam sobre a superfície do corpo, e assim, existem apenas dois tipos característicos de arrasto, o arrasto de pressão que ocorre devido ao desbalanceamento de pressão existente sobre a superfície da aeronave e o arrasto de atrito proveniente das tensões de cisalhamento que atuam sobre a superfície da aeronave. Todo e qualquer outro tipo de arrasto citado na literatura aeronáutica é proveniente de uma dessas duas formas comentadas.

A seguir é apresentada uma lista com os principais tipos de arrasto existentes e a definição de cada um deles.

Arrasto de atrito: como citado representa o arrasto devido às tensões de cisalhamento atuantes sobre a superfície do corpo.

Arrasto de pressão ou arrasto de forma: representa o arrasto gerado devido ao desbalanceamento de pressão causado pela separação do escoamento.

Arrasto de perfil: é a soma do arrasto de atrito com o arrasto de pressão, este termo é comumente utilizado quando se trata do escoamento em duas dimensões, ou seja, representa o termo empregado quando se realiza a análise de um aerofólio.

Arrasto de interferência: representa um arrasto de pressão que é causado pela interação do campo dos escoamentos ao redor de cada componente da aeronave. Em geral o arrasto total da combinação asa-fuselagem é maior que a soma individual do arrasto gerado pela asa e pela fuselagem isoladamente.

Arrasto induzido: é o arrasto dependente da geração de sustentação, é caracterizado por um arrasto de pressão causado pelo escoamento induzido “downwash” que é associado aos vórtices criados nas pontas de uma asa de envergadura finita.

Arrasto parasita: representa o arrasto total do avião menos o arrasto induzido, ou seja, é a parcela de arrasto que não está associada diretamente com a geração de sustentação. Este é o termo utilizado para descrever o arrasto de perfil para um avião completo, isto é, representa a parcela do arrasto total associada com o atrito viscoso e o arrasto de pressão provenientes da separação do escoamento ao redor de toda a superfície do avião.

2.6.1 – Arrasto induzido

Para uma asa de dimensões finitas, o coeficiente de arrasto total em regime de escoamento subsônico é obtido através da soma do coeficiente de arrasto do perfil com o coeficiente de arrasto induzido gerado pelos vórtices de ponta de asa.

O arrasto induzido é caracterizado como um arrasto de pressão e é gerado pelos vórtices de ponta de asa que produzem um campo de escoamento perturbado sobre a asa e interferem na distribuição de pressão sobre a superfície da mesma ocasionando em uma componente extra de arrasto com relação ao perfil aerodinâmico. A Figura 2.45 mostra os vórtices gerados na ponta da asa de uma aeronave.

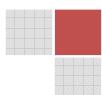




Figura 2.45 – Exemplo de vórtices gerados na ponta das asas.

Matematicamente para uma asa com alongamento ($AR \geq 4$), a teoria da linha sustentadora de Prandtl mostra que o coeficiente de arrasto induzido é definido a partir da Equação (2.48) apresentada a seguir.

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot e \cdot AR} \quad (2.48)$$

Analizando-se a Equação (2.48), é possível observar a relação existente entre o coeficiente de arrasto induzido e o coeficiente de sustentação (onde C_{Di} é uma função que varia com C_L^2). Esta relação é associada com a elevada pressão existente no intradorso da asa e a menor pressão existente no extradorso, que é responsável pela geração dos vórtices de ponta de asa no qual o escoamento contorna a ponta da asa do intradorso para o extradorso. A diferença de pressão é o mesmo mecanismo que é responsável pela criação da força de sustentação, portanto conclui-se que o arrasto induzido está intimamente relacionado com a geração de sustentação da asa, ou seja, representa o “preço que deve ser pago” para produzir a força de sustentação necessária ao voo da aeronave.

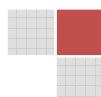
O coeficiente de arrasto total da asa é obtido a partir da soma do coeficiente de arrasto do perfil com o coeficiente de arrasto induzido como mostra Equação (2.49).

$$C_D = c_d + C_{Di} \quad (2.49)$$

2.6.1.1 - Técnicas utilizadas para a redução do arrasto induzido

A partir da análise da Equação (2.48), pode-se observar que para um determinado valor do coeficiente de sustentação e alongamento da asa, o coeficiente de arrasto induzido pode ser reduzido a partir da aproximação do fator de eficiência de envergadura para a unidade, ou seja ($e \approx 1$). O valor de (e) sempre é um número menor do que 1, a não ser para uma asa com forma geométrica elíptica (asa ideal $e = 1$).

Na Equação (2.27) nota-se que o valor de (e) depende do fator de arrasto induzido δ , analisando-se a Figura 2.30, nota-se que o valor de δ é geralmente da ordem de 0,05 ou menor para a maioria das asas, isto significa dizer que o valor de (e) estará variando entre 0,95 e 1,0. Dessa forma, pode-se concluir que o primeiro ponto ou técnica que pode ser utilizada para a redução do arrasto induzido é aplicar o projeto de uma asa de forma elíptica ou muito próxima dela. Porém, como visto anteriormente, embora a asa elíptica seja ideal, seu processo construtivo é difícil e o custo de produção também é alto.



Uma segunda variável que modifica consideravelmente a Equação (2.48) é a variação do alongamento da asa, onde pode-se notar que um aumento do alongamento é benéfico para a redução do arrasto induzido. A Figura 2.46 mostra os vórtices de ponta de asa responsáveis pelo arrasto induzido para uma aeronave com baixo alongamento e para uma aeronave com alto alongamento de asa.

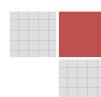
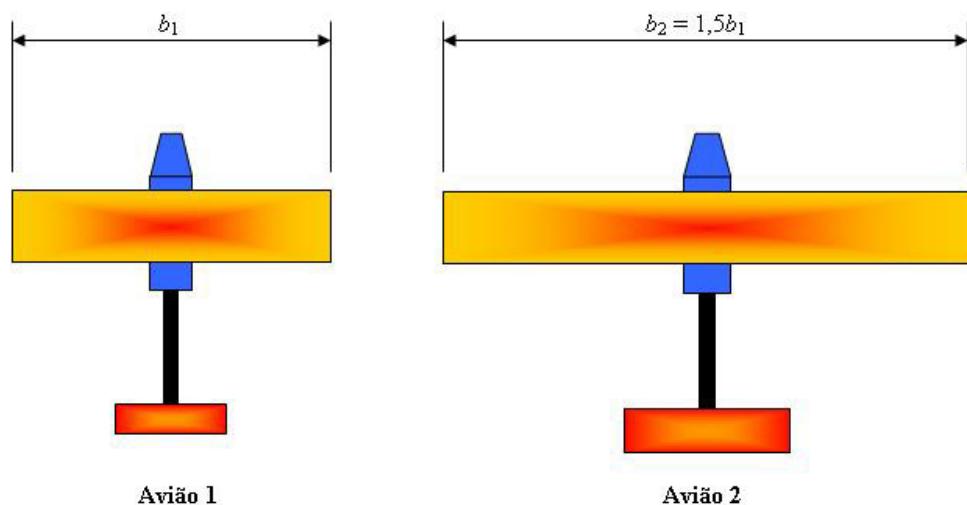


Figura 2.46 – variação do arrasto induzido devido à influência do alongamento da asa.

É importante observar que um aumento do alongamento representa um fator predominante para a redução do arrasto induzido, e, dessa forma, se durante as fases de projeto de um avião fossem levados em consideração apenas os efeitos aerodinâmicos, toda aeronave operando em regime subsônico deveria possuir asas com alongamento extremamente grandes como forma de se reduzir muito o arrasto induzido. Como não existe apenas ganho na natureza, aumentar em demasia o arrasto induzido traz problemas estruturais na aeronave, principalmente relacionados ao momento fletor na raiz da asa e ao peso estrutural da mesma, e, dessa forma, existe uma relação de compromisso a ser fixada entre a aerodinâmica e a resistência estrutural da aeronave.

Exemplo 2.14 – Efeito do aumento do alongamento no arrasto induzido.

Considere duas aeronaves com asas retangulares e mesma área em planta como mostra a figura a seguir.



Sabendo-se que ambas as aeronaves se encontram em uma situação de voo na qual o coeficiente de sustentação é o mesmo e que a aeronave 2 possui uma envergadura $b_2 = 1,5 b_1$, determine a relação entre os alongamentos das aeronaves 2 e 1 e calcule a porcentagem de redução do arrasto induzido da aeronave 2 em relação a aeronave 1.

Solução:

O alongamento de cada asa pode ser calculado a partir da Equação (2.16).

$$AR_1 = \frac{b_1^2}{S}, \text{ e}$$

$$AR_2 = \frac{(1,5b_1)^2}{S} = \frac{2,25b_1^2}{S}$$

Assim, verifica-se que:

$$\frac{AR_2}{AR_1} = \frac{\frac{b_1^2}{S}}{\frac{2,25 \cdot b_1^2}{S}}$$

$$\frac{AR_2}{AR_1} = 2,25$$

Pode-se observar que um aumento de envergadura para uma mesma área de asa proporciona também um aumento no alongamento proporcional ao quadrado da envergadura da asa.

O coeficiente de arrasto induzido para cada uma das aeronaves pode ser escrito da seguinte forma:

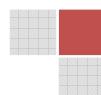
$$C_{Di1} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_1 \cdot AR_1}, \text{ e}$$

$$C_{Di2} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_2 \cdot (2,25 \cdot AR_1)}$$

Assim pode-se escrever que:

$$\frac{C_{Di2}}{C_{Di1}} = \frac{\frac{C_L^2}{\pi \cdot e_2 \cdot (2,25 \cdot AR_1)}}{\frac{C_L^2}{\pi \cdot e_1 \cdot AR_1}}$$

$$\frac{C_{Di2}}{C_{Di1}} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_2 \cdot (2,25 \cdot AR_1)} \cdot \frac{\pi \cdot e_1 \cdot AR_1}{C_L^2}$$



$$\frac{C_{Di2}}{C_{Di1}} = \frac{1}{2,25} = 0,444$$

Considerando-se $e_1 \approx e_2$, pode-se perceber que um aumento do alongamento em 1,5 vezes contribui para uma redução do arrasto induzido em um fator proporcional ao quadrado da variação do alongamento, ou seja, no exemplo apresentado a redução do arrasto induzido para a aeronave 2 é claramente notada em relação à aeronave 1 e corresponde a 55,6%.

2.6.1.2 – Efeito solo

O efeito solo representa um fenômeno que resulta em uma alteração do arrasto quando a aeronave realiza um voo próximo ao solo. Este efeito é provocado por uma redução do escoamento induzido “downwash” nas proximidades do solo. Como comentado, o escoamento induzido é provocado pela geração dos vórtices de ponta de asa que possuem uma magnitude elevada em altos ângulos de ataque. Também é importante lembrar que altos ângulos de ataque estão associados com baixas velocidades de voo a frente. Nas operações de poucos e decolagens a aeronave geralmente opera com baixa velocidade e elevado ângulo de ataque, e, dessa forma, a vorticidade aumenta na ponta da asa e consequentemente o escoamento induzido também aumenta, mas com avião voando nas proximidades do solo, cria-se uma barreira que destrói a ação dos vórtices, e dessa forma, na presença do solo uma parcela do vórtice é eliminada fazendo com que ocorra uma redução do escoamento induzido e consequentemente uma redução do arrasto induzido, permitindo que nas proximidades do solo a aeronave possa voar com a necessidade de uma menor tração.

A Figura 2.47 mostra os efeitos da proximidade do solo em relação a uma aeronave.

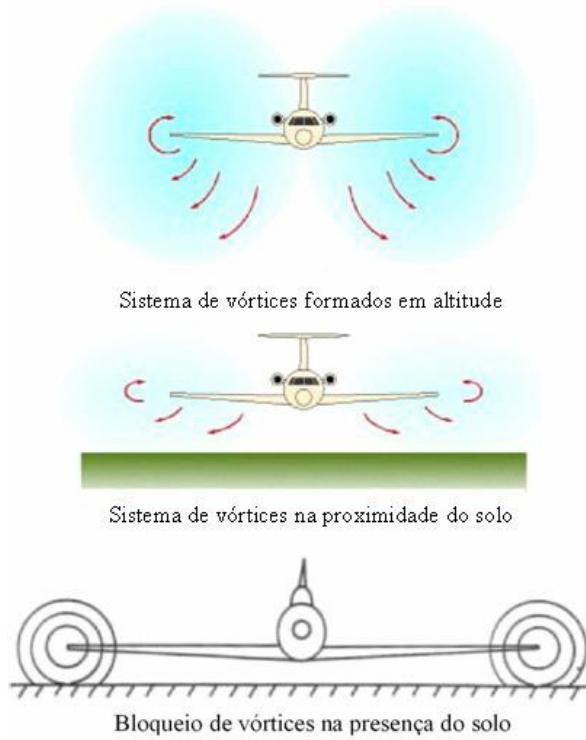
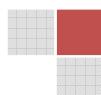


Figura 2.47 – Aeronave sob o efeito solo.



O efeito solo geralmente se faz presente a uma altura inferior a uma envergadura da asa, ou seja, acima dessa altura a aeronave não sente a presença do solo. A uma altura de 30% da envergadura em relação ao solo pode-se conseguir uma redução de até 20% no arrasto induzido e a uma altura em relação ao solo de 10% da envergadura da asa consegue-se até 50% de redução do arrasto induzido. Assim, percebe-se que quanto mais próxima do solo a asa estiver, mais significativa é a presença do efeito solo, uma considerável diferença na presença o efeito solo pode ser sentida quando da escolha entre uma asa alta e uma asa baixa.

O efeito solo é uma importante quantidade que pode ser aproveitada para conseguir uma decolagem com menor comprimento de pista, pois em sua presença a aeronave terá a tendência de decolar com uma certa antecipação, pois com a redução do escoamento induzido a asa possuirá um maior ângulo de ataque fazendo com que mais sustentação seja gerada e um menor arrasto seja obtido durante a corrida de decolagem.

Uma expressão que prediz o fator de efeito solo ϕ é proposta por McCormick [2.2] e pode ser calculada pela solução da Equação (2.50).

$$\phi = \frac{(16 \cdot h/b)^2}{1 + (16 \cdot h/b)^2} \quad (2.50)$$

Nesta equação, o fator ϕ é um número menor ou igual 1, h representa a altura da asa em relação ao solo e b representa a envergadura da asa. Pode-se perceber que quando $h = b$, o fator de efeito solo ϕ será bem próximo de 1, e para qualquer outro valor $h < b$ o fator de efeito solo será um número menor que 1, ou seja, uma quantidade que representa a porcentagem de redução do arrasto induzido pela presença do solo.

Portanto, na presença do efeito solo, o coeficiente de arrasto induzido para uma aeronave pode ser calculado a partir da Equação (2.51).

$$C_{Di} = \phi \cdot \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (2.51)$$

onde e_0 representa o fator de eficiência de Oswald e será discutido com mais detalhes quando da determinação da polar de arrasto da aeronave.

É importante ressaltar que esta equação somente deve ser utilizada para a determinação das características de decolagem e pouso da aeronave quando o efeito solo se faz presente, para o voo em altitude, o fator de efeito solo é igual a 1 e dessa forma, não altera em nada a determinação do arrasto induzido.

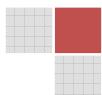
Exemplo 2.15 – Determinação da influência do efeito solo no arrasto induzido.

Determine o fator de efeito solo e o respectivo coeficiente de arrasto induzido para uma asa de envergadura 2,5m com alongamento 7,15 e que durante a corrida de decolagem está fixada em um ângulo de incidência que proporcione um $C_L = 0,7$. Considere $e_0 = 0,75$ e uma altura da asa em relação ao solo de 0,35m.

Solução:

O fator de efeito solo é obtido pela solução da Equação (2.50).

$$\phi = \frac{(16 \cdot h/b)^2}{1 + (16 \cdot h/b)^2}$$



$$\phi = \frac{(16 \cdot 0,35/2,5)^2}{1 + (16 \cdot 0,35/2,5)^2}$$

$$\phi = 0,833$$

O respectivo coeficiente de arrasto induzido para essa situação é calculado pela Equação (2.51).

$$C_{Di} = \phi \cdot \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR}$$

$$C_{Di} = 0,833 \cdot \frac{0,7^2}{\pi \cdot 0,75 \cdot 7,15}$$

$$C_{Di} = 0,0242$$

Para a situação apresentada o efeito solo está contribuindo com uma redução de 16,7% no coeficiente de arrasto induzido da aeronave.

2.6.2 – Arrasto Parasita

O arrasto parasita de uma aeronave pode ser estimado através do cálculo individual da força de arrasto parasita em cada componente da aeronave. É importante citar que em regiões onde o arrasto de interferência se faz presente, este deve ser utilizado como estimativa individual dos componentes da aeronave que se encontram sob o efeito da interferência.

Considerando que C_{Dn} e S_n representam respectivamente o coeficiente de arrasto parasita e a área de referência para o n -ésimo componente da aeronave, então uma expressão que pode ser utilizada para o cálculo do arrasto parasita de uma aeronave pode ser representada por,

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_{D1} \cdot S_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_{D2} \cdot S_2 + \dots + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_{Dn} \cdot S_n \quad (2.52)$$

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot (C_{D1} \cdot S_1 + C_{D2} \cdot S_2 + \dots + C_{Dn} \cdot S_n) \quad (2.52a)$$

Na Equação (2.52), é importante se observar que os coeficientes de arrasto de cada componente não podem ser diretamente somados, pois cada uma possui uma área de referência diferente, assim, a forma correta de se realizar o cálculo é através da soma dos produtos $C_{Dn}S_n$. Esse produto é denominado na literatura aeronáutica com “área equivalente de placa plana” e representado na notação pela letra f .

Considerando que o termo $1/2 \rho v^2$ representa a pressão dinâmica q , a Equação (2.52a) pode ser reescrita da seguinte forma,



$$\frac{D_0}{q} = (C_{D1} \cdot S_1 + C_{D2} \cdot S_2 + \dots + C_{Dn} \cdot S_n) \quad (2.53)$$

Como o produto $C_{Dn}S_n$ representa a “área equivalente de placa plana” f , é óbvio e intuitivo que o quociente D/q também representa f , portanto a Equação (2.53) pode ser expressa do seguinte modo,

$$\frac{D_0}{q} = f = (C_{D1} \cdot S_1 + C_{D2} \cdot S_2 + \dots + C_{Dn} \cdot S_n) \quad (2.53a)$$

ou,

$$f = \sum_{n=1}^m C_{Dn} \cdot S_n = \sum_{n=1}^m f_n \quad (2.53b)$$

Essa notação indica que as áreas equivalentes de placa plana são somadas para suas n -ésimas componentes desde $n = 1$ até $n = m$, onde m representa o número total de componentes.

Geralmente os componentes que devem ser somados em uma aeronave destinada a participar da competição SAE AeroDesign são:

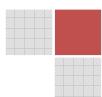
- a) Asa;
- b) Fuselagem;
- c) Componente horizontal da cauda (profundor);
- d) Componente vertical da cauda (leme);
- e) Trem de pouso principal;
- f) Trem de pouso do nariz;
- g) Rodas;
- H) Interferência Asa-Fuselagem
- I) Lincagem *;
- J) Motor *.

* Segundo McCormick [2.2], esses componentes devem ser estimados através de experimentos. Os componentes de lincagem e motor geralmente acrescem cerca de 20% no total encontrado.

Normalmente existem muitas incertezas ao se tentar estimar com exatidão o coeficiente de arrasto parasita de uma aeronave a partir do modelo apresentado. Essas incertezas ocorrem devido principalmente as componentes da aeronave que se encontram sob o efeito de arrasto de interferência além das irregularidades das superfícies que dificultam muito o processo de cálculo. Em face dessas dificuldades, muitas vezes a melhor maneira de se estimar o arrasto parasita é a partir do conhecimento prévio dos coeficientes de arrasto parasita dos componentes de aeronaves já existentes e que possuem uma aparência similar a da aeronave que se encontra em fase de projeto.

Dessa forma, um modo mais simples e eficaz de se estimar o coeficiente de arrasto parasita é através da área molhada da aeronave S_{wet} e do coeficiente de atrito equivalente C_F , e, assim, a Equação (2.52a) pode ser expressa do seguinte modo,

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S_{wet} \cdot C_F \quad (2.54)$$



ou,

$$D_0 = q \cdot S_{wet} \cdot C_F \quad (2.54a)$$

Nesta equação, a área molhada da aeronave pode ser calculada pela integral de toda a área que compõe a superfície da aeronave e que está imersa no escoamento.

O valor do C_F depende diretamente do número de Reynolds e da corda média aerodinâmica. Para uma placa plana submetida a um escoamento laminar incompressível a teoria prediz que o coeficiente C_F pode ser calculado da seguinte forma.

$$C_F = \frac{1,328}{\sqrt{R_e}} \quad (2.55)$$

Para o caso da mesma placa plana submetida a um escoamento turbulento, o valor de C_F pode ser obtido pela seguinte equação,

$$C_F = \frac{0,42}{\ln^2(0,056R_e)} \quad (2.56)$$

Segundo Anderson [2.1], a Equação (2.56) fornece um resultado com uma acuracidade da ordem de $\pm 4\%$ para uma faixa de números de Reynolds variando entre 10^5 e 10^9 .

Um ponto importante relacionado às Equações (2.55) e (2.56) é saber quando aplicá-las. A Equação (2.55) somente é válida para um escoamento completamente laminar e a Equação (2.56) válida para um escoamento completamente turbulento, porém para a maioria das aeronaves convencionais em regime de voo subsônico, o escoamento inicia laminar próximo ao bordo de ataque da asa, mas para elevados números de Reynolds normalmente encontrados em voo, a extensão do fluxo laminar geralmente é muito pequena e a transição ocorre muito próxima ao bordo de ataque.

A aplicação de qualquer uma das duas equações citadas está sujeita a erros, pois o resultado obtido é para uma placa plana e não para um perfil aerodinâmico. Baseado em aeronaves existentes, Raymer [2.4] sugere a seguinte tabela para os valores de C_F .

Tabela 2.6 – Coeficiente de atrito de superfície.

Aeronave	C_F (subsônico)
Transporte civil	0,0030
Cargueiro militar	0,0035
Aeronave leve - monomotor	0,0055
Aeronave leve - bimotor	0,0045
Aeronave anfíbio	0,0065

A partir das considerações feitas, e sabendo-se que,

$$\frac{D_0}{q} = f \quad (2.57)$$



A Equação (2.54a) pode ser expressa da seguinte forma,

$$f = S_{wet} \cdot C_F \quad (2.58)$$

Portanto, com a definição matemática de f , a força de arrasto parasita da aeronave em relação à área molhada pode ser calculada da seguinte forma,

$$D_0 = q \cdot f \quad (2.59)$$

Neste ponto é importante citar que a conotação “área equivalente de placa plana” representa a área de referência de um modelo fictício que possui a mesma força de arrasto do modelo em estudo. Desse modo, se o modelo em estudo passa a ter a área da asa como referência, o coeficiente de arrasto parasita da aeronave pode ser determinado a partir da força de arrasto parasita da asa.

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{D0} \quad (2.60)$$

$$D_0 = q \cdot S \cdot C_{D0} \quad (2.60a)$$

$$C_{D0} = \frac{D_0}{q \cdot S} \quad (2.60b)$$

Substituindo a Equação (2.59) na Equação (2.60b), tem-se que,

$$C_{D0} = \frac{q \cdot f}{q \cdot S} \quad (2.61)$$

ou ainda,

$$C_{D0} = \frac{q \cdot S_{wet} \cdot C_F}{q \cdot S} \quad (2.61a)$$

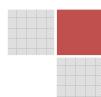
que resulta em,

$$C_{D0} = \frac{S_{wet}}{S} \cdot C_F \quad (2.61b)$$

A Equação (2.87) permite estimar de forma rápida o coeficiente de arrasto parasita de uma aeronave para uma condição de voo de velocidade de cruzeiro. Como citado anteriormente, certas incertezas estão presentes no modelo apresentado, pois o mesmo é baseado em métodos empíricos e em dados históricos de aeronaves existentes.

Exemplo 2.16 – Determinação do coeficiente de arrasto parasita de uma aeronave.

Estime o coeficiente de arrasto parasita em condições de atmosfera padrão ao nível do mar para uma aeronave cuja área de asa é $0,9\text{m}^2$ e a área molhada total é igual a $5,4\text{m}^2$. Considere uma corda média aerodinâmica de $0,35\text{m}$ e uma velocidade de 18m/s .



Dados: $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,7894 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$.

Solução:

O cálculo do número de Reynolds pode ser realizado a partir da aplicação da Equação (2.2), assim, tem-se que:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot \bar{c}}{\mu}$$

$$R_e = \frac{1,225 \cdot 18 \cdot 0,35}{1,7894 \cdot 10^{-5}}$$

$$R_e = 4,312 \cdot 10^5$$

O coeficiente de arrasto parasita da aeronave pode ser calculado a partir da Equação (2.61b).

$$C_{D0} = \frac{S_{wet}}{S} \cdot C_F$$

Para a solução desta equação é necessário se determinar o coeficiente de atrito equivalente C_F , que depende diretamente do número de Reynolds. Considerando um escoamento totalmente laminar sobre a aeronave, o valor de C_F pode ser determinado pela aplicação da Equação (2.55).

$$C_F = \frac{1,328}{\sqrt{R_e}}$$

$$C_F = \frac{1,328}{\sqrt{4,312 \cdot 10^5}}$$

$$C_F = 0,00202$$

Portanto, o valor de C_{D0} é dado por.

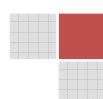
$$C_{D0} = \frac{5,4}{0,9} \cdot 0,00202$$

$$C_{D0} = 0,01212 \text{ (Resultado para escoamento laminar)}$$

Considerando um escoamento totalmente turbulento sobre a aeronave, o valor de C_F pode ser determinado pela aplicação da Equação (2.56).

$$C_F = \frac{0,42}{\ln^2(0,056 \cdot R_e)}$$

$$C_F = \frac{0,42}{\ln^2(0,056 \cdot 4,312 \cdot 10^5)}$$



$$C_F = 0,00412$$

Portanto, o valor de C_{D0} é dado por.

$$C_{D0} = \frac{5,4}{0,9} \cdot 0,00412$$

$$C_{D0} = 0,02472 \text{ (Resultado para escoamento turbulento)}$$

Vale ressaltar que os resultados encontrados foram obtidos com a utilização das Equações (2.55) e (2.56), portanto um certo erro pode estar contido nesses resultados, pois as referidas equações são resultados obtidos para o estudo de uma placa plana.

Considerando-se o valor de C_F retirado da Tabela 2.6, tem-se que para uma aeronave leve monomotora o valor de C_F é 0,0055, e assim, o coeficiente de arrasto parasita da aeronave será:

$$C_{D0} = \frac{5,4}{0,9} \cdot 0,0055$$

$$C_{D0} = 0,033 \text{ (Resultado obtido seguindo as citações de Raymer)}$$

2.7 – Aerodinâmica da empenagem

O dimensionamento dos componentes da empenagem de um avião representa um dos aspectos mais empíricos e menos preciso de todo o projeto. Como citado no Capítulo 1 do presente livro, a função primária da superfície horizontal da cauda é prover a estabilidade longitudinal e o profundo atua como forma de se garantir o controle longitudinal e a trimagem da aeronave. Já a superfície vertical possui a finalidade de garantir a estabilidade direcional sendo que o leme de direção atua com a finalidade de prover o controle direcional da aeronave.

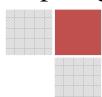
Dessa forma, durante a fase preliminar do projeto de uma nova aeronave, as dimensões das superfícies horizontal e vertical da empenagem devem ser suficientes para se garantir a estabilidade e o controle da aeronave.

O processo para a realização desse dimensionamento é fundamentado em dados históricos e empíricos onde duas quantidades adimensionais importantes denominadas de volume de cauda horizontal e volume de cauda vertical são utilizadas para se estimar as dimensões mínimas das superfícies de cauda. Essas quantidades adimensionais são definidas a partir das Equações (2.62) e (2.63).

$$V_{HT} = \frac{l_{HT} \cdot S_{HT}}{\bar{c} \cdot S} \quad (2.62)$$

$$V_{VT} = \frac{l_{VT} \cdot S_{VT}}{b \cdot S} \quad (2.63)$$

Nessas equações, l_{HT} representa a distância entre o CG do avião e o centro aerodinâmico da superfície horizontal da empenagem, l_{VT} é a distância entre o CG do avião e o centro aerodinâmico da superfície vertical da empenagem, S_{HT} é a área necessária para a superfície horizontal da empenagem, S_{VT} a área necessária para a superfície vertical da empenagem, \bar{c} representa a corda média aerodinâmica da asa, b é a envergadura da asa e S a



área da asa. Baseado em dados históricos e empíricos de aviões monomotores existentes, os valores dos volumes de cauda estão compreendidos na seguinte faixa:

$$0,35 \leq V_{HT} \leq 0,5$$

$$0,04 \leq V_{VT} \leq 0,06$$

As Equações (2.62) e (2.63) possuem como finalidade principal o cálculo das áreas necessárias das superfícies horizontal e vertical da empunhadura como forma de se garantir a estabilidade e o controle da aeronave, assim, para a solução dessas equações se faz necessário o conhecimento prévio da corda média aerodinâmica, da área da asa e da envergadura da mesma. Os valores de l_{HT} , l_{VT} , V_{HT} e V_{VT} são adotados de acordo com a experiência do projetista e às necessidades do projeto em questão. É importante observar que maiores valores de l_{HT} e l_{VT} proporcionam menores valores de áreas para as superfícies horizontal e vertical da empunhadura. De maneira inversa, maiores valores de V_{HT} e V_{VT} proporcionam maiores valores de área necessária. Portanto, a experiência do projetista é essencial para se definir os melhores valores a serem adotados para a solução das Equações (2.62) e (2.63).

As principais configurações de empunhadura geralmente utilizadas nas aeronaves são denominadas como convencional, cauda em T, cauda em V, cauda dupla e cruciforme e estão representadas a seguir nas Figuras 2.48 e 2.49.



Figura 2.48 – Principais tipos de empunhaduras.

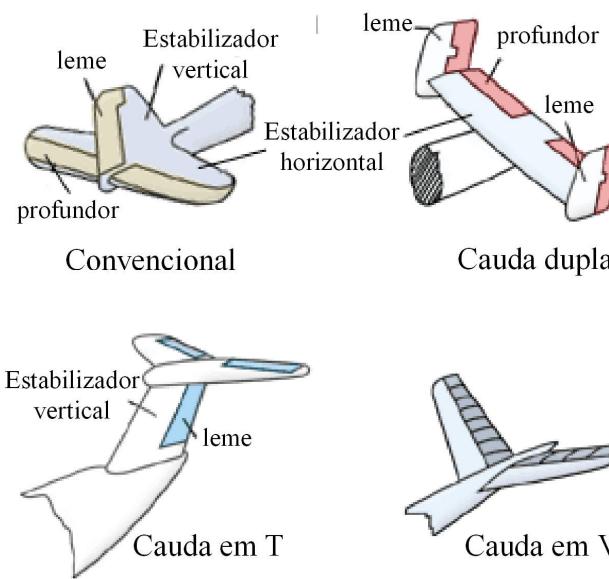


Figura 2.49 – Ilustração dos principais tipos de empunhaduras.



A configuração convencional geralmente é a utilizada em praticamente 70% dos aviões, este modelo é favorecido pelo seu menor peso estrutural quando comparada às outras configurações citadas e também possui boas qualidades para se garantir a estabilidade e o controle da aeronave. A cauda em T possui uma estrutura mais pesada e a superfície vertical deve possuir uma estrutura mais rígida para suportar as cargas aerodinâmicas e o peso da superfície horizontal. Uma característica importante da configuração em T é que a superfície horizontal atua como um “end plate” na extremidade da superfície vertical resultando em um menor arrasto induzido. A configuração em V geralmente pode ser utilizada na intenção de se reduzir a área molhada da empennagem além de propiciar um menor arrasto de interferência, porém sua maior penalidade é com relação a complexidade dos controles uma vez que leme e profundo devem trabalhar em conjunto como forma de se manobrar a aeronave. A cauda dupla normalmente é utilizada como forma de se posicionar o estabilizador vertical fora da esteira de vórtices principalmente em elevados ângulos de ataque e a configuração cruciforme representa basicamente uma situação intermediária entre a cauda convencional e a cauda em T.

Uma vez que as utilizações das superfícies vertical e horizontal da empennagem devem fornecer meios para se garantir a estabilidade e o controle da aeronave, as forças aerodinâmicas atuantes nesses componentes geralmente são bem menores que as atuantes na asa da aeronave além de mudarem de direção constantemente durante o voo, isto implica na utilização de perfis simétricos como forma de se garantir que em qualquer sentido de movimento dessas superfícies a força aerodinâmica gerada seja equivalente.

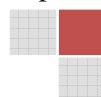
A Tabela 2.6 apresentada a seguir mostra os perfis aerodinâmicos simétricos mais utilizados para a construção das empennagens de uma aeronave destinada a participar da competição SAE AeroDesign.

Tabela 2.7 – Perfis simétricos para utilização em empennagens.



Muitos outros modelos de perfis simétricos podem ser encontrados na literatura e no banco de perfis NASG, aqui estão apresentados apenas os que geralmente são utilizados. É importante citar que do mesmo modo que se realiza uma análise para os perfis arqueados através das suas curvas características o mesmo deve ser feito para os perfis simétricos utilizados na empennagem, pois os parâmetros aerodinâmicos desses perfis são de grande importância para uma análise detalhada de estabilidade e controle da aeronave como será discutido posteriormente em um capítulo destinado à estabilidade da aeronave.

Uma vez selecionado o perfil e calculada qual a área necessária para cada uma das superfícies da empennagem, a forma geométrica adotada pode ser fruto da criação e imaginação do projetista, normalmente a superfície horizontal assume uma forma geométrica retangular, elíptica ou trapezoidal e a superfície vertical em 99% dos casos assume uma forma trapezoidal.



Outro ponto importante com relação à superfície horizontal da empunagem é relacionado ao seu alongamento, pois esta superfície pode ser considerada uma asa de baixo alongamento, e, portanto, uma asa de menor eficiência. Assim, se o alongamento da superfície horizontal for menor que o alongamento da asa da aeronave, quando ocorrer um estol na asa a superfície horizontal da empunagem ainda possui controle sobre a aeronave, pois o seu estol ocorre para um ângulo de ataque maior que o da asa.

Exemplo 2.17 – Cálculo de área das superfícies de cauda.

Uma nova aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign possui uma envergadura de 2,2 m, área de asa $S = 0,85 \text{ m}^2$ e uma corda média aerodinâmica $\bar{c} = 0,31 \text{ m}$, sabendo-se que os comprimento l_{HT} e l_{VT} são respectivamente iguais a 1,2 m e 1,1 m, determine a mínima área necessária para as superfícies horizontal e vertical da empunagem considerando os seguintes volumes de cauda $V_{HT} = 0,5$ e $V_{VT} = 0,05$. Mostre também um desenho representando uma possível forma geométrica para essas superfícies considerando uma geometria retangular para a superfície horizontal e uma geometria trapezoidal para a superfície vertical.

Solução:

Cálculo da área da superfície horizontal:

$$S_{HT} = \frac{V_{HT} \cdot \bar{c} \cdot S}{l_{HT}}$$

$$S_{HT} = \frac{0,5 \cdot 0,31 \cdot 0,85}{1,2}$$

$$S_{HT} = 0,109 \text{ m}^2$$

Cálculo da área da superfície vertical:

$$S_{VT} = \frac{V_{VT} \cdot b \cdot S}{l_{VT}}$$

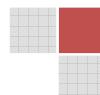
$$S_{HT} = \frac{0,05 \cdot 2,2 \cdot 0,85}{1,1}$$

$$S_{HT} = 0,085 \text{ m}^2$$

A configuração geométrica da superfície horizontal será determinada considerando uma envergadura $b_{HT} = 0,6 \text{ m}$, dessa forma a corda é dada por:

$$S_{HT} = b_{HT} \cdot c_{HT}$$

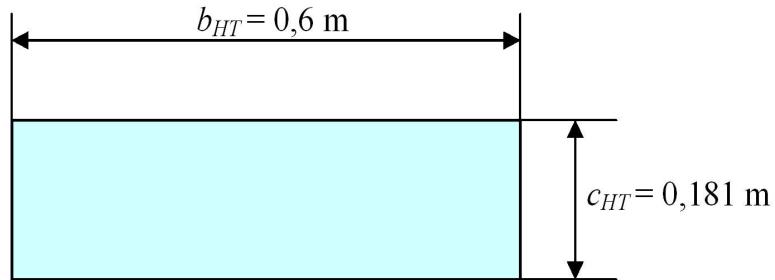
$$c_{HT} = \frac{S_{HT}}{b_{HT}}$$



$$c_{HT} = \frac{0,109}{0,6}$$

$$c_{HT} = 0,181 \text{ m}$$

A representação geométrica da superfície horizontal é:



A configuração geométrica da superfície vertical será determinada considerando uma envergadura $b_{VT} = 0,4 \text{ m}$ e uma relação de afilamento de 0,5, dessa forma a corda na raiz é dada por:

$$S_{HT} = \frac{(c_{r_{VT}} + c_{i_{VT}}) \cdot b_{VT}}{2}$$

$$S_{HT} = \frac{(c_{r_{VT}} + (0,5 \cdot c_{r_{VT}})) \cdot b_{VT}}{2}$$

$$S_{HT} = \frac{1,5 \cdot c_{r_{VT}} \cdot b_{VT}}{2}$$

$$c_{r_{VT}} = \frac{2 \cdot S_{HT}}{1,5 \cdot b_{VT}}$$

$$c_{r_{VT}} = \frac{2 \cdot 0,085}{1,5 \cdot 0,4}$$

$$c_{r_{VT}} = 0,283 \text{ m}$$

A corda na ponta é dada por:

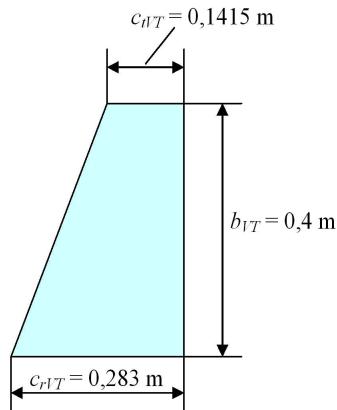
$$c_{i_{VT}} = 0,5 \cdot c_{r_{VT}}$$

$$c_{i_{VT}} = 0,5 \cdot 0,283$$

$$c_{i_{VT}} = 0,1415 \text{ m}$$

A representação geométrica da superfície vertical é:





2.8 – Polar de arrasto da aeronave

Nesta seção será apresentada a aerodinâmica completa da aeronave através do estudo da curva polar de arrasto. Basicamente toda a relação existente entre a força de sustentação e a força de arrasto, bem como importantes detalhes sobre o desempenho da aeronave podem ser obtidos a partir da leitura direta da curva polar de arrasto. Questões fundamentais como o que é uma polar de arrasto? e, Qual sua importância? Serão discutidas em detalhes a seguir.

Uma obtenção precisa da curva que define a polar de arrasto de uma aeronave é essencial para um ótimo projeto. Durante as fases iniciais do projeto de uma nova aeronave, muitas vezes existe a necessidade da realização de uma série de iterações e refinamentos até se chegar a uma equação ideal que define a polar de arrasto para o propósito do projeto em questão.

2.8.1 – O que é uma polar de arrasto e como ela pode ser obtida?

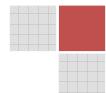
A polar de arrasto representa uma curva que mostra a relação entre o coeficiente de arrasto e o coeficiente de sustentação de uma aeronave completa. Essa relação é expressa através de uma equação que pode ser representada por um gráfico denominado polar de arrasto.

Para todo corpo com forma aerodinâmica em movimento através do ar existe uma relação entre o coeficiente de sustentação (C_L) e o coeficiente de arrasto (C_D) que pode ser expressa por uma equação ou então representada por um gráfico. Tanto a equação como o gráfico que representam a relação entre (C_L) e (C_D) são chamados de polar de arrasto.

A polar de arrasto mostra toda a informação aerodinâmica necessária para uma análise de desempenho da aeronave. A equação que define a polar de arrasto de uma aeronave pode ser obtida a partir da força de arrasto total gerada na mesma. O arrasto total é obtido a partir da soma do arrasto parasita com o arrasto de onda e com o arrasto devido a geração de sustentação na aeronave, assim, a equação que define o arrasto total de uma aeronave na forma de coeficientes aerodinâmicos pode ser escrita da seguinte forma.

$$C_D = C_{D0} + C_{Dw} + C_{Di} \quad (2.64)$$

Na presente equação, o termo referente ao arrasto de onda pode ser desprezado durante os cálculos do projeto de uma aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign, uma vez que esta parcela de arrasto somente se faz presente em velocidades transônicas ou supersônicas, o que não acontece em aeronaves que participam do AeroDesign



que normalmente realizam voos em uma faixa de velocidades entre 10 m/s e 30 m/s. Dessa forma, a Equação (2.64) pode ser reescrita da seguinte forma.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (2.65)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação (2.65) representa o arrasto parasita da aeronave e o segundo representa o arrasto devido a produção de sustentação. De forma a simplificar a presente equação, o arrasto de sustentação pode ser escrito na forma de um coeficiente de proporcionalidade como mostra a Equação (2.66).

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (2.66)$$

O coeficiente de proporcionalidade K é calculado por.

$$K = \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (2.67)$$

Sendo e_0 denominado fator de eficiência de Oswald. Segundo Anderson [2.1], o coeficiente de Oswald representa cerca de 75% do fator de eficiência de envergadura e , podendo ser obtido da seguinte forma.

$$e_0 = 0,75 \cdot e \quad (2.68)$$

Geralmente para uma aeronave completa, e_0 é um número que se encontra entre 0,6 e 0,8, isto ocorre devido aos efeitos de interferência entre a asa e a fuselagem, bem como devido aos efeitos da contribuição da cauda e outros componentes do avião.

A Equação (2.66) representa a polar de arrasto de uma aeronave, e, nesta equação, C_D representa o coeficiente total de arrasto da aeronave, C_{D0} representa o coeficiente de arrasto parasita e o termo KC_L^2 representa o arrasto oriundo da produção de sustentação na aeronave.

Um gráfico genérico da polar de arrasto de uma aeronave é apresentado na Figura 2.50.

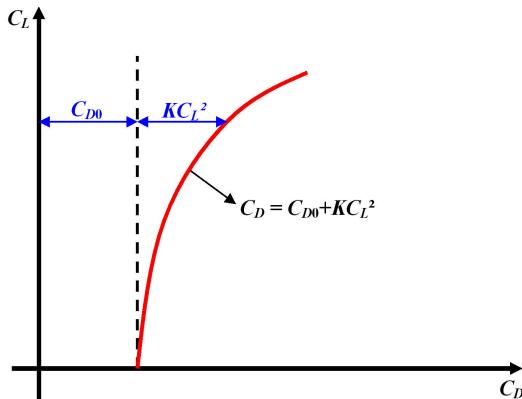
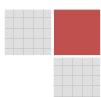


Figura 2.50 – Curva genérica da polar de arrasto de uma aeronave.



A curva apresentada na Figura 2.50 assume essa forma genérica para qualquer aeronave em regime de voo subsônico. A origem desta forma pode ser facilmente visualizada a partir das forças aerodinâmicas que atuam em uma aeronave em voo como mostra a Figura 2.51.

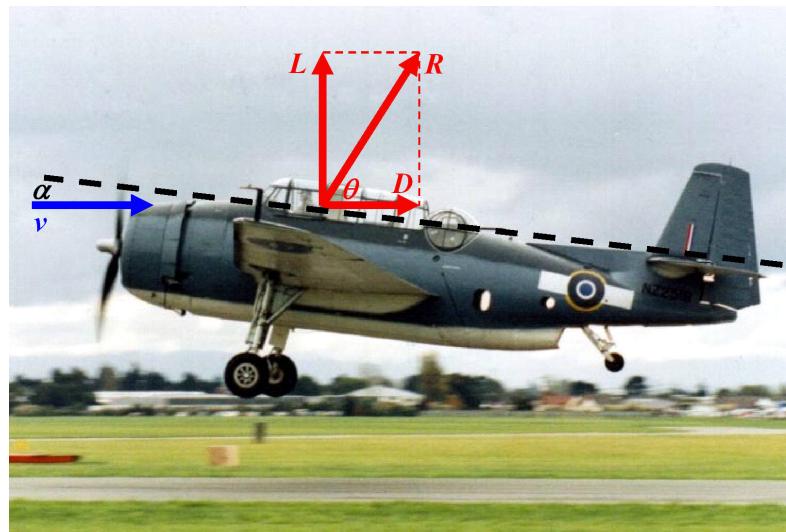


Figura 2.51 – Forças aerodinâmicas atuantes durante o voo.

A partir da análise da Figura 2.51, pode-se perceber que para um determinado ângulo de ataque α , a força resultante aerodinâmica R forma um ângulo θ em relação ao vento relativo. Dessa forma, se R e θ forem desenhados em uma escala conveniente num gráfico, é possível se traçar a polar de arrasto de uma aeronave como um todo, pois é certo que para cada ângulo de ataque avaliado, um novo valor de R e um novo valor de θ serão obtidos. A Figura 2.52 mostra o desenho da polar de arrasto para diversos valores de R e θ .

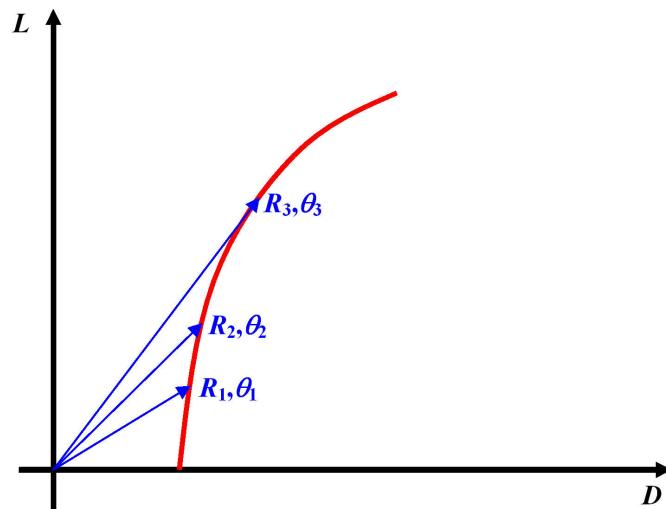


Figura 2.52 – Representação da resultante aerodinâmica na polar de arrasto.



Portanto, a polar de arrasto nada mais é que a representação da força resultante aerodinâmica desenhada em coordenadas polares. É importante observar que cada ponto da polar de arrasto corresponde a um ângulo de ataque diferente, também é importante notar que o gráfico apresentado na Figura 2.52 possui seus valores dados em relação às forças aerodinâmicas de sustentação e arrasto, porém normalmente a curva polar de arrasto de uma aeronave é apresentada em termos dos coeficientes aerodinâmicos C_D e C_L . Em ambas as situações, a curva obtida será exatamente a mesma.

Para uma maior eficiência aerodinâmica da aeronave, pode-se perceber que quanto maior for o valor do ângulo θ , maior será a relação obtida entre a força de sustentação e a força de arrasto e consequentemente menor será a parcela referente ao arrasto parasita, fazendo dessa forma com que a curva polar se aproxime muito do eixo vertical. A situação ideal para o projeto aerodinâmico seria um ângulo θ igual a 90° , pois dessa forma, todo o arrasto seria eliminado da aeronave, porém isso é uma situação impossível de se obter na prática, e, portanto, uma maneira muito eficaz de se melhorar a polar de arrasto de uma aeronave é tentar reduzir o quanto possível o arrasto parasita e também o arrasto induzido da aeronave.

Para toda polar de arrasto existe um ponto no qual a relação entre C_L e C_D assume o seu máximo valor, esse ponto é denominado na aerodinâmica de ponto de projeto e representado na nomenclatura por $(L/D)_{máx}$ ou eficiência máxima $E_{máx}$.

É importante ressaltar que este ponto representa na aerodinâmica da aeronave um ângulo de ataque no qual é possível manter o voo da aeronave obtendo a máxima força de sustentação com a menor penalização de arrasto acarretando em importantes características de desempenho da aeronave que serão discutidas posteriormente em um capítulo à parte do presente livro.

Como forma de se determinar o ponto de projeto de uma aeronave a partir da sua polar de arrasto, a Figura 2.53 mostra a localização desse ponto e as Equações de (2.69) a (2.69i) fornecem um subsídio matemático para a determinação do coeficiente de sustentação de projeto denominado C_L^* com o qual é possível se obter a máxima eficiência aerodinâmica da aeronave.

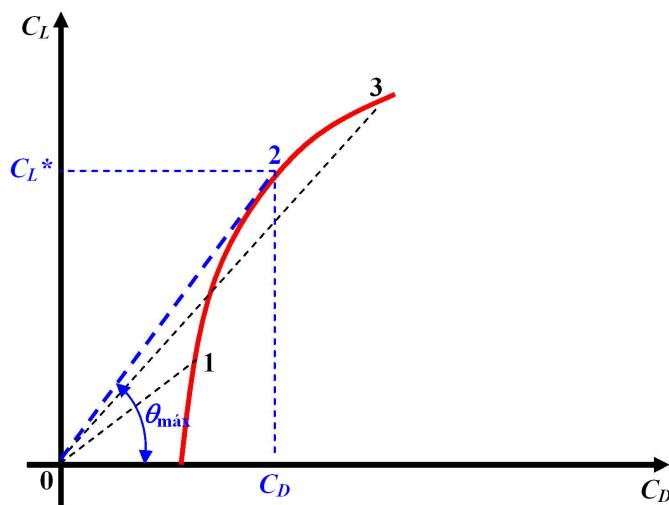
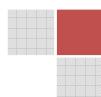


Figura 2.53 – Determinação da relação $(L/D)_{máx}$.

Pode-se observar na Figura 2.53 que o máximo valor de θ e consequentemente a máxima relação C_L/C_D ocorrerá a partir de uma linha tangente a curva polar de arrasto partindo



da origem do sistema de coordenadas (linha 0,2). Para qualquer outra posição do gráfico que não essa, a eficiência aerodinâmica da aeronave será menor.

A partir de definições fundamentais do cálculo diferencial e integral, pode-se chegar a uma equação que permite obter o coeficiente de sustentação de projeto, o correspondente coeficiente de arrasto e a eficiência máxima da aeronave. Assim, a partir da análise da Figura 2.53 observa-se que.

$$\operatorname{tg} \theta_{\max} = \frac{C_L^*}{C_D} = E_{\max} \quad (2.69)$$

Daí, pode-se escrever que.

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \theta_{\max}} = \frac{C_D}{C_L^*} = \frac{1}{E_{\max}} \quad (2.69a)$$

ou,

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \theta_{\max}} = \frac{C_{D0} + K \cdot C_L^{*2}}{C_L^*} = \frac{1}{E_{\max}} \quad (2.69b)$$

Como forma de se obter o máximo valor de eficiência para a aeronave, a definição fundamental do cálculo diferencial e integral diz que a primeira derivada da função deve ser igual a zero (problemas de máximos e mínimos), e, assim, o coeficiente de sustentação de projeto C_L^* pode ser obtido da seguinte forma.

$$\frac{C_{D0} + K \cdot C_L^{*2}}{C_L^*} \frac{d}{dC_L^*} = 0 \quad (2.69c)$$

Essa equação reduz o sistema a um único ponto no qual a tangente de θ assume o seu máximo valor e consequentemente a eficiência aerodinâmica da aeronave também será máxima, portanto, rearranjando os termos da equação tem-se que,

$$C_L^{*-1} \cdot (C_{D0} + K \cdot C_L^{*2}) \frac{d}{dC_L^*} = 0 \quad (2.69d)$$

$$C_L^{*-1} \cdot C_{D0} + K \cdot C_L^* \frac{d}{dC_L^*} = 0 \quad (2.69e)$$

Derivando a equação tem-se que,

$$-C_{D0} \cdot C_L^{*-2} + K = 0 \quad (2.69f)$$

$$K = C_{D0} \cdot C_L^{*-2} \quad (2.69g)$$



$$K = \frac{C_{D0}}{C_L^{*2}} \quad (2.69h)$$

E assim, o coeficiente de sustentação que maximiza a eficiência aerodinâmica da aeronave pode ser escrito da seguinte forma,

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \quad (2.69i)$$

o correspondente coeficiente de arrasto dado por,

$$C_D^* = C_{D0} + K \cdot C_L^{*2} \quad (2.70)$$

e a eficiência aerodinâmica máxima da aeronave calculada para o ponto de projeto é dada por,

$$E_{\max} = \frac{C_L^*}{C_D^*} \quad (2.71)$$

Durante a análise realizada no presente livro se considerou que o arrasto parasita da aeronave coincide com o mínimo arrasto, ou seja, o vértice da parábola coincide com o valor de C_{D0} para uma condição de $C_L = 0$. Porém essa situação é utilizada para aeronaves que possuem asas com perfil simétrico, para o caso de asas arqueadas quando a aeronave se encontra no ângulo de ataque para sustentação nula $\alpha_{L=0}$, o arrasto parasita tende a ser maior que o mínimo arrasto da aeronave que geralmente neste caso ocorre para um ângulo de ataque maior que $\alpha_{L=0}$. Desse modo, a polar de arrasto característica assume uma forma similar à mostrada na Figura 2.54 e a Equação (2.72) é utilizada para o cálculo da polar de arrasto da aeronave.

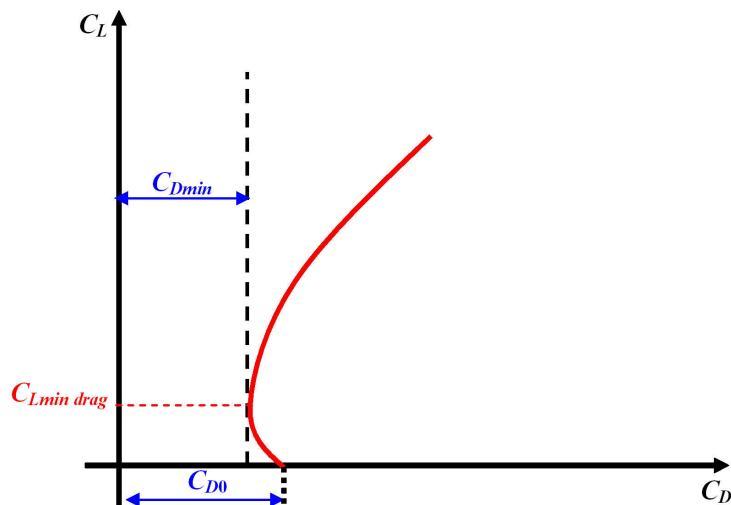


Figura 2.54 – Polar de arrasto não simétrica.



$$C_D = C_{D\min} + K(C_L - C_{L\min drag})^2 \quad (2.72)$$

Normalmente na prática a diferença entre os valores de C_{D0} e $C_{D\min}$ é muito pequena e pode ser desprezada durante os cálculos sem acarretar interferências importantes no desempenho da aeronave.

Exemplo 2.18 – Traçado da polar de arrasto.

Uma nova aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign possui as seguintes características:

Asa trapezoidal;

$$c_r = 0,4 \text{ m};$$

$$c_t = 0,2 \text{ m};$$

$$S = 0,75 \text{ m}^2;$$

$$b = 2,5 \text{ m};$$

$$C_{L\max} = 2,0;$$

$$C_{D0} = 0,045.$$

Determine a equação da polar de arrasto, monte uma tabela e represente os resultados no gráfico da polar de arrasto. Calcule o coeficiente de sustentação de projeto e seu respectivo coeficiente de arrasto e determine a eficiência máxima da aeronave.

Solução:

O primeiro ponto que deve ser determinado é o alongamento da asa que pode ser obtido a partir da solução da Equação (2.16), assim:

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

$$AR = \frac{2,5^2}{0,75}$$

$$AR = 8,33$$

A relação de afilamento é calculada pela Equação (2.17),

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}$$

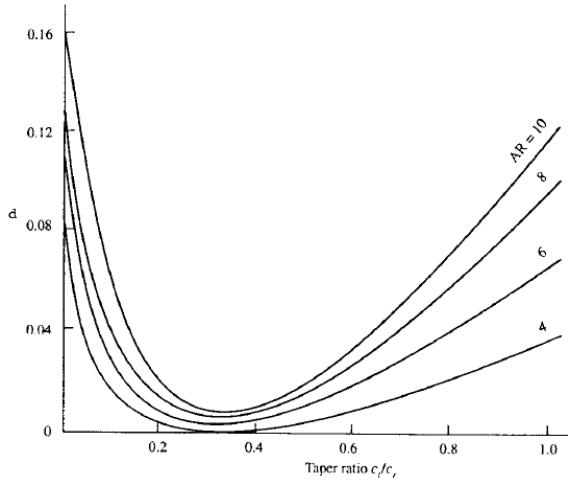
$$\lambda = \frac{0,2}{0,4}$$

$$\lambda = 0,5$$

Conhecidos os valores do alongamento e da relação de afilamento é possível se determinar o fator de arrasto induzido e o fator de eficiência de envergadura a partir do gráfico da Figura 2.30 e da Equação (2.27).

A análise do gráfico da Figura 2.30 mostra que o fator de arrasto induzido é $\delta = 0,018$.





Com a solução da Equação (2.27), chega-se ao valor do fator de eficiência de envergadura da asa.

$$e = \frac{1}{1 + \delta}$$

$$e = \frac{1}{1 + 0,018}$$

$$e = 0,982$$

Pela solução da Equação (2.68), chega-se ao valor do coeficiente de Oswald para a aeronave.

$$e = 0,75 \cdot e$$

$$e = 0,75 \cdot 0,982$$

$$e = 0,736$$

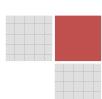
Com a solução da Equação (2.67), determina-se o valor da constante de proporcionalidade K .

$$K = \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR}$$

$$K = \frac{1}{\pi \cdot 0,736 \cdot 8,33}$$

$$K = 0,05194$$

Portanto, a equação que define a polar de arrasto dessa aeronave pode ser escrita da seguinte forma.



$$C_D = 0,045 + 0,05194 \cdot C_L^2$$

Para o traçado do gráfico é necessário inicialmente se montar uma tabela de dados com o C_L variando de 0 até $C_{Lmáx}$. No problema proposto, a tabela será montada considerando um incremento de 0,2 nos valores do C_L , porém é importante citar que quanto maior o número de pontos avaliados mais precisa será a curva obtida.

Antes de se apresentar a tabela resultante da análise, será mostrado o cálculo que foi realizado para a obtenção dos dois primeiros pontos da curva.

Para $C_L = 0$

$$C_D = 0,045 + 0,05194 \cdot 0$$

$$C_D = 0,045$$

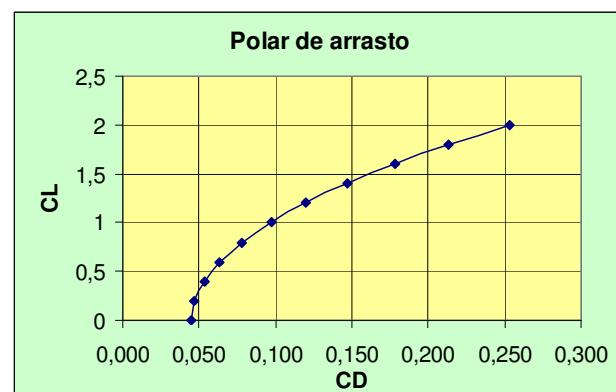
Para $C_L = 0,2$

$$C_D = 0,045 + 0,05194 \cdot 0,2^2$$

$$C_D = 0,047$$

Este procedimento deve ser repetido para cada ponto a ser avaliado durante a construção do gráfico. A tabela resultante da análise é apresentada a seguir juntamente com o respectivo gráfico da polar de arrasto dessa aeronave.

C_L	C_D
0	0,045
0,2	0,047
0,4	0,053
0,6	0,064
0,8	0,078
1	0,097
1,2	0,120
1,4	0,147
1,6	0,178
1,8	0,213
2	0,253



O coeficiente de sustentação de projeto é obtido pelo cálculo da Equação (2.69i).

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_L^* = \sqrt{\frac{0,045}{0,05194}}$$



$$C_L^* = 0,93$$

O correspondente coeficiente de arrasto é.

$$C_D^* = C_{D0} + K \cdot C_L^2$$

$$C_D^* = 0,045 + 0,05194 \cdot 0,93^2$$

$$C_D^* = 0,089$$

E por fim a eficiência máxima da aeronave é dada por.

$$E_{máx} = \frac{C_L^*}{C_D^*}$$

$$E_{máx} = \frac{0,93}{0,089}$$

$$E_{máx} = 10,44$$

Esse resultado indica que para esta condição de voo, a aeronave é capaz de gerar 10,44 vezes mais sustentação do que arrasto.

Esta seção procurou mostrar de forma clara e objetiva como estimar a polar de arrasto de uma aeronave, porém outros métodos podem ser encontrados na literatura aeronáutica. É importante citar que o modelo apresentado é valido apenas para escoamento subsônico e que os resultados obtidos são muito satisfatórios para o proposto do projeto AeroDesign.

2.9 – Considerações sobre a aerodinâmica de biplanos

Reconhecidamente aeronaves do tipo biplano não são extensivamente utilizadas na atualidade como eram no passado, porém existe uma grande quantidade dessas aeronaves que ainda estão em operação. Para o propósito da competição SAE-AeroDesign, a configuração do tipo biplano tem se mostrado muito competente e geralmente aeronaves com essa configuração vêm conseguindo resultados muito expressivos durante as edições passadas da competição. Dessa forma, o presente capítulo não poderia deixar de realizar comentários importantes sobre a aerodinâmica desse tipo de aeronave, pois muitas equipes que se organizam para participar da competição SAE-AeroDesign optam por esse tipo de configuração.

Esta seção apresenta as principais características aerodinâmicas pertinentes a configurações de biplanos, bem como mostra algumas expressões matemáticas que podem ser utilizadas como forma de simplificação de uma aeronave com essa configuração para um monoplano equivalente, onde a partir do qual todas as características aerodinâmicas podem ser obtidas. A Figura 2.55 mostra aeronaves com configuração biplano.





Figura 2.55 – Configuração de biplanos.

2.9.1 – “gap” – Distância vertical entre as asas

O “gap” representa a distância vertical entre as asas de um biplano e deve ser medido perpendicularmente ao eixo longitudinal da aeronave. O “gap” algumas vezes também é definido como a distância que separa duas asas adjacentes de um multiplano. Geralmente o “gap” de um biplano é representado pela relação gap/corda, ou seja, se esta relação é igual a 1, significa que a distância vertical entre as duas asas é igual ao comprimento da corda aerodinâmica da asa.

Na prática, a relação gap/corda é muito próxima de 1. O principal fator a ser avaliado para a determinação da relação gap/corda é a interferência do escoamento gerado em cada uma das asas, ou seja, deve-se prever na análise que a esteira do escoamento gerada na asa superior não sofra interferência da esteira do escoamento gerada na asa inferior da aeronave, portanto, as duas asas da aeronave devem estar tão distantes quanto for possível de forma a minimizar os efeitos de interferência, mas por motivos estruturais, ao mesmo tempo é necessário que a asa superior esteja o mais próximo possível da asa inferior, assim, existe uma solução de compromisso entre a aerodinâmica e a estrutura da aeronave como forma de se obter uma boa relação “gap”/corda. A Figura 2.56 mostra o “gap” entre duas asas.

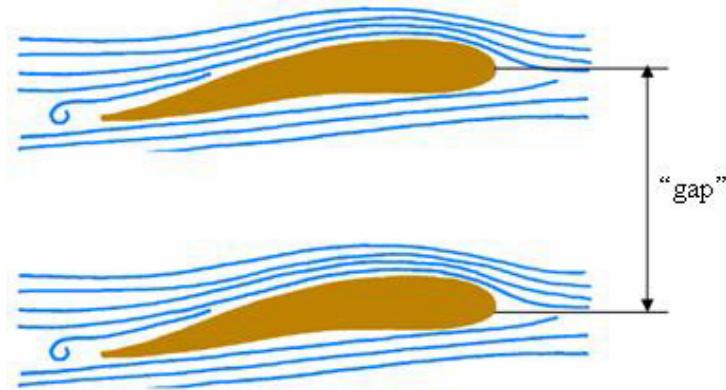
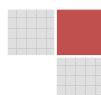


Figura 2.56 – representação do “gap”.



2.9.2 – “Stagger”

O termo “Stagger” é definido como a diferença de posição entre o bordo de ataque das duas asas, ou seja, o “stagger” representa o quanto o bordo de ataque de uma asa está deslocado em relação ao bordo de ataque da outra asa. O “stagger” geralmente é representado pelo ângulo de “stagger” expresso em graus como mostra a Figura 2.57.

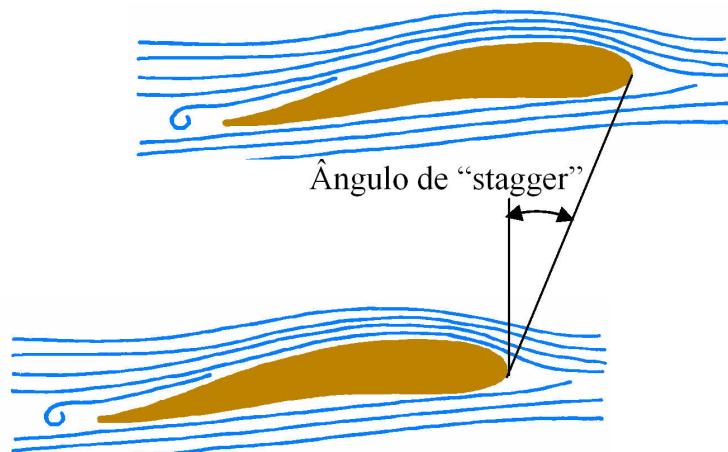


Figura 2.57 – Representação do ângulo de “stagger”.

O “stagger” é considerado positivo quando o bordo de ataque da asa superior estiver a frente do bordo de ataque da asa inferior, e considerado negativo quando o bordo de ataque da asa superior estiver posicionado atrás do bordo de ataque da asa inferior como pode ser observado na Figura 2.58. As vantagens aerodinâmicas do “stagger” geralmente são muito pequenas, um biplano pode possuir ângulo de “stagger” simplesmente para facilitar a visão do piloto ou então para prover uma maior facilidade para se ter acesso a cabine de comandos ou ao compartimento de carga.

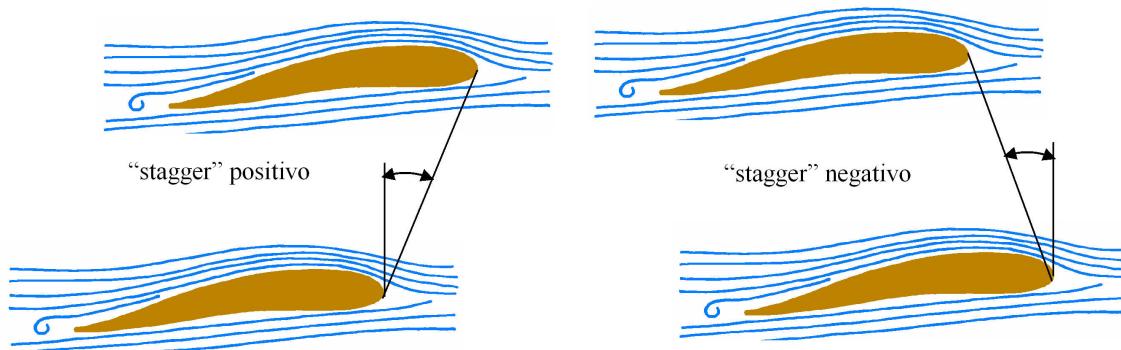
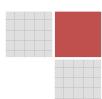


Figura 2.58 – Representação do “stagger” positivo e negativo.

2.9.3 – Decalagem

O termo decalagem representa a diferença entre os ângulos de incidência das asas de um biplano. A decalagem é considerada positiva quando o ângulo de incidência da asa superior for maior que o ângulo de incidência da asa inferior da aeronave.



Geralmente o ângulo de decalagem é muito pequeno e possui como finalidade principal melhorar as características de estol da aeronave, pois com uma decalagem positiva, a asa superior da aeronave tenderá a estolar antes da asa inferior uma vez que seu ângulo de incidência é maior. Se os ailerons estiverem posicionados na asa inferior, estes ainda possuirão comando para recuperar a aeronave de uma possível situação de estol, pois a asa inferior ainda estará em condições normais de voo. O ângulo de decalagem normalmente é da ordem de 1° ou 2°, a Figura 2.59 mostra um exemplo do ângulo de decalagem.

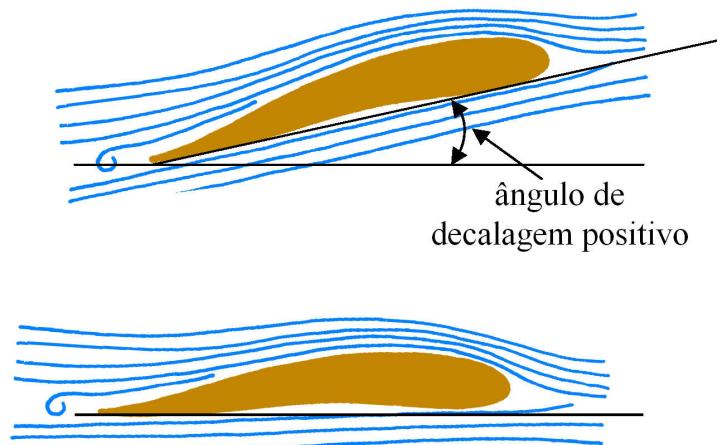


Figura 2.59 – Representação do ângulo de decalagem.

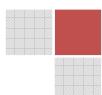
2.9.3 – Determinação de um monoplano equivalente

A formulação matemática para a determinação das características aerodinâmicas de um biplano geralmente envolve uma extensa série de cálculos e aproximações que despedem muitas horas de estudo e dedicação para a correta análise desse tipo de aeronave. Como o escopo deste livro não possui a finalidade de se avaliar em detalhes a aerodinâmica de biplanos, a formulação matemática apresentada é um modelo simplificado proposto por Munk [2.2] que permite converter o biplano em estudo em um monoplano equivalente que possua a mesma forma em planta da asa com os mesmos valores de corda e proporcione o mesmo desempenho final do biplano em questão.

Esta análise é realizada a partir do cálculo da envergadura do monoplano equivalente, ou seja, as duas asas do biplano podem ser substituídas por uma única asa de um monoplano desde que as características esperadas para o desempenho da aeronave sejam mantidas. O cálculo da envergadura do monoplano equivalente pode ser realizado a partir da aplicação da Equação (2.73).

$$b_{EQ} = k \cdot b \quad (2.73)$$

onde b representa a envergadura original das asas do biplano e o parâmetro k depende diretamente do valor do “gap” e da envergadura original das asas do biplano como pode-se observar na Equação (2.74).



$$k = \sqrt{\left(1,8 \cdot \frac{G}{b}\right) + 1} \quad (2.74)$$

Como citado, o valor do “gap” deve ser próximo de uma corda como forma de se evitar a interferência dos vórtices, bem como propiciar um certo conforto durante o dimensionamento estrutural dos elementos de ligação entre as asas.

Uma vez determinado o valor da envergadura equivalente, o alongamento do monoplano equivalente também pode ser determinado pela aplicação das Equações (2.75) e (2.76).

$$AR_{EQ} = \frac{b_{EQ}}{c} \quad (2.75)$$

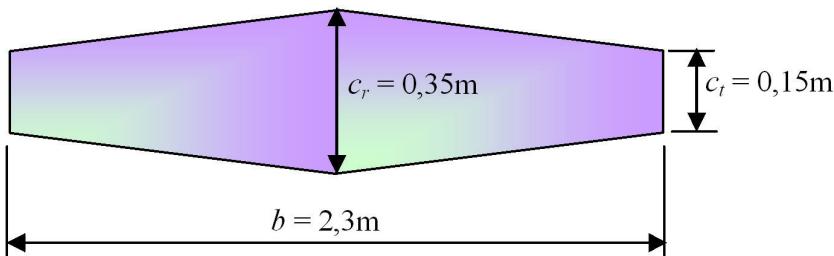
$$AR_{EQ} = \frac{b_{EQ}^2}{S_{EQ}} \quad (2.76)$$

A Equação (2.75) é utilizada para o caso de uma asa retangular com o valor de corda idêntico à corda do biplano original e a Equação (2.76) para uma asa não retangular com a área equivalente dessa asa calculada utilizando-se a envergadura equivalente obtida e os respectivos valores de corda das asas do biplano.

Muitas vezes a impressão inicial que se tem é que o simples fato da existência de duas asas na aeronave irá contribuir para gerar o dobro de força de sustentação, porém isso não é verdade, pois uma série de interferências entre vórtices, o aumento do arrasto e o aumento do peso estrutural proporcionam um aumento efetivo bem menor do que o inicialmente esperado. Dessa forma, a envergadura do monoplano equivalente indica que as duas asas do biplano podem ser substituídas por uma única asa com esta envergadura como forma de propiciar o mesmo desempenho para a aeronave, e a partir da determinação do alongamento do monoplano equivalente todos os outros cálculos da aerodinâmica da aeronave podem ser realizados de acordo com os modelos apresentados no decorrer do presente capítulo.

Exemplo 2.19 – Determinação de um monoplano equivalente.

Considere uma aeronave do tipo biplano com asas que possuem a forma mostrada na figura a seguir. Sabendo-se que o “gap” é $G = 0,5\text{m}$, determine a envergadura e o alongamento de um monoplano equivalente que proporcione as mesmas características de desempenho.



Solução:

O parâmetro k pode ser determinado pela solução da Equação (2.74) considerando $G = 0,5\text{m}$ e $b = 2,3\text{m}$.



$$k = \sqrt{\left(1,8 \cdot \frac{G}{b}\right) + 1}$$

$$k = \sqrt{\left(1,8 \cdot \frac{0,5}{2,3}\right) + 1}$$

$$k = 1,179$$

Portanto, a envergadura de um monoplano equivalente é:

$$b_{EQ} = k \cdot b$$

$$b_{EQ} = 1,179 \cdot 2,3$$

$$b_{EQ} = 2,711 \text{ m}$$

A área de asa do monoplano equivalente pode ser obtida pela aplicação da Equação (2.13).

$$S_{EQ} = \frac{(c_r + c_t) \cdot b_{EQ}}{2}$$

$$S_{EQ} = \frac{(0,35 + 0,15) \cdot 2,711}{2}$$

$$S_{EQ} = 0,678 \text{ m}^2$$

Assim, o alongamento do monoplano equivalente é:

$$AR_{EQ} = \frac{b_{EQ}^2}{S_{EQ}}$$

$$AR_{EQ} = \frac{2,711^2}{0,678}$$

$$AR_{EQ} = 10,84$$



2.10 – Dicas para a realização do projeto aerodinâmico

Dentre todos os pontos analisados no presente capítulo, alguns são de fundamental importância para o desenvolvimento aerodinâmico de uma aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign. A seguir é apresentada uma proposta para a realização do projeto aerodinâmico da aeronave.

- 1) Determinar a configuração prévia da aeronave com a proposta de alguns modelos de asa e pelo menos três perfis diferentes para serem analisados.
- 2) Estimar as dimensões mínimas e o modelo das empenagens.
- 3) Realizar um desenho prévio da aeronave e estimar a área molhada S_{wet} .
- 4) Para cada asa e perfil analisados devem ser realizados os cálculos para se obter a polar de arrasto da aeronave com a respectiva eficiência máxima de cada modelo.
- 5) Realizar a seleção do modelo da asa e do perfil ideal avaliando as condições necessárias para a decolagem da aeronave dentro do limite de pista estipulado pelo regulamento. O modelo para o cálculo do desempenho de decolagem é apresentado em detalhes no Capítulo 4.
- 6) Determinar a distribuição do carregamento ao longo da envergadura da asa pela aproximação de Schrenk. O resultado obtido será utilizado para o dimensionamento estrutural da aeronave.
- 7) Realizar processos de otimização como forma de se obter significativas melhorias na aerodinâmica da aeronave.
- 8) Tentar realizar ensaios aerodinâmicos na aeronave como forma de validar os cálculos realizados.

A realização desses pontos permite estimar com grande confiabilidade as características aerodinâmicas de uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign.

A Figura 2.60 mostra algumas características aerodinâmicas da aeronave da equipe Taperá do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo para a competição SAE-AeroDesign 2009.



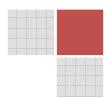
Aeronave Taperá 2009 - IFSP	Características Aerodinâmicas
	<p>Monoplano Asa alta com forma geométrica mista Envergadura 2,80m Corda 0,4m Empenagem convencional Trem de pouso triciclo Perfil Eppler 423 Massa da aeronave vazia 3,2kg Capacidade de carga útil – Setor 1 - 8,57kg Capacidade de carga útil – Setor 2 – 12,97kg</p>

Figura 2.60 – Características aerodinâmicas da aeronave Taperá 2009.

Neste ponto finaliza-se o capítulo de análise aerodinâmica onde foram apresentados apenas os conceitos fundamentais dessa disciplina, que em geral apresenta problemas muito mais complexos dos que aqui foram tratados, porém os pontos apresentados são de extrema importância para o inicio dos estudos dos estudantes que desejam montar uma equipe para participar da competição SAE-AeroDesign.

Referências bibliográficas deste capítulo

- [2.1] ANDERSON, JOHN, D. *Aircraft performance and design*, McGraw-Hill, New York, 1999.
- [2.2] McCORMICK, BARNES, W. *Aerodynamics, aeronautics and flight mechanics*, Wiley, New York, 1995.
- [2.3] MUNK MM. *General biplane theory*, NACA Report 151, 1923.
- [2.4] RAYMER, DANIEL, P. *Aircraft design: a conceptual approach*, AIAA, Washington, 1992.



CAPÍTULO 3

GRUPO MOTO-PROPULSOR

3.1 - Introdução

O presente capítulo tem como objetivo principal apresentar as principais configurações utilizadas para a montagem do grupo moto-propulsor em uma aeronave, comentar em detalhes as características técnicas dos motores utilizados para uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign e apresentar de maneira objetiva o princípio de funcionamento de uma hélice.

As seções apresentadas a seguir mostram em detalhes as vantagens e desvantagens da configuração escolhida para a montagem do grupo moto-propulsor, as características operacionais dos motores OS.61 FX e K&B.61 RC/ABC, as principais hélices utilizadas para se obter um bom desempenho de uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign, além de apresentar um modelo propulsivo analítico baseado na eficiência da hélice em função da razão de avanço da aeronave que permite o cálculo da tração disponível em diversas condições de velocidade e altitude.

Espera-se que ao término da leitura deste capítulo, o leitor esteja familiarizado com os conceitos básicos sobre propulsão e que possa aplicá-los com sucesso em um projeto destinado ao AeroDesign.

3.2 - Posição do grupo moto-propulsor

Basicamente em aviões monomotores de pequeno porte o grupo moto-propulsor pode ser instalado na fuselagem em duas configurações distintas, ou o sistema será “tractor” ou então “pusher”. A Figura 3.1 mostra alguns aviões monomotores e as respectivas configurações acima citadas.



Figura 3.1 – Posicionamento do grupo moto-propulsor.



Cada uma das duas configurações mostradas possui suas vantagens e desvantagens operacionais que são citadas a seguir.

a) Configuração “tractor”: Uma aeronave construída com esta configuração possui a hélice montada na parte frontal do motor, de forma que esta produz uma tração que puxa o avião através do ar. Basicamente esta configuração é utilizada em 99% dos aviões convencionais em operação na atualidade.

Como vantagens desse tipo de configuração podem-se citar os seguintes pontos:

a) permitir que a hélice opere em um escoamento limpo e sem perturbações;

b) também pode se citar que o peso do motor contribui de maneira satisfatória para a posição do CG da aeronave, permitindo que se trabalhe com uma menor área de superfície de cauda para se garantir a estabilidade longitudinal da aeronave;

c) propicia uma melhor refrigeração do motor, uma vez que o fluxo de ar acelerado pela hélice passa direto pelo motor.

Como desvantagens podem-se citar os seguintes pontos:

a) A esteira de vórtices da hélice provoca perturbações sobre o escoamento que passa através da asa e da fuselagem interferindo na geração de sustentação e na estabilidade da aeronave;

b) o aumento de velocidade do escoamento acelerado pela hélice provoca o aumento do arrasto total da aeronave, pois aumenta o arrasto de atrito sobre a fuselagem.

b) Configuração “pusher”: Uma aeronave com a configuração “pusher”, possui a hélice montada na parte de trás do motor e atrás da estrutura da aeronave. Nesta situação, a hélice é montada de forma a criar uma tração que empurra o avião através do ar. Geralmente este tipo de montagem é utilizada em aviões anfíbios. Para o caso de aviões terrestres, esse tipo de montagem pode trazer problemas de contato das pás da hélice com o solo durante o procedimento de decolagem, além de estar sujeito a sujeiras provenientes da pista durante a corrida de decolagem e em voo encontrar um escoamento já perturbado pela aerodinâmica da aeronave.

Como principais vantagens dessa configuração podem-se citar:

a) Permite a existência de um escoamento mais limpo sobre a asa e a fuselagem da aeronave, uma vez que o motor está montado na parte de trás da mesma;

b) O ruído do motor na cabine de comandos torna-se reduzido além de proporcionar um maior campo de visão para o piloto da aeronave.

Como desvantagens podem-se citar:

a) com o peso do motor atrás, o CG da aeronave também é deslocado para trás e maiores problemas de estabilidade longitudinal são obtidos;

b) os problemas de refrigeração do motor são mais severos.

3.3 – Motor para a competição SAE-AeroDesign

Como citado, o grupo moto-propulsor de uma aeronave é composto pelo conjunto formado por motor e hélice. A potência produzida por um motor a pistão varia com o tamanho e o número de cilindros, com a rotação do motor e com a densidade do ar. Geralmente, a potência útil no eixo do motor é utilizada como referência e é convertida em tração através da hélice.

A hélice é colocada em movimento de rotação pelo eixo do motor e suas pás se movem através do ar como asas rotativas criando força de sustentação em uma direção perpendicular ao seu movimento, ou seja, paralela ao eixo do motor, sendo esta força de sustentação denominada tração.

Na a competição SAE-AeroDesign o motor utilizado deve ser escolhido entre os modelos OS.61FX ou K&B.61 RC/ABC e para se obter o melhor desempenho do motor



escolhido, é muito importante a escolha da hélice ideal para a missão a ser realizada pois assim é possível obter o maior aproveitamento da potência fornecida pelo motor uma vez que a hélice não possui uma eficiência de 100%.

Nesta seção, são apresentadas as principais características técnicas de cada um dos dois motores e também são citadas as principais vantagens e desvantagens da utilização de cada um deles.

Dentre os possíveis motores a serem utilizados, o motor OS.61FX proporciona como vantagens operacionais os seguintes pontos: Grande confiabilidade de operação, Alta durabilidade e excelentes qualidades de desempenho na faixa de rotação desejada (entre 11000rpm e 12500rpm), sua principal desvantagem é a massa de 550g .

Com relação ao motor K&B.61 RC/ABC, sua principal vantagem é a massa de aproximadamente 404g, porém o mesmo opera em uma faixa de rotação inferior ao motor OS.61FX.

Na Figura 3.2, pode-se observar uma fotografia ilustrativa de cada um dos motores requisitados pelo regulamento da competição.

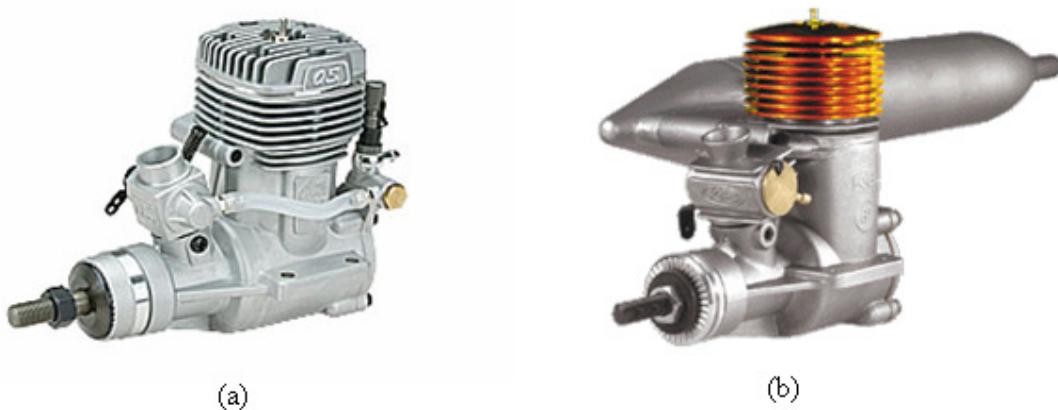


Figura 3.2 – Motores requeridos pelo regulamento da competição SAE-AeroDesign,
(a) OS.61FX e (b) K&B.61 RC/ABC.

As principais informações técnicas dos motores OS.61FX e K&B.61 RC/ABC são mostradas nas Tabelas 3.1 e 3.2 apresentadas a seguir.

Tabela 3.1 – Características técnicas do motor OS.61FX.

Característica	Valores práticos
cilindrada	9,95cc
curso do pistão	22mm
rotação	$2000 \leq n \leq 17000$ rpm
potência no eixo	1,7hp a 17000rpm
massa	550g

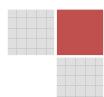


Tabela 3.2 – Características técnicas do motor K&B.61 RC/ABC.

Característica	Valores práticos
cilindrada	10cc
curso do pistão	22,35mm
rotação	$2200 \leq n \leq 14000$ rpm
potência no eixo	1,8hp a 14000rpm
massa	404g

3.4 – Características das hélices

A hélice representa um elemento de grande importância num avião. Ela tem a missão de fornecer a força de tração necessária ao voo. Em termos simples, uma hélice é um aeroporto trabalhando em uma trajetória circular, com ângulo de ataque positivo em relação ao fluxo de ar, de forma a produzir tração em uma direção paralela ao plano de voo da aeronave. O desempenho de uma hélice depende de alguns fatores, entre eles podem se citar: o diâmetro em função da rotação, a área das pás em função da absorção de potência e o passo.

Cada hélice é definida por duas dimensões características, o diâmetro e o passo, normalmente indicados em polegadas. A Figura 3.3 mostra as principais características geométricas de uma hélice.

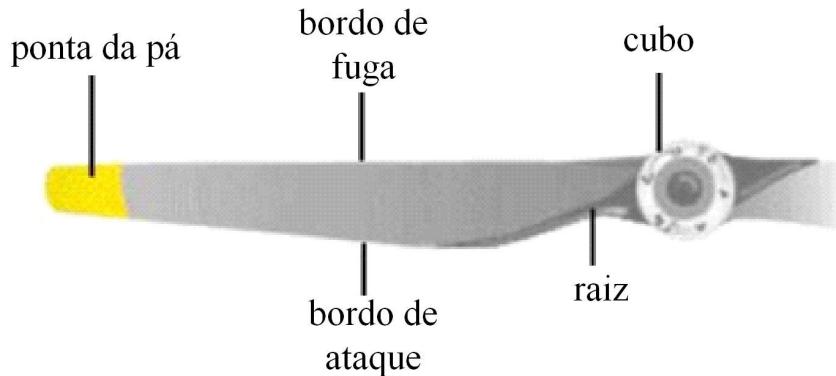


Figura 3.3 – Características geométricas de uma hélice

Diâmetro: representa a distância entre as pontas das pás para o caso de uma hélice bi-pá, no caso de hélices mono-pá ou com múltiplas pás, o diâmetro é representado pela circunferência realizada durante o movimento.

Passo: representa o avanço (teórico) que a hélice daria em uma única volta, ou seja, uma hélice 13"x4" tem um diâmetro de 13" e seu passo é de 4", indicando que esta hélice se deslocaria 4" para frente a cada volta realizada.

As hélices utilizadas na indústria aeronáutica podem ser classificadas da seguinte forma:

a) Hélice de passo fixo: esta hélice é fabricada em peça única e o passo é mesmo ao longo de sua envergadura, geralmente são hélices de duas pás fabricadas em madeira ou metal. A Figura 3.4 mostra uma hélice de passo fixo.



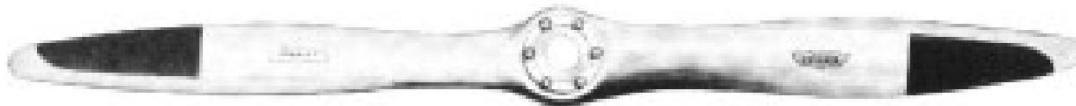


Figura 3.4 – Hélice de passo fixo.

b) Hélice de passo ajustável no solo: O passo da hélice pode ser ajustado no solo antes da decolagem da aeronave. Este tipo de hélice geralmente possui um cubo articulado que permite a rotação da pá para o passo desejado. O passo ajustável permite configurar a hélice para operar na aeronave de acordo com a localidade, permitindo melhores características de desempenho durante a decolagem em locais onde os efeitos da altitude se fazem presentes. A Figura 3.5 mostra um exemplo de hélice de passo ajustável.

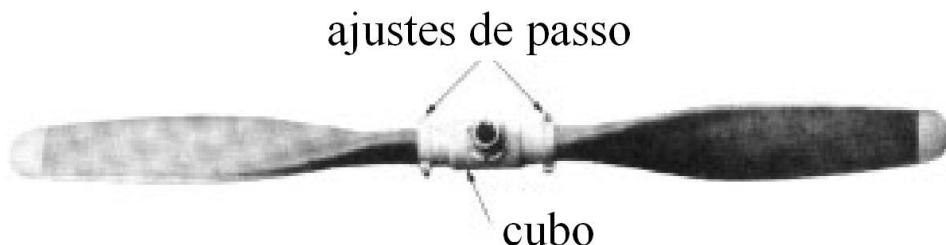
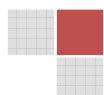


Figura 3.5 – Hélice de passo ajustável.

c) Hélice de passo controlável: o piloto pode mudar o passo da hélice durante o voo através de um sistema interno de comandos. Este tipo de hélice proporciona um voo com tração praticamente constante, permitindo que em todas as fases do voo a aeronave opere em condições de desempenho otimizado. A Figura 3.6 mostra um exemplo de hélice de passo variável.



Figura 3.6 – Hélice de passo controlável.



As hélices para aviões rádio controlados possuem um limite prático de rotação, baseado na curva de potência do motor usado e no diâmetro da hélice. Velocidades baixas, manobras, decolagens e poucos devem ser executados com hélices de passo pequeno. Hélices com passo grande resultam em menor manobrabilidade e maior velocidade.

Como as aeronaves de rádio controle não dispõem do fantástico recurso da hélice de passo variável, este deve ser determinado pelo tipo de voo desejado. Maior velocidade em detrimento da manobrabilidade ou vice-versa. O passo padrão fica em torno de 65% a 70% do raio da hélice.

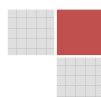
Outros fatores limitantes que reduzem a eficiência da hélice é a potência do motor e o arrasto do avião, ou seja, uma hélice de passo grande não vai fazer o modelo voar mais rápido do que ele é capaz e uma hélice com passo pequeno demais resultará em perdas de potência e tração.

Força de tração: é a força exercida pela hélice em movimento na direção do curso do voo. Esse é todo o propósito de uma hélice, converter a potência do motor, que está disponível na forma de torque, em movimento linear. A tração é usualmente medida em Newtons [N] e está em função da densidade do ar, da rotação da hélice em [rpm], da razão de avanço, e do número de Reynolds (Re).

Potência disponível: é determinada pelo produto entre o torque e a velocidade angular do eixo. Quando a rotação aumenta, um motor produz menos torque por que a mistura ar/combustível não é eficiente em altas rotações. Esse é o motivo para a curva de potência se tornar linear e constante ou até diminuir em rotações muito elevadas. Isso significa que a hélice mais eficiente é aquela que possibilite que o motor possa operar na melhor faixa da curva de potência. Um ponto interessante a ser compreendido sobre a absorção de potência, é que a potência da hélice varia na razão do cubo da rotação. Conseqüentemente, ao dobrar a rotação necessita-se 8 vezes mais potência. Para a competição AeroDesign, uma série de hélices podem ser utilizadas, a escolha mais adequada depende das características da aeronave em projeto, pois a melhor hélice é aquela que se apresenta mais eficiente para os requisitos da missão. Nesta seção são apresentadas as hélices que fornecem resultados mais significativos e que historicamente se mostram muito eficiente durante a competição. Dentre essas hélices podem-se citar a APC 13"x4", a Master Airscrew 13"x5" e a Bolly 13,5"x5", todas bi-pá e de fabricação em escala comercial, que estão mostradas a seguir na Figura 3.7.

	APC – 13"x4"
	Bolly 13,5"x5"
	Master Airscrew 13"x5"

Figura 3.7 – Hélices comerciais de bom desempenho no AeroDesign.



Essas hélices possuem passo fixo e geralmente eficiência máxima da ordem de 60%, e, portanto, grande parte da potência disponível no eixo do motor é dissipada.

A escolha de uma hélice adequada para uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign é uma constante fonte de estudos, pois uma seleção correta proporciona excelentes qualidades de desempenho à aeronave. Algumas equipes já possuem técnicas para o desenvolvimento de suas próprias hélices no qual justificam todos os cálculos de projeto perante a organização do evento.

No presente livro apenas são mostradas e avaliadas as características das hélices apresentadas na Figura 3.7, pois se tratam de hélices comerciais e que são facilmente encontradas nas lojas especializadas.

Um ponto de grande importância na escolha da hélice é a determinação da tração estática fornecida pela hélice com o avião parado ($v = 0$ m/s), pois a partir desta condição é possível saber entre uma série de hélices estudadas qual delas proporciona melhores condições para a decolagem da aeronave. No projeto AeroDesign a determinação da tração disponível em baixas velocidade é de extrema valia, uma vez que o regulamento estipula um comprimento de pista máximo para a decolagem da aeronave, e dessa forma, é muito importante que a hélice utilizada proporcione durante a corrida de decolagem uma rotação elevada e um alto torque do motor, resultando em um melhor aproveitamento da potência disponível no eixo do motor.

Como as hélices de passo fixo utilizadas em aeromodelos possuem baixa eficiência em função da razão de avanço ($0 \leq \eta \leq 60\%$), nem toda a potência disponível no eixo do motor é aproveitada e, portanto, torna-se muito importante a escolha de uma hélice que proporcione os máximos valores de rotação e torque.

3.5 – Modelo propulsivo

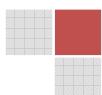
Para se obter uma aeronave com excelentes qualidades de desempenho na competição AeroDesign é de fundamental importância que a tração disponível fornecida pela hélice seja determinada com a maior precisão possível. As técnicas utilizadas para a determinação da tração disponível vão desde uma análise matemática fundamentada em um modelo propulsivo até análises mais sofisticadas como ensaios em túnel de vento, ensaios em voo ou mesmo a utilização de bancadas para testes do motor. A presente seção mostra um modelo matemático que permite estimar com boa confiabilidade a tração disponível, este modelo é fundamentado na potência disponível no eixo do motor e na eficiência da hélice em função da razão de avanço.

A tração estática pode ser determinada de modo rápido a partir de um modelo matemático ou então com a realização de um ensaio estático do grupo moto-propulsor. O modelo analítico que permite determinar a tração estática de forma aproximada com boa confiabilidade é proposto por Durand & Lesley [3.1] e definido da seguinte forma:

$$T_{v=0} = K_{T0} \cdot \frac{P_E}{n \cdot D} \quad (3.1)$$

com o valor de K_{T0} determinado por:

$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{p}{D} \right) \quad (3.2)$$



Nas Equações (3.1) e (3.2), $T_{v=0}$ representa a tração estática em (lb), P_E a potência disponível no eixo do motor em (hp), n é a rotação em (rpm), D é o diâmetro da hélice em (ft), p é o passo da hélice em (ft) e K_{T0} representa o coeficiente de tração estática.

O resultado obtido com a solução da Equação (3.1) fornece a tração estática em (lb), e, portanto, o mesmo deve ser convertido para (N) como forma de se obter o resultado no sistema internacional de unidades (SI).

Uma outra forma simples e que pode ser utilizada para a determinação da tração estática é a utilização de um aparato prático que permite medir a rotação e a tração estática da hélice. Este sistema consiste de um suporte de fixação do motor com o acoplamento de um dinamômetro simples como os que geralmente são utilizados em laboratórios de Física para a realização de experimentos de estática. É importante citar que o dinamômetro utilizado deve possuir a capacidade de carga de no mínimo 50N. A Figura 3.8 apresentada a seguir mostra fotografias do equipamento e dos testes realizados para a determinação de $T_{v=0}$.



Figura 3.8 – Fotografias do ensaio de hélices.

A Tabela 3.3 apresentada a seguir mostra os resultados obtidos a partir do ensaio em bancada e os compara com os resultados obtidos com a aplicação da Equação (3.1) para cada uma das hélices mostradas na Figura 3.4.

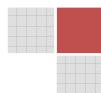
Tabela 3.3 – Tração estática das hélices em estudo.

<i>hélice</i>	<i>n</i> (rpm)	$T_{v=0}$ (N) ensaio	$T_{v=0}$ (N) teórico
APC 13"x4"	12500	38	38,91
MA 13"x5"	11440	37	37,105
Bolly 13,5"x5"	10580	36	36,051

Através da análise da Tabela 3.3 é possível observar que os resultados obtidos com a aplicação da Equação (3.1) e os obtidos com a realização do ensaio estão bem próximos.

Uma vez determinada a tração estática, a variação da tração disponível com a velocidade de voo pode ser obtida com a solução da Equação (3.3) apresentada a seguir.

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0} \quad (3.3)$$



Nesta equação, P_E representa a potência disponível no eixo do motor, η_h é a eficiência da hélice, v é a velocidade de voo, ρ_h é a densidade do ar na altitude e ρ_0 a densidade do ar ao nível do mar.

A eficiência da hélice é função da razão de avanço da aeronave J , que é uma quantidade que depende da velocidade de voo, da rotação do motor e do diâmetro da hélice. Como as hélices utilizadas em aeromodelos são de passo fixo, sua eficiência geralmente é baixa e assim grande parte da potência fornecida no eixo do motor é desperdiçada, portanto, para o propósito da competição AeroDesign, é de fundamental importância a escolha de uma hélice que proporcione a maior eficiência possível, pois assim é possível obter a maior tração disponível beneficiando o procedimento de decolagem e voo da aeronave com a maior carga útil possível. A razão de avanço é determinada pela aplicação da Equação (3.4) e a curva característica da eficiência de uma hélice em função da razão de avanço pode ser observada na Figura 3.9.

$$J = \frac{v}{n \cdot D} \quad (3.4)$$

Nesta equação n representa a rotação do motor e D o diâmetro da hélice.

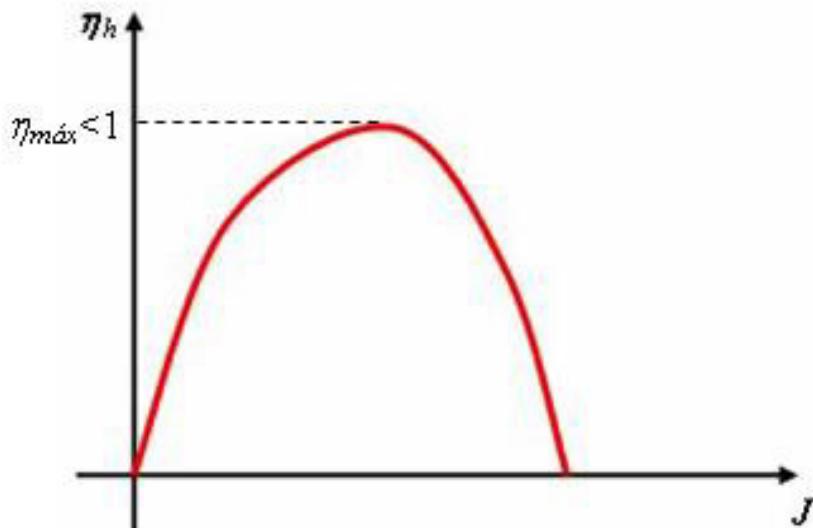


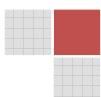
Figura 3.9 – Eficiência da hélice em função da razão de avanço.

Na análise da Figura 3.6 é importante observar que $\eta_{máx} < 1$, ou seja, a hélice não é 100% eficiente, e, portanto, como comentado anteriormente a potência disponível para o voo será menor que a potência disponível no eixo do motor.

Também deve-se ressaltar que a eficiência é igual a zero quando $J = 0$ e seu valor aumenta com o aumento de J até uma condição de eficiência máxima, onde a partir do qual a eficiência da hélice decresce rapidamente para altos valores de J .

Esta situação pode ser facilmente verificada, pois.

$$\eta = \frac{T_d \cdot v}{P_E} = \frac{P_d}{P_E} \quad (3.5)$$



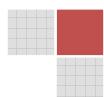
Assim, a partir da Equação (3.5), é possível verificar que para uma condição estática (avião parado, $v = 0$) tanto η quanto J serão iguais a zero, e como para elevadas velocidades, $T_d = 0$, η novamente será igual a zero.

Como as hélices utilizadas em aeronaves que participam do AeroDesign são de passo fixo, é possível verificar que existe somente uma velocidade de voo que proporciona a máxima eficiência, para qualquer outra velocidade a hélice sempre opera em uma condição de eficiência abaixo da máxima.

Como forma de se aplicar a Equação (3.3), a seguir são apresentadas as características de eficiência das hélices em estudo no presente capítulo. Esses resultados foram obtidos com a aplicação do programa “AeroDesign Propeller Selector” que possui seu algoritmo de solução fundamentado no trabalho de Lesley [3.2].

Tabela 3.4 – Parâmetros operacionais da hélice APC 13”x4”.

v	J	η	P_E (W)
0	0	0	932,125
2	0,000484555	0,092613	831,94
4	0,00096911	0,18227	830,73
6	0,001453664	0,26709	827,74
8	0,001938219	0,34563	822,28
10	0,002422774	0,41673	813,73
12	0,002907329	0,47933	801,46
14	0,003391884	0,53235	784,9
16	0,003876439	0,57452	763,48
18	0,004360993	0,60421	736,65
20	0,004845548	0,61914	703,89
22	0,005330103	0,61592	664,66
24	0,005814658	0,58929	618,46
26	0,006299213	0,53065	564,77
28	0,006783767	0,42496	503,12
30	0,007268322	0,2436	433



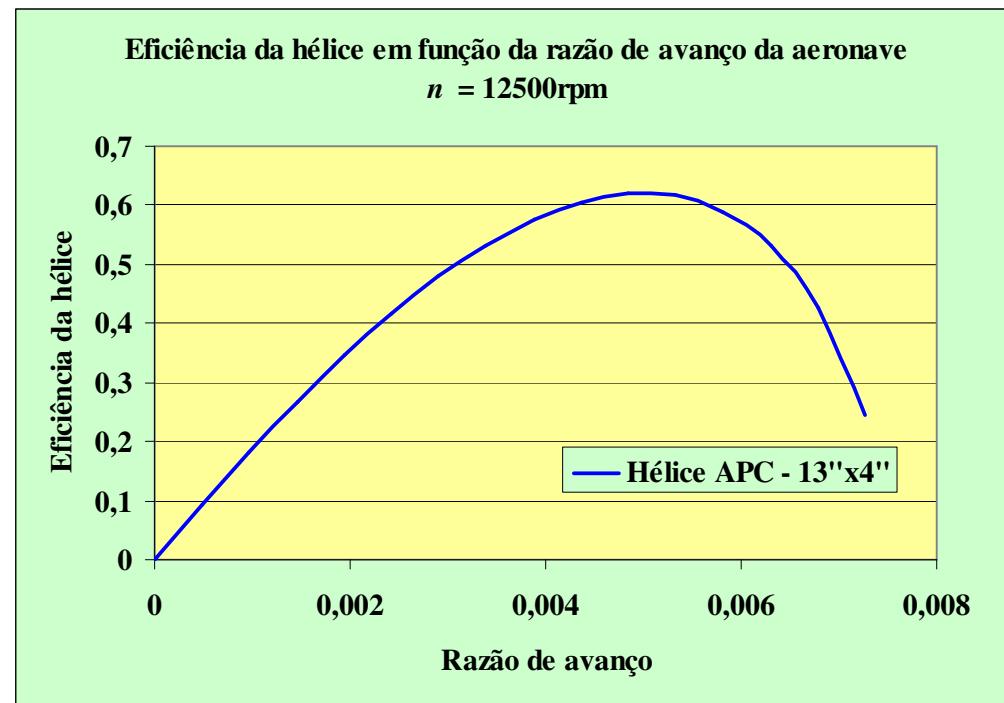
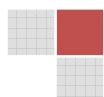


Figura 3.10 – Eficiência da hélice APC 13" x 4" em função da razão de avanço.

Tabela 3.5 – Parâmetros operacionais da hélice MAs 13" x 5".

v	J	η	$P_E (\text{W})$
0	0	0	853,08
2	0,000529452	0,092047	801,13
4	0,001058905	0,18144	799,98
6	0,001588357	0,26652	797,16
8	0,00211781	0,34604	792
10	0,002647262	0,41906	783,92
12	0,003176714	0,48475	772,33
14	0,003706167	0,54229	756,68
16	0,004235619	0,59077	736,44
18	0,004765071	0,62904	711,09
20	0,005294524	0,65549	680,13
22	0,005823976	0,66775	643,06
24	0,006353429	0,66612	599,4
26	0,006882881	0,63255	548,67
28	0,007412333	0,56858	490,41
30	0,007941786	0,45046	424,15



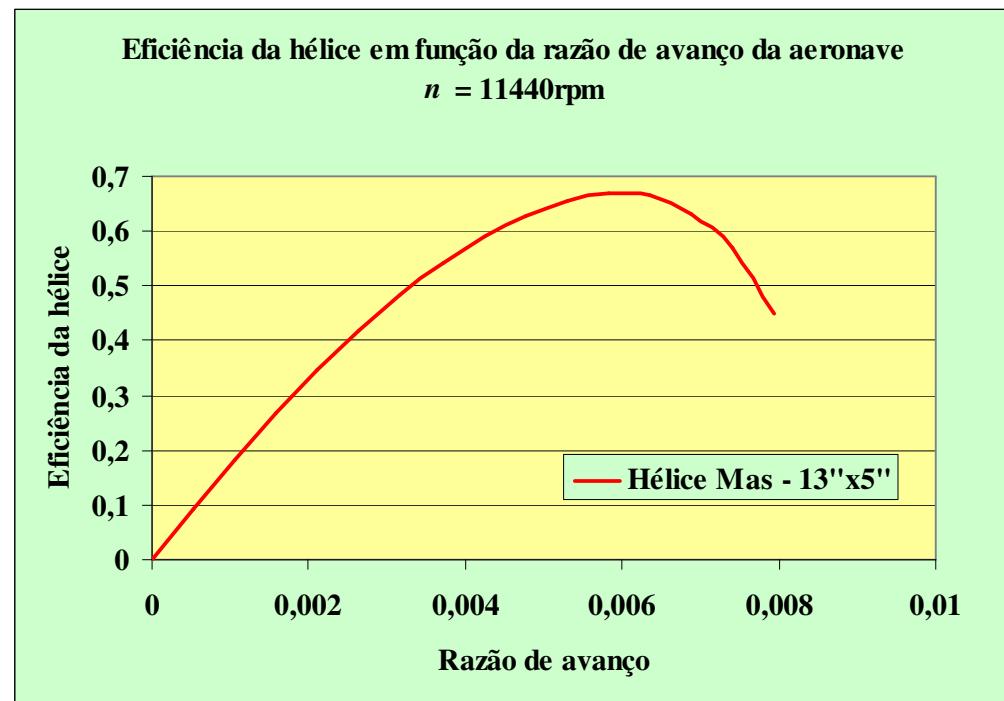
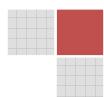


Figura 3.11 – Eficiência da hélice MAs 13" x 5" em função da razão de avanço.

Tabela 3.6 – Parâmetros operacionais da hélice Bolly 13,5" x 5".

ν	J	η	$P_E (\text{W})$
0	0	0	788,95
2	0,000572489	0,097459	734,83
4	0,001144978	0,19177	733,59
6	0,001717467	0,28098	730,54
8	0,002289957	0,36363	724,99
10	0,002862446	0,43861	716,26
12	0,003434935	0,50489	703,76
14	0,004007424	0,56145	686,88
16	0,004579913	0,60704	665,05
18	0,005152402	0,63999	637,71
20	0,005724891	0,65785	604,31
22	0,006297381	0,6568	564,32
24	0,00686987	0,63057	517,23
26	0,007442359	0,56813	462,51
28	0,008014848	0,44853	399,66
30	0,008587337	0,22669	328,2



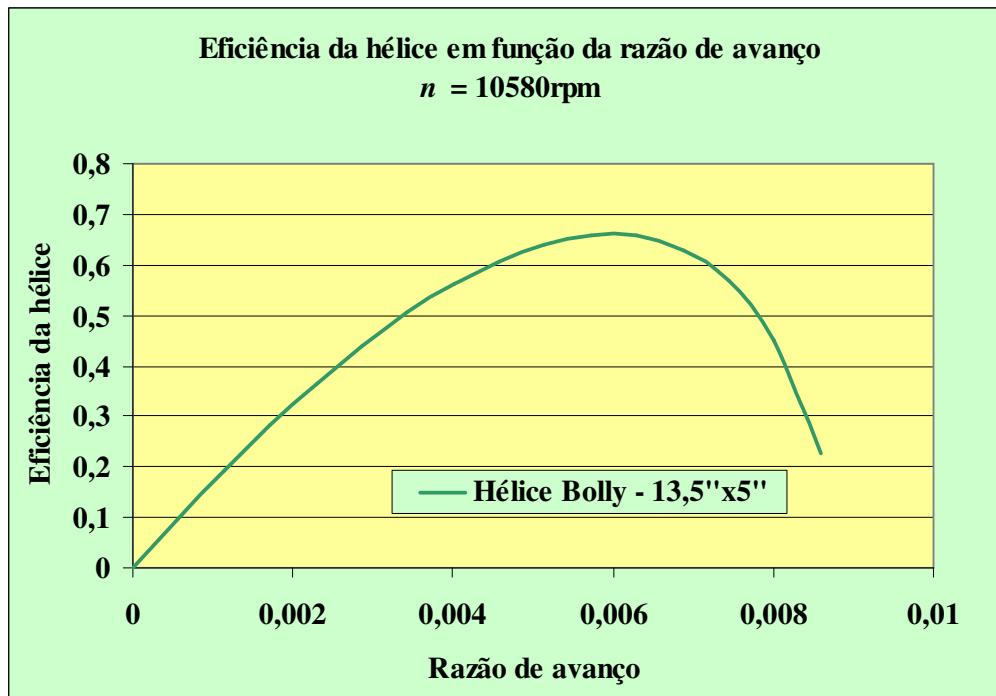


Figura 3.12 – Eficiência da hélice Bolly 13,5"x5" em função da razão de avanço.

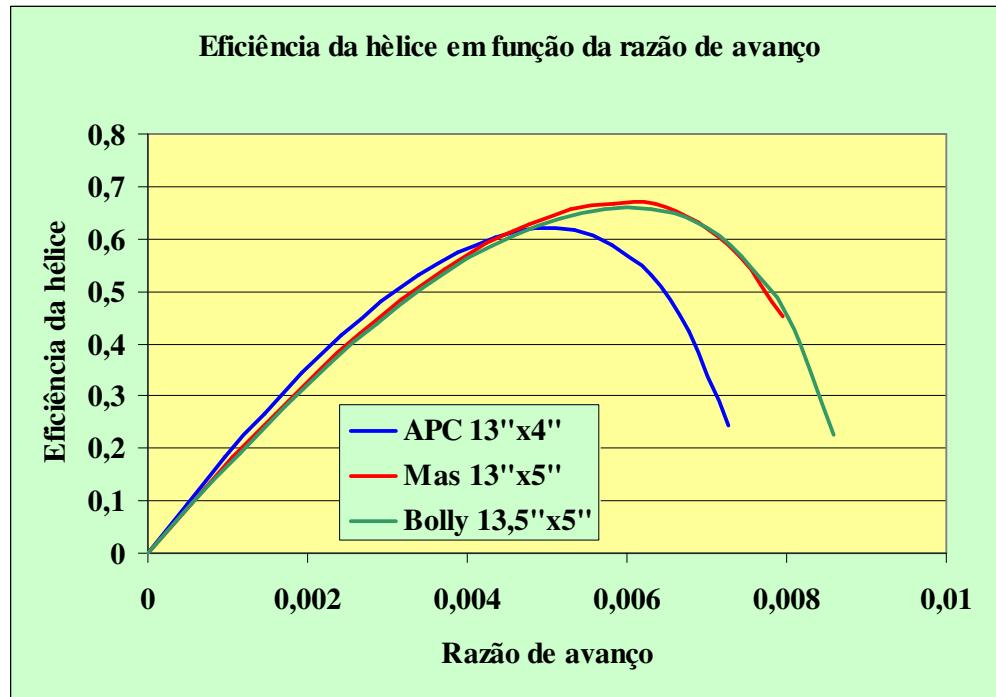
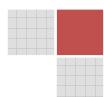


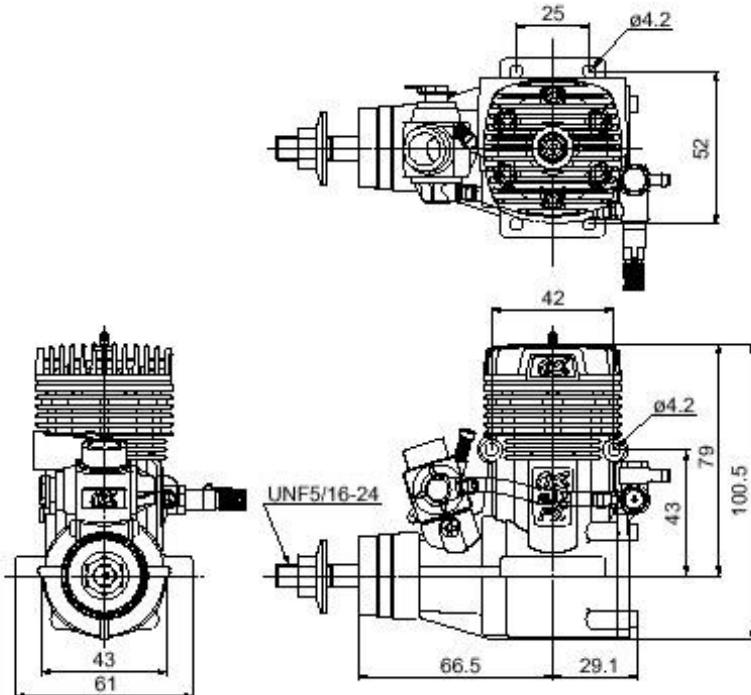
Figura 3.13 – Comparação das curvas eficiência da hélice em função da razão de avanço.



Exemplo 3.1 – Determinação da tração disponível de algumas hélices.

Considere que uma aeronave destinada a participar do AeroDesign possui o seu grupo moto-propulsor composto pelo motor OS.61 FX como mostra a figura e que foram testadas cada uma das três hélices mostradas no presente capítulo. Determine analiticamente a tração

estática e a variação da tração disponível com a velocidade de voo para cada uma das três hélices e mostre o gráfico da variação da tração disponível em função da velocidade de voo.



Solução:

Hélice APC 13"x4"

A tração estática é definida com a aplicação das Equações (3.1) e (3.2).

A determinação do valor de K_{T0} é realizada da seguinte forma:

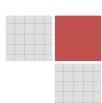
$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{p}{D} \right)$$

$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{4}{13} \right)$$

$$K_{T0} = 94751,54$$

A tração estática é calculada com a aplicação da Equação (3.1) utilizando-se para a hélice 13"x4" a rotação $n = 12500\text{rpm}$, uma potência no eixo de 1,25hp e o diâmetro da hélice $D = 1,0833\text{ft}$.

$$T_{v=0} = K_{T0} \cdot \frac{P_E}{n \cdot D}$$



$$T_{v=0} = 94751,54 \cdot \frac{1,25}{12500 \cdot 1,0833}$$

$$T_{v=0} = 8,7463 \text{ lbf}$$

que corresponde em Newtons a:

$$T_{v=0} = 8,7463 \cdot 4,448$$

$$T_{v=0} = 38,910 \text{ N}$$

A variação da tração com a velocidade é obtida com a aplicação da Equação (3.3).

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

Considerando uma condição de atmosfera padrão ao nível do mar a relação ρ_h/ρ_0 é igual a 1, e portanto:

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

A partir dos parâmetros da Tabela 3.4, tem-se que:

Para $v = 2 \text{ m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{831,94 \cdot 0,092613}{2}$$

$$T_d = 38,52 \text{ N}$$

Para $v = 4 \text{ m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{870,73 \cdot 0,18227}{4}$$

$$T_d = 37,85 \text{ N}$$

Para $v = 6 \text{ m/s}$



Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign:
Aerodinâmica e Desempenho – Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

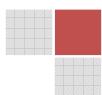
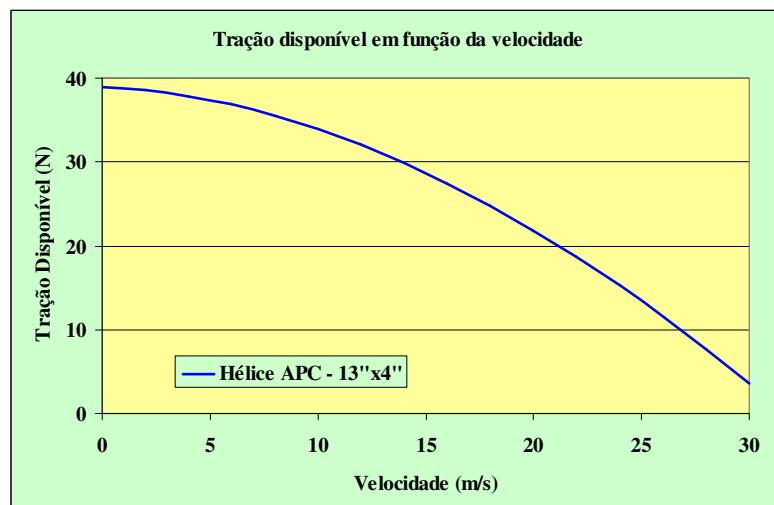
$$T_d = \frac{827,74 \cdot 0,26709}{6}$$

$$T_d = 36,84 \text{ N}$$

Este procedimento de calculo foi repetido para toda a faixa de velocidades em estudo, resultando na seguinte tabela:

v (m/s)	T_d (N)
0	38,91
2	38,52423
4	37,85429
6	36,84685
8	35,52558
10	33,91057
12	32,01365
14	29,84582
16	27,41466
18	24,72729
20	21,79032
22	18,60806
24	15,18551
26	11,52674
28	7,635924
30	3,51596

O gráfico da tração disponível em função da velocidade de voo para a hélice APC 13"x4" obtido pela análise realizada é o seguinte:



Hélice MAs 13"x5"

A tração estática é definida com a aplicação das Equações (3.1) e (3.2). A determinação do valor de K_{T0} é realizada da seguinte forma:

$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{p}{D} \right)$$

$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{5}{13} \right)$$

$$K_{T0} = 90366,92$$

A tração estática é calculada com a aplicação da Equação (3.1) utilizando-se para a hélice 13"x4" a rotação $n = 12500\text{rpm}$, uma potência no eixo de 1,25hp e o diâmetro da hélice $D = 1,0833\text{ft}$.

$$T_{v=0} = K_{T0} \cdot \frac{P_E}{n \cdot D}$$

$$T_{v=0} = 90366,92 \cdot \frac{1,144}{11440 \cdot 1,0833}$$

$$T_{v=0} = 8,341\text{lbf}$$

que corresponde em Newtons a:

$$T_{v=0} = 8,341 \cdot 4,448$$

$$T_{v=0} = 37,10\text{N}$$

A variação da tração com a velocidade é obtida com a aplicação da Equação (3.3).

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

Considerando uma condição de atmosfera padrão ao nível do mar a relação ρ_h/ρ_0 é igual a 1, e portanto:



$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

A partir dos parâmetros da Tabela 3.5, tem-se que:

Para $v = 2\text{m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{801,13 \cdot 0,092047}{2}$$

$$T_d = 36,87\text{N}$$

Para $v = 4\text{m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{799,98 \cdot 0,18144}{4}$$

$$T_d = 36,287\text{N}$$

Para $v = 6\text{m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{797,16 \cdot 0,26652}{6}$$

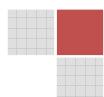
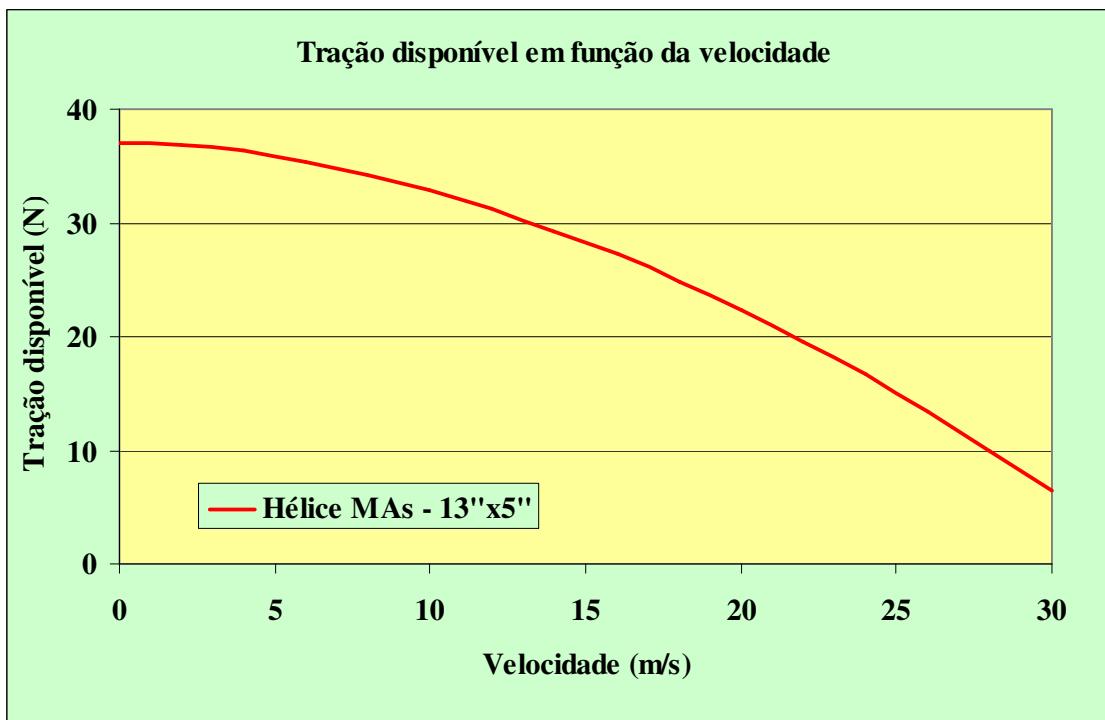
$$T_d = 35,409\text{N}$$



Este procedimento de cálculo foi repetido para toda a faixa de velocidades em estudo, resultando na seguinte tabela:

v (m/s)	T_d (N)
0	37,1
2	36,87081
4	36,28709
6	35,40985
8	34,25796
10	32,85095
12	31,19891
14	29,31
16	27,19167
18	24,85023
20	22,29092
22	19,51833
24	16,63635
26	13,34851
28	9,958476
30	6,368754

O gráfico da tração disponível em função da velocidade de voo para a hélice MAs 13" x 5" obtido pela análise realizada é o seguinte:



Hélice Bolly 13,5" x 5"

A tração estática é definida com a aplicação das Equações (3.1) e (3.2).
A determinação do valor de K_{T0} é realizada da seguinte forma:

$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{p}{D} \right)$$

$$K_{T0} = 57000 \cdot \left(1,97 - \frac{5}{13,5} \right)$$

$$K_{T0} = 91178,88$$

A tração estática é calculada com a aplicação da Equação (3.1) utilizando-se para a hélice 13" x 4" a rotação $n = 12500\text{rpm}$, uma potência no eixo de 1,25hp e o diâmetro da hélice $D = 1,0833\text{ft}$.

$$T_{v=0} = K_{T0} \cdot \frac{P_E}{n \cdot D}$$

$$T_{v=0} = 91178,88 \cdot \frac{1,058}{10580 \cdot 1,125}$$

$$T_{v=0} = 8,1047 \text{ lbf}$$

que corresponde em Newtons a:

$$T_{v=0} = 8,1047 \cdot 4,448$$

$$T_{v=0} = 36,05 \text{ N}$$

A variação da tração com a velocidade é obtida com a aplicação da Equação (3.3).

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

Considerando uma condição de atmosfera padrão ao nível do mar a relação ρ_h/ρ_0 é igual a 1, e portanto:

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

A partir dos parâmetros da Tabela 3.6, tem-se que:
Para $v = 2\text{m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$



$$T_d = \frac{734,83 \cdot 0,097459}{2}$$

$$T_d = 35,80 \text{ N}$$

Para $v = 4 \text{ m/s}$

$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{733,59 \cdot 0,19177}{4}$$

$$T_d = 35,17 \text{ N}$$

Para $v = 6 \text{ m/s}$

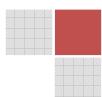
$$T_d = \frac{P_E \cdot \eta_h}{v}$$

$$T_d = \frac{730,54 \cdot 0,28098}{6}$$

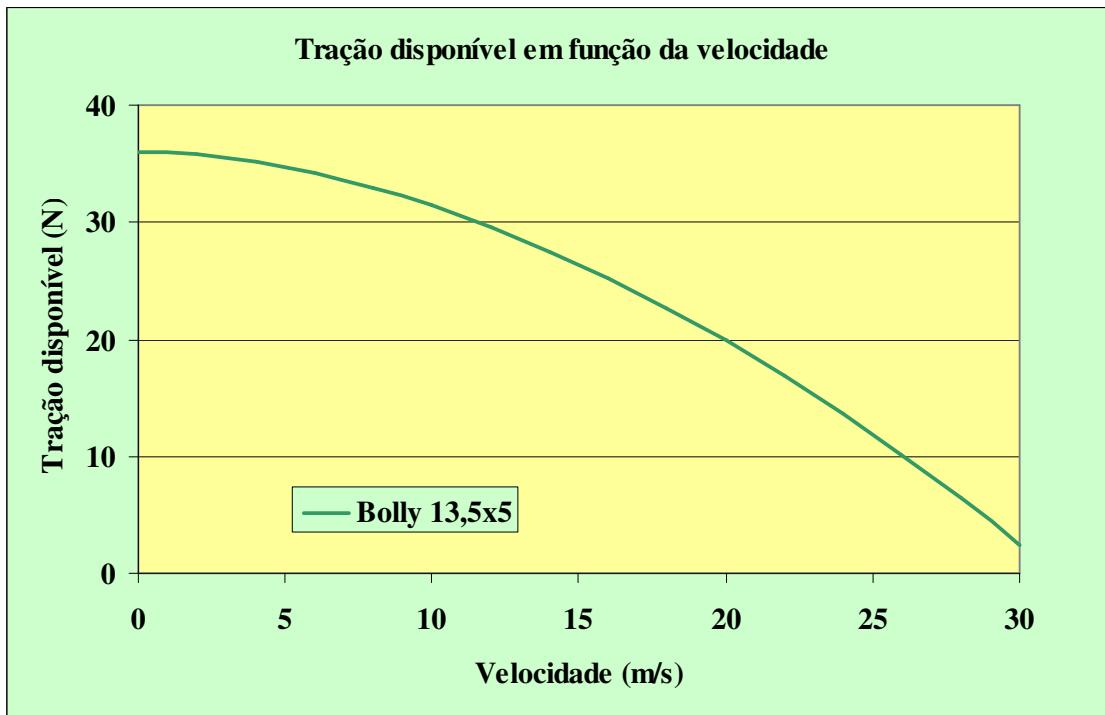
$$T_d = 34,21 \text{ N}$$

Este procedimento de calculo foi repetido para toda a faixa de velocidades em estudo, resultando na seguinte tabela:

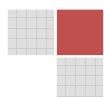
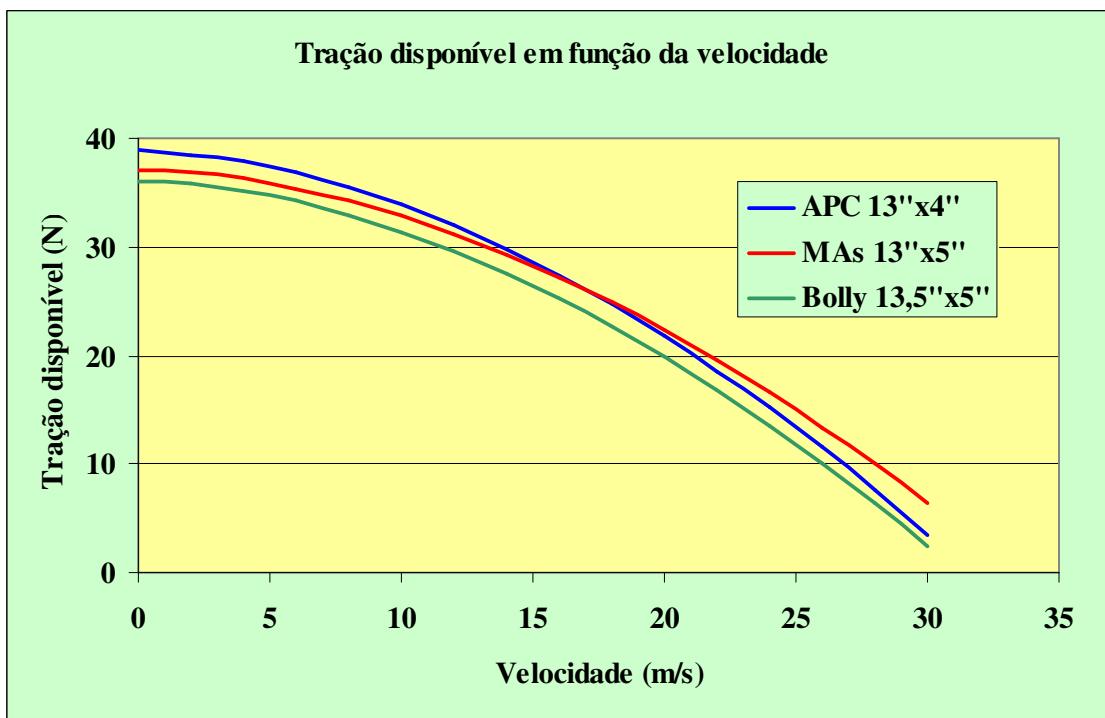
$v \text{ (m/s)}$	$T_d \text{ (N)}$
0	36,051
2	35,8079
4	35,17014
6	34,21119
8	32,95351
10	31,41588
12	29,61012
14	27,54634
16	25,232
18	22,67378
20	19,87727
22	16,84752
24	13,58957
26	10,10638
28	6,402125
30	2,479989



O gráfico da tração disponível em função da velocidade de voo para a hélice Bolly 13,5"x5" obtido pela análise realizada é o seguinte:



O gráfico comparativo da análise realizada para as três hélices é o seguinte:



A Figura 3.14 mostra a aeronave da equipe Taperá do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus Salto para a competição AeroDesign 2009 com suas respectivas características propulsivas.

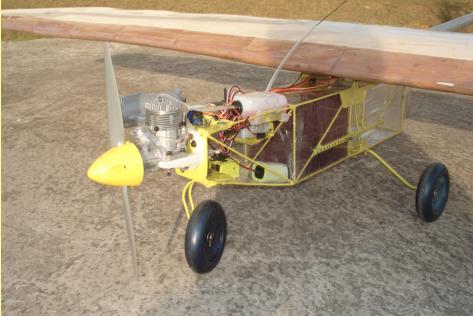
Aeronave Taperá 2009 - IFSP	Características de Propulsão
	Configuração tractor Motor OS.61 FX hélice APC 13"x4" rotação 12500 rpm $T_{v=0} = 38,905\text{N}$

Figura 3.14 – Características de propulsão aeronave Taperá 2009.

Neste ponto finaliza-se o capítulo de análise do grupo moto-propulsor onde foram apresentados apenas os conceitos fundamentais sobre os motores que podem ser utilizados na competição e algumas hélices que fornecem bons resultados de desempenho à aeronave.

Referências bibliográficas deste capítulo

- [3.1] DURAND, W. F., & LESLEY, E. P., Experimental research on air propellers II, T. R. n°30, NACA 1920.
- [3.2] LESLEY, E. P., Propeller tests to determine the effect of number of blades at two typical solidities, T. N. n°698, NACA 1939.
- [3.3] Manual de instruções do motor K&B.61 RC/ABC.
- [3.4] Manual de instruções do motor OS.61 FX.



CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE DESEMPENHO

4.1 – Objetivos

O presente capítulo tem como objetivo apresentar ao leitor os principais fundamentos para uma completa análise dos parâmetros de desempenho de uma aeronave em regime de voo subsônico, muitas características importantes de voo são apresentadas, dentre essas podem ser citadas: a escolha adequada do grupo moto-propulsor, onde são apresentadas as principais vantagens e desvantagens dos motores sugeridos pelo regulamento da competição, bem como uma escolha adequada para a hélice a ser utilizada, também são calculadas e traçadas as curvas de tração disponível e requerida, bem como as curvas de potência disponível e requerida, desempenho de planeio e subida, desempenho de decolagem e pouso, tempo estimado para a execução da missão, além de um modelo analítico que propicia o cálculo e o traçado do gráfico de carga útil em função da altitude densidade.

Os conceitos apresentados neste capítulo são de grande importância para a confecção de um bom relatório de projeto no quesito desempenho. Além das equações e da teoria, o capítulo também apresenta uma série de exemplos aplicáveis ao projeto SAE-AeroDesign.

4.2 – Forças que atuam em uma aeronave em voo reto e nivelado com velocidade constante

Antes de se iniciar qualquer estudo relativo ao desempenho de uma aeronave é essencial que o leitor conheça as forças que atuam nessa aeronave em uma condição de voo reto e nivelado com velocidade constante, pois é justamente a partir das condições de equilíbrio da estática que será possível uma análise mais completa e aprimorada das verdadeiras condições de desempenho do avião em projeto.

Para uma condição de voo reto e nivelado de uma aeronave, quatro são as forças atuantes: a força de sustentação, a força de arrasto, a força de tração originada pela hélice e o peso da aeronave. A Figura 4.1 mostra uma aeronave em condição de voo reto e nivelado com velocidade constante e as forças que atuam sobre ela.

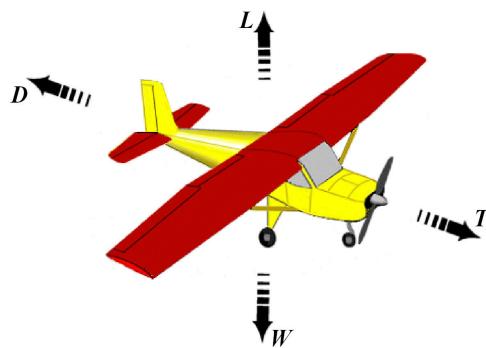


Figura 4.1 – Forças atuantes em uma aeronave na condição de voo reto e nivelado com velocidade constante.



A força de sustentação (L) representa a maior qualidade da aeronave e é a responsável por garantir o voo. Esta força é originada pela diferença de pressão existente entre o intradorso e o extradorso da asa e sua direção é perpendicular à direção do vento relativo como foi comentado no capítulo 2. Basicamente a força de sustentação deve ser grande o suficiente para equilibrar o peso da aeronave e desse modo permitir o voo seguro da mesma.

A força de arrasto (D) se opõe ao movimento da aeronave e sua direção é paralela à direção do vento relativo. O ideal seria que essa força não existisse, porém em uma situação real é impossível eliminá-la, e, dessa forma, o maior desafio do projetista é reduzir o quanto possível essa força como forma de se melhorar a eficiência aerodinâmica da aeronave.

A força de tração (T) é oriunda da conversão do torque fornecido pelo motor em empuxo através da hélice e está direcionada na direção de voo da aeronave. Esta força é a responsável por impulsionar a aeronave durante o voo e uma escolha adequada para a hélice pode propiciar um aumento significativo da tração disponível. No caso do projeto AeroDesign, a seleção da hélice é de extrema importância, pois como o motor e o combustível são padronizados pela organização do evento e não podem ser alterados, a única forma de se aumentar a tração disponível é através da escolha otimizada de uma hélice que possa propiciar as qualidades de desempenho desejadas. A finalidade principal da força de tração é vencer a força de arrasto e propiciar subsídios aerodinâmicos para a geração da força de sustentação necessária para vencer o peso da aeronave.

O peso (W) representa uma força gravitacional direcionada verticalmente para baixo existente em qualquer corpo nas proximidades da Terra. No caso de uma aeronave, a única forma de se obter o voo é garantir uma força de sustentação igual ou maior que o peso.

Como está especificado que para esta condição de voo a velocidade da aeronave é constante, a formulação matemática para relacionar as quatro forças existentes pode ser obtida a partir das equações de equilíbrio da estática, dessa forma, para uma condição de equilíbrio, a análise da Figura 4.1 permite observar que:

$$T = D \quad (4.1)$$

$$L = W \quad (4.2)$$

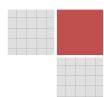
As Equações (4.1) e (4.2) representam a condição de equilíbrio para uma aeronave em voo reto e nivelado com velocidade constante, e assim percebe-se que para se manter um voo nessas condições a força de arrasto é balanceada pela tração e a força de sustentação é balanceada pelo peso.

Essas equações podem ser utilizadas para se avaliar as qualidades de desempenho estático (velocidade constante) de uma nova aeronave e serão exaustivamente utilizadas nas próximas seções do presente capítulo.

4.3 – Tração disponível e requerida para o voo reto e nivelado com velocidade constante

Este representa um ponto fundamental para se definir a capacidade de voo da aeronave em projeto, o modelo matemático utilizado segue as equações de equilíbrio da estática e as equações fundamentais das forças de sustentação e arrasto, estudadas no capítulo 2, além de utilizar amplamente a equação da polar de arrasto e os conceitos de propulsão apresentados no capítulo 3. Portanto, a partir desse ponto é apresentado o estreito relacionamento existente entre a aerodinâmica e seu respectivo desdobramento nas qualidades de desempenho.

Tração Disponível: a tração disponível representa o quanto de empuxo a hélice em uso é capaz de fornecer para a aeronave. As curvas de tração disponível que estão apresentadas na Figura 2.2 foram obtidas de acordo com o estudo realizado no capítulo 3,



onde foram avaliados alguns modelos de hélice utilizadas nas aeronaves que participam da competição AeroDesign. Estas curvas podem ser obtidas mediante a aplicação de conceitos que vão desde uma modelagem teórica, bem como uma análise prática com a utilização de dinamômetros, softwares específicos ou ainda ensaios em campo ou túnel de vento. Este último, torna-se mais complicado, pois, a maioria das universidades não possui um túnel de vento e os poucos instalados no Brasil se encontram em centros de pesquisa avançada e possuem um acesso complicado e muitas vezes com um custo elevado.

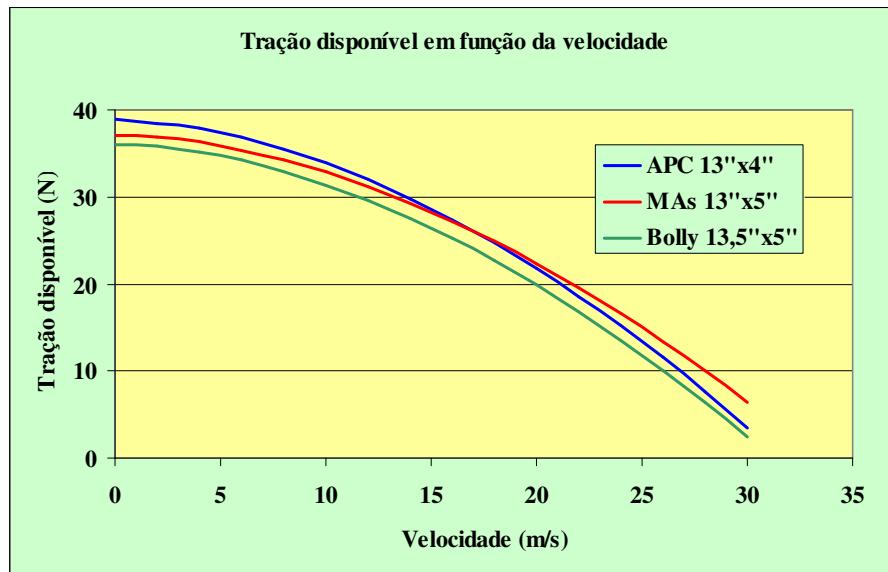
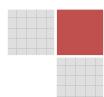


Figura 4.2 – Curvas de tração disponível de algumas hélices comerciais.

A Tabela 4.1 apresentada a seguir mostra os valores de tração disponível para cada uma dessas hélices em função da velocidade de voo.

Tabela 4.1 – Valores de tração disponível em função da velocidade.

Velocidade (m/s)	APC 13''x4''	M. airscrew 13''x5''	Bolly 13,5''x5''
0	38,910	37,100	36,051
2	38,524	36,870	35,807
4	37,854	36,287	35,170
6	36,846	35,409	34,211
8	35,525	34,257	32,953
10	33,910	32,850	31,415
12	32,013	31,198	29,610
14	29,845	29,310	27,546
16	27,414	27,191	25,232
18	24,727	24,850	22,673
20	21,790	22,290	19,877
22	18,608	19,518	16,847
24	15,185	16,636	13,589
26	11,526	13,348	10,106
28	7,6359	9,958	6,402
30	3,515	6,368	2,479



Tração requerida: para a realização do cálculo da tração requerida pela aeronave, considere um avião em voo reto e nivelado com velocidade constante no qual o valor da tração requerida depende diretamente das quatro forças que atuam na aeronave, assim, a partir das Equações (4.1), (4.2), (2.20) e (2.21) tem-se que:

$$T_R = D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D \quad (4.3)$$

e

$$W = L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.4)$$

Dividindo-se a Equação (4.3) pela Equação (4.4), tem-se que:

$$\frac{T_R}{W} = \frac{D}{L} = \frac{1/2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D}{1/2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L} \quad (4.5)$$

Que resulta em.

$$\frac{T_R}{W} = \frac{C_D}{C_L} \quad (4.5a)$$

Portanto, a tração requerida para se manter o voo da aeronave em uma determinada velocidade é:

$$T_R = \frac{W}{C_L / C_D} \quad (4.6)$$

A análise da Equação (4.6) permite observar que a tração requerida de uma aeronave é inversamente proporcional à eficiência aerodinâmica da mesma e diretamente proporcional ao peso, ou seja, quanto maior for o valor do peso da aeronave maior deve ser a tração requerida para se manter o voo ao passo que quanto maior for a eficiência aerodinâmica para um determinado peso menor será a tração requerida, portanto, aqui já se faz presente uma primeira relação entre a aerodinâmica e a análise de desempenho, pois como forma de se melhorar o desempenho com a redução da tração requerida para uma certa condição de voo se faz necessário o aumento da eficiência aerodinâmica da aeronave que pode ser obtida a partir da seleção ótima do perfil aerodinâmico, da forma geométrica da asa e com a minimização do arrasto total, recaindo portanto em uma análise muito confiável da polar de arrasto da aeronave em estudo.

A tração requerida para uma aeronave voando em uma determinada altitude varia com a velocidade de voo e como visto na Equação (4.3) é representada pelo arrasto total. A partir da equação da polar de arrasto obtida no Capítulo 2 tem-se que:

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (4.7)$$



$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (4.7a)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação (4.7a) representa o coeficiente de arrasto parasita enquanto que o segundo representa o coeficiente de arrasto induzido, portanto o coeficiente de arrasto total é igual a soma do coeficiente de arrasto parasita com o coeficiente de arrasto induzido, e, assim, a força de arrasto total da aeronave pode ser escrita da seguinte forma:

$$D = T_R = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{D0} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (4.8)$$

$$D = T_R = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \right) \quad (4.8a)$$

A Equação (4.8a) representa uma forma alternativa à Equação (4.6) e fornece numericamente o mesmo resultado, porém de forma mais direta, pois se conhecendo a altitude de voo, a área da asa e os parâmetros característicos da polar de arrasto é possível a partir da variação da velocidade de voo obter para cada ponto avaliado qual será o valor da tração requerida pela aeronave. O coeficiente de sustentação presente na Equação (4.8a) pode ser determinado pela equação fundamental da força de sustentação do seguinte modo:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.9)$$

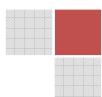
$$C_L = \frac{2 \cdot L}{\rho \cdot v^2 \cdot S} \quad (4.9a)$$

Como pelas equações de equilíbrio da estática em uma condição de voo reto e nivelado com velocidade constante a força de sustentação deve ser igual ao peso, a Equação (4.9a) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$C_L = \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot v^2 \cdot S} \quad (4.9b)$$

Portanto, uma vez conhecido o peso, a área da asa e a altitude de voo, é possível com a aplicação da Equação (4.9b) determinar o coeficiente de sustentação requerido para se manter o voo da aeronave em qualquer velocidade avaliada. Assim, pode-se perceber que uma mudança mínima que seja na velocidade de voo, mantidas as condições de peso, área de asa e altitude de voo proporcionam uma imediata mudança no valor da tração requerida pela aeronave.

Geralmente a variação da tração requerida em função da velocidade e da altitude de voo é representada em um gráfico como forma de se obter um melhor retrato do desempenho em diferentes condições de voo. Este gráfico possui uma forma genérica para qualquer tipo de



aeronave atingindo um valor mínimo para uma determinada velocidade de voo. Para baixas velocidades, a tração requerida possui um valor elevado devido principalmente aos efeitos do arrasto induzido que, como será mostrado oportunamente no presente capítulo diminui conforme a velocidade de voo aumenta. Para o caso de elevadas velocidades, a tração requerida também é alta, porém agora influenciada diretamente pelo arrasto parasita que aumenta para maiores velocidades de voo.

A Figura 4.3 mostra um modelo genérico para a curva de tração requerida de uma aeronave.

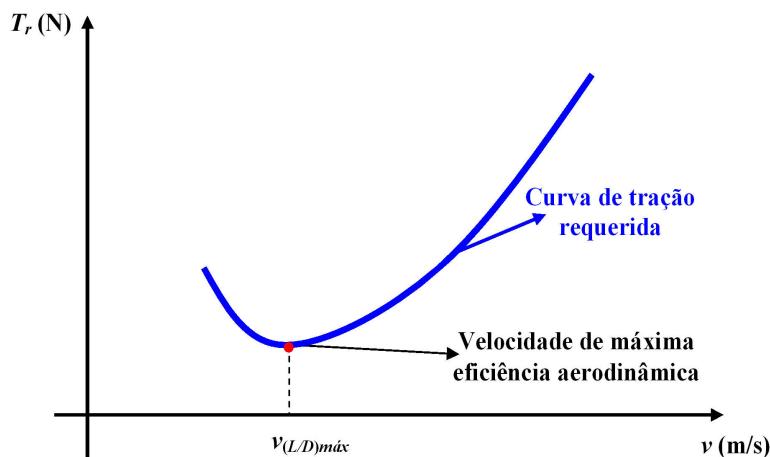


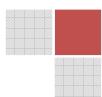
Figura 4.3 – Representação genérica da curva de tração requerida de uma aeronave em função da velocidade de voo.

Neste gráfico, o ponto de mínima tração requerida representa a velocidade de voo que proporciona a maior eficiência aerodinâmica. Esta situação é comprovada pela análise da Equação (4.6), pois como a tração requerida é inversamente proporcional a eficiência aerodinâmica, é intuitivo que para um determinado peso, o seu mínimo valor ocorre para uma eficiência aerodinâmica máxima.

Uma outra análise importante para se realizar é a determinação individual do arrasto parasita e do arrasto induzido, pois dessa forma consegue-se verificar a influência de cada uma dessas parcelas de arrasto com relação à tração requerida. Esta análise é apresentada no Exemplo 3.1, onde são realizados comentários importantes sobre os resultados obtidos.

A determinação de cada ponto da curva de tração requerida para uma aeronave quando se utilizar a Equação (4.6) é realizada da seguinte forma:

- 1) Adotar um valor inicial para a velocidade.
- 2) Para este valor de velocidade o coeficiente de sustentação requerido é calculado a partir da solução da Equação (4.9b). Na aplicação desta equação a densidade do ar é conhecida para uma determinada altitude, a área da asa é característica do avião em estudo e o peso utilizado é o máximo estipulado para a decolagem da aeronave dentro das restrições operacionais de limite de pista.
- 3) Com o valor numérico de C_L calcula-se a partir da polar de arrasto o valor de C_D para esta velocidade de voo.
- 4) A partir dos resultados obtidos para C_L e C_D é possível determinar o valor da eficiência aerodinâmica através da relação C_L/C_D .



5) Conhecido o peso e o valor da eficiência aerodinâmica a tração requerida é calculada pela aplicação da Equação (4.6).

É importante citar que o resultado encontrado vale apenas para a velocidade adotada, portanto, esse procedimento deve ser repetido inúmeras vezes para diferentes velocidades de voo como forma de se obter os vários pontos que formam a curva de tração requerida em função da velocidade de voo.

Com a utilização da Equação (2.8a), são necessários apenas três passos para se obter a tração requerida:

- 1) Escolher o valor da velocidade a ser analisada.
- 2) Determinar o coeficiente de sustentação requerido para a velocidade em questão a partir da Equação (2.9b).
- 3) Para a velocidade em análise, substituir o C_L encontrado na Equação (2.8a) e resolvê-la como forma de se determinar um ponto da curva de tração requerida.

Novamente é importante citar que o resultado encontrado vale apenas para a velocidade adotada, e assim, esse procedimento deve ser repetido para diferentes velocidades de voo como forma de se obter os vários pontos que formam a curva de tração requerida em função da velocidade de voo.

Como forma de se obter um panorama geral das qualidades de desempenho da aeronave geralmente as curvas de tração requerida e disponível são representadas em um mesmo gráfico como mostra a Figura 4.4. Dessa maneira é possível verificar em qual faixa de velocidades a aeronave será capaz de se manter em voo.

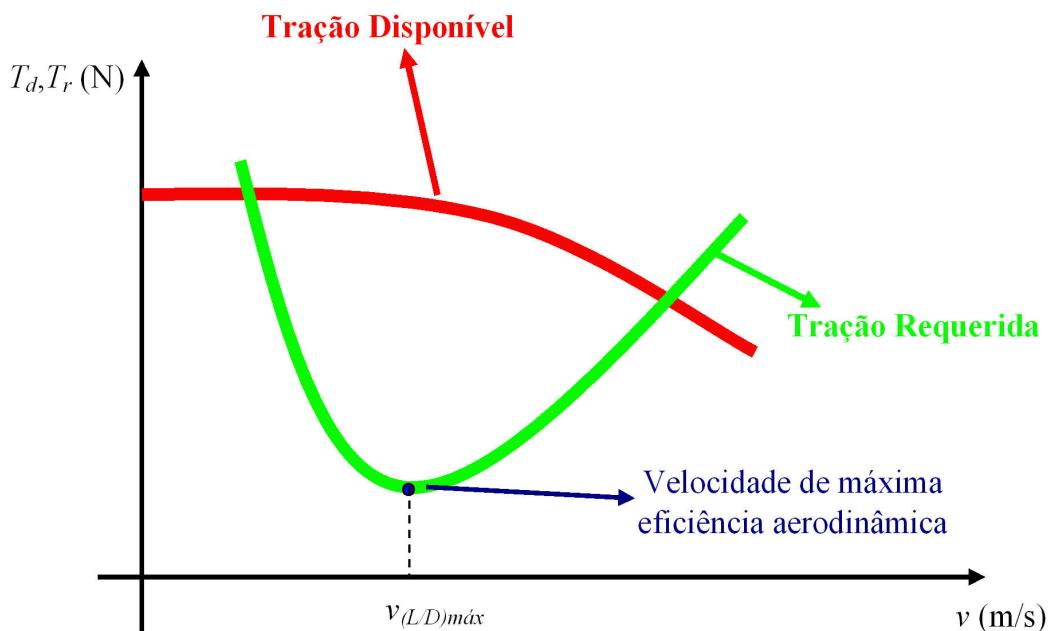


Figura 4.4 – Curvas de tração disponível e requerida.



A seguir é apresentado um exemplo de cálculo para a obtenção da curva de tração requerida de uma aeronave e sua respectiva comparação com a curva de tração disponível. Em todos os exemplos apresentados neste capítulo será utilizada a mesma aeronave de referência, pois dessa forma o leitor terá condições de avaliar todo o desempenho dessa aeronave e também irá adquirir o conhecimento fundamental para aplicar os conceitos aqui apresentados em qualquer tipo de aeronave com propulsão à hélice e a qualquer aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign.

Exemplo 4.1 – Determinação das curvas de tração disponível e requerida.

Considere que uma aeronave destinada a participar da competição SAE-AeroDesign possui uma área de asa igual a $0,90\text{m}^2$ e sua polar de arrasto é dada pela equação $C_D = 0,022 + 0,065C_L^2$. Determine e mostre em uma tabela todos os pontos da curva de tração requerida dessa aeronave para um voo realizado em condições de atmosfera padrão ao nível do mar com a velocidade variando em incrementos de 2m/s desde 8m/s até 30m/s . Mostre também nesta tabela os valores obtidos para os cálculos isolados do arrasto parasita e induzido da aeronave para esta mesma faixa de velocidade além de apresentar os dados relativos à tração disponível considerando a utilização de uma hélice APC 13"x4". Represente todos os dados da tabela obtida em um gráfico indicando o ponto de máxima velocidade da aeronave.

Dados:

$$W = 150\text{N}$$

$$\rho = 1,225\text{kg/m}^3$$

Solução:

Para a aeronave em estudo, o cálculo da tração requerida e dos arrastos parasita e induzido podem ser realizados da seguinte forma:

Para $v= 8\text{ m/s}$ tem-se que:

A partir da Equação (4.9b) calcula-se o C_L requerido para se manter essa velocidade.

$$C_L = \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot v^2 \cdot S}$$

$$C_L = \frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 8^2 \cdot 0,90}$$

$$C_L = 4,25$$

O respectivo coeficiente de arrasto total da aeronave é:

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 4,25^2$$

$$C_D = 1,196$$



Dessa forma, a tração requerida pela aeronave nessa velocidade é obtida pela solução da Equação (4.6).

$$T_r = \frac{W}{C_L/C_D}$$

$$T_r = \frac{150}{4,25/1,196}$$

$$T_r = 42,21 \text{ N}$$

A força de arrasto parasita para esta condição pode ser calculada pela equação geral do arrasto considerando-se o coeficiente de arrasto parasita $C_{D0} = 0,022$:

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{D0}$$

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 8^2 \cdot 0,9 \cdot 0,022$$

$$D_0 = 0,77 \text{ N}$$

A força de arrasto induzido para esta condição também pode ser calculada pela equação geral do arrasto utilizando-se o termo $0,065C_L^2$ da polar de arrasto dessa aeronave:

$$D_i = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot (0,065 \cdot C_L^2)$$

$$D_i = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 8^2 \cdot 0,9 \cdot 0,065 \cdot 4,25^2$$

$$D_i = 41,42 \text{ N}$$

Para $v = 10 \text{ m/s}$ tem-se que:

A partir da Equação (4.9b) calcula-se o C_L requerido para se manter essa velocidade.

$$C_L = \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot v^2 \cdot S}$$

$$C_L = \frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 10^2 \cdot 0,90}$$

$$C_L = 2,72$$



O respectivo coeficiente de arrasto total da aeronave é:

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 2,72^2$$

$$C_D = 0,502$$

Dessa forma, a tração requerida pela aeronave nessa velocidade é obtida pela solução da Equação (4.6).

$$T_r = \frac{W}{C_L/C_D}$$

$$T_r = \frac{150}{2,72/0,502}$$

$$T_r = 27,68 \text{ N}$$

A força de arrasto parasita para esta condição pode ser calculada pela equação geral do arrasto considerando-se o coeficiente de arrasto parasita $C_{D0} = 0,022$:

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{D0}$$

$$D_0 = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 10^2 \cdot 0,9 \cdot 0,022$$

$$D_0 = 1,21 \text{ N}$$

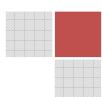
A força de arrasto induzido para esta condição também pode ser calculada pela equação geral do arrasto utilizando-se o termo $0,065C_L^2$ da polar de arrasto dessa aeronave:

$$D_i = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot (0,065 \cdot C_L^2)$$

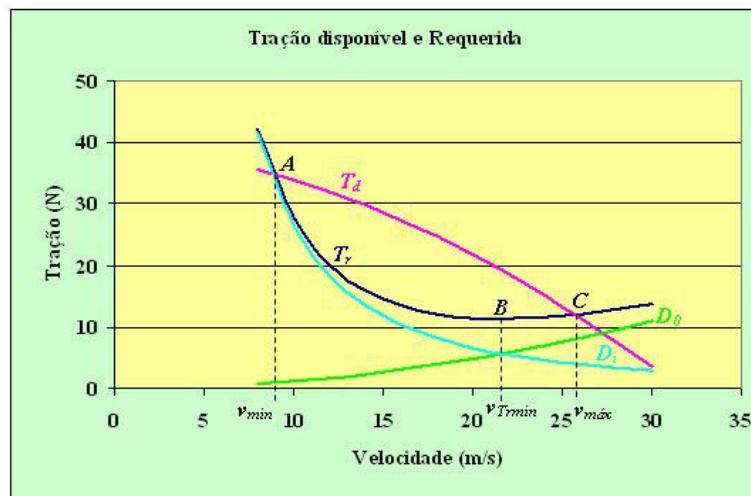
$$D_i = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 10^2 \cdot 0,9 \cdot 0,065 \cdot 2,72^2$$

$$D_i = 26,50 \text{ N}$$

Foram apresentados os cálculos realizados apenas para os dois primeiros pontos como forma de exemplo. Este mesmo procedimento deve ser realizado para os outros pontos requisitados no enunciado do problema. A tabela de resultados obtida e o respectivo gráfico comparativo dos resultados estão apresentados a seguir.



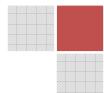
v (m/s)	T_d (N) APC 13" x4"	D_0 (N)	D_i (N)	T_r (N)
8	35,525	0,776	41,454	42,230
10	33,910	1,212	26,530	27,743
12	32,013	1,746	18,424	20,170
14	29,845	2,376	13,536	15,913
16	27,414	3,104	10,363	13,468
18	24,727	3,929	8,188	12,117
20	21,790	4,851	6,632	11,483
22	18,608	5,869	5,481	11,351
24	15,185	6,985	4,606	11,591
26	11,526	8,198	3,924	12,122
28	7,635	9,507	3,384	12,891
30	3,515	10,914	2,947	13,862



Analizando-se as curvas obtidas na aplicação do Exemplo 4.1 é possível observar que a mínima velocidade da aeronave é obtida no ponto **A** na intersecção entre as curvas de tração disponível e requerida e seu valor é próximo de 9,5m/s. É importante ressaltar que em algumas situações de voo a velocidade de estol é maior que a velocidade mínima obtida no gráfico, e, dessa forma, como citado no Capítulo 2, a velocidade de estol para estas situações representa a mínima velocidade de voo da aeronave.

A máxima velocidade da aeronave é obtida no ponto **C** novamente na intersecção entre as curvas de tração disponível e requerida e seu valor é próximo de 26m/s. Por questões de segurança e como forma de respeitar as limitações do projeto estrutural da aeronave geralmente esta velocidade não é atingida durante o voo ficando normalmente restrita à velocidade do ponto de manobra obtida no estudo do diagrama v - n que será apresentado em detalhes em uma seção futura do presente capítulo.

Normalmente a especificação da velocidade mínima e máxima para uma determinada condição de voo é limitada pela velocidade de estol e pela velocidade do ponto de manobra e pode ser graficamente representada pelo envelope de voo da aeronave que será mostrado oportunamente neste capítulo.



Já para a velocidade de mínima tração requerida obtida no ponto **B** a aeronave é capaz de realizar um voo com a máxima eficiência aerodinâmica, de forma que a relação (L/D) assume o seu valor máximo e nesta situação é importante observar que a força de arrasto parasita é igual a força de arrasto induzido, ou seja, a máxima relação (L/D) ocorre exatamente no ponto de intersecção das curvas D_0 e D_i . Portanto para se obter uma condição de mínima tração requerida da aeronave tem-se que:

$$D_0 = D_i \quad (4.10)$$

Outro aspecto relevante da curva de tração requerida é que em cada ponto da mesma a aeronave se encontra com um ângulo de ataque diferente, e, dessa forma, é muito conveniente uma representação gráfica da eficiência aerodinâmica em função do ângulo de ataque, pois dessa forma é possível visualizar qual seria o ângulo de ataque necessário para se obter a máxima relação (L/D) e assim obter o menor valor de tração requerida para o voo da aeronave.

Um modelo genérico da curva (C_L/C_D) versus α é mostrado na Figura 4.5.

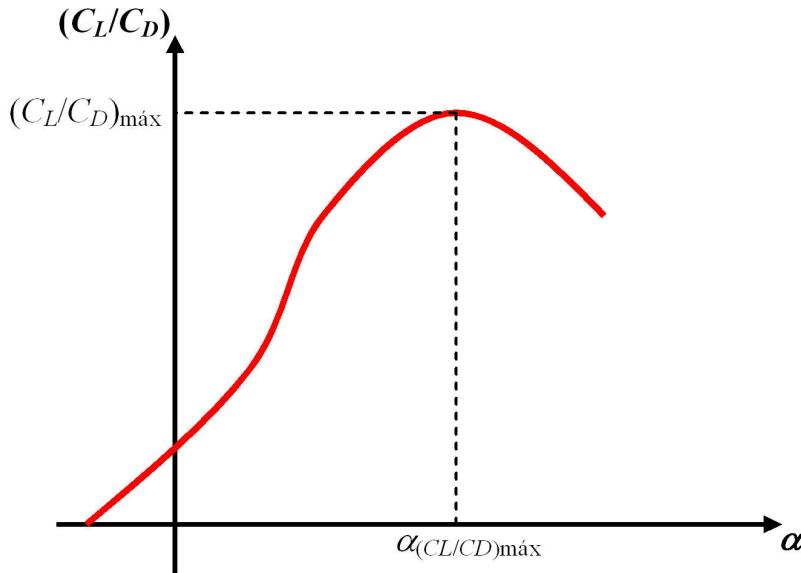
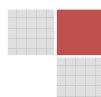


Figura 4.5 – Eficiência aerodinâmica em função do ângulo de ataque.

Neste ponto é importante que citar que um voo realizado em uma situação de mínima tração requerida representa em uma aeronave com propulsão à hélice um voo realizado para uma condição de máximo alcance. Segundo Anderson [4.2], o alcance é definido como a distância total percorrida (medida em relação ao solo) para um tanque completo de combustível. Portanto, um voo com máximo alcance significa voar em uma condição que propicie a maior distância percorrida antes que o combustível da aeronave termine.

4.4 – Potência disponível e requerida

Para o caso de aeronaves com propulsão à hélice, as curvas de potência disponível e requerida muitas vezes são mais utilizadas que as curvas de tração, pois fornecem subsídios



importantes que permitem avaliar a máxima autonomia da aeronave e as condições de subida da mesma.

A partir dos conceitos fundamentais da física, a potência é definida como o produto entre a força e a velocidade, e, portanto, as curvas de potência disponível e requerida podem ser obtidas a partir do produto entre a tração e a velocidade de voo.

Potência disponível: por definição, a potência disponível representa toda a potência que é fornecida pela hélice e pode ser calculada da seguinte forma:

$$P_d = T_d \cdot v \quad (4.11)$$

Dessa forma, cada ponto da curva de tração disponível pode ser relacionado com sua respectiva velocidade como forma de se determinar a potência que a hélice é capaz de fornecer à aeronave para a condição de velocidade desejada.

Potência requerida: representa a potência que a aeronave necessita para realizar o voo em diferentes condições de velocidade e pode ser obtida pelo produto entre a tração requerida e a velocidade de voo da seguinte forma:

$$P_r = T_r \cdot v \quad (4.12)$$

Uma outra forma de se representar a potência requerida é em função dos coeficientes aerodinâmicos C_L e C_D , a dedução apresentada a seguir mostra como se obter uma equação que relate a potência requerida com os coeficientes aerodinâmicos da aeronave.

Substituindo-se a Equação (4.6) na Equação (4.12), tem-se que:

$$P_r = \frac{W}{C_L/C_D} \cdot v \quad (4.13)$$

Sabendo-se que para uma condição de voo reto e nivelado com velocidade constante a força de sustentação deve ser igual ao peso tem-se que:

$$L = W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.14)$$

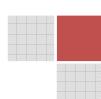
portanto

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.15)$$

Substituindo a Equação (4.15) na Equação (4.13), tem-se que:

$$P_r = \frac{W}{C_L/C_D} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.16)$$

$$P_r = \sqrt{\left(\frac{W}{C_L/C_D}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.16a)$$



$$P_r = \sqrt{\frac{W^2}{C_L^2/C_D^2} \cdot \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.16b)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{W^2 \cdot C_D^2}{C_L^2} \cdot \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.16c)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{2 \cdot W^3 \cdot C_D^2}{\rho \cdot S \cdot C_L^3}} \quad (4.16d)$$

Em aeronaves de propulsão à hélice, as curvas de potência disponível e requerida assumem a forma genérica mostrada na Figura 4.6. Os valores de v_{min} e $v_{máx}$ obtidos para as curvas de potência são os mesmos que são obtidos pela análise das curvas de tração, portanto as curvas de potência representam uma alternativa para a determinação dessas velocidades.

Um outro ponto relacionado às curvas de potência e que será apresentado em detalhes na seção 4.7 diz respeito a capacidade de subida da aeronave, pois enquanto houver sobra de potência a aeronave é capaz de ganhar altura e, portanto, a razão de subida da mesma pode ser determinada.

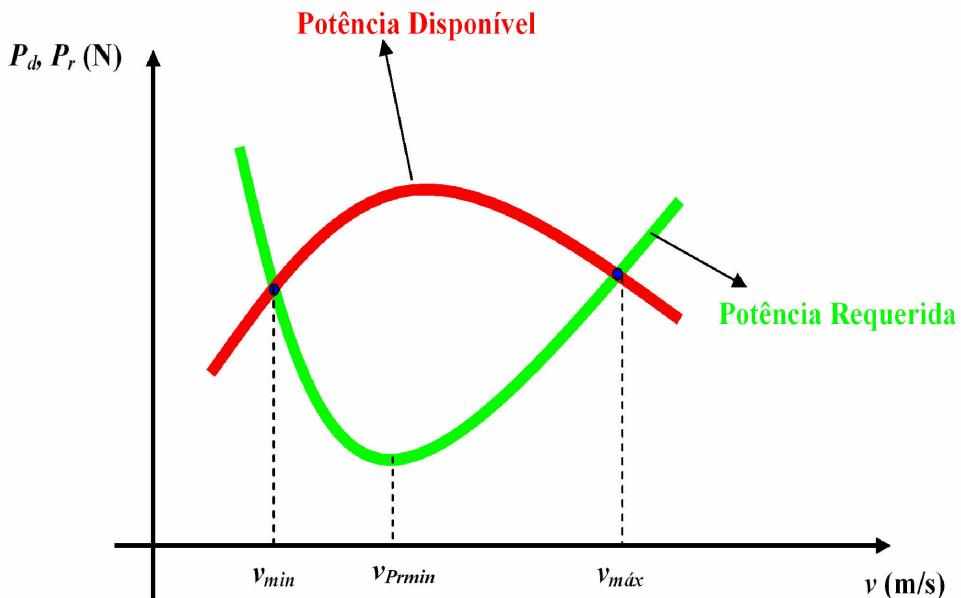
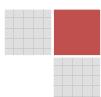


Figura 4.6 – Curvas de potência disponível e requerida.

Com relação ao ponto que representa a velocidade de mínima potência requerida existe uma diferença fundamental em relação ao ponto que representa a velocidade de mínima tração requerida, pois enquanto a tração requerida mínima é obtida para a máxima eficiência aerodinâmica da aeronave (C_L/C_D)_{máx}, a mínima potência requerida será obtida para a condição ($C_L^{3/2}/C_D$)_{máx}. Este resultado pode ser obtido a partir da análise da Equação (4.16d) como apresentado a seguir.



$$P_r = \sqrt{\frac{2 \cdot W^3}{\rho \cdot S}} \cdot \sqrt{\frac{C_D^2}{C_L^3}} \quad (4.16e)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{2 \cdot W^3}{\rho \cdot S}} \cdot \left(\frac{C_D^2}{C_L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.16f)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{2 \cdot W^3}{\rho \cdot S}} \cdot \frac{\sqrt{C_D^2}}{(C_L^3)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.16g)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{2 \cdot W^3}{\rho \cdot S}} \cdot \frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}} \quad (4.16h)$$

$$P_r = \sqrt{\frac{2 \cdot W^3}{\rho \cdot S}} \cdot \frac{1}{(C_L^{\frac{3}{2}}/C_D)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.16i)$$

Portanto, conhecendo-se os valores de peso, altitude e área da asa, é possível verificar que a potência requerida é inversamente proporcional a $(C_L^{\frac{3}{2}}/C_D)$, ou seja, quanto maior for a relação $(C_L^{\frac{3}{2}}/C_D)$ menor será a potência requerida e a realização de um voo na velocidade que minimiza a potência requerida representa uma condição de ângulo de ataque que corresponde à máxima relação $(C_L^{\frac{3}{2}}/C_D)$.

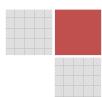
Enquanto a velocidade que minimiza a tração requerida representa um voo com o máximo alcance de uma aeronave com propulsão à hélice, a velocidade de mínima potência requerida representa um voo com máxima autonomia. Segundo Anderson [4.2], a autonomia é definida como o tempo total de voo para um tanque completo de combustível. Portanto, um voo com máxima autonomia significa voar em uma condição que permita permanecer o maior tempo no ar antes que o combustível da aeronave termine.

Em resumo, para um avião com propulsão à hélice, o voo de máximo alcance (T_{rmin}) ocorre para uma condição $(C_L/C_D)_{máx}$ e um voo para máxima autonomia ocorre para uma condição $(C_L^{\frac{3}{2}}/C_D)_{máx}$.

Também é intuitivo constatar que a velocidade de máximo alcance da aeronave é maior que a velocidade de máxima autonomia, pois no caso do alcance voa-se com maior velocidade percorrendo uma maior distância em um dado intervalo de tempo, porém com um maior consumo de combustível e para a condição de máxima autonomia voa-se com uma velocidade menor consumindo menos combustível, porém permanecendo um maior tempo em voo. Na condição de mínima potência requerida para um voo com máxima autonomia, o coeficiente de arrasto parasita representa 1/3 do coeficiente de arrasto induzido. A dedução apresentada a seguir mostra esta condição.

Sabendo-se que a mínima tração requerida é obtida pela maximização da relação $(C_L^{\frac{3}{2}}/C_D)$ e que o coeficiente de arrasto C_D pode ser representado pela polar de arrasto da aeronave, pode-se escrever que:

$$\frac{C_L^{\frac{3}{2}}}{C_D} = \frac{C_L^{\frac{3}{2}}}{C_{D0} + K \cdot C_L^2} \quad (4.17)$$



A partir dos conceitos do cálculo diferencial e integral, é possível determinar a condição necessária para se obter $(C_L^{3/2}/C_D)_{max}$, assim, derivando-se a Equação (4.17) com relação a C_L e igualando-se o resultado a zero tem-se pela tabela de derivadas que:

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_{D0} + K \cdot C_L^2} \right) = \frac{d}{dC_L} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2} = 0 \quad (4.18)$$

Considerando que $u = C_L^{3/2}$ e $v = C_{D0} + K \cdot C_L^2$, tem-se que:

$$u' = \frac{d}{dC_L} C_L^{3/2} = \frac{3}{2} \cdot C_L^{3/2-1} = \frac{3}{2} \cdot C_L^{1/2} \quad (4.19)$$

$$v' = \frac{d}{dC_L} (C_{D0} + K \cdot C_L^2) = 2 \cdot K \cdot C_L \quad (4.20)$$

Substituindo-se as Equações (4.19) e (4.20) na Equação (4.18) tem-se que:

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_{D0} + K \cdot C_L^2} \right) = \frac{(C_{D0} + K \cdot C_L^2) \cdot \frac{3}{2} \cdot C_L^{1/2} - C_L^{3/2} \cdot 2 \cdot K \cdot C_L}{(C_{D0} + K \cdot C_L^2)^2} = 0 \quad (4.21)$$

$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_{D0} + K \cdot C_L^2} \right) = \frac{\frac{3}{2} \cdot C_{D0} \cdot C_L^{1/2} + \frac{3}{2} \cdot K \cdot C_L^{(2+1/2)} - 2 \cdot K \cdot C_L^{(3/2+1)}}{(C_{D0} + K \cdot C_L^2)^2} = 0 \quad (4.21a)$$

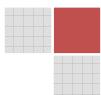
$$\frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_L^{3/2}}{C_{D0} + K \cdot C_L^2} \right) = \frac{\frac{3}{2} \cdot C_{D0} \cdot C_L^{1/2} + \frac{3}{2} \cdot K \cdot C_L^{5/2} - 2 \cdot K \cdot C_L^{5/2}}{(C_{D0} + K \cdot C_L^2)^2} = 0 \quad (4.21b)$$

Sabendo-se que o termo $(C_{D0} + K \cdot C_L^2)^2$ representa o quadrado do arrasto total da aeronave e que seu valor é diferente de zero para uma condição de mínima potência requerida, a única possibilidade de se zerar a Equação (4.21b) é fazer com que o numerador da função seja nulo, portanto:

$$\frac{3}{2} \cdot C_{D0} \cdot C_L^{1/2} + \frac{3}{2} \cdot K \cdot C_L^{5/2} - 2 \cdot K \cdot C_L^{5/2} = 0 \quad (4.21c)$$

$$\frac{3}{2} \cdot C_{D0} \cdot C_L^{1/2} + \left[K \cdot C_L^{5/2} \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 \right) \right] = 0 \quad (4.21d)$$

$$\frac{3}{2} \cdot C_{D0} \cdot C_L^{1/2} - \frac{1}{2} \cdot K \cdot C_L^{5/2} = 0 \quad (4.21e)$$



$$\frac{3}{2} \cdot C_{D0} \cdot C_L^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot C_L^{\frac{5}{2}} \quad (4.21f)$$

Isolando-se C_{D0} , tem-se que:

$$C_{D0} = \frac{2 \cdot K \cdot C_L^{\frac{5}{2}}}{3 \cdot 2 \cdot C_L^{\frac{5}{2}}} \quad (4.22)$$

$$C_{D0} = \frac{2 \cdot K \cdot C_L^{\frac{5}{2}}}{6 \cdot C_L^{\frac{5}{2}}} \quad (4.22a)$$

$$C_{D0} = \frac{1}{3} \cdot K \cdot C_L^{\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right)} \quad (4.22b)$$

Que resulta finalmente em:

$$C_{D0} = \frac{1}{3} \cdot K \cdot C_L^2 \quad (4.22c)$$

Como o termo KC_L^2 representa o coeficiente de arrasto induzido, tem-se que para a condição de máxima autonomia que:

$$C_{D0} = \frac{1}{3} \cdot C_{Di} \quad (4.23)$$

Dessa forma prova-se analiticamente a relação existente entre o coeficiente de arrasto parasita e o coeficiente de arrasto induzido para uma situação de mínima potência requerida.

Exemplo 4.2 – Determinação das curvas de potência disponível e requerida em função da velocidade.

Para os resultados obtidos nas curvas de tração disponível e requerida da aeronave modelo utilizada no Exemplo 4.1, monte uma tabela relacionando as potências disponível e requerida com a velocidade de voo e mostre o gráfico com as curvas de potência indicando a velocidade de mínima potência requerida.

Solução:

A partir da tabela de resultados obtidos para as curvas de tração no Exemplo 4.1 apresentadas a seguir, é possível calcular todos os pontos das curvas de potência com a utilização das Equações (4.11) e (4.12).



v (m/s)	T_d (N) APC 13"x4"	T_r (N)
8	35,525	42,230
10	33,910	27,743
12	32,013	20,170
14	29,845	15,913
16	27,414	13,468
18	24,727	12,117
20	21,790	11,483
22	18,608	11,351
24	15,185	11,591
26	11,526	12,122
28	7,635	12,891
30	3,515	13,862

Para $v = 8\text{m/s}$

A potência disponível é dada por:

$$P_d = T_d \cdot v$$

$$P_d = 35,525 \cdot 8$$

$$P_d = 284,204\text{W}$$

e a potência requerida dada por:

$$P_r = T_r \cdot v$$

$$P_r = 42,230 \cdot 8$$

$$P_r = 337,841\text{W}$$

Para $v = 10\text{m/s}$

A potência disponível é dada por:

$$P_d = T_d \cdot v$$

$$P_d = 33,910 \cdot 10$$

$$P_d = 339,100\text{W}$$

e a potência requerida dada por:

$$P_r = T_r \cdot v$$

$$P_r = 27,743 \cdot 10$$

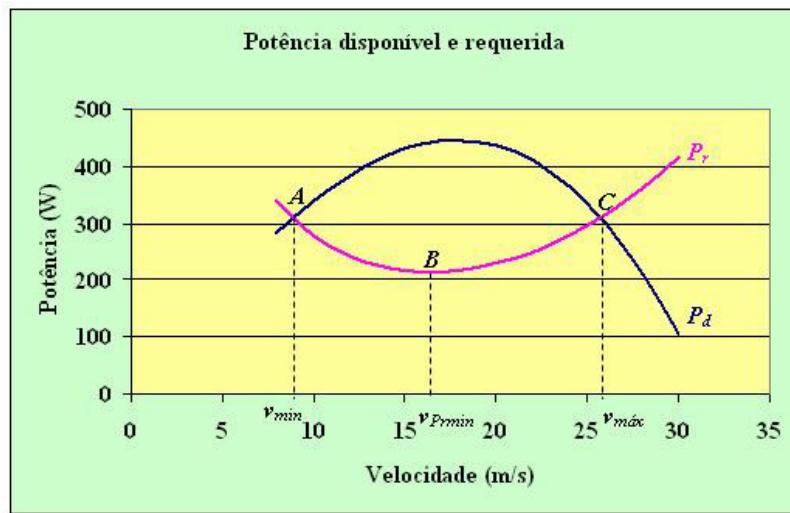


$$P_r = 277,430 \text{ W}$$

Este processo deve ser repetido para toda a faixa de velocidades em estudo. Os resultados obtidos da análise estão apresentados na tabela a seguir.

v (m/s)	P_d (W)	P_r (W)
8	284,204	337,841
10	339,105	277,433
12	384,163	242,044
14	417,841	222,782
16	438,634	215,490
18	445,091	218,119
20	435,806	229,673
22	409,377	249,727
24	364,452	278,194
26	299,695	315,193
28	213,805	360,975
30	105,478	415,877

O gráfico resultante da análise realizada é:

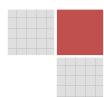


A velocidade de mínima potência requerida (máxima autonomia) obtida pela análise realizada é aproximadamente $v = 16 \text{ m/s}$.

4.5 – Relação entre a velocidade de mínima tração requerida (máximo alcance) e a velocidade de mínima potência requerida (máxima autonomia)

Como comentado na seção anterior, a velocidade de máxima autonomia deve ser menor que a velocidade que proporciona um voo com máximo alcance, e a questão principal é saber o quanto menor. Esta seção apresenta uma forma analítica que permite realizar a comparação entre essas duas velocidades.

Para esta aplicação é importante lembrar que para um voo reto e nivelado com velocidade constante, a força de sustentação deve ser igual ao peso, portanto:



$$L = W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.24)$$

e assim, a velocidade de voo é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.25)$$

Para um voo de máximo alcance, verificou-se que a relação (C_L/C_D) é máxima e representa o ponto de projeto aerodinâmico obtido na análise da polar de arrasto apresentada no Capítulo 2, onde verifica-se a partir da Equação (2.69i) que o coeficiente de sustentação requerido para esta condição é:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \quad (4.26)$$

Dessa forma, para um determinado peso, área de asa e altitude de voo, a velocidade que proporciona a menor tração requerida (máximo alcance) pode ser obtida com a substituição da Equação (4.26) na Equação (4.25) resultando em:

$$v_{T_{r\min}} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot \sqrt{C_{D0}/K}}} \quad (4.27)$$

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot \sqrt{C_{D0}/K}} \right)^{1/2} \quad (4.27a)$$

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \cdot \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}} \right)^{1/2} \quad (4.27b)$$

Já para uma condição de potência requerida mínima (máxima autonomia), o coeficiente de sustentação requerido pode ser obtido pela Equação (4.22c), resultando em:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{3 \cdot C_{D0}}{K}} \quad (4.28)$$

Substituindo-se a Equação (4.28) na Equação (4.25), tem-se que:

$$v_{P_{r\min}} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot \sqrt{3 \cdot C_{D0}/K}}} \quad (4.29)$$

$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot \sqrt{3 \cdot C_{D0}/K}} \right)^{1/2} \quad (4.29a)$$



$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \cdot \sqrt{\frac{K}{3 \cdot C_{D0}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.29b)$$

Desse modo tem-se que:

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.30)$$

e

$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.31)$$

Relacionando-se as Equações (4.30) e (4.31), pode-se escrever que:

$$v_{P_{r\min}} \cdot \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}} = v_{T_{r\min}} \cdot \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.32)$$

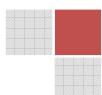
$$v_{P_{r\min}} = v_{T_{r\min}} \cdot \frac{\left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}}{\left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}} \quad (4.32a)$$

$$v_{P_{r\min}} = v_{T_{r\min}} \cdot \frac{\left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}}{\left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}} \quad (4.32b)$$

$$v_{P_{r\min}} = v_{T_{r\min}} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.32c)$$

Portanto:

$$v_{P_{r\min}} = 0,76 \cdot v_{T_{r\min}} \quad (4.33)$$



Exemplo 4.3 – Determinação analítica das velocidades de mínima tração requerida e mínima potência requerida.

Para a aeronave do Exemplo 4.1 determine analiticamente as velocidades para máximo alcance e máxima autonomia.

Dados:

$$W = 150\text{N}$$

$$\rho = 1,225\text{kg/m}^3$$

$$S = 0,9\text{m}^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065C_L^2$$

Solução:

A velocidade de máximo alcance é obtida pela aplicação da Equação (4.30). A partir da polar de arrasto fornecida tem-se que $C_{D0} = 0,022$ e $K = 0,065$.

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{T_{r\min}} = 21,62 \text{ m/s}$$

A velocidade de máxima autonomia é obtida pela relação encontrada na Equação (4.31), portanto:

$$v_{P_{r\min}} = 0,76 \cdot v_{T_{r\min}}$$

$$v_{P_{r\min}} = 0,76 \cdot 21,62$$

$$v_{P_{r\min}} = 16,43 \text{ m/s}$$

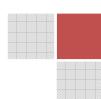
É importante observar que os resultados obtidos podem ser comprovados diretamente na leitura dos gráficos obtidos nos Exemplos 4.1 e 4.2.

4.6 – Efeitos da altitude nas curvas de tração e potência disponível e requerida

O desempenho de uma aeronave é influenciado significativamente com o aumento da altitude de voo, pois uma vez que o aumento da altitude proporciona uma redução na densidade do ar, tanto a tração disponível como a requerida e suas respectivas potências sofrem importantes variações que reduzem a capacidade de desempenho da aeronave.

Em relação à tração disponível, considera-se que com a redução da densidade do ar a hélice produzirá um empuxo menor que o gerado ao nível do mar. Segundo o modelo propulsivo adotado no Capítulo 3, a tração disponível é calculada da seguinte forma:

$$T_{dh} = \frac{P_{d0} \cdot \eta_p \cdot \rho_h}{v} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0} \quad (4.34)$$



Portanto, a tração disponível em altitude pode ser calculada da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0} \quad (4.34a)$$

A Equação (4.34a) relaciona a tração disponível ao nível do mar com as densidades do ar em altitude e ao nível do mar, assim, como a densidade do ar diminui com o aumento da altitude, percebe-se que a relação ρ_h/ρ_0 sempre será um número menor que 1, portanto, quanto maior for a altitude de voo menor será a tração disponível para uma determinada situação de voo. Geralmente a variação da curva de tração disponível com a altitude de voo segue o modelo apresentado na Figura 4.7.

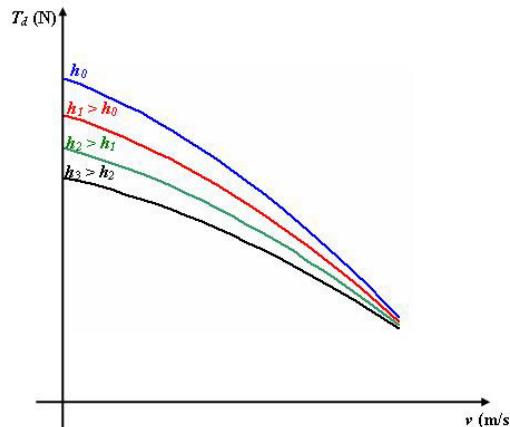


Figura 4.7 – Variação da tração disponível com a altitude.

Para o caso da curva de tração requerida, esta também sofre significativas mudanças, pois como visto, a tração requerida representa a força necessária para vencer o arrasto total da aeronave e é calculada pela seguinte equação:

$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)} \quad (4.35)$$

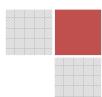
com o valor do coeficiente de sustentação requerido na altitude calculado por:

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2} \quad (4.36)$$

A análise da Equação (4.36) permite observar que com o aumento da altitude e a consequente diminuição da densidade do ar o coeficiente de sustentação requerido para um determinado peso e velocidade da aeronave deve ser aumentado, ou seja, existe a necessidade de se voar com um maior ângulo de ataque.

O aumento do C_L requerido também propicia um aumento no coeficiente de arrasto total da aeronave, pois como visto, este é calculado a partir da polar de arrasto da seguinte forma:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2 \quad (4.37)$$



Portanto, o aumento da altitude proporciona um impacto direto na eficiência aerodinâmica da aeronave para uma determinada condição de peso e velocidade. Efetivamente na presença da altitude, a relação (C_L/C_D) para uma determinada velocidade de voo é menor que ao nível do mar, assim, a análise da Equação (4.35) permite observar que mantendo-se o peso da aeronave, a redução da eficiência aerodinâmica na presença da altitude propicia um aumento na tração requerida. A Figura 4.8 mostra o impacto do aumento da altitude na curva de tração requerida de uma aeronave.

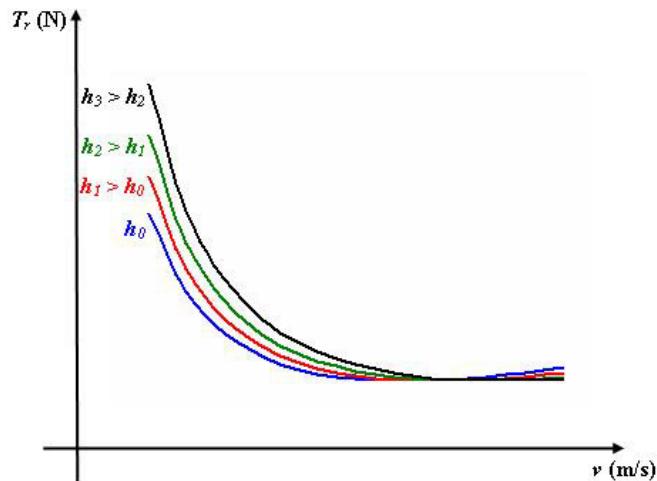


Figura 4.8 – Variação da tração requerida com a altitude.

Para se avaliar a real capacidade de desempenho de uma aeronave na altitude é conveniente representar as curvas de tração disponível e requerida em um único gráfico considerando diversas condições de altitude. A Figura 4.9 mostra os efeitos da variação da altitude nas curvas de tração disponível e requerida da aeronave.

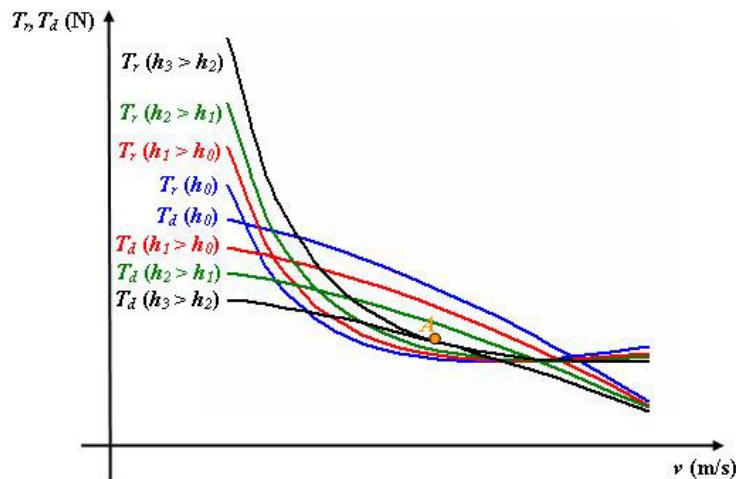
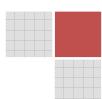


Figura 4.9 – Variação das curvas de tração disponível e requerida com a altitude.

É importante observar que o aumento da altitude proporciona uma redução na sobra de tração além de propiciar o aumento da velocidade mínima e a redução da velocidade máxima da aeronave. Também pode-se notar que para um determinado valor de altitude a curva de



tração disponível é tangente a curva de tração requerida, esta situação está representada pelo ponto **A** na Figura 4.9.

Como será apresentado na seção 4.13, a altitude que proporciona a tangencia entre as curvas de tração determina o teto absoluto de voo da aeronave e nesta condição existe uma única velocidade que permite manter uma situação de voo reto e nivelado com velocidade constante.

Exemplo 4.4 – Influência da altitude nas curvas de tração disponível e requerida.

Para a aeronave modelo utilizada no Exemplo 4.1, calcule e represente em uma tabela os valores da tração disponível e requerida para a faixa de velocidades em estudo considerando as seguintes altitudes: $h = 0\text{m}$, $h = 1500\text{m}$, $h = 3000\text{m}$ e $h = 4500\text{m}$.

Represente os resultados obtidos em um gráfico e determine a velocidade de máximo alcance para cada uma das altitudes avaliadas.

Dados: $W = 150\text{N}$, $S = 0,9\text{m}^2$, $C_D = 0,022 + 0,065C_L^2$, $\rho_0 = 1,2250\text{kg/m}^3$, $\rho_{1500} = 1,0581\text{kg/m}^3$, $\rho_{3000} = 0,9092\text{kg/m}^3$, $\rho_{4500} = 0,7770\text{kg/m}^3$.

Solução:

Para as condições ao nível do mar $h = 0\text{m}$ os resultados obtidos no Exemplo 4.1 estão apresentados na tabela a seguir.

v (m/s)	T_d (N) APC 13''x4''	T_r (N)
8	35,525	42,230
10	33,910	27,743
12	32,013	20,170
14	29,845	15,913
16	27,414	13,468
18	24,727	12,117
20	21,790	11,483
22	18,608	11,351
24	15,185	11,591
26	11,526	12,122
28	7,635	12,891
30	3,515	13,862

Para $h = 1500\text{m}$, novas curvas são obtidas para $\rho = 1,0581\text{kg/m}^3$ com os valores de tração disponível e requerida calculados para cada uma das velocidades da faixa em estudo.

Como forma de exemplificar o cálculo realizado, a seguir são apresentados os dois primeiros pontos da curva.

Para $v = 8\text{m/s}$

A tração disponível nessa altitude pode ser obtida pela Equação (4.34a) da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 35,525 \cdot \frac{1,0581}{1,2250}$$



$$T_{dh} = 30,684 \text{ N}$$

A tração requerida nessa altitude é obtida a partir da solução da Equação (4.35).

$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)}$$

O C_L requerido para esta altitude e velocidade é:

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2}$$

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot 150}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 8^2}$$

$$C_{Lh} = 4,922$$

Dessa forma o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2$$

$$C_{Dh} = 0,022 + 0,065 \cdot 4,922^2$$

$$C_{Dh} = 1,596$$

Portanto a tração requerida para uma velocidade de 8m/s a 1500m de altitude é:

$$T_r = \frac{150}{(4,922 / 1,596)}$$

$$T_r = 48,663 \text{ N}$$

Para $v = 10 \text{ m/s}$

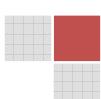
A tração disponível nessa altitude pode ser obtida pela Equação (4.34a) da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 33,910 \cdot \frac{1,0581}{1,2250}$$

$$T_{dh} = 29,289 \text{ N}$$

A tração requerida nessa altitude é obtida a partir da solução da Equação (4.35).



$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)}$$

O C_L requerido para esta altitude e velocidade é:

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2}$$

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot 150}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 10^2}$$

$$C_{Lh} = 3,150$$

Dessa forma o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2$$

$$C_{Dh} = 0,022 + 0,065 \cdot 3,150^2$$

$$C_{Dh} = 0,667$$

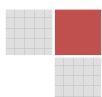
Portanto a tração requerida para uma velocidade de 10m/s a 1500m de altitude é:

$$T_r = \frac{150}{(3,150 / 0,667)}$$

$$T_r = 31,762 \text{ N}$$

Este processo deve ser repetido para toda a faixa de velocidades em estudo. O resultado obtido para uma condição de voo a 1500m de altitude está apresentado na tabela a seguir.

v (m/s)	T_{d1500m} (N)	T_{r1500} (N)
8	30,684	48,663
10	29,289	31,762
12	27,651	22,838
14	25,778	17,724
16	23,678	14,679
18	21,358	12,874
20	18,821	11,868
22	16,072	11,416
24	13,116	11,366
26	9,9556	11,624
28	6,594	12,130
30	3,036	12,840



Para $h = 3000\text{m}$, novas curvas são obtidas para $\rho = 0,9092\text{kg/m}^3$ com os valores de tração disponível e requerida calculadas para cada uma das velocidades da faixa em estudo.

Como forma de exemplificar o cálculo realizado, a seguir são apresentados os dois primeiros pontos da curva.

Para $v = 8\text{m/s}$

A tração disponível nessa altitude pode ser obtida pela Equação (4.34a) da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 35,525 \cdot \frac{0,9092}{1,2250}$$

$$T_{dh} = 26,368\text{ N}$$

A tração requerida nessa altitude é obtida a partir da solução da Equação (4.35).

$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)}$$

O C_L requerido para esta altitude e velocidade é:

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2}$$

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot 150}{0,9092 \cdot 0,9 \cdot 8^2}$$

$$C_{Lh} = 5,728$$

Dessa forma o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2$$

$$C_{Dh} = 0,022 + 0,065 \cdot 5,728^2$$

$$C_{Dh} = 2,155$$

Portanto a tração requerida para uma velocidade de 8m/s a 3000m de altitude é:

$$T_r = \frac{150}{(5,728 / 2,155)}$$



$$T_r = 56,425 \text{ N}$$

Para $v = 10 \text{ m/s}$

A tração disponível nessa altitude pode ser obtida pela Equação (4.34a) da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 33,910 \cdot \frac{0,9092}{1,2250}$$

$$T_{dh} = 25,169 \text{ N}$$

A tração requerida nessa altitude é obtida a partir da solução da Equação (4.35).

$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)}$$

O C_L requerido para esta altitude e velocidade é:

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2}$$

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot 150}{0,9092 \cdot 0,9 \cdot 10^2}$$

$$C_{Lh} = 3,666$$

Dessa forma o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2$$

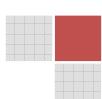
$$C_{Dh} = 0,022 + 0,065 \cdot 3,666^2$$

$$C_{Dh} = 0,895$$

Portanto a tração requerida para uma velocidade de 10m/s a 3000m de altitude é:

$$T_r = \frac{150}{(3,666 / 0,895)}$$

$$T_r = 36,643 \text{ N}$$



Este processo deve ser repetido para toda a faixa de velocidades em estudo. O resultado obtido para uma condição de voo a 3000m de altitude está apresentado na tabela a seguir.

v (m/s)	T_{d3000m} (N)	T_{r3000} (N)
8	26,368	56,425
10	25,169	36,643
12	23,761	26,118
14	22,152	20,000
16	20,348	16,266
18	18,353	13,948
20	16,173	12,536
22	13,811	11,741
24	11,271	11,390
26	8,555	11,372
28	5,667	11,616
30	2,609	12,072

Para $h = 4500$ m, novas curvas são obtidas para $\rho = 0,7770\text{kg/m}^3$ com os valores de tração disponível e requerida calculadas para cada uma das velocidades da faixa em estudo.

Como forma de exemplificar o cálculo realizado, a seguir são apresentados os dois primeiros pontos da curva.

Para $v = 8\text{m/s}$

A tração disponível nessa altitude pode ser obtida pela Equação (4.34a) da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 35,525 \cdot \frac{0,7770}{1,2250}$$

$$T_{dh} = 22,534\text{ N}$$

A tração requerida nessa altitude é obtida a partir da solução da Equação (4.35).

$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)}$$

O C_L requerido para esta altitude e velocidade é:



$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2}$$

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot 150}{0,777 \cdot 0,9 \cdot 8^2}$$

$$C_{Lh} = 6,703$$

Dessa forma o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2$$

$$C_{Dh} = 0,022 + 0,065 \cdot 6,703^2$$

$$C_{Dh} = 2,942$$

Portanto a tração requerida para uma velocidade de 8m/s a 4500m de altitude é:

$$T_r = \frac{150}{(6,703 / 2,942)}$$

$$T_r = 65,844 \text{ N}$$

Para $v = 10 \text{ m/s}$

A tração disponível nessa altitude pode ser obtida pela Equação (4.34a) da seguinte forma:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 33,910 \cdot \frac{0,7770}{1,2250}$$

$$T_{dh} = 21,509 \text{ N}$$

A tração requerida nessa altitude é obtida a partir da solução da Equação (4.35).

$$T_r = \frac{W}{(C_L / C_D)}$$

O C_L requerido para esta altitude e velocidade é:



$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2}$$

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot 150}{0,777 \cdot 0,9 \cdot 10^2}$$

$$C_{Lh} = 4,290$$

Dessa forma o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2$$

$$C_{Dh} = 0,022 + 0,065 \cdot 4,290^2$$

$$C_{Dh} = 1,218$$

Portanto a tração requerida para uma velocidade de 10m/s a 4500m de altitude é:

$$T_r = \frac{150}{(4,290/1,218)}$$

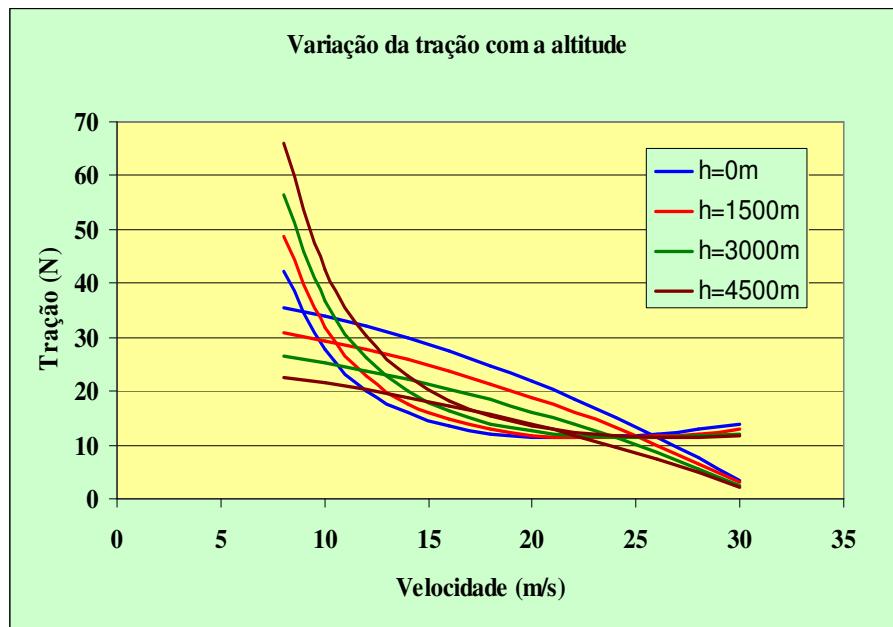
$$T_r = 42,594 \text{ N}$$

Este processo deve ser repetido para toda a faixa de velocidades em estudo. O resultado obtido para uma condição de voo a 4500m de altitude está apresentado na tabela a seguir.

v (m/s)	T_{d4500m} (N)	T_{r4500} (N)
8	22,534	65,844
10	21,509	42,594
12	20,306	30,153
14	18,931	22,847
16	17,389	18,307
18	15,684	15,401
20	13,821	13,533
22	11,803	12,364
24	9,632	11,692
26	7,311	11,387
28	4,843	11,365
30	2,229	11,570

O gráfico resultante da análise realizada é o seguinte:





A velocidade de máximo alcance é determinada pela solução da Equação (4.30) para a altitude em questão.

Portanto, para $h = 0m$:

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{T_{r\min}} = 21,62 \text{ m/s}$$

Para $h = 1500m$:

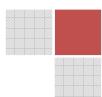
$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{1,0581 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{T_{r\min}} = 23,27 \text{ m/s}$$

Para $h = 3000m$:

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$



$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{0,9092 \cdot 0,9} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{0,065}{0,022} \right)^{1/4}$$

$$v_{T_{r\min}} = 25,10 \text{ m/s}$$

Para $h = 4500\text{m}$:

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{1/4}$$

$$v_{T_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{0,7770 \cdot 0,9} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{0,065}{0,022} \right)^{1/4}$$

$$v_{T_{r\min}} = 27,15 \text{ m/s}$$

Dessa forma, percebe-se que com o aumento da altitude, a máxima eficiência aerodinâmica da aeronave ocorre para uma velocidade maior.

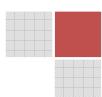
Com relação à potência disponível, esta também é influenciada pelo aumento da altitude, onde uma significativa redução é observada conforme a densidade do ar diminui. Uma aproximação válida para o cálculo da potência disponível em altitude é a partir da relação existente entre a tração disponível e a velocidade de voo, portanto, a Equação (4.38) pode ser utilizada como forma de se obter uma variação aproximada da potência disponível em relação à altitude de voo, assim:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v \quad (4.38)$$

ou

$$P_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0} \cdot v \quad (4.38a)$$

A variação característica da curva de potência disponível em função da altitude é apresentada a seguir na Figura 4.10.



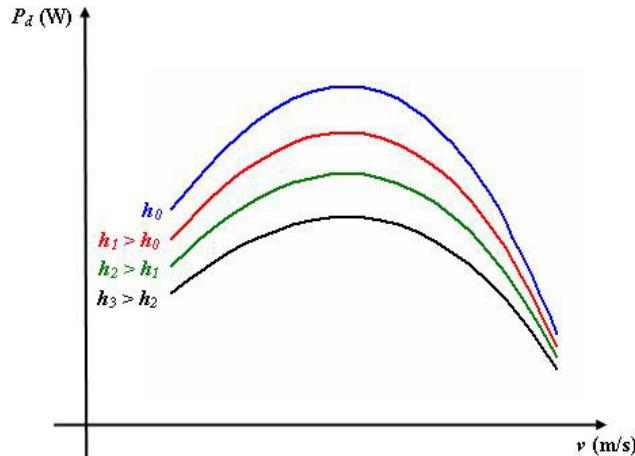


Figura 4.10 – Variação característica da potência disponível com a altitude.

No caso da potência requerida, a sua variação em função da altitude pode ser calculada por um processo simples que relaciona as equações utilizadas para o cálculo ao nível do mar com a condição de altitude desejada, assim, para o nível do mar considerando um determinado peso e velocidade de voo, o coeficiente de sustentação requerido é dado por:

$$C_{L0} = \frac{2 \cdot W}{\rho_0 \cdot S \cdot v^2} \quad (4.39)$$

E a potência requerida dada por:

$$P_{r0} = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot C_D^2}{\rho_0 \cdot S \cdot C_{L0}^3}} \quad (4.40)$$

Com o valor do coeficiente de arrasto determinado pela polar de arrasto do seguinte modo:

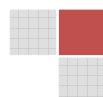
$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_{L0}^2 \quad (4.41)$$

Para o caso do voo em altitude, as Equações (4.39), (4.40) e (4.41) também podem ser utilizadas, porém agora considerando a densidade do ar para a condição desejada, portanto:

$$C_{Lh} = \frac{2 \cdot W}{\rho_h \cdot S \cdot v^2} \quad (4.42)$$

É importante notar que como as condições de peso e velocidade são mantidas, a redução da densidade do ar provoca um aumento do coeficiente de sustentação requerido e consequentemente um aumento no coeficiente de arrasto total da aeronave que pode ser calculado por:

$$C_{Dh} = C_{D0} + K \cdot C_{Lh}^2 \quad (4.43)$$



E assim, a potência requerida em altitude é calculada pela Equação (4.44) apresentada a seguir:

$$P_{rh} = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot C_{Dh}^2}{\rho_h \cdot S \cdot C_{Lh}^3}} \quad (4.44)$$

Como a metodologia apresentada seguiu as mesmas considerações adotadas para o estudo das curvas de tração disponível e requerida com a altitude, uma forma direta para se obter todos os pontos da curva de potência requerida em função da altitude é através do produto da tração requerida em altitude pela velocidade de voo, assim:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v \quad (4.45)$$

Esta equação é válida apenas se os critérios adotados forem os mesmos, ou seja, mantém-se a velocidade de voo e considera-se a variação do C_L e do C_D para uma determinada altitude.

A Figura 4.11 mostra a variação característica da curva de potência requerida em função da altitude de voo para o modelo em estudo.

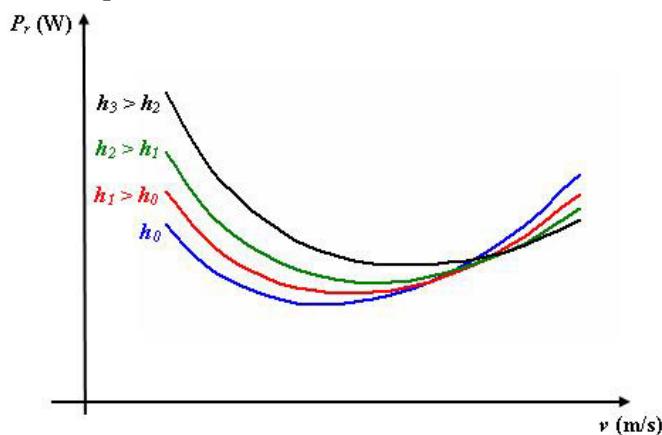


Figura 4.11 – Variação da potência requerida com a altitude.

Da mesma forma que é realizado para as curvas de tração disponível e requerida, as curvas de potência disponível e requerida em função da altitude devem ser traçadas em um único gráfico, pois assim será possível obter um panorama geral que propicie uma análise apurada das condições de desempenho de subida e velocidade de máxima autonomia para qualquer altitude de voo avaliada. A Figura 4.12 mostra os efeitos da variação da altitude nas curvas de potência disponível e requerida.



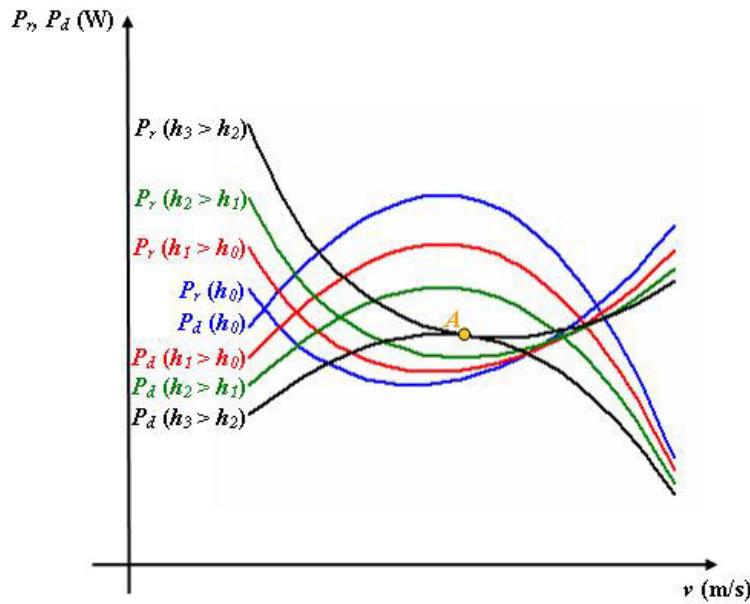


Figura 4.12 – Influência da altitude nas curvas de potência disponível e requerida.

A análise da variação da altitude nas curvas de potência permite observar que quanto maior for a altitude, menor é a sobra de potência existente, e, como será mostrado na próxima seção do presente capítulo, isto proporciona um forte impacto no desempenho de subida da aeronave, ou seja, o aumento da altitude de voo provoca uma redução significativa na razão de subida da aeronave, pois como será estudado, com a manutenção do peso, uma redução na sobra de potência acarreta em uma diminuição na capacidade do avião ganhar altura.

O ponto *A* representado no gráfico, tal como nas curvas de tração representa o teto absoluto de voo da aeronave e pela análise das curvas de potência, é possível verificar que para uma determinada altitude, a sobra de potência é nula, e como será apresentado, nesta condição a aeronave não possui mais condições de ganhar altura.

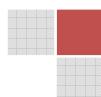
Com relação à velocidade de máxima autonomia, a variação da altitude também contribui para o aumento dessa velocidade tal como ocorre para a velocidade de máximo alcance obtida pela análise das curvas de tração.

Exemplo 4.5 – Influência da altitude nas curvas de potência disponível e requerida.

A partir dos resultados obtidos no Exemplo 4.4, calcule e represente em uma tabela os valores da potência disponível e requerida para a mesma faixa de velocidades e para as mesmas altitudes. Represente os resultados obtidos em um gráfico e determine a velocidade de máxima autonomia para cada uma das altitudes avaliadas.

Solução:

Para as condições ao nível do mar, $h = 0\text{m}$, os resultados foram obtidos no Exemplo 4.2 e estão apresentados na tabela a seguir:



v (m/s)	P_d (W)	P_r (W)
8	284,204	337,841
10	339,105	277,433
12	384,163	242,044
14	417,841	222,782
16	438,634	215,490
18	445,091	218,119
20	435,806	229,673
22	409,377	249,727
24	364,452	278,194
26	299,695	315,193
28	213,805	360,975
30	105,478	415,877

Para $h = 1500\text{m}$, os valores de potência requerida e disponível podem ser obtidos com a solução das Equações (4.38) e (4.45) para cada velocidade de voo desejada. Os valores de tração disponível e requerida para esta altitude obtidos no Exemplo 4.4 estão apresentados na tabela a seguir:

v (m/s)	T_{d1500m} (N)	T_{r1500} (N)
8	30,684	48,663
10	29,289	31,762
12	27,651	22,838
14	25,778	17,724
16	23,678	14,679
18	21,358	12,874
20	18,821	11,868
22	16,072	11,416
24	13,116	11,366
26	9,9556	11,624
28	6,594	12,130
30	3,036	12,840

Considerando a velocidade de 8m/s, a potência disponível para essa altitude será:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v$$

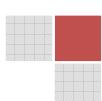
$$P_{dh} = 30,684 \cdot 8$$

$$P_{dh} = 245,479 \text{W}$$

E a potência requerida é:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v$$

$$P_{rh} = 48,663 \cdot 8$$



$$P_{rh} = 389,306 \text{ W}$$

Considerando a velocidade de 10m/s, a potência disponível para essa altitude será:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v$$

$$P_{dh} = 29,289 \cdot 10$$

$$P_{dh} = 292,890 \text{ W}$$

E a potência requerida é:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v$$

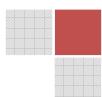
$$P_{rh} = 31,762 \cdot 10$$

$$P_{rh} = 317,62 \text{ W}$$

O processo é repetido para toda faixa de velocidades em estudo, e o resultado obtido para esta altitude está apresentado na tabela a seguir.

v (m/s)	P_{d1500m} (W)	P_{r1500} (W)
8	245,479	389,306
10	292,899	317,629
12	331,816	274,063
14	360,902	248,139
16	378,863	234,877
18	384,445	231,732
20	376,424	237,378
22	353,600	251,155
24	314,786	272,790
26	258,846	302,248
28	184,653	339,649
30	91,082	385,214

Para $h = 3000\text{m}$, os valores de potência requerida e disponível podem ser obtidos com a solução das Equações (4.38) e (4.45) para cada velocidade de voo desejada. Os valores de tração disponível e requerida para esta altitude obtidos no Exemplo 4.4 estão apresentados na tabela a seguir:



v (m/s)	T_{d3000m} (N)	T_{r3000} (N)
8	26,368	56,425
10	25,169	36,643
12	23,761	26,118
14	22,152	20,000
16	20,348	16,266
18	18,353	13,948
20	16,173	12,536
22	13,811	11,741
24	11,271	11,390
26	8,555	11,372
28	5,667	11,616
30	2,609	12,072

Considerando a velocidade de 8m/s, a potência disponível para essa altitude será:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v$$

$$P_{dh} = 26,368 \cdot 8$$

$$P_{dh} = 210,948 \text{ W}$$

E a potência requerida é:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v$$

$$P_{rh} = 56,425 \cdot 8$$

$$P_{rh} = 451,400 \text{ W}$$

Considerando a velocidade de 10m/s, a potência disponível para essa altitude será:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v$$

$$P_{dh} = 25,169 \cdot 10$$

$$P_{dh} = 251,690 \text{ W}$$

E a potência requerida é:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v$$

$$P_{rh} = 36,643 \cdot 10$$



$$P_{rh} = 366,430 \text{ W}$$

O processo é repetido para toda faixa de velocidades em estudo, e o resultado obtido para esta altitude está apresentado na tabela a seguir.

v (m/s)	P_{d3000m} (W)	P_{r3000} (W)
8	210,948	451,400
10	251,698	366,435
12	285,141	313,416
14	310,135	280,010
16	325,570	260,266
18	330,366	251,071
20	323,473	250,730
22	303,860	258,319
24	270,506	273,369
26	222,435	295,687
28	158,678	325,259
30	78,270	362,189

Para $h = 4500\text{m}$, os valores de potência requerida e disponível podem ser obtidos com a solução das Equações (4.38) e (4.45) para cada velocidade de voo desejada. Os valores de tração disponível e requerida para esta altitude obtidos no Exemplo 4.4 estão apresentados na tabela a seguir:

v (m/s)	T_{d4500m} (N)	T_{r4500} (N)
8	22,534	65,844
10	21,509	42,594
12	20,306	30,153
14	18,931	22,847
16	17,389	18,307
18	15,684	15,401
20	13,821	13,533
22	11,803	12,364
24	9,632	11,692
26	7,311	11,387
28	4,843	11,365
30	2,229	11,570

Considerando a velocidade de 8m/s, a potência disponível para essa altitude será:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v$$

$$P_{dh} = 22,534 \cdot 8$$

$$P_{dh} = 180,273 \text{ W}$$



E a potência requerida é:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v$$

$$P_{rh} = 65,844 \cdot 8$$

$$P_{rh} = 526,756 \text{ W}$$

Considerando a velocidade de 10m/s, a potência disponível para essa altitude será:

$$P_{dh} = T_{dh} \cdot v$$

$$P_{dh} = 21,509 \cdot 10$$

$$P_{dh} = 215,090 \text{ W}$$

E a potência requerida é:

$$P_{rh} = T_{rh} \cdot v$$

$$P_{rh} = 42,594 \cdot 10$$

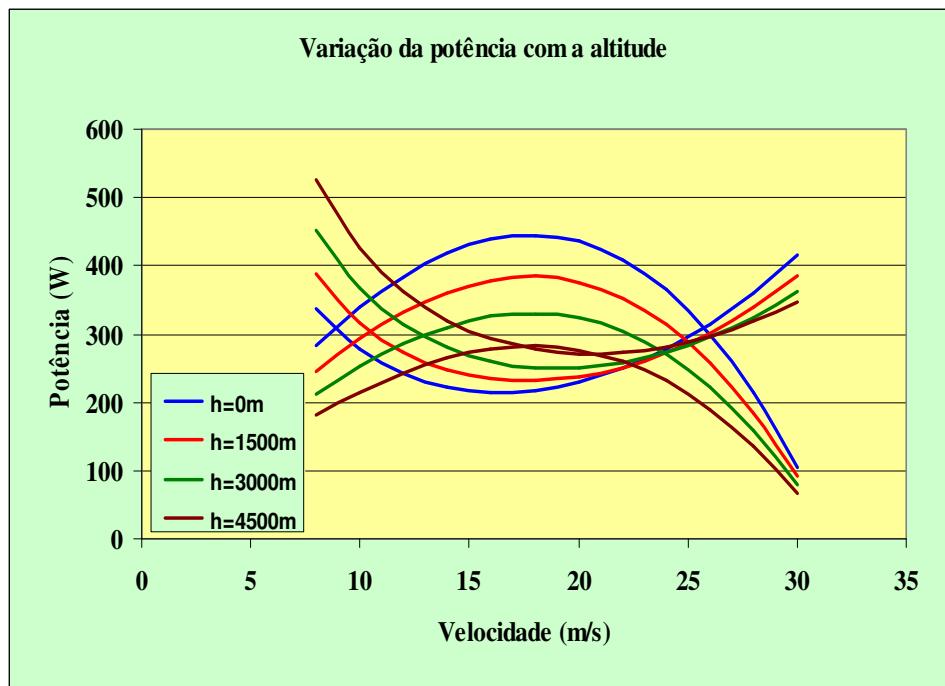
$$P_{rh} = 425,940 \text{ W}$$

O processo é repetido para toda faixa de velocidades em estudo, e o resultado obtido para esta altitude está apresentado na tabela a seguir.

v (m/s)	P_{d4500m} (W)	P_{r4500} (W)
8	180,273	526,756
10	215,097	425,946
12	243,677	361,837
14	265,037	319,861
16	278,227	292,918
18	282,326	277,227
20	276,435	270,668
22	259,674	272,027
24	231,171	280,616
26	190,090	296,073
28	135,604	318,246
30	66,888	347,120

O gráfico resultante da análise realizada está apresentado na figura a seguir:





A velocidade de máxima autonomia é calculada pela solução da Equação (4.31) considerando a densidade do ar relativa à altitude em estudo.

Portanto, para $h = 0\text{m}$:

$$v_{P_{\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{3 \cdot 0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{\min}} = 16,43 \text{ m/s}$$

Para $h = 1500\text{m}$:

$$v_{P_{\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{1,0581 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{3 \cdot 0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{\min}} = 17,68 \text{ m/s}$$



Para $h = 3000\text{m}$:

$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{0,9092 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{3 \cdot 0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{r\min}} = 19,07 \text{ m/s}$$

Para $h = 4500\text{m}$:

$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{K}{3 \cdot C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{r\min}} = \left(\frac{2 \cdot 150}{0,777 \cdot 0,9} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,065}{3 \cdot 0,022} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$v_{P_{r\min}} = 20,63 \text{ m/s}$$

Assim, é possível observar que o aumento da altitude proporciona um aumento na velocidade de máxima autonomia da aeronave.

Esta seção procurou mostrar de forma clara e objetiva os efeitos provocados pela variação da altitude nas curvas de tração e potência de uma aeronave com propulsão à hélice. Para o propósito da competição AeroDesign esta análise é muito importante pois permite à equipe ter uma visão global do desempenho da aeronave em diversas condições de altitude e assim poder durante a competição prever com acuracidade qual será a carga máxima que pode ser transportada nas condições locais de altitude densidade no momento do voo.

É muito importante comentar que geralmente os erros de projeto são fundamentalmente gerados pelo fato de muitas equipes desconsiderarem os efeitos da altitude nos cálculos de desempenho da aeronave.

4.7 – Análise do desempenho de subida

A análise do voo de subida representa um parâmetro muito importante para aeronaves que participam da competição AeroDesign, pois como os voos são realizados em condições limites de operação do avião, o piloto deve possuir muita experiência e sensibilidade para evitar o estol da aeronave nos instantes iniciais que sucedem a decolagem.

A razão de subida de uma aeronave representa a velocidade vertical da mesma, e, como será mostrado nesta seção, pode ser obtida de maneira simples a partir de um modelo aproximado que utiliza como referência as curvas de potência disponível e requerida obtidas para o voo reto e nivelado.

Como forma de se avaliar as qualidades de subida de um avião, considere o modelo mostrado na Figura 4.13.



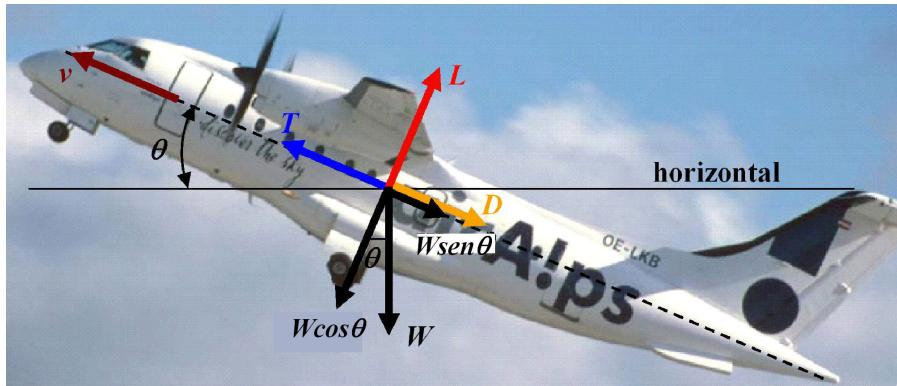


Figura 4.13 – Forças atuantes durante um voo de subida.

Nesta situação, a velocidade da aeronave está alinhada com a direção do vento relativo e forma um ângulo de incidência θ com relação a uma referência horizontal. Dessa forma, um triângulo de vetores para indicar a velocidade pode ser representado da seguinte forma.

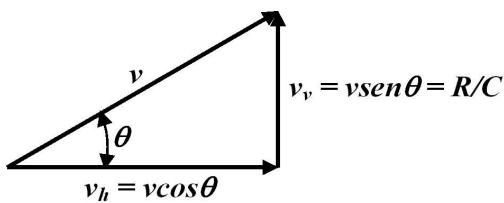


Figura 4.14 – Triângulo de velocidades para análise do voo de subida.

Considerando que a subida seja realizada para uma condição de velocidade constante, as equações de equilíbrio da estática também podem ser utilizadas, e, portanto, uma análise da Figura 4.14 permite observar que em uma condição de subida, o peso possui duas componentes dadas por $Wsen\theta$ e $Wcos\theta$ que são utilizadas para compor as equações de equilíbrio da seguinte forma:

$$T = D + W \cdot \sin\theta \quad (4.46)$$

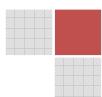
Esta equação representa a soma das forças paralelas à direção de voo da aeronave, e pode-se perceber que em uma condição de subida, a tração disponível além de atuar como forma de vencer a força de arrasto (tração requerida), também deve ser capaz de vencer a componente do peso dada por $Wsen\theta$.

A soma das forças perpendiculares à direção de voo resulta em:

$$L = W \cdot \cos\theta \quad (4.47)$$

Nesta equação é importante observar que durante um voo de subida a força de sustentação é menor que o peso da aeronave.

A Equações (4.46) e (4.47) representam as equações do movimento para um voo de subida com velocidade constante e são análogas às Equações (4.1) e (4.2) obtidas para o voo reto e nivelado.



Como citado no inicio dessa seção, a razão de subida pode ser obtida através da análise das curvas de potência disponível e requerida, e, como visto, a forma matemática para se obter a potência é a partir do produto entre tração e velocidade, e, portanto, a Equação (4.46) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$T \cdot v = D \cdot v + W \cdot v \cdot \operatorname{sen}\theta \quad (4.48)$$

$$T \cdot v - D \cdot v = W \cdot v \cdot \operatorname{sen}\theta \quad (4.48a)$$

$$\frac{T \cdot v - D \cdot v}{W} = v \cdot \operatorname{sen}\theta \quad (4.48b)$$

Uma análise da Figura 4.14 permite observar que o termo $v \operatorname{sen}\theta$ representa a velocidade vertical da aeronave denominada razão de subida (*R/C*) “rate of climb”, portanto, a partir da Equação (4.48b) pode-se concluir que:

$$\frac{T \cdot v - D \cdot v}{W} = R/C \quad (4.49)$$

Na Equação (4.49), o termo Tv representa a potência disponível e o termo Dv a potência requerida, ambas para uma mesma condição de peso e altitude, portanto, a Equação (4.49) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{P_d - P_r}{W} = R/C = v \operatorname{sen}\theta \quad (4.50)$$

Dessa forma verifica-se que a razão de subida pode ser calculada a partir da sobra de potência existente em uma determinada condição de voo. Pela análise das curvas de potência disponível e requerida, é possível observar que enquanto houver sobra de potência, a aeronave é capaz de subir.

A Figura 4.15 mostra a sobra de potência existente para garantir o voo de subida.

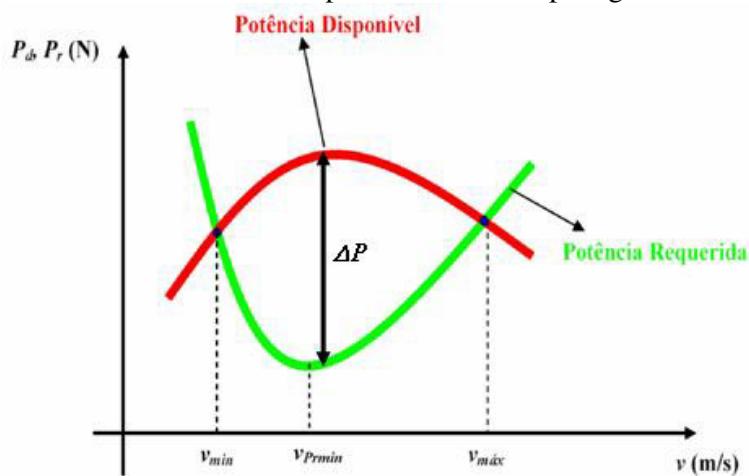
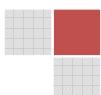


Figura 4.15 – Ilustração da sobra de potência.



É importante observar que ao longo da faixa de velocidades, existe um ponto no qual a sobra de potência é máxima, para esta velocidade consegue-se obter a máxima razão de subida da aeronave e a partir da solução da Equação (4.50), é possível determinar o ângulo de incidência que propicia esta condição.

As Equações (4.51) e (4.52b), permitem realizar o cálculo da máxima razão de subida e do ângulo de incidência que proporciona esta condição.

$$R/C_{máx} = \frac{(P_d - P_r)_{máx}}{W} \quad (4.51)$$

pela Equação (4.50), pode-se escrever que

$$R/C_{máx} = v \cdot \operatorname{sen}(\theta_{R/Cmáx}) \quad (4.52)$$

$$\operatorname{sen}(\theta_{R/Cmáx}) = \frac{R/C_{máx}}{v} \quad (4.52a)$$

$$\theta_{R/Cmáx} = \operatorname{arcsen}\left(\frac{R/C_{máx}}{v}\right) \quad (4.52b)$$

É muito comum representar a razão de subida em um gráfico que relate esta com a velocidade horizontal. A Figura 4.16 mostra a curva genérica da razão de subida em função da velocidade horizontal para uma aeronave com propulsão à hélice.

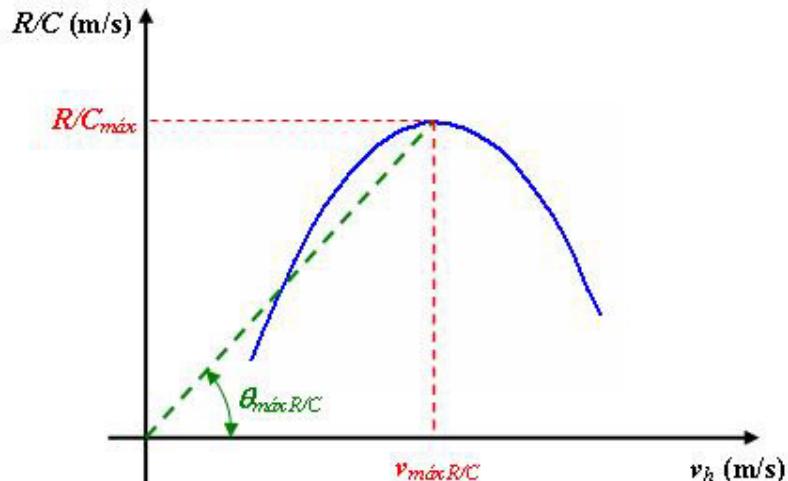
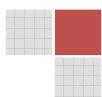


Figura 4.16 – Polar de velocidades para razão de subida.

A representação gráfica da razão de subida em função da velocidade horizontal também é citada na bibliografia aeronáutica com o nome de polar de velocidades, pois tal como a polar de arrasto, representa a velocidade resultante em coordenadas polares, portanto, um gráfico representado em uma escala conveniente permite-se obter a velocidade resultante ao longo da trajetória de voo e ao mesmo tempo o correspondente ângulo de subida para qualquer condição desejada.



A análise da Figura 4.16 permite observar que para uma determinada velocidade é possível se obter a máxima razão de subida correspondente a um determinado peso e altitude. Esta velocidade é denominada velocidade de máxima razão de subida e para esta situação existe um ângulo de incidência que proporciona a máxima razão de subida denotado por $\theta_{R/Cmáx}$.

Outro ponto importante relativo à razão de subida é quando se deseja ganhar altura rapidamente para se livrar de um obstáculo. Nesta situação, a subida deve ser realizada para uma condição de máximo ângulo de subida $\theta_{máx}$. Este ângulo corresponde a uma menor velocidade horizontal e uma menor razão de subida, porém proporciona uma subida mais íngreme da aeronave.

Para o caso de aeronaves que participam da competição AeroDesign, como a mesma opera em condições limites de peso e normalmente a sobra de potência é muito pequena, é essencial que a subida seja realizada com uma velocidade horizontal maior e com uma pequena razão de subida e consequentemente um pequeno ângulo de subida, pois dessa forma, a maior velocidade horizontal é utilizada como forma de aumentar a força de sustentação necessária para vencer o peso da aeronave e assim, permitir uma condição segura de subida logo após a decolagem. A Figura 4.17 apresentada a seguir mostra a aeronave da equipe Taperá em uma condição de subida durante um dos voos de teste realizado.



Figura 4.17 – Aeronave da equipe Taperá em voo de subida.

Exemplo 4.6 – Determinação da razão de subida.

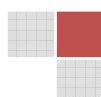
Para a aeronave modelo do Exemplo 4.1, monte uma tabela relacionando a razão de subida com a velocidade horizontal da aeronave e represente os resultados obtidos em um gráfico. Identifique no gráfico a máxima razão de subida e identifique qual é o ângulo que proporciona esta razão de subida. (considere a análise para as condições de atmosfera padrão ao nível do mar).

Solução:

A partir dos valores de potência disponível e requerida obtidas no Exemplo 4.2, pode-se calcular a sobra de potência existente para cada valor de velocidade adotada, portanto:

Para $v = 8\text{m/s}$:

$$\Delta P = P_d - P_r$$



$$\Delta P = 284,200 - 337,841$$

$$\Delta P = -53,641 \text{ W}$$

Para $v = 10\text{m/s}$:

$$\Delta P = P_d - P_r$$

$$\Delta P = 339,100 - 277,433$$

$$\Delta P = 61,666 \text{ W}$$

Os resultados obtidos para o cálculo realizado para todas as velocidades avaliadas na faixa em estudo estão apresentados na tabela a seguir.

v (m/s)	ΔP (W)
8	-53,641
10	61,666
12	142,111
14	195,047
16	223,133
18	226,966
20	206,126
22	159,648
24	86,245
26	-15,517
28	-147,195
30	-310,428

Pela solução da Equação (4.50) calcula-se a razão de subida da aeronave em estudo considerando $W = 150\text{N}$.

Para $v = 8\text{m/s}$:

Como a sobra de potência é negativa, a aeronave não possui condições de ganhar altura com essa velocidade horizontal.

Para $v = 10\text{m/s}$, tem-se que:

$$R/C = \frac{\Delta P}{W}$$

$$R/C = \frac{61,666}{150}$$

$$R/C = 0,411 \text{ m/s}$$

Para $v = 12\text{m/s}$, tem-se que:

$$R/C = \frac{\Delta P}{W}$$



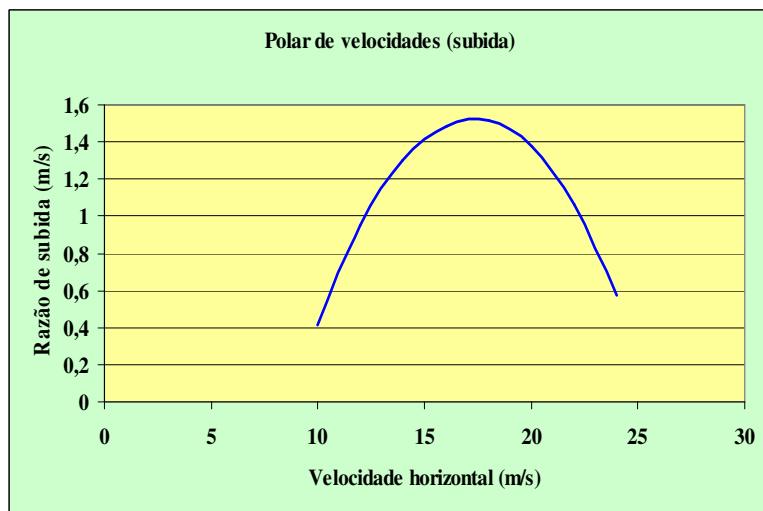
$$R/C = \frac{142,111}{150}$$

$$R/C = 0,947 \text{ m/s}$$

Os resultados obtidos para a faixa de velocidades entre 10m/s e 24m/s são apresentados na tabela a seguir:

v (m/s)	R/C (m/s)
10	0,4111
12	0,947
14	1,300
16	1,487
18	1,513
20	1,374
22	1,064
24	0,574

o gráfico resultante é o seguinte:

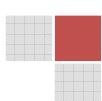


A análise do gráfico permite observar que a máxima razão de subida para esta aeronave em condições de atmosfera padrão ao nível do mar é aproximadamente $R/C = 1,513 \text{ m/s}$ com uma velocidade horizontal de aproximadamente $v_h = 18 \text{ m/s}$.

Para se obter essa razão de subida, o ângulo de subida pode ser calculado pela Equação (4.87) da seguinte forma:

$$\theta_{R/C_{máx}} = \arcsen\left(\frac{R/C_{máx}}{v}\right)$$

$$\theta_{R/C_{máx}} = \arcsen\left(\frac{1,513}{18}\right)$$



$$\theta_{R/Cmáx} = 4,821^\circ$$

É importante ressaltar que esse desempenho de subida foi obtido para uma condição de atmosfera padrão ao nível do mar, conforme se tem uma variação na altitude de voo, a capacidade de subida da aeronave se reduz, pois como visto no Exemplo 4.5, quanto maior for a altitude, menor será a sobra de potência e consequentemente menor será a razão de subida.

Exemplo 4.7 – Influência da altitude na razão de subida.

Com relação ao Exemplo 4.6 represente graficamente a capacidade de subida da aeronave considerando uma decolagem ao nível do mar $h = 0\text{m}$ e uma decolagem realizada a 1500m de altitude.

Solução:

Para uma decolagem realizada ao nível do mar, os resultados obtidos para a faixa de velocidades entre 10m/s e 24m/s foram obtidos no Exemplo 4.6 e estão apresentados na tabela a seguir:

v (m/s)	R/C (m/s)
10	0,4111
12	0,947
14	1,300
16	1,487
18	1,513
20	1,374
22	1,064
24	0,574

Para uma decolagem realizada a 1500m de altitude a partir dos valores de potência disponível e requerida obtidas no Exemplo 4.6, pode-se calcular a sobra de potência existente para cada valor de velocidade adotada, portanto:

Para $v = 8\text{m/s}$:

$$\Delta P = P_d - P_r$$

$$\Delta P = 245,479 - 389,306$$

$$\Delta P = -143,827 \text{ W}$$

Para $v = 10\text{m/s}$:

$$\Delta P = P_d - P_r$$

$$\Delta P = 292,899 - 317,629$$

$$\Delta P = -24,730 \text{ W}$$

Os resultados obtidos para o cálculo realizado para todas as velocidades avaliadas na faixa em estudo estão apresentados na tabela a seguir.



v (m/s)	ΔP (W)
8	-143,827
10	-24,730
12	57,753
14	112,762
16	143,985
18	152,712
20	139,045
22	102,445
24	41,996
26	-43,401
28	-154,996
30	-294,132

Pela solução da Equação (4.50) calcula-se a razão de subida da aeronave em estudo considerando $W = 150\text{N}$.

Para $v = 8\text{m/s}$:

Como a sobra de potência é negativa, a aeronave não possui condições de ganhar altura com essa velocidade horizontal.

Para $v = 10\text{m/s}$, tem-se que:

Nesta situação, a sobra de potência também é negativa e a aeronave não possui condições de ganhar altura com essa velocidade horizontal.

Para $v = 12\text{m/s}$, tem-se que:

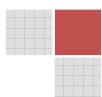
$$R / C = \frac{\Delta P}{W}$$

$$R / C = \frac{57,753}{150}$$

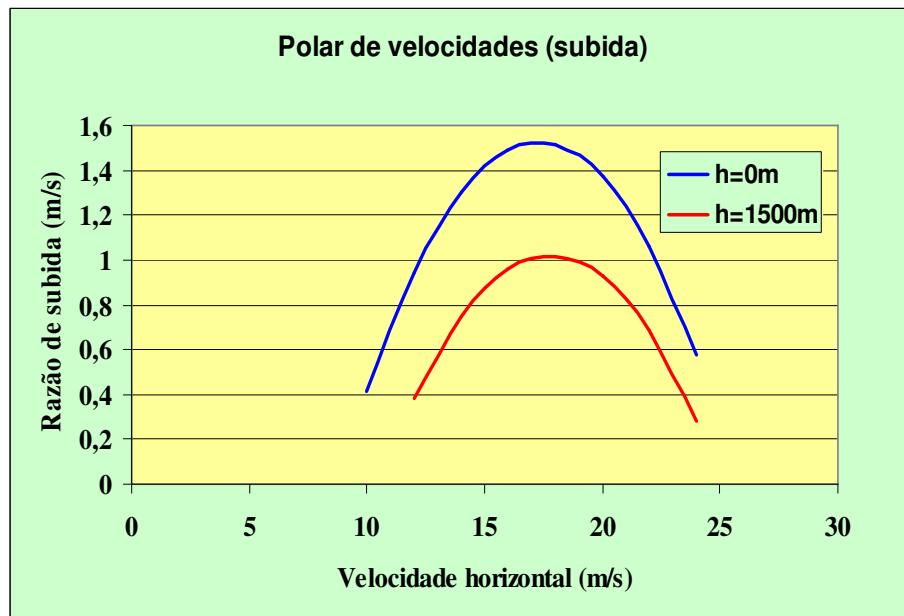
$$R / C = 0,385 \text{ m/s}$$

Os resultados obtidos para a faixa de velocidades entre 12m/s e 24m/s são apresentados na tabela a seguir:

v (m/s)	R/C (m/s)
12	0,385
14	0,751
16	0,959
18	1,018
20	0,926
22	0,682
24	0,279



o gráfico resultante é o seguinte:



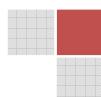
Esta análise foi realizada justamente para que o leitor verifique que a altitude possui influência decisiva na razão de subida de uma aeronave, pois como a sobra de potência se torna cada vez menor, a capacidade da aeronave ganhar altura torna-se cada vez mais reduzida. Este é um resultado muito importante para o propósito da competição AeroDesign, pois mostra que com peso máximo e com uma decolagem realizada em altitude, a razão de subida da aeronave é muito pequena, e, portanto, o piloto deve possuir muita experiência e sensibilidade para fazer a aeronave ganhar altura sem a ocorrência de um estol, ou seja, o ângulo de subida deve ser muito pequeno.

4.8 – Voo de planeio (descida não tracionada)

O conhecimento das características de desempenho durante um voo de descida também representa uma importante ferramenta para aeronaves que participam da competição AeroDesign uma vez que possibilita a realização de uma aproximação para pouso dentro de uma rampa de descida aceitável e que proporcione uma aterrissagem suave e com uma velocidade segura.

Para a análise do voo de planeio, considera-se que a tração disponível é nula, pois nesta condição a aeronave se encontra operando com o motor em marcha lenta, portanto, apenas são consideradas para efeitos de cálculos as forças de sustentação e arrasto, além do peso da aeronave.

Nesta situação de voo, também são válidas as equações de equilíbrio da estática que podem ser obtidas pela análise da Figura 4.18:



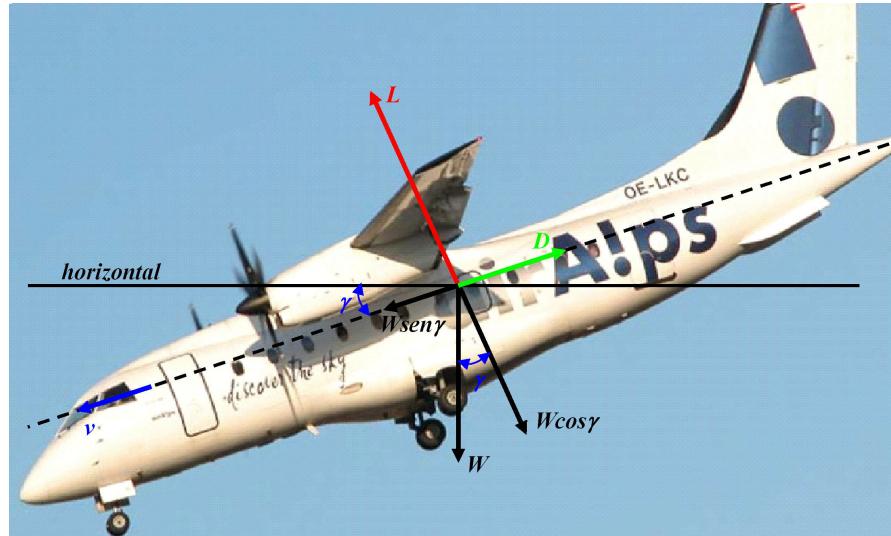


Figura 4.18 – Forças atuantes durante o voo de planeio.

Dessa forma, a soma das forças na direção paralela à trajetória de voo fornece que:

$$D = W \cdot \sin \gamma \quad (4.53)$$

e para a soma das forças na direção perpendicular à trajetória de voo tem-se que:

$$L = W \cdot \cos \gamma \quad (4.54)$$

A partir das Equações (4.53) e (4.54), é possível determinar o ângulo de planeio que proporciona o equilíbrio da aeronave durante a descida. Dividindo-se a Equação (4.53) pela Equação (4.54), tem-se que:

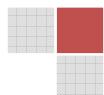
$$\frac{W \cdot \sin \gamma}{W \cdot \cos \gamma} = \frac{D}{L} \quad (4.55)$$

$$\frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{D}{L} \quad (4.55a)$$

$$\tan \gamma = \frac{D}{L} \quad (4.55b)$$

ou, pode-se escrever que:

$$\tan \gamma = \frac{1}{(L/D)} \quad (4.55c)$$



Na Equação (4.55c) percebe-se claramente que o ângulo de planeio está diretamente relacionado com a eficiência aerodinâmica da aeronave, e assim, o ângulo de planeio será mínimo quando a relação L/D for máxima, ou seja, voando-se em uma condição de máxima eficiência aerodinâmica consegue-se um planeio com máximo alcance, portanto:

$$\operatorname{tg} \gamma_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}} \quad (4.56)$$

Como pode ser observado na Equação (4.56), o ângulo de planeio que proporciona o equilíbrio da aeronave não depende da altitude, do peso ou da área da asa, mas simplesmente da relação L/D . Porém, em uma determinada altitude, para que a relação L/D desejada seja obtida a aeronave deve voar com uma velocidade específica denominada velocidade de planeio, cujo valor depende diretamente da altitude, do peso e da área da asa. A velocidade de planeio para uma dada condição de altitude pode ser obtida pela solução da Equação (4.54), que resulta em:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L = W \cdot \cos \gamma \quad (4.57)$$

Isolando-se a velocidade tem-se que:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}} \quad (4.58)$$

Claramente percebe-se que a velocidade de planeio depende da variação da altitude através da variável ρ , onde quanto menor for a altitude menor será a velocidade de planeio considerando que a descida seja realizada com uma relação L/D constante, ou seja, o coeficiente de sustentação não muda durante o planeio. Para o caso de um planeio com máximo alcance, o coeficiente de sustentação é calculado a partir da polar de arrasto do seguinte modo:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \quad (4.59)$$

Para uma situação de planeio com máxima autonomia, o coeficiente de sustentação é dado por:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{3 \cdot C_{D0}}{K}} \quad (4.60)$$

Uma vez determinados o ângulo de planeio e a velocidade de planeio para uma determinada altitude e condição de voo desejada, é possível determinar a razão de descida da aeronave (R_D) de forma rápida a partir do triângulo de velocidades apresentado a seguir:



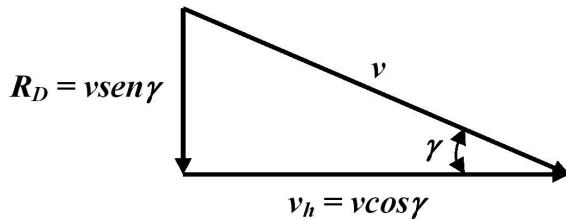


Figura 4.19 – Determinação da razão de descida.

Dessa forma tem-se que:

$$v_h = v \cdot \cos \gamma \quad (4.61)$$

e

$$R_D = v_v = v \cdot \operatorname{sen} \gamma \quad (4.62)$$

Uma representação conveniente para a razão de descida em função da velocidade horizontal é a polar de velocidades apresentada na Figura 4.20.

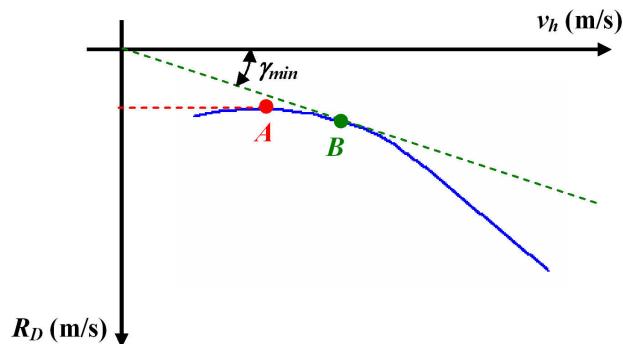
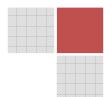


Figura 4.20 – Polar de velocidades (planeio).

A polar de velocidades apresentada mostra dois pontos em destaque, o ponto **A** representa um voo de descida realizado para uma condição de máxima autonomia, e nesta situação, a razão de descida será mínima permitindo com que a aeronave permaneça mais tempo no ar antes de chegar ao solo. A razão de descida para esta condição pode ser obtida com a solução da Equação (4.62), onde a velocidade de planeio é calculada pela Equação (4.58) com o coeficiente de sustentação para máxima autonomia obtido pela Equação (4.60). O ângulo de planeio que proporciona a máxima autonomia é obtido pela solução da Equação (4.55c) considerando o C_L obtido na Equação (4.60) e o respectivo coeficiente de arrasto obtido através da equação que define a polar de arrasto da aeronave.

Uma vez conhecidos o ângulo de planeio e a respectiva velocidade de planeio que proporciona uma descida com máxima autonomia, a correspondente velocidade horizontal da aeronave pode ser determinada pela solução da Equação (4.61).

O ponto **B** representado no gráfico indica uma descida com máximo alcance, nesta situação a aeronave percorrerá uma maior distância horizontal antes de chegar ao solo. Como visto anteriormente, um voo realizado para máximo alcance ocorre para uma condição de



eficiência aerodinâmica máxima, dessa forma, a velocidade de planeio é calculada pela Equação (4.58) com o coeficiente de sustentação para máximo alcance obtido pela Equação (4.59). O ângulo de planeio que proporciona uma condição de máximo alcance é obtido pela solução da Equação (4.55c) considerando o C_L obtido na Equação (4.60) e o respectivo coeficiente de arrasto obtido através da equação que define a polar de arrasto da aeronave.

Todos os outros pontos da polar de velocidades são obtidos considerando-se o coeficiente de sustentação característico para cada condição de voo desejada.

Para aeronaves que participam da competição AeroDesign é aconselhável que o planeio seja realizado para uma condição de máximo alcance de forma a se realizar a aproximação com o menor ângulo possível, portanto, para esta condição, o ângulo de planeio estará definido em função da máxima eficiência aerodinâmica e a distância horizontal percorrida antes que a aeronave toque o solo pode ser calculada pela relação trigonométrica mostrada nas Equações (4.63) e (4.64) obtidas a partir da análise da Figura 4.21.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{D} \quad (4.63)$$

$$D = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} \quad (4.64)$$

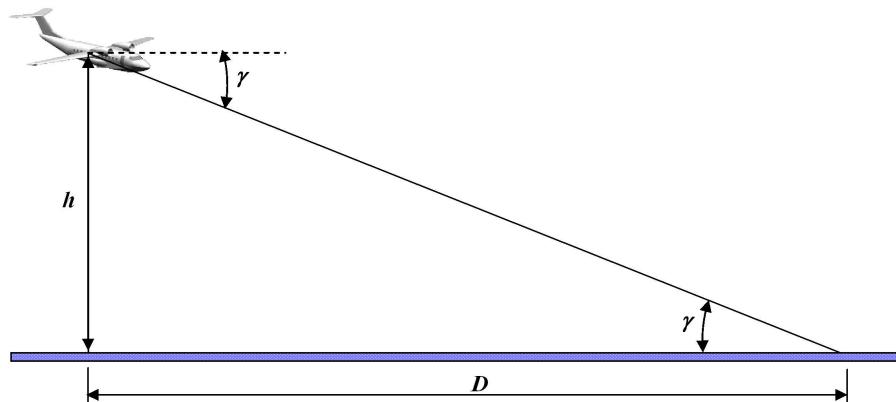


Figura 4.21 – Distância horizontal percorrida durante o planeio.

Portanto, conhecido o ângulo de planeio para máximo alcance e a altura em relação ao solo em que a descida se iniciará, a Equação (4.64) determina de maneira rápida qual será a distância horizontal percorrida antes do pouso.

Para o propósito do projeto AeroDesign, as equações apresentadas nesta seção fornecem excelentes resultados, pois como os voos são realizados a baixa altura, praticamente não existe a influência da densidade do ar durante o procedimento de aproximação para pouso. A Figura 4.22 mostra a aeronave Taperá em aproximação para pouso durante seção de testes.





Figura 4.22 – Aproximação para pouso, aeronave Taperá 2009.

Exemplo 4.8 – Determinação das características de planeio.

Para a aeronave modelo do Exemplo 4.1 represente o gráfico da polar de velocidades durante o planeio considerando uma aproximação ao nível do mar $h = 0\text{m}$ e uma aproximação realizada a $h = 1000\text{m}$.

Durante a execução dos cálculos determine o ângulo de planeio, a velocidade de planeio, a razão de descida, a velocidade horizontal e a distância horizontal percorrida em relação ao solo para as condições de máximo alcance e máxima autonomia. Considere que o planeio se inicia a uma altura $h = 30\text{m}$ acima do solo.

Dados:

$$C_D = 0,022 + 0,065C_L^2, \rho_0 = 1,225\text{kg/m}^3, \rho_{1000} = 1,111\text{kg/m}^3, S = 0,9\text{m}^2, W = 150\text{N}$$

Solução:

Para uma condição de planeio realizada ao nível do mar, $h = 0\text{m}$, utiliza-se a seguinte metodologia:

A polar de velocidades é obtida com a variação do coeficiente de sustentação de 0,2 até 1,60 com incrementos de 0,2, dessa forma tem-se:

Para $C_L = 0,2$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

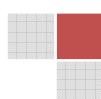
$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 0,2^2$$

$$C_D = 0,0246$$

A eficiência aerodinâmica nesta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{0,2}{0,0246}$$



$$E = 8,13$$

O ângulo de planeio para esta condição é:

$$\gamma = \arctg \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \arctg \frac{1}{8,13}$$

$$\gamma = 7,01^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 7,01^\circ}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 0,2}}$$

$$v = 36,747 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 36,747 \cdot \cos 7,01^\circ$$

$$v_h = 36,472 \text{ m/s}$$

e a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_h = -v \cdot \sin \gamma$$

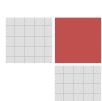
$$R_D = -36,747 \cdot \sin 7,01^\circ$$

$$R_D = -4,486 \text{ m/s}$$

Para $C_L = 0,4$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 0,4^2$$



$$C_D = 0,0324$$

A eficiência aerodinâmica nesta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{0,4}{0,0324}$$

$$E = 12,345$$

O ângulo de planeio para esta condição é:

$$\gamma = \arctg \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \arctg \frac{1}{12,345}$$

$$\gamma = 4,630^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 4,630^\circ}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 0,4}}$$

$$v = 26,039 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

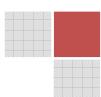
$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 26,039 \cdot \cos 4,630^\circ$$

$$v_h = 25,954 \text{ m/s}$$

e a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \sin \gamma$$



$$R_D = -26,039 \cdot \operatorname{sen} 4,630^\circ$$

$$R_D = -2,102 \text{ m/s}$$

O cálculo apresentado foi repetido para toda faixa de valores de C_L em estudo. A tabela a seguir mostra os resultados obtidos na análise.

C_L	R_D (m/s)	v_h (W)
0,2	-4,486	36,472
0,4	-2,1023	25,954
0,6	-1,604	21,204
0,8	-1,459	18,355
1,0	-1,427	16,402
1,2	-1,440	14,954
1,4	-1,475	13,823
1,6	-1,519	12,907

Para uma condição de planeio realizada na altitude, $h = 1000\text{m}$, emprega-se a mesma metodologia adotada anteriormente, portanto, a polar de velocidades é obtida com a variação do coeficiente de sustentação de 0,2 até 1,60 com incrementos de 0,2, dessa forma tem-se:

Para $C_L = 0,2$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 0,2^2$$

$$C_D = 0,0246$$

A eficiência aerodinâmica nesta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

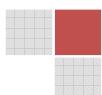
$$E = \frac{0,2}{0,0246}$$

$$E = 8,13$$

O ângulo de planeio para esta condição é:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{8,13}$$



$$\gamma = 7,01^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 7,01^\circ}{1,111 \cdot 0,9 \cdot 0,2}}$$

$$v = 38,586 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 38,586 \cdot \cos 7,01^\circ$$

$$v_h = 38,298 \text{ m/s}$$

e a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \operatorname{sen} \gamma$$

$$R_D = -38,586 \cdot \operatorname{sen} 7,01^\circ$$

$$R_D = -4,710 \text{ m/s}$$

Para $C_L = 0,4$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

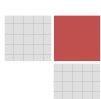
$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 0,4^2$$

$$C_D = 0,0324$$

A eficiência aerodinâmica nesta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{0,4}{0,0324}$$



$$E = 12,345$$

O ângulo de planeio para esta condição é:

$$\gamma = \arctg \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \arctg \frac{1}{12,345}$$

$$\gamma = 4,630^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 4,630^\circ}{1,111 \cdot 0,9 \cdot 0,4}}$$

$$v = 27,342 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 27,342 \cdot \cos 4,630^\circ$$

$$v_h = 27,253 \text{ m/s}$$

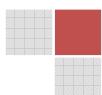
e a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \operatorname{sen} \gamma$$

$$R_D = -27,342 \cdot \operatorname{sen} 4,630^\circ$$

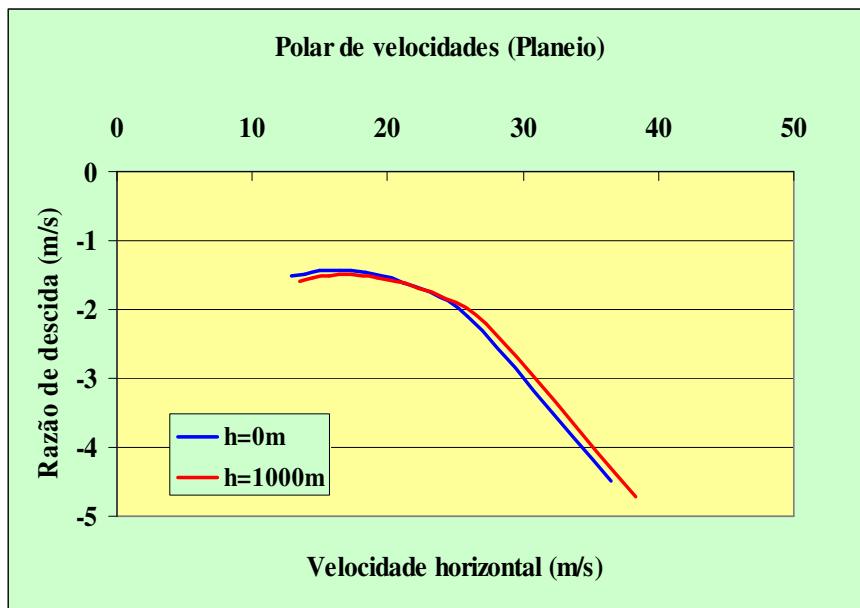
$$R_D = -2,207 \text{ m/s}$$

O cálculo apresentado foi repetido para toda faixa de valores de C_L em estudo. A tabela a seguir mostra os resultados obtidos na análise.



C_L	R_D (m/s)	v_h (W)
0,2	-4,710	38,298
0,4	-2,207	27,253
0,6	-1,684	22,266
0,8	-1,532	19,274
1,0	-1,498	17,223
1,2	-1,512	15,703
1,4	-1,549	14,515
1,6	-1,595	13,553

O gráfico resultante da análise realizada é o seguinte:



A análise das características de planeio para as condições de máximo alcance e máxima autonomia é realizada de acordo com o procedimento apresentado a seguir.

a) Planeio com máximo alcance ao nível do mar:

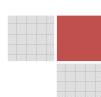
Nesta condição, o coeficiente de sustentação é obtido pela solução da Equação (4.59) da seguinte forma:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_L^* = \sqrt{\frac{0,022}{0,065}}$$

$$C_L^* = 0,581$$

o correspondente coeficiente de arrasto é:



$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 0,581^2$$

$$C_D = 0,044$$

A eficiência aerodinâmica máxima para esta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{0,581}{0,044}$$

$$E = 13,222$$

O ângulo de planeio é:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{13,222}$$

$$\gamma = 4,325^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 4,325^\circ}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 0,581}}$$

$$v = 21,596 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 21,596 \cdot \cos 4,325^\circ$$

$$v_h = 21,534 \text{ m/s}$$



a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \operatorname{sen} \gamma$$

$$R_D = -21,596 \cdot \operatorname{sen} 4,325^\circ$$

$$R_D = -1,628 \text{ m/s}$$

e a distância horizontal percorrida antes que a aeronave chegue ao solo é:

$$D = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma}$$

$$D = \frac{30}{\operatorname{tg} 4,325^\circ}$$

$$D = 396,664 \text{ m}$$

b) Planeio com máxima autonomia ao nível do mar:

Nesta condição, o coeficiente de sustentação é obtido pela solução da Equação (4.60) da seguinte forma:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{3 \cdot C_{D0}}{K}}$$

$$C_L^* = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,022}{0,065}}$$

$$C_L^* = 1,007$$

o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

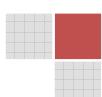
$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 1,007^2$$

$$C_D = 0,088$$

A eficiência aerodinâmica máxima para esta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{1,007}{0,088}$$



$$E = 11,450$$

O ângulo de planeio é:

$$\gamma = \arctg \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \arctg \frac{1}{11,450}$$

$$\gamma = 4,991^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 4,991^\circ}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,007}}$$

$$v = 16,401 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 16,401 \cdot \cos 4,991^\circ$$

$$v_h = 16,339 \text{ m/s}$$

a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \operatorname{sen} \gamma$$

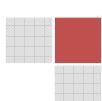
$$R_D = -16,401 \cdot \operatorname{sen} 4,991^\circ$$

$$R_D = -1,426 \text{ m/s}$$

e a distância horizontal percorrida antes que a aeronave chegue ao solo é:

$$D = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma}$$

$$D = \frac{30}{\operatorname{tg} 4,991^\circ}$$



$$D = 343,521 \text{ m}$$

c) Planeio com máximo alcance a 1000m de altitude:

Nesta condição, o coeficiente de sustentação é obtido pela solução da Equação (4.59) da seguinte forma:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_L^* = \sqrt{\frac{0,022}{0,065}}$$

$$C_L^* = 0,581$$

o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 0,581^2$$

$$C_D = 0,044$$

A eficiência aerodinâmica máxima para esta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{0,581}{0,044}$$

$$E = 13,222$$

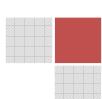
O ângulo de planeio é:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{E}$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{13,222}$$

$$\gamma = 4,325^\circ$$

A velocidade de planeio é:



$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 4,325^\circ}{1,111 \cdot 0,9 \cdot 0,581}}$$

$$v = 22,677 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 22,677 \cdot \cos 4,325^\circ$$

$$v_h = 22,612 \text{ m/s}$$

a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \operatorname{sen} \gamma$$

$$R_D = -22,677 \cdot \operatorname{sen} 4,325^\circ$$

$$R_D = -1,710 \text{ m/s}$$

e a distância horizontal percorrida antes que a aeronave chegue ao solo é:

$$D = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma}$$

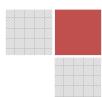
$$D = \frac{30}{\operatorname{tg} 4,325^\circ}$$

$$D = 396,664 \text{ m}$$

d) Planeio com máxima autonomia a 1000m de altitude:

Nesta condição, o coeficiente de sustentação é obtido pela solução da Equação (4.60) da seguinte forma:

$$C_L^* = \sqrt{\frac{3 \cdot C_{D0}}{K}}$$



$$C_L^* = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,022}{0,065}}$$

$$C_L^* = 1,007$$

o correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot C_L^2$$

$$C_D = 0,022 + 0,065 \cdot 1,007^2$$

$$C_D = 0,088$$

A eficiência aerodinâmica máxima para esta condição é:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$E = \frac{1,007}{0,088}$$

$$E = 11,450$$

O ângulo de planeio é:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{E}$$

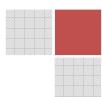
$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{1}{11,450}$$

$$\gamma = 4,991^\circ$$

A velocidade de planeio é:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot \cos \gamma}{\rho \cdot S \cdot C_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot \cos 4,991^\circ}{1,111 \cdot 0,9 \cdot 1,007}}$$



$$v = 17,222 \text{ m/s}$$

A velocidade horizontal é obtida pela solução da Equação (4.61)

$$v_h = v \cdot \cos \gamma$$

$$v_h = 17,222 \cdot \cos 4,991^\circ$$

$$v_h = 17,157 \text{ m/s}$$

a razão de descida para esta condição dada por:

$$R_D = v_v = -v \cdot \operatorname{sen} \gamma$$

$$R_D = -17,222 \cdot \operatorname{sen} 4,991^\circ$$

$$R_D = -1,498 \text{ m/s}$$

e a distância horizontal percorrida antes que a aeronave chegue ao solo é:

$$D = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma}$$

$$D = \frac{30}{\operatorname{tg} 4,991^\circ}$$

$$D = 343,521 \text{ m}$$

4.9 – Desempenho na decolagem

A análise do desempenho durante a corrida de decolagem de uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign representa um dos pontos mais importantes para o sucesso do projeto no quesito carga útil transportada, pois como o regulamento da competição restringe o comprimento de pista para a decolagem, a capacidade de decolar com o maior peso possível é diretamente afetada.

Dessa forma, o peso total de decolagem da aeronave torna-se máximo quando dentro de todas as restrições existentes no regulamento da competição a equipe conseguir um excelente projeto aerodinâmico e que propicie durante a corrida de decolagem alçar voo com a maior carga possível, portanto, uma polar de arrasto obtida com precisão propicia importantes melhorias no desempenho de decolagem, permitindo desse modo que se obtenha o maior peso total de decolagem para a aeronave em projeto.

O modelo matemático apresentado nesta seção é o mesmo que é utilizado para aviões convencionais com propulsão à hélice e possui sua formulação baseada no princípio fundamental da dinâmica (2^a lei de Newton), portanto:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (4.65)$$



Para a aplicação da Equação (4.65) é necessário que sejam conhecidas as forças que atuam na aeronave durante a corrida de decolagem. A Figura 4.23 mostra um avião monomotor durante a corrida de decolagem e as forças que atuam sobre ele.

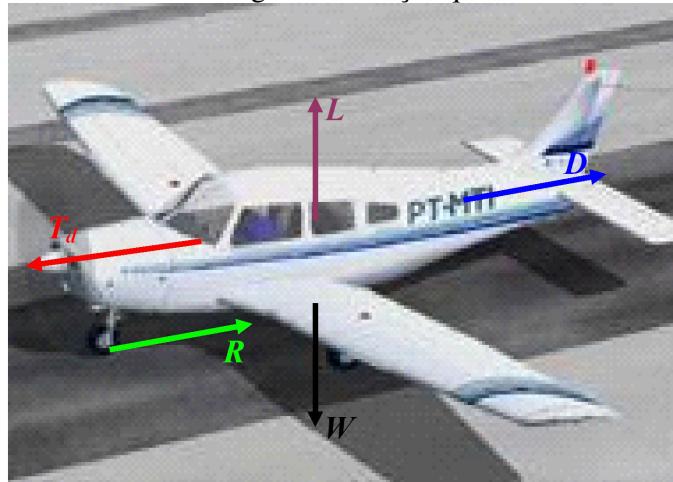


Figura 4.23 – Forças atuantes durante a decolagem.

Pode-se perceber analisando-se a Figura 4.23, que além das quatro forças necessárias para o voo reto e nivelado, também está presente durante a corrida de decolagem a força de atrito entre as rodas e o solo. Esta força é representada no presente livro por R , e pode ser calculada da seguinte forma:

$$R = \mu \cdot N \quad (4.66)$$

onde μ representa o coeficiente de atrito entre as rodas da aeronave e o solo e N representa a força normal que como será apresentado diminui conforme a velocidade aumenta.

Segundo Roskam [4.5], o coeficiente de atrito pode variar desde 0,02 para pistas asfaltadas até 0,1 para pistas de grama. A Tabela 4.2 relaciona o coeficiente de atrito com o respectivo pis da pista.

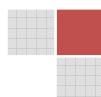
Tabela 4.2 – Coeficiente de atrito entre o piso e as rodas.

Tipo do piso	μ
asfalto, concreto	0,02 até 0,03
terra	0,05
grama curta	0,05
grama longa	0,10

Como comentado, durante a corrida de decolagem a força normal diminui conforme a velocidade da aeronave aumenta, esse fato está relacionado ao aumento da força de sustentação que ocorre conforme a aeronave ganha velocidade, portanto, a Equação (4.66) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$R = \mu \cdot (W - L) \quad (4.67)$$

no qual o termo $(W-L)$ representa a força normal atuante durante a corrida de decolagem.



Para a análise do desempenho de decolagem utilizando-se a Equação (4.65), a partir da Figura 4.23 é possível determinar a força resultante oriunda das soma das forças paralelas à direção de movimento da aeronave, assim, a Equação (4.65) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$T - D - R = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (4.68)$$

Para a solução da Equação (4.68) é muito importante que se determine uma condição que relate a velocidade de decolagem, a massa e a força líquida atuante, fornecendo como resultado a distância necessária para a decolagem da aeronave, ou seja, é necessário se realizar uma mudança de variável de forma a tornar a Equação (4.68) independente do tempo.

Assim, assume-se que a aeronave inicia o seu movimento a partir do repouso na posição $S=0m$ e no instante $t=0s$ sendo acelerada até a velocidade de decolagem v_{lo} após percorrer a distância S_{lo} em um intervalo de tempo t , portanto, integrando-se ambos os termos da Equação (4.68) e isolando-se a variável t , pode-se escrever que:

$$\frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} \quad (4.69)$$

$$\frac{F}{m} \cdot dt = dv \quad (4.69a)$$

$$\int_0^t \frac{F}{m} \cdot dt = \int_0^v dv \quad (4.69b)$$

$$v_0^v = \frac{F}{m} \cdot t_0^t \quad (4.69c)$$

$$v = \frac{F}{m} \cdot t \quad (4.69d)$$

que resulta em:

$$t = \frac{v \cdot m}{F} \quad (4.70)$$

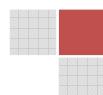
Lembrando-se que a partir das equações fundamentais da cinemática tem-se que a velocidade é dada por:

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (4.71)$$

A integral da Equação (4.71) permite obter o comprimento de pista necessário para se decolar a aeronave, portanto:

$$v \cdot dt = ds \quad (4.72)$$

Considerando que a aeronave parte do repouso na posição $S=0m$ e no instante $t=0s$ sendo acelerada até a velocidade de decolagem v_{lo} na posição S_{lo} e no instante t , tem-se que:



$$\int_0^t v \cdot dt = \int_0^{S_{lo}} ds \quad (4.73)$$

Substituindo v pelo resultado da Equação (4.69d), tem-se que:

$$\int_0^t \left(\frac{F}{m} \cdot t \right) \cdot dt = \int_0^{S_{lo}} ds \quad (4.74)$$

$$\frac{F}{m} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^t = S_0^{S_{lo}} \quad (4.74a)$$

portanto, tem-se que:

$$\frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m} = S_{lo} \quad (4.74b)$$

Substituindo-se a Equação (4.70) na Equação (4.74b), tem-se que:

$$\frac{F \cdot \left(\frac{v \cdot m}{F} \right)^2}{2 \cdot m} = S_{lo} \quad (4.75)$$

$$\frac{F \cdot v^2 \cdot m^2}{2 \cdot m \cdot F^2} = S_{lo} \quad (4.75a)$$

resultando em:

$$S_{lo} = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot F} \quad (4.75b)$$

Substituindo-se a soma das forças ($T-D-R$) na Equação (4.75b) tem-se que:

$$S_{lo} = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot (T - D - R)} \quad (4.76)$$

ou,

$$S_{lo} = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot (T - D - \mu \cdot (W - L))} \quad (4.76a)$$

$$S_{lo} = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}} \quad (4.76b)$$



Considerando que no instante da decolagem $v = v_{lo}$ e que a massa da aeronave é dada por $m = W/g$, a Equação (4.76b) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$S_{Lo} = \frac{v_{lo}^2 \cdot \left(\frac{W}{g} \right)}{2 \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}} \quad (4.77)$$

$$S_{Lo} = \frac{v_{lo}^2 \cdot W}{2 \cdot g \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}} \quad (4.77a)$$

Como forma de se manter uma margem de segurança durante o procedimento de decolagem e subida, a norma FAR-Part 23 (FAR – Federal Aviation Regulation) sugere que a velocidade de decolagem não deve ser inferior a 20% da velocidade de estol, ou seja, $v_{lo} = 1,2 v_{estol}$, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \quad (4.78)$$

Como forma de se obter v_{lo}^2 , a Equação (4.127) é reescrita do seguinte modo:

$$v_{lo}^2 = 1,2^2 \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \right)^2 \quad (4.78a)$$

$$v_{lo}^2 = 1,44 \cdot \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}} \quad (4.78b)$$

Substituindo a Equação (4.78b) na Equação (4.77a), tem-se que:

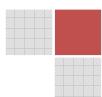
$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}} \cdot W}{2 \cdot g \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}} \quad (4.79)$$

Assim, tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 2 \cdot W^2}{2 \cdot g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}} \quad (4.79a)$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}} \quad (4.79b)$$

Como os valores da força de arrasto e da força de sustentação se alteram conforme a velocidade aumenta, o cálculo da Equação (4.79b) se torna muito complexo e como forma de simplificar a solução, Anderson [4.1] sugere que seja realizada uma aproximação para uma



força requerida média obtida em 70% da velocidade de decolagem, ou seja, os valores de L e D são calculados a partir das Equações (4.80a) e (4.81a) considerando $v = 0,7v_{lo}$, portanto:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.80)$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.80a)$$

e

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_D \quad (4.81)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2) \quad (4.81a)$$

É importante ressaltar que durante uma análise de decolagem, o coeficiente de sustentação C_L presente nas Equações (4.80a) e (4.81a) é constante durante toda a corrida de decolagem, e, para o propósito do AeroDesign é interessante que se utilize o C_L ideal, pois dessa forma a relação entre a geração da força de sustentação necessária para a decolagem e a força de arrasto será a maior possível garantindo uma redução no comprimento de pista necessário para se decolar a aeronave.

No instante em que a aeronave sai do solo, o ângulo de ataque aumenta de forma que a força de sustentação gerada se iguale ao peso, dessa forma, o C_L também aumenta para um valor um pouco abaixo do $C_{Lmáx}$. Nos instantes iniciais que sucedem a decolagem, como forma de se evitar o estol o piloto deve ser muito experiente, pois uma perda de sustentação a baixa altura praticamente inviabiliza uma recuperação do voo ocasionando em queda da aeronave. A Figura 4.24 mostra a variação do coeficiente de sustentação em função do comprimento de pista necessário para decolar a aeronave.

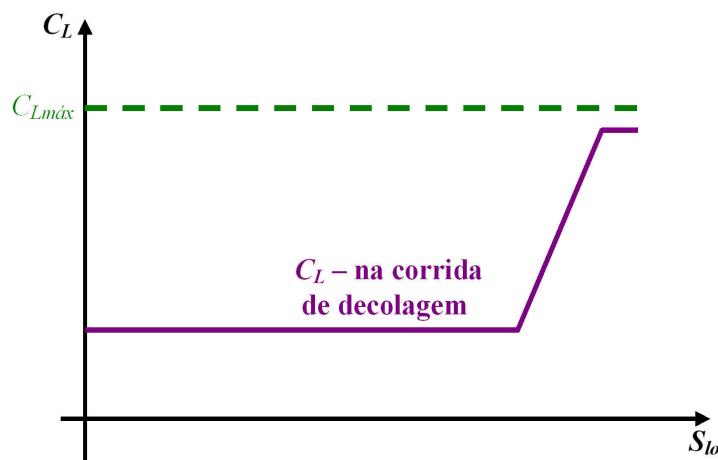


Figura 4.24 – Variação do C_L em função do comprimento de pista necessário para decolagem.



Com relação ao coeficiente de arrasto $C_D = C_{D0} + \phi K C_L^2$ presente na Equação (4.81a) é importante notar que a variável ϕ representa o fator de efeito solo que atua nos procedimentos de decolagem e pouso definido no Capítulo 2 por:

$$\phi = \frac{(16 \cdot h/b)^2}{1 + (16 \cdot h/b)^2} \quad (4.82)$$

Em função das considerações realizadas, a Equação (4.79b) utilizada para se estimar o comprimento de pista para a decolagem da aeronave pode ser reescrita da seguinte forma:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}} \quad (4.83)$$

Alguns autores assumem que a tração disponível é constante durante a corrida de decolagem, como no presente livro definiu-se que a mesma varia com a velocidade como mostrado na Figura 4.2, a variável T presente na Equação (4.83) também tem seu valor em uma condição de $v = 0,7v_{lo}$.

Com relação ao coeficiente de sustentação ideal para se realizar a corrida de decolagem com o menor comprimento de pista possível, é necessário que a aceleração seja realizada com a menor resistência ao avanço possível, dessa forma, um dos pontos fundamentais a serem avaliados durante a decolagem é justamente a determinação do coeficiente de sustentação que proporciona esta condição. Considerando na Equação (4.83) que a resistência ao avanço é dada por:

$$R = [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_{lo}} \quad (4.84)$$

com as forças de sustentação e arrasto calculadas por:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.85)$$

e

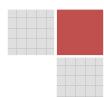
$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_D \quad (4.86)$$

lembrando-se que a pressão dinâmica na condição de decolagem é dada por:

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \quad (4.87)$$

e que o coeficiente de arrasto é obtido pela polar de arrasto da aeronave considerando a influência do efeito solo pela seguinte equação:

$$C_D = C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2 \quad (4.88)$$



As Equações (4.85) e (4.86) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$L = q \cdot S \cdot C_L \quad (4.89)$$

e

$$D = q \cdot S \cdot C_D \quad (4.90)$$

Portanto, a resistência total durante a corrida de decolagem é:

$$R = \left[q \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2) + \mu \cdot (W - q \cdot S \cdot C_L) \right] \quad (4.91)$$

Como forma de se encontrar o coeficiente de sustentação que proporciona o mínimo comprimento de pista necessário para a decolagem, a Equação (4.91) deve ser derivada em relação à C_L e o seu resultado deve ser igual a zero, portanto:

$$\frac{dR}{dC_L} = 0 = \left[q \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2) + \mu \cdot (W - q \cdot S \cdot C_L) \right] \quad (4.92)$$

$$[q \cdot S \cdot (0 + 2 \cdot \phi \cdot K \cdot C_L) + \mu \cdot (0 - q \cdot S)] = 0 \quad (4.92a)$$

$$2 \cdot q \cdot S \cdot \phi \cdot K \cdot C_L - \mu \cdot q \cdot S = 0 \quad (4.92b)$$

$$2 \cdot q \cdot S \cdot \phi \cdot K \cdot C_L = \mu \cdot q \cdot S \quad (4.92c)$$

Isolando-se C_L e utilizando o subscrito LO para identificar a decolagem, tem-se que:

$$C_{LO} = \frac{\mu \cdot q \cdot S}{2 \cdot \phi \cdot K \cdot q \cdot S} \quad (4.93)$$

$$C_{LO} = \frac{\mu}{2 \cdot \phi \cdot K} \quad (4.93a)$$

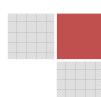
sabendo-se que:

$$K = \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (4.94)$$

tem-se que:

$$C_{LO} = \frac{\mu}{2 \cdot \phi \cdot \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR}} \quad (4.95)$$

que resulta em:



$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi} \quad (4.96)$$

A solução da Equação (4.96) fornece como resultado o valor do coeficiente de sustentação necessário para se garantir a decolagem com o menor comprimento de pista possível.

Exemplo 4.9 – Determinação do C_L ideal para a decolagem.

Para a aeronave modelo utilizada no presente capítulo, determine o C_L ideal para se garantir uma decolagem com o menor comprimento de pista possível.

Dados: $b = 2,48\text{m}$, $S = 0,9\text{m}^2$, $\mu = 0,03$ e $C_D = 0,022 + 0,065C_L^2$.

Solução:

O alongamento AR é dado por:

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

$$AR = \frac{2,48^2}{0,9}$$

$$AR = 6,83$$

A partir do fator $K = 0,065$ presente na polar de arrasto é possível se estimar o coeficiente de Oswald da seguinte forma:

$$K = \frac{1}{\pi \cdot e_0 \cdot AR}$$

portanto,

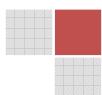
$$e_0 = \frac{1}{\pi \cdot K \cdot AR}$$

$$e_0 = \frac{1}{\pi \cdot 0,065 \cdot 6,83}$$

$$e_0 = 0,717$$

O fator de efeito solo foi obtido pela aplicação da Equação (4.82) considerando a altura da asa em relação ao solo $h = 0,35\text{m}$.

$$\phi = \frac{(16 \cdot h/b)^2}{1 + (16 \cdot h/b)^2}$$



$$\phi = \frac{(16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}{1 + (16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}$$

$$\phi = 0,836$$

Portanto, o coeficiente de sustentação ideal para a decolagem é:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O resultado encontrado é de extrema importância e indica que para a asa dessa aeronave com perfil Eppler 423, a maior eficiência durante a corrida de decolagem é obtida para um ângulo de incidência da asa próximo de zero grau ou as vezes até negativo

É muito importante citar que para os perfis utilizados na competição AeroDesign geralmente o ângulo de incidência ideal para se garantir uma decolagem com o menor comprimento de pista possível está bem próximo a 0° ou até ângulos negativos, pois como são utilizados perfis de alta sustentação muito arqueados, geralmente o C_L ideal calculado ocorre para um ângulo de ataque negativo.

Para a competição AeroDesign, é interessante que o peso total de decolagem seja mostrado em função do comprimento de pista necessário para decolar a aeronave em uma determinada condição de altitude em um gráfico cujo modelo genérico está apresentado na Figura 4.25.

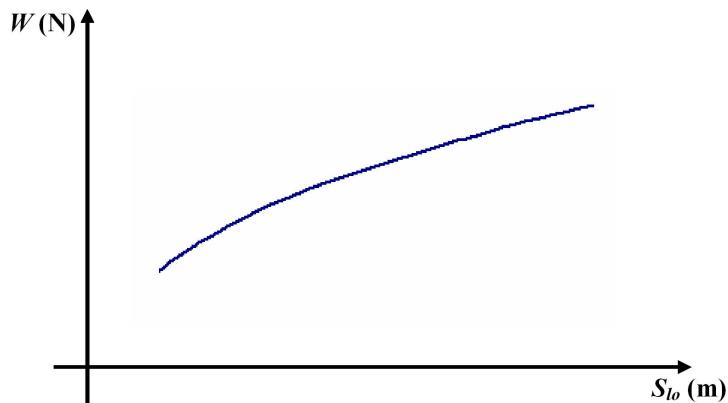
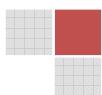


Figura 4.25 – Variação do peso total de decolagem em função do comprimento de pista.

Caso as condições de altitude sejam alteradas, a representação gráfica da Figura 4.26 para diversos valores de densidade do ar é:



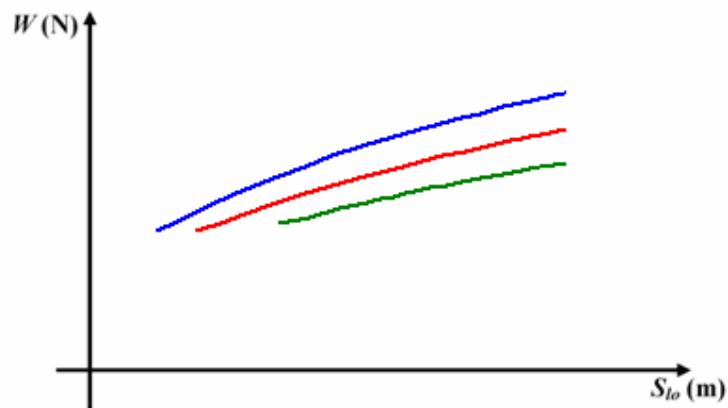


Figura 4.26 – Influência da variação da altitude no desempenho de decolagem.

A análise deste gráfico é muito importante durante a competição, pois permite à equipe definir a partir da altitude densidade local no momento do voo qual será o peso máximo de decolagem para o comprimento de pista estipulado pelo regulamento.

A partir da Equação (4.83) é possível verificar que o comprimento de pista necessário para a decolagem é sensível as variáveis peso, densidade do ar, área da asa e $C_{Lmáx}$. Para aeronaves que participam da competição AeroDesign é de fundamental importância que a decolagem seja realizada com o maior peso possível no menor comprimento de pista, esta situação pode ser obtida a partir do aumento de área de asa, aumento da tração disponível através da escolha da melhor hélice ou então pelo aumento do $C_{Lmáx}$ com a escolha do melhor perfil aerodinâmico para o projeto em questão.

Também é importante verificar que o aumento do peso provoca uma variação significativa no aumento da pista necessária para decolar, pois S_{lo} varia com W^2 , e, dessa forma, ao se dobrar o peso por exemplo, o valor de S_{lo} é quadruplicado.

Com relação à variação da altitude, percebe-se na Equação (4.83) que a redução da densidade do ar provoca o aumento de S_{lo} , portanto, em aeroportos localizados em altitudes elevadas, a aeronave percorre um maior comprimento de pista durante a decolagem do que em aeroportos localizados ao nível do mar.

A Figura 4.27 mostra a aeronave Taperá 2009 durante o procedimento de decolagem.



Figura 4.27 – Procedimento de decolagem da aeronave Taperá.



Exemplo 4.10 – Determinação do comprimento de pista necessário para a decolagem.

Para a aeronave modelo utilizada nos exemplos anteriores determine o comprimento de pista necessário para a decolagem com um peso total de 150N em uma pista localizada ao nível do mar $\rho = 1,225\text{kg/m}^3$.

Considere: $g = 9,81\text{m/s}^2$, $S = 0,9\text{m}^2$, $\mu = 0,03$, $C_{L\max} = 1,65$, $b = 2,48\text{m}$, $h = 0,35\text{m}$, hélice APC 13"x4" e a polar de arrasto da aeronave dada por $C_D = 0,022 + 0,065C_L^2$.

Obs: caso o valor calculado ultrapasse 59m, determine qual será o máximo peso de decolagem para se garantir esse comprimento. Considere o C_L de decolagem igual ao C_L ideal calculado no Exemplo 4.10.

Solução:

O comprimento de pista S_{lo} é determinado pela solução da Equação (4.83).

$$S_{lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{L\max} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

Para a solução da equação acima, devem ser calculados os valores do fator de efeito solo, do coeficiente de sustentação ideal para a decolagem, das velocidades de estol e decolagem, das forças de sustentação e arrasto, além da tração disponível pela hélice APC 13"x4" na condição $v = 0,7v_{lo}$.

O fator de efeito solo é calculado pela solução da Equação (4.82) da seguinte forma:

$$\phi = \frac{(16 \cdot h / b)^2}{1 + (16 \cdot h / b)^2}$$

$$\phi = \frac{(16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}{1 + (16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}$$

$$\phi = 0,836$$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem é:

$$C_{Llo} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{Llo} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{Llo} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$



$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,84 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 12,84$$

$$v_{lo} = 15,40 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 15,40)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 17,70 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 15,40)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 1,67 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 33,207 \text{ N}$$



Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 150^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{33,207 - [1,67 + 0,03 \cdot (150 - 17,70)]\}}$$

$$S_{Lo} = \frac{32400}{17,845 \cdot (27,568)}$$

$$S_{Lo} = \frac{32400}{491,95}$$

$$S_{Lo} = 65,87 \text{ m}$$

Como forma de se obter o comprimento de pista desejado é conveniente formular o problema apresentado em uma planilha ou linguagem de programação de modo que quando mantidas as características a aeronave, a variação do peso proporcione o comprimento de pista desejado. Este procedimento deve ser repetido pelo programa até que se obtenha o peso total de decolagem para um comprimento de 59m como desejado pelo enunciado do problema.

O exemplo apresentado foi modelado em uma planilha de Excel e os resultados obtidos estão apresentados na tabela a seguir.

W (N)	S _{lo} (m)
150	65,87
149	64,84
148	63,80
147	62,79
146	61,77
145	60,77
144	59,79
143,25	59,05

Assim, percebe-se que para as condições desejadas pelo problema, o peso máximo total de decolagem da aeronave em estudo é 143,25N com um comprimento de pista de 59,05m.

Exemplo 4.11 – Influência da altitude no comprimento de pista necessário para a decolagem.

Considerando as características da aeronave modelo em estudo no presente capítulo obtenha uma tabela que relate o peso da aeronave em função do comprimento de pista necessário para a decolagem e represente o resultado obtido em um gráfico que relate essas variáveis. Realize a análise considerando uma decolagem realizada ao nível do mar $h =$



0m e também para as altitudes $h = 1500\text{m}$ e $h = 3000\text{m}$. Adote como referência um comprimento de pista máximo de 59m e considere o peso de decolagem variando de 60N até 143N em incrementos de 10N.

Solução:

O comprimento de pista S_{lo} é determinado pela solução da Equação (4.83).

$$S_{lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

Para a solução da equação acima, devem ser calculados os valores do fator de efeito solo, do coeficiente de sustentação ideal para a decolagem, das velocidades de estol e decolagem, das forças de sustentação e arrasto, além da tração disponível pela hélice APC 13"x4" na condição $v = 0,7v_{lo}$.

Decolagem ao nível do mar $h = 0\text{m}$.

Para $W = 70\text{N}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.10:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 8,772 \text{ m/s}$$



A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 8,772$$

$$v_{lo} = 10,527 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 10,527)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 8,262 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 10,527)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 0,782 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

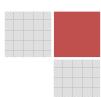
$$T_d = 35,984 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 70^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{35,984 - [0,782 + 0,03 \cdot (70 - 8,262)]\}}$$

$$S_{Lo} = \frac{7056}{17,845 \cdot (33,349)}$$



$$S_{Lo} = \frac{7056}{595,128}$$

$$S_{Lo} = 11,856 \text{ m}$$

Para $W = 80\text{N}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.10:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 9,378 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 9,378$$

$$v_{lo} = 11,254 \text{ m/s}$$



A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 11,254)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 9,443 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 11,254)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 0,894 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 35,623 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 80^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{35,623 - [0,894 + 0,03 \cdot (80 - 11,254)]\}}$$

$$S_{Lo} = \frac{9216}{17,845 \cdot (32,666)}$$

$$S_{Lo} = \frac{9216}{582,930}$$

$$S_{Lo} = 15,835 \text{ m}$$

Este procedimento foi repetido até o peso máximo de decolagem com 59m de pista, os resultados obtidos podem ser observados na tabela a seguir.



W (N)	S_{lo} (m)
70	11,856
80	15,835
90	20,502
100	25,901
110	32,087
120	39,122
130	47,046
140	55,945
143	58,813
143,25	59,056

Decolagem na altitude $h = 1500\text{m}$.

Para $W = 70\text{N}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.10:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 9,439 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:



$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 9,439$$

$$v_{lo} = 11,327 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 11,327)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 8,262 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 11,327)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 0,782 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 30,732 \text{ N}$$

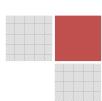
Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 70^2}{9,81 \cdot 1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{30,732 - [0,782 + 0,03 \cdot (70 - 8,262)]\}}$$

$$S_{Lo} = \frac{7056}{15,414 \cdot (28,189)}$$

$$S_{Lo} = \frac{7056}{434,51}$$



$$S_{Lo} = 16,291 \text{ m}$$

Para $W = 80 \text{ N}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.10:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 10,090 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

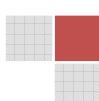
$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 10,090$$

$$v_{lo} = 12,109 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$



$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 12,109)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 9,443 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 12,109)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 0,894 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 30,376 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}}_{0,7v_{lo}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 80^2}{9,81 \cdot 1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{30,376 - [0,894 + 0,03 \cdot (80 - 9,443)]\}}$$

$$S_{Lo} = \frac{9216}{15,414 \cdot (27,365)}$$

$$S_{Lo} = \frac{9216}{421,808}$$

$$S_{Lo} = 21,848 \text{ m}$$

Este procedimento foi repetido até o peso máximo de decolagem com 59m de pista, os resultados obtidos podem ser observados na tabela a seguir.



W (N)	S_{lo} (m)
70	16,291
80	21,848
90	28,403
100	36,037
110	44,858
120	54,942
123,7	59,022

Decolagem na altitude $h = 3000$ m.

Para $W = 70$ N

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.10:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 10,182 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$



$$v_{lo} = 1,2 \cdot 10,182$$

$$v_{lo} = 12,219 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 12,219)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 8,262 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 12,219)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 0,782 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 26,063 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se que:

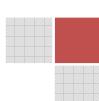
$$S_{lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{lo} = \frac{1,44 \cdot 70^2}{9,81 \cdot 0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{26,063 - [0,782 + 0,03 \cdot (70 - 8,262)]\}}$$

$$S_{lo} = \frac{7056}{13,245 \cdot (23,248)}$$

$$S_{lo} = \frac{7056}{310,315}$$

$$S_{lo} = 22,738 \text{ m}$$



Para $W = 80\text{N}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.10:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,275$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,275^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 10,885 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 10,885$$

$$v_{lo} = 13,062 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$



$$L = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 13,062)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,275$$

$$L = 9,443 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 13,062)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 0,894 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 25,714 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}}_{0,7v_{lo}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 80^2}{9,81 \cdot 0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{25,714 - [0,894 + 0,03 \cdot (80 - 9,443)]\}}$$

$$S_{Lo} = \frac{9216}{13,245 \cdot (23,248)}$$

$$S_{Lo} = \frac{9216}{300,705}$$

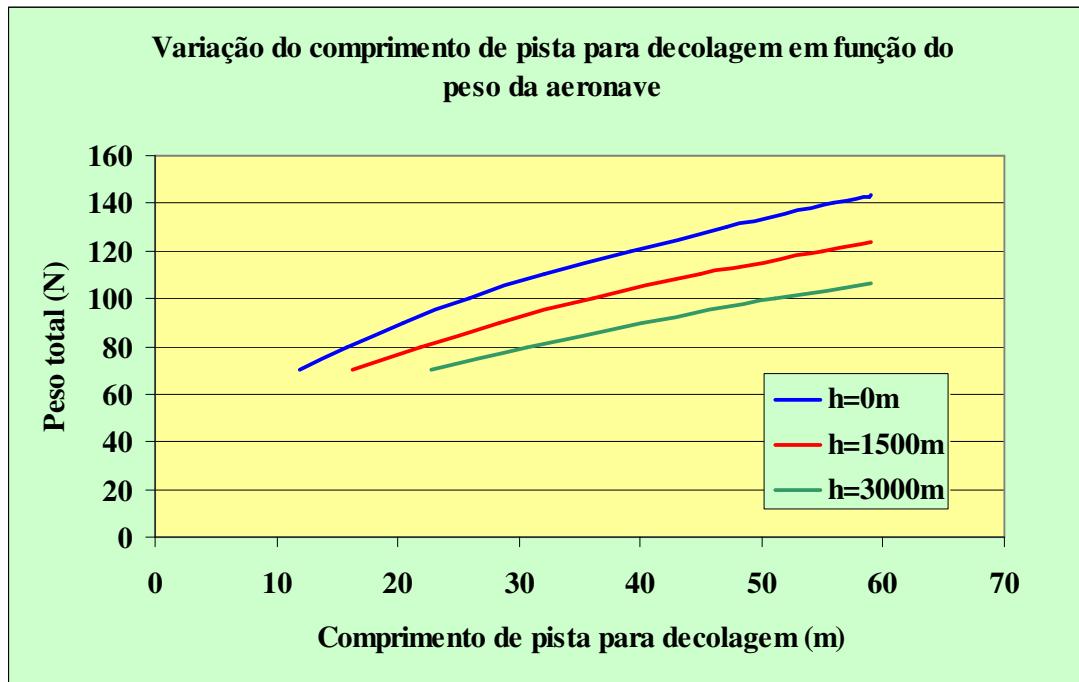
$$S_{Lo} = 30,647 \text{ m}$$

Este procedimento foi repetido até o peso máximo de decolagem com 59m de pista, os resultados obtidos podem ser observados na tabela a seguir.



W (N)	S_{lo} (m)
70	22,736
80	30,646
90	40,064
100	51,124
106,3	59,024

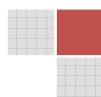
O gráfico resultante da análise realizada está apresentado na figura a seguir:



4.10 – Desempenho no pouso

Para a avaliação das características de pouso de uma aeronave, utiliza-se o mesmo modelo matemático e as mesmas considerações adotadas para o cálculo realizado durante a decolagem.

Como forma de ilustrar as forças atuantes na aeronave durante o processo de desaceleração, a Figura 4.28 é similar a Figura 4.23 utilizada para a análise de decolagem. A única variável modificada é a tração disponível que durante o procedimento de pouso é considerada nula, pois o piloto reduz o motor a uma condição de marcha lenta.



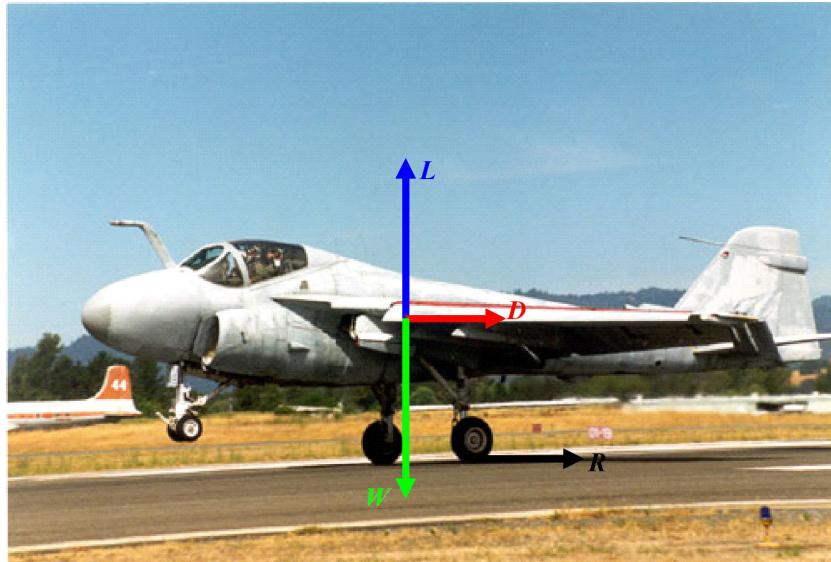


Figura 4.28 – Forças atuantes durante o pouso.

Assim, a equação de movimento durante o pouso também é escrita a partir da 2^a lei de Newton, porém considerando $T = 0\text{N}$, portanto:

$$F = m \cdot a = m \frac{dv}{dt} \quad (4.97)$$

$$-D - [\mu \cdot (W - L)] = m \frac{dv}{dt} \quad (4.97a)$$

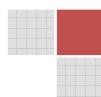
Do mesmo modo que foi calculado o procedimento de decolagem, será apresentado a seguir uma dedução matemática que permite obter uma expressão aproximada para se determinar o comprimento de pista necessário para o pouso considerando-se um valor constante para o termo $D + [\mu(W - L)]$ medido por seu valor no instante em que $v = 0,7 v_t$, onde v_t representa a velocidade da aeronave no instante em que esta toca a pista.

Através de um processo idêntico ao realizado para o desempenho de decolagem, a Equação (4.97a) pode ser integrada sucessivamente duas vezes como forma de se obter uma expressão que relate o comprimento de pista necessário para o pouso com a velocidade, com a massa e com a força líquida que proporcionaria a desaceleração da aeronave. Portanto, para esta análise, considera-se que a aeronave toca o solo no instante $t = 0\text{s}$, na posição $S = 0\text{m}$ com velocidade $v = v_t$ e se desloca até o instante $t = t_L$ na posição $S = S_L$ com velocidade final $v = 0\text{m/s}$, ou seja, aeronave parada ao final do movimento. A partir dessas considerações, a Equação (4.97a) pode ser integrada da seguinte forma:

$$\int_0^{t_L} \frac{F}{m} dt = \int_{v_t}^0 dv \quad (4.98)$$

que resulta em:

$$\frac{F}{m} \cdot t_L = -v_t \quad (4.98a)$$



$$t_L = -\frac{\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{m}}{F} \quad (4.98b)$$

sabendo-se que:

$$v = \frac{dS}{dt} \quad (4.99)$$

A Equação (4.98a) pode ser integrada do seguinte modo:

$$\int_0^{t_L} \frac{F}{m} \cdot t dt = \int_0^{S_L} dS \quad (4.100)$$

que resulta em:

$$\frac{F \cdot t_L^2}{2 \cdot m} = S_L \quad (4.101)$$

Substituindo-se a Equação (4.99b) na Equação (4.101), tem-se:

$$\frac{F \cdot \left(\frac{-\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{m}}{F} \right)^2}{2 \cdot m} = S_L \quad (4.102)$$

$$\frac{F \cdot (-v_t^2 \cdot m^2)}{2 \cdot m \cdot F^2} = S_L \quad (4.102a)$$

que resulta em:

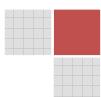
$$\frac{-v_t^2 \cdot m}{2 \cdot F} = S_L \quad (4.102b)$$

A Equação (4.102b) fornece como resultado a distância necessária para o pouso da aeronave considerando-se uma força constante durante o processo de desaceleração. Substituindo-se a soma das forças $D + [\mu(W - L)]$ na Equação (4.102b), tem-se que:

$$S_L = \frac{v_t^2 \cdot m}{2 \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_t}} \quad (4.103)$$

Considerando que $W = m/g$ e que durante o processo de aproximação a norma FAR Part-23 sugere por medida de segurança uma velocidade 30% maior que a velocidade de estol, a Equação (4.103) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$S_L = \frac{(1,3 \cdot v_{estol})^2 \cdot m}{2 \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_t}} \quad (4.104)$$



como a velocidade de estol é dada por:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \quad (4.105)$$

tem-se que:

$$S_L = \frac{\left(1,3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}\right)^2 \cdot \frac{W}{g}}{2 \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_t}} \quad (4.106)$$

$$S_L = \frac{1,69 \cdot \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}} \cdot W}{2 \cdot g \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_t}} \quad (4.106a)$$

$$S_L = \frac{1,69 \cdot 2 \cdot W^2}{2 \cdot g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_t}} \quad (4.106b)$$

$$S_L = \frac{1,69 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_t}} \quad (4.106c)$$

Esta equação é similar a que foi desenvolvida para o procedimento de decolagem e os valores das forças de sustentação e arrasto podem ser determinados pelas Equações (4.107) e (4.108).

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_t)^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.107)$$

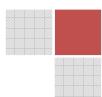
e

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_t)^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2) \quad (4.108)$$

Para a solução das Equações (4.107) e (4.108), o coeficiente de sustentação utilizado é o mesmo do procedimento de decolagem, pois uma vez que a asa está fixa na fuselagem em um determinado ângulo de incidência, quando a aeronave tocar o solo a desaceleração ocorrerá para o mesmo valor de C_L usado na decolagem.

Também é importante observar que o fator de efeito solo também se faz presente na Equação (4.108) quando da determinação da força de arrasto durante o pouso.

Para a competição AeroDesign, é importante que seja apresentado um gráfico que relate o peso total da aeronave com o comprimento de pista necessário para o pouso, pois dessa forma, durante a competição a equipe terá em função das condições atmosféricas do local um panorama geral das qualidades de desempenho durante o pouso da aeronave.



Um modelo genérico desse tipo de gráfico pode ser visualizado na Figura 4.29 apresentada a seguir.

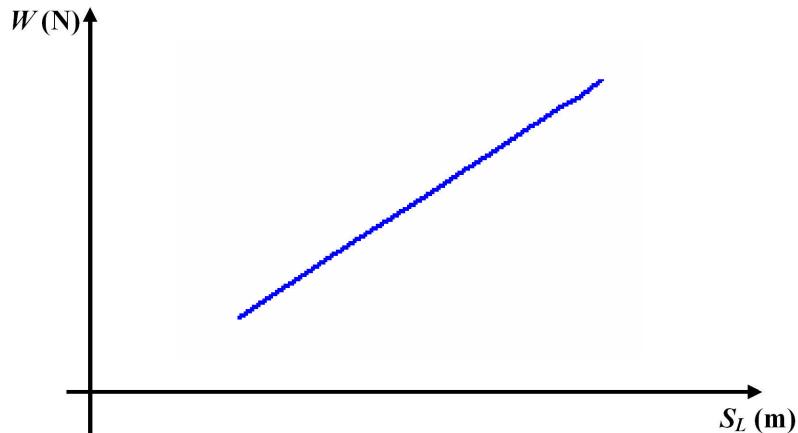


Figura 4.29 – Variação do comprimento de pista necessário para o pouso em função do peso da aeronave.

Caso sejam consideradas variações de altitude, o gráfico da Figura 4.29 pode ser representado da seguinte forma:

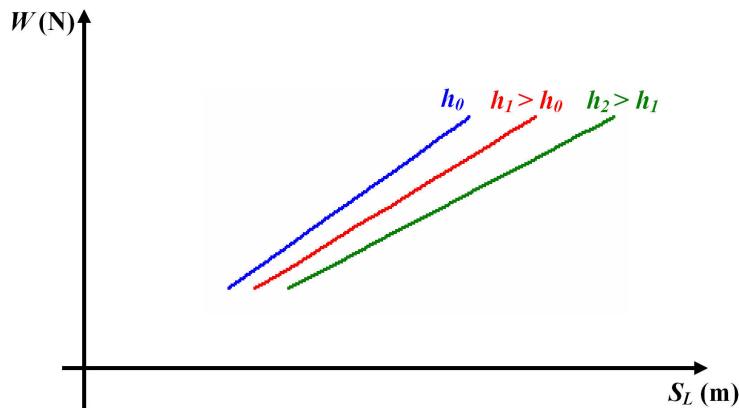


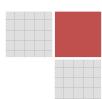
Figura 4.30 – Influência da altitude no desempenho de pouso da aeronave.

A Equação (4.106c) representa uma forma aproximada para se prever o comprimento de pista necessário para o pouso de uma aeronave, sendo que para a competição AeroDesign, a aplicação dessa equação fornece resultados satisfatórios.

É importante citar que o regulamento da competição limita o comprimento de pista para pouso, e, portanto, quando se realizar a aplicação da Equação (4.106c) deve-se estar atento para que o resultado encontrado esteja abaixo do limite estipulado pelo regulamento, caso isto não ocorra, é interessante a equipe pensar no desenvolvimento de um sistema de freios para a aeronave.

Exemplo 4.12 – Determinação do comprimento de pista necessário para o pouso da aeronave.

Para a aeronave modelo dos exemplos anteriores determine o comprimento de pista necessário para o pouso considerando o peso máximo de 143N encontrado na solução do



Exemplo 4.10. O pouso é realizado em uma pista localizada ao nível do mar ($\rho=1,225\text{kg/m}^3$) e $\mu=0,03$.

Solução:

O fator de efeito solo é calculado pela solução da Equação (4.82) da seguinte forma:

$$\phi = \frac{(16 \cdot h / b)^2}{1 + (16 \cdot h / b)^2}$$

$$\phi = \frac{(16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}{1 + (16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}$$

$$\phi = 0,836$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 143}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A velocidade de aproximação e pouso é:

$$v_t = 1,3 \cdot v_{estol}$$

$$v_t = 1,3 \cdot 12,54$$

$$v_{lt} = 16,30 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_t$ é:

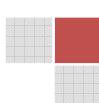
$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_t)^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 16,30)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 19,808 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_t)^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$



$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 16,30)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 1,876 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{1,69 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_L = \frac{1,69 \cdot 143^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [1,876 + 0,03 \cdot (143 - 19,808)]}$$

$$S_L = \frac{34558,81}{17,845 \cdot (5,571)}$$

$$S_L = 347,564 \text{ m}$$

Esse resultado mostra que a aeronave em estudo não consegue parar completamente dentro de um espaço de 122m estipulado pelo regulamento da competição.

Como alternativa para se reduzir o comprimento de pista necessário para o pouso, algumas técnicas de pilotagem podem ser utilizadas desde que o piloto possua experiência e habilidade para executá-las. Dentre essas técnicas, a principal é realizar o toque no solo com a menor velocidade possível, ou seja, garantir que a aeronave pouse com uma velocidade igual a velocidade de estol da aeronave. A obtenção desta condição é possível durante a manobra de arredondamento da aeronave nas proximidades do solo. A partir da análise da Figura 4.31 apresentada a seguir, verifica-se que durante todo o processo de aproximação a velocidade é 30% maior que a velocidade de estol, porém a partir do instante em que a aeronave se encontra em um voo sobre a pista para a realização do pouso, o piloto pode reduzir a tração a uma condição de marcha lenta do motor e levantar o nariz da aeronave com o intuito de aumentar o arrasto através do aumento do ângulo de ataque e reduzir a velocidade para a velocidade de estol.

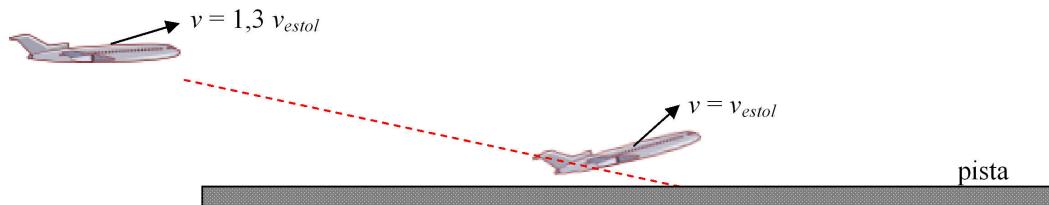
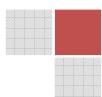


Figura 4.31 – Manobra de arredondamento da aeronave para a realização do pouso.

Caso esta manobra seja realizada corretamente, o equacionamento apresentado anteriormente sofre algumas modificações que estão apresentadas a seguir.



Considerando a partir deste ponto que a velocidade de toque seja a velocidade de estol da aeronave, a Equação (4.103) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$S_L = \frac{v_{estol}^2 \cdot m}{2 \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}} \quad (4.109)$$

substituindo a massa pela relação $m = W/g$, e a respectiva relação para a velocidade de estol, tem-se que:

$$S_L = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}^2 \cdot \frac{W}{g}}{2 \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}} \quad (4.110)$$

$$S_L = \frac{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}} \cdot W}{2 \cdot g \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}} \quad (4.110a)$$

$$S_L = \frac{2 \cdot W^2}{2 \cdot g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}} \quad (4.110b)$$

que resulta em:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}} \quad (4.110c)$$

com os valores de L e D determinados pelas seguintes equações.

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.111)$$

e

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2) \quad (4.112)$$

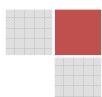
O resultado que deve ser obtido pela solução da Equação (4.110c) será menor que o obtido pela Equação (4.110c).

Exemplo 4.13 – Determinação do comprimento de pista necessário para o pouso da aeronave considerando um pouso na velocidade de estol.

Determinar o comprimento de pista necessário para o pouso da aeronave utilizada no Exemplo 4.12 através da aplicação da Equação (4.110c). Considere as mesmas condições atmosféricas e o mesmo peso utilizado anteriormente.

Solução:

O fator de efeito solo é calculado pela solução da Equação (4.82) da seguinte forma:



$$\phi = \frac{(16 \cdot h/b)^2}{1 + (16 \cdot h/b)^2}$$

$$\phi = \frac{(16 \cdot 0,35/2,48)^2}{1 + (16 \cdot 0,35/2,48)^2}$$

$$\phi = 0,836$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 143}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 12,54)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 11,721 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 12,54)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 1,110 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$



$$S_L = \frac{143^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [1,110 + 0,03 \cdot (143 - 11,721)]_{0,7 estol}}$$

$$S_L = \frac{20449}{17,845 \cdot (5,048)}$$

$$S_L = 226,98 \text{ m}$$

Nesta situação embora tenha se obtido um resultado inferior ao encontrado anteriormente, a aeronave ainda excede o limite estipulado pelo regulamento da competição. Uma alternativa que pode ser utilizada para reduzir ainda mais o comprimento de pista é a utilização de flapes na aeronave que quando defletidos aumentam o arrasto e o valor do $C_{Lmáx}$, contribuindo portanto para a redução de S_L . Além dos flapes, também podem ser utilizados “spoilers” no extradorso da asa, que quando defletidos durante a desaceleração da aeronave atuam como forma de eliminar a sustentação e aumentar o arrasto parasita propiciando também a redução da S_L . Normalmente a utilização de “spoilers” aumenta o arrasto parasita em torno de 10%, a Figura 4.32 apresentada a seguir mostra a aplicação de flapes e “spoilers” na aeronave. A utilização desses dispositivos acarreta em um acréscimo do peso vazio da aeronave devido a necessidade da adição de mais servos de comando na estrutura, portanto, a equipe deve ponderar todos esses aspectos e trabalhar como forma de se chegar ao objetivo almejado utilizando os melhores dispositivos para garantir uma desaceleração de aeronave dentro do espaço limite estipulado pelo regulamento da competição.



Figura 4.32 – Aplicação de flapes e spoilers.

Caso nenhuma das técnicas apresentadas proporcione o resultado esperado, uma solução certa para se garantir o pouso no comprimento de pista desejado é se trabalhar no sentido de aumentar o coeficiente de atrito através da adição de freios na aeronave. O exemplo apresentado a seguir mostra o efeito da aplicação de freios na aeronave durante o procedimento de pouso.

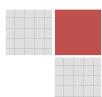




Figura 4.33 – Aeronave Taperá no instante do pouso.

Exemplo 4.14 – Determinação do comprimento de pista necessário para o pouso da aeronave considerando aplicação de freios na aeronave.

Determine o novo comprimento de pista necessário para pouso considerando que com a aplicação dos freios o coeficiente de atrito teve seu valor alterado para $\mu = 0,1$. Realize o cálculo utilizando a Equação (4.110c).

Solução:

Com a utilização da Equação (4.110c) tem-se que:

O fator de efeito solo é calculado pela solução da Equação (4.82) da seguinte forma:

$$\phi = \frac{(16 \cdot h / b)^2}{1 + (16 \cdot h / b)^2}$$

$$\phi = \frac{(16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}{1 + (16 \cdot 0,35 / 2,48)^2}$$

$$\phi = 0,836$$

A velocidade de estol é:

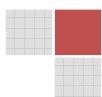
$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 143}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$



$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 12,54)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 11,721 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 12,54)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 1,110 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = \frac{143^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [1,110 + 0,1 \cdot (143 - 11,721)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = 80,48 \text{ m}$$

Dessa forma garante-se um pouso com segurança dentro do limite de 122m estipulado pelo regulamento da competição.

Exemplo 4.15 – Influência da variação da altitude no comprimento de pista necessário para o pouso da aeronave.

Utilizando como referência de solução a Equação (4.110c) e considerando a utilização de freios ($\mu = 0,1$), determine para a aeronave em estudo nos exemplos anteriores uma tabela que relate o peso total da aeronave com o comprimento de pista necessário para o pouso e represente o resultado obtido em um gráfico que relate essas duas variáveis. Realize a análise considerando um pouso ao nível do mar $h = 0\text{m}$ e também para as altitudes $h = 1500\text{m}$ e $h = 3000\text{m}$. Considere que o peso total da aeronave varia de 60N até 143N com incrementos de 10N.

Solução:

Considerando $h = 0\text{m}$, tem-se a seguinte seqüência de solução para a obtenção dos pontos para a geração do gráfico.

Para $W = 60\text{N}$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$



$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 8,12 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 8,12)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 4,918 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 8,12)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 0,466 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

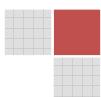
$$S_L = \frac{60^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [0,466 + 0,1 \cdot (60 - 4,918)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = 33,77 \text{ m}$$

Para $W = 70\text{N}$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$



$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 8,77 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 8,77)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 5,737 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 8,77)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 0,543 \text{ N}$$

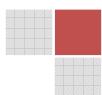
Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = \frac{70^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [0,543 + 0,1 \cdot (70 - 5,737)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = 39,40 \text{ m}$$

Foi apresentado o cálculo para os dois primeiros pontos, o processo deve ser repetido para a faixa de peso que se deseja avaliar. A tabela de resultados obtida é a seguinte.



W (N)	S_L (m)
60	33,77
70	39,40
80	45,02
90	50,65
100	56,28
110	61,91
120	67,54
130	73,16
140	78,79
143	80,48

Considerando $h = 1500\text{m}$, tem-se a seguinte seqüência de solução para a obtenção dos pontos para a geração do gráfico.

Para W = 60N

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 8,73 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 8,73)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 4,918 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 8,73)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 0,466 \text{ N}$$



Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = \frac{60^2}{9,81 \cdot 1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [0,466 + 0,1 \cdot (60 - 4,918)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = 39,09 \text{ m}$$

Para $W = 70\text{N}$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 9,44 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 9,44)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 5,737 \text{ N}$$

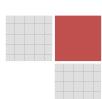
A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,0581 \cdot (0,7 \cdot 9,44)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 0,543 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:



$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = \frac{70^2}{9,81 \cdot 1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [0,543 + 0,1 \cdot (70 - 5,737)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = 45,61 \text{ m}$$

Foi apresentado o cálculo para os dois primeiros pontos, o processo deve ser repetido para a faixa de peso que se deseja avaliar. A tabela de resultados obtida é a seguinte.

W (N)	S_L (m)
60	39,09
70	45,61
80	52,13
90	58,64
100	65,16
110	71,67
120	78,19
130	84,70
140	91,22
143	93,18

Considerando $h = 3000\text{m}$, tem-se a seguinte seqüência de solução para a obtenção dos pontos para a geração do gráfico.

Para $W = 60\text{N}$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 9,43 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 9,43)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$



$$L = 4,918 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 9,43)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$D = 0,466 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = \frac{60^2}{9,81 \cdot 0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [0,466 + 0,1 \cdot (60 - 4,918)]_{0,7estol}}$$

$$S_L = 45,49 \text{ m}$$

Para $W = 70 \text{ N}$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

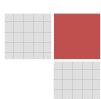
$$v_{estol} = 10,18 \text{ m/s}$$

A força de sustentação durante o pouso para $0,7v_{estol}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 10,18)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,581$$

$$L = 5,737 \text{ N}$$



A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{estol})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 0,90926 \cdot (0,7 \cdot 10,18)^2 \cdot 0,9 \cdot (0,022 + 0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,581^2)$$

$$D = 0,543 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação (4.110c) para a determinação do comprimento de pista para o pouso da aeronave tem-se que:

$$S_L = \frac{W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot [D + \mu \cdot (W - L)]_{0,7estol}}$$

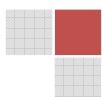
$$S_L = \frac{70^2}{9,81 \cdot 0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot [0,543 + 0,1 \cdot (70 - 5,737)]_{0,7estol}}$$

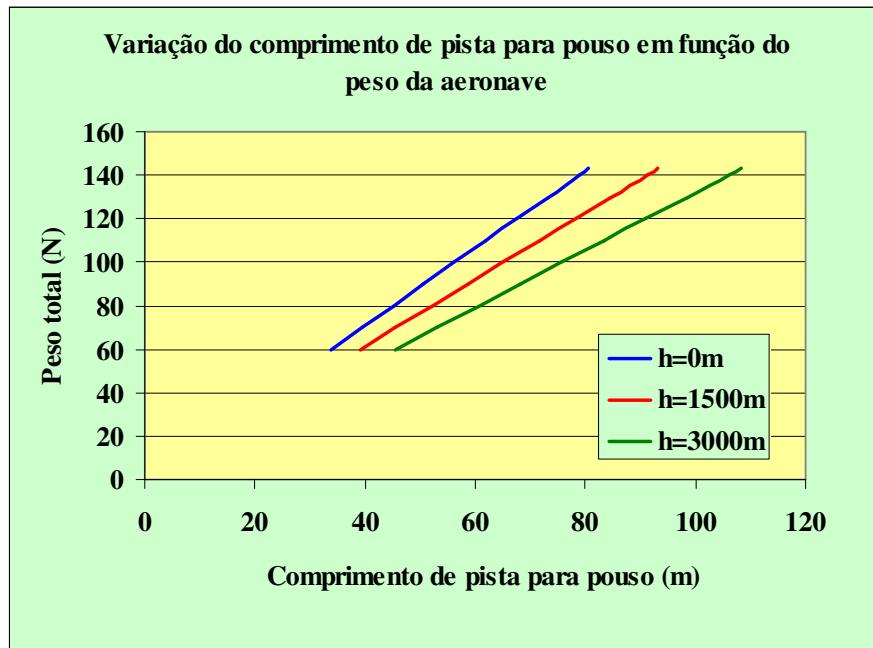
$$S_L = 53,08 \text{ m}$$

Foi apresentado o cálculo para os dois primeiros pontos, o processo deve ser repetido para a faixa de peso que se deseja avaliar. A tabela de resultados obtida é a seguinte.

W (N)	S_L (m)
60	45,49
70	53,08
80	60,66
90	68,24
100	75,82
110	83,41
120	90,99
130	98,57
140	106,15
130	108,43

O gráfico resultante da análise realizada está apresentado na figura a seguir.





4.11 – Traçado do diagrama v - n de manobra

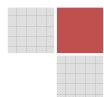
O diagrama v - n representa uma maneira gráfica para se verificar as limitações estruturais de uma aeronave em função da velocidade de voo e do fator de carga n a qual o avião está submetido. O fator de carga é uma variável representada pela aceleração da gravidade, ou seja, é avaliado em “g’s”. Basicamente um fator de carga $n = 2$ significa que para uma determinada condição de voo a estrutura da aeronave estará sujeita a uma força de sustentação dada pelo dobro do peso, e o cálculo de n pode ser realizado preliminarmente pela aplicação da Equação (4.113) mostrada a seguir.

$$n = \frac{L}{W} \quad (4.113)$$

Uma forma mais simples para se entender o fator de carga é realizar uma analogia com um percurso de montanha-russa em um parque de diversões, onde em determinados momentos do trajeto, uma pessoa possui a sensação de estar mais pesada ou mais leve dependendo do fator de carga ao qual o seu corpo está submetido. Comparando-se com uma aeronave, em determinadas condições de voo, geralmente em curvas ou movimentos acelerados, a estrutura da aeronave também será submetida a maiores ou menores fatores de carga.

Existem duas categorias de limitações estruturais que devem ser consideradas durante o projeto estrutural de uma aeronave.

a) Fator de carga limite: Este é associado com a deformação permanente em uma ou mais partes da estrutura do avião. Caso durante um voo o fator de carga n seja menor que o fator de carga limite, a estrutura da aeronave irá se deformar durante a manobra porém retornará ao seu estado original quando $n = 1$. Para situações onde n é maior que o fator de carga limite a estrutura irá se deformar permanentemente ocorrendo assim uma danificação estrutural porém sem que corra a ruptura do componente.



b) Fator de carga último: Este representa o limite de carga para que ocorra uma falha estrutural, caso o valor de n ultrapasse o fator de carga último, componentes da aeronave com certeza sofrerão ruptura.

Nesta seção do presente capítulo é apresentada a metodologia analítica para se determinar os principais pontos e traçar o diagrama $v-n$ de manobra para uma aeronave seguindo a metodologia sugerida na norma FAR Part -23 [4.3] considerando uma categoria de aeronaves leves subsônicas.

O fator de carga limite depende do modelo e da função a qual a aeronave é destinada. Para as aeronaves em operação atualmente, Raymer [4.4] sugere a seguinte tabela para a determinação de n .

Tabela 4.3 – Fatores de carga máximo e mínimo.

Modelo e aplicação	n_{pos}	n_{neg}
Pequeno porte	$2,5 \leq n \leq 3,8$	$-1 \leq n \leq -1,5$
Acrobático	6	-3
Transporte civil	$3 \leq n \leq 4$	$-1 \leq n \leq -2$
Caças militares	$6,5 \leq n \leq 9$	$-3 \leq n \leq -6$

É importante perceber que os valores dos fatores de carga negativos são inferiores aos positivos. A determinação dos fatores de carga negativos representam uma decisão de projeto, que está refletida no fato que raramente uma aeronave voa em condições de sustentação negativa, e, como será apresentado no decorrer dessa seção, a norma utilizada recomenda que $n_{neg} \geq 0,4 n_{pos}$.

O fator de carga é uma variável que reflete diretamente no dimensionamento estrutural da aeronave, dessa forma, percebe-se que quanto maior for o seu valor mais rígida deve ser a estrutura da aeronave e consequentemente maior será o peso estrutural.

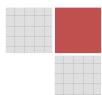
Para o propósito do projeto AeroDesign, o regulamento da competição bonifica as equipes que conseguirem obter a maior eficiência estrutural, ou seja, a aeronave mais leve que carregar em seu compartimento a maior carga útil possível, dessa forma, é interessante que o fator de carga seja o menor possível respeitando obviamente uma condição segura de voo, portanto, considerando que uma aeronave destinada a participar do AeroDesign é um avião não tripulado, é perfeitamente aceitável um fator de carga positivo máximo $n_{máx} = 2,5$, pois dessa forma garante-se um voo seguro com uma estrutura leve e que suporte todas as cargas atuantes durante o voo.

Porém é muito importante ressaltar que como o fator de carga adotado é baixo, o projeto estrutural deve ser muito bem calculado como forma de se garantir que a estrutura da aeronave suportará todos os esforços atuantes durante o voo.

Também se recomenda que o fator de carga último seja 50% maior que o fator de carga limite, portanto:

$$n_{ult} = 1,5 \cdot n_{lim} \quad (4.114)$$

A Figura 4.34 apresentada a seguir mostra um diagrama $v-n$ típico de uma aeronave com a indicação dos principais pontos.



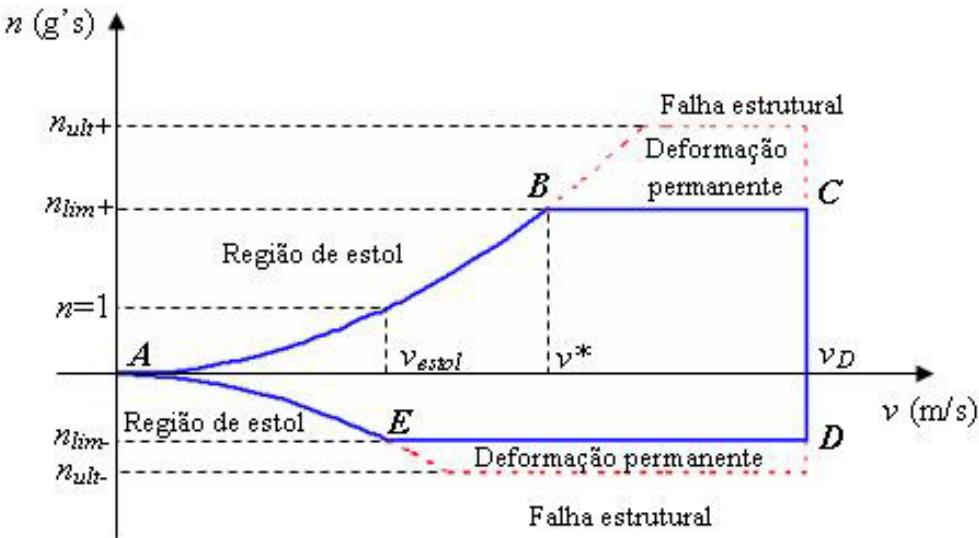


Figura 4.34 – Diagrama v - n típico de uma aeronave.

A curva **AB** apresentada na figura representa o limite aerodinâmico do fator de carga determinado pelo $C_{Lmáx}$, esta curva pode ser obtida pela solução da Equação (4.115a) considerando o peso máximo da aeronave e o $C_{Lmáx}$ de projeto, portanto:

$$n_{máx} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{W} \quad (4.115)$$

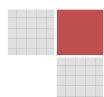
$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W} \quad (4.115a)$$

Na Equação (4.115a) percebe-se que uma vez conhecidos os valores de peso, área da asa, densidade do ar e o máximo coeficiente de sustentação é possível a partir da variação da velocidade encontrar o fator de carga máximo permitível para cada velocidade de voo, onde acima do qual a aeronave estará em uma condição de estol.

É importante notar que para um voo realizado com a velocidade de estol, o fator de carga n será igual a 1, pois como a velocidade de estol representa a mínima velocidade com a qual é possível manter o voo reto e nivelado de uma aeronave, tem-se nesta situação que $L = W$, e, portanto, o resultado da Equação (4.115a) é $n = 1$, e assim, a velocidade na qual o fator de carga é igual a 1 pode ser obtida pela velocidade de estol da aeronave.

Um ponto muito importante é a determinação da velocidade de manobra da aeronave representada na Figura 4.34 por v^* . Um voo realizado nesta velocidade com alto ângulo de ataque e $C_L = C_{Lmáx}$, corresponde a um voo realizado com o fator de carga limite da aeronave em uma região limítrofe entre o voo reto e nivelado e o estol da aeronave. Esta velocidade pode ser determinada segundo a norma utilizada para o desenvolvimento desta seção da seguinte forma:

$$v^* = \sqrt{\frac{2 \cdot W \cdot n_{máx}}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \quad (4.116)$$



Assim, tem-se que:

$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}} \quad (4.116a)$$

A velocidade de manobra intercepta a curva **AB** exatamente sobre o ponto **B**, e define assim o fator de carga limite da aeronave. Acima da velocidade v^* a aeronave pode voar, porém com valores de C_L abaixo do $C_{Lmáx}$, ou seja com menores ângulos de ataque, de forma que o fator de carga limite não seja ultrapassado, lembrando-se que o valor de $n_{máx}$ está limitado pela linha **BC**.

A velocidade de cruzeiro v_{cru} segundo a norma não deve exceder 90% da velocidade máxima da aeronave, ou seja:

$$v_{cru} = 0,9 \cdot v_{máx} \quad (4.117)$$

A velocidade máxima presente na Equação (4.117) é obtida na leitura das curvas de tração ou potência da aeronave.

Já a velocidade de mergulho da aeronave representada por v_d limitada pela linha **CD** do diagrama é considerada a velocidade mais critica para a estrutura da aeronave devendo ser evitada e jamais excedida, pois caso a aeronave ultrapasse essa velocidade, drásticas consequências podem ocorrer na estrutura, como por exemplo: elevadas cargas de rajada, comando reverso dos ailerons, flutter (instabilidade dinâmica) e ruptura de componentes. O valor de v_d é geralmente cerca de 25% maior que a velocidade máxima, portanto:

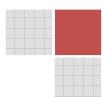
$$v_d = 1,25 \cdot v_{máx} \quad (4.118)$$

Com relação à linha **AF** do diagrama $v-n$ que delimita o fator de carga máximo negativo também é válida a aplicação da Equação (4.115a), porém é importante citar que o fator de carga máximo negativo é obtido segundo a norma FAR Part-23 da seguinte forma:

$$n_{lim\ neg} \geq 0,4 \cdot n_{lim\ pos} \quad (4.119)$$

Como geralmente as aeronaves que participam da competição AeroDesign são projetadas para não voarem em condições de sustentação negativa, é perfeitamente aceitável utilizar para a solução da Equação (4.115a) no intuito de se determinar a curva **AF**, um valor de $C_{Lmáxneg}=-1$ e assim, a linha **FE** representará o fator de carga negativo acima do qual deformações permanentes podem ocorrer.

Esta seção apresentou de forma sucinta como estimar o diagrama $v-n$ de manobra para uma aeronave leve subsônica a partir dos fundamentos apresentados na norma FAR Part-23 [4.3].



Exemplo 4.16 – Traçado do diagrama v - n .

Considerando a aeronave modelo dos exemplos anteriores traçar o diagrama v - n considerando um fator de carga positivo máximo $n_{máx} = 2,5$ e uma condição de atmosfera padrão ao nível do mar.

Solução:

O fator de carga limite negativo foi calculado segundo a aplicação da Equação (4.119):

$$n_{\lim neg} = 0,4 \cdot n_{\lim pos}$$

$$n_{\lim neg} = 0,4 \cdot 2,5$$

$$n_{\lim neg} = 1$$

Os fatores de carga último positivo e negativo foram calculados mediante a aplicação da Equação (4.114):

$$n_{ult+} = 1,5 \cdot n_{\lim+}$$

$$n_{ult+} = 1,5 \cdot 2,5$$

$$n_{ult+} = 3,75$$

$$n_{ult-} = 1,5 \cdot n_{\lim-}$$

$$n_{ult-} = 1,5 \cdot (-1)$$

$$n_{ult-} = -1,5$$

A velocidade do ponto de manobra foi obtida com a aplicação da Equação (4.116a) utilizando-se a velocidade de estol ao nível do mar com peso de 150N.

$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 12,84 \cdot \sqrt{2,5}$$

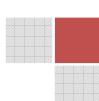
$$v^* = 20,30 \text{ m/s}$$

A velocidade de mergulho foi determinada pela aplicação da Equação (4.118):

$$v_d = 1,25 \cdot v_{máx}$$

$$v_d = 1,25 \cdot 26$$

$$v_d = 32,5 \text{ m/s}$$



O contorno do diagrama que limita a região de estol é obtido com a aplicação sucessiva da Equação (4.115a) considerando a variação da velocidade de voo até que o valor do fator de carga máximo positivo e negativo seja obtido.

Curva AB:

Para $v = 0\text{m/s}$

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 0^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 0$$

Para $v = 2\text{m/s}$

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 2^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 0,02$$

Para $v = 4\text{m/s}$

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 4^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 0,09$$

Este processo deve ser repetido até a velocidade de manobra da aeronave.

Os resultados obtidos para todos os pontos avaliados podem ser observados na tabela apresentada a seguir.



<i>v (m/s)</i>	<i>n (g's)</i>
0	0
2	0,02
4	0,09
6	0,21
8	0,38
10	0,60
12,84	1,00
14	1,188
16	1,55
18	1,96
20,30	2,50

Curva AE:

Para *v* = 0m/s

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 0^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 0$$

Para *v* = 2m/s

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 2^2 \cdot 0,9 \cdot (-1,65)}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = -0,02$$

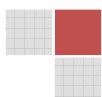
Para *v* = 4m/s

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 4^2 \cdot 0,9 \cdot (-1,65)}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = -0,09$$

Este processo deve ser repetido até que o fator de carga máximo negativo coincida com o valor calculado pela Equação (4.119).



O resultado obtido para todos os pontos avaliados podem ser observados na tabela apresentada a seguir.

v (m/s)	n (g's)
0	0
2	-0,02
4	-0,09
6	-0,21
8	-0,38
10	-0,60
12	-0,87
12,84	-1

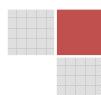
A linha **BC** do diagrama foi obtida considerando o fator de carga máximo positivo de 2,5 com a velocidade variando do ponto de manobra até a velocidade de mergulho, a tabela resultante está apresentada a seguir.

v (m/s)	n (g's)
20,30483	2,5
22	2,5
24	2,5
24,867	2,5
26	2,5
28	2,5
30	2,5
32,5	2,5

A linha **ED** do diagrama foi obtida considerando o fator de carga máximo negativo de -1 com a velocidade variando de 12,84m/s até a velocidade de mergulho, a tabela resultante está apresentada a seguir.

v (m/s)	n (g's)
12,8419	-1,5
14	-1,5
15,73	-1,5
18	-1,5
20	-1,5
22	-1,5
24	-1,5
26	-1,5
28	-1,5
30	-1,5
32,5	-1,5

A linha **CD** do diagrama foi obtida considerando a velocidade de mergulho com fator de carga variando do máximo positivo até o máximo negativo, a tabela resultante está apresentada a seguir.



<i>v</i> (m/s)	<i>n</i> (g's)
32,5	2,5
32,5	2,3
32,5	2,1
32,5	1,9
32,5	1,7
32,5	1,5
32,5	1,3
32,5	1,1
32,5	0,9
32,5	0,7
32,5	0,5
32,5	0,3
32,5	0
32,5	-0,2
32,5	-0,4
32,5	-0,6
32,5	-0,8
32,5	-1

O limite estrutural último é obtido com a aplicação sucessiva da Equação (4.115a) considerando a variação da velocidade de voo até que o valor do fator de carga máximo positivo e negativo seja obtido.

Positivo

Para *v* = 20,30m/s

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 20,30^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 2,5$$

Para *v* = 22m/s

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 22^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 2,93$$



Para $v = 24\text{m/s}$

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 24^2 \cdot 0,9 \cdot 1,65}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = 3,49$$

Este processo deve ser repetido até a velocidade de manobra da aeronave. Os resultados obtidos para todos os pontos avaliados podem ser observados na tabela apresentada a seguir.

$v (\text{m/s})$	$n (\text{g's})$
20,30	2,50
22	2,93
24	3,49
24,86	3,75

Negativo

Para $v = 12,84\text{m/s}$

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 12,84^2 \cdot 0,9 \cdot (-1,65)}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = -1$$

Para $v = 14\text{m/s}$

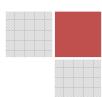
$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$

$$n_{máx} = \frac{1,225 \cdot 14^2 \cdot 0,9 \cdot (-1,65)}{2 \cdot 150}$$

$$n_{máx} = -1,18$$

Para $v = 15,73\text{m/s}$

$$n_{máx} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_{Lmáx}}{2 \cdot W}$$



$$n_{\max} = \frac{1,225 \cdot 15,73^2 \cdot 0,9 \cdot (-1,65)}{2 \cdot 150}$$

$$n_{\max} = -1,5$$

Este processo deve ser repetido até a velocidade de manobra da aeronave. Os resultados obtidos para todos os pontos avaliados podem ser observados na tabela apresentada a seguir.

<i>v</i> (m/s)	<i>n</i> (g's)
12,84	-1,00
14	-1,18
15,73	-1,50

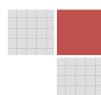
A linha que limita o fator de carga último positivo de 3,75 foi obtida com a velocidade variando de 24,86m/s até a velocidade de mergulho, a tabela resultante está apresentada a seguir.

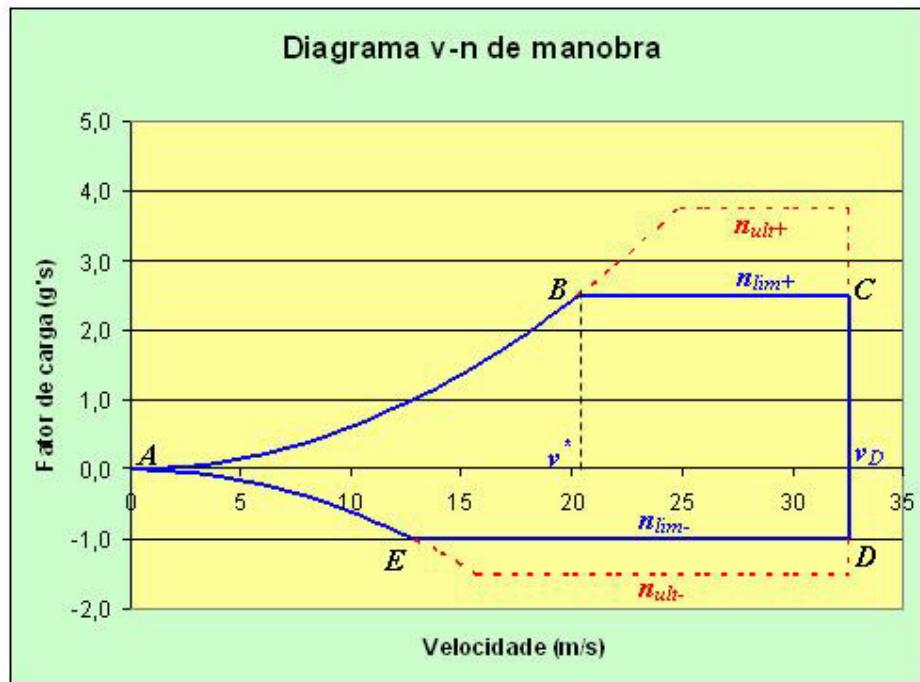
<i>v</i> (m/s)	<i>n</i> (g's)
24,86	3,75
26	3,75
28	3,75
30	3,75
32,5	3,75

A linha que limita o fator de carga último negativo de 1,5 foi obtida com a velocidade variando de 15,73m/s até a velocidade de mergulho, a tabela resultante está apresentada a seguir.

<i>v</i> (m/s)	<i>n</i> (g's)
15,73	-1,5
18	-1,5
20	-1,5
22	-1,5
24	-1,5
26	-1,5
28	-1,5
30	-1,5
32,5	-1,5

O diagrama *v-n* resultante para o exemplo apresentado é:





4.12 – Desempenho em curva

Até o presente ponto foram avaliadas as características de desempenho da aeronave considerando-se um voo retilíneo, porém para a competição AeroDesign, é importante se conhecer as características de desempenho da aeronave durante uma curva realizada a partir de uma determinada condição de voo reto e nivelado com velocidade e altitude constante, pois durante o percurso a ser realizado para se completar a missão, no mínimo serão necessárias a realização de quatro curvas conforme pode ser observado na Figura 4.35 apresentada a seguir.

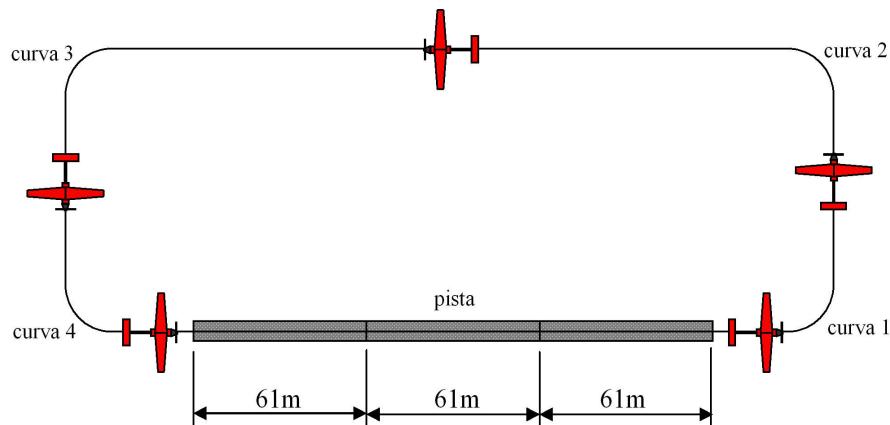
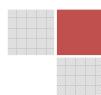


Figura 4.35 – Percurso padrão para se completar a missão.

Basicamente a característica mais importante durante a realização de uma curva é a determinação do raio de curvatura mínimo. A Figura 4.36 apresentada a seguir mostra a vista frontal de uma aeronave durante a realização de um voo em curva e as respectivas forças que atuam sobre ela nesta situação.



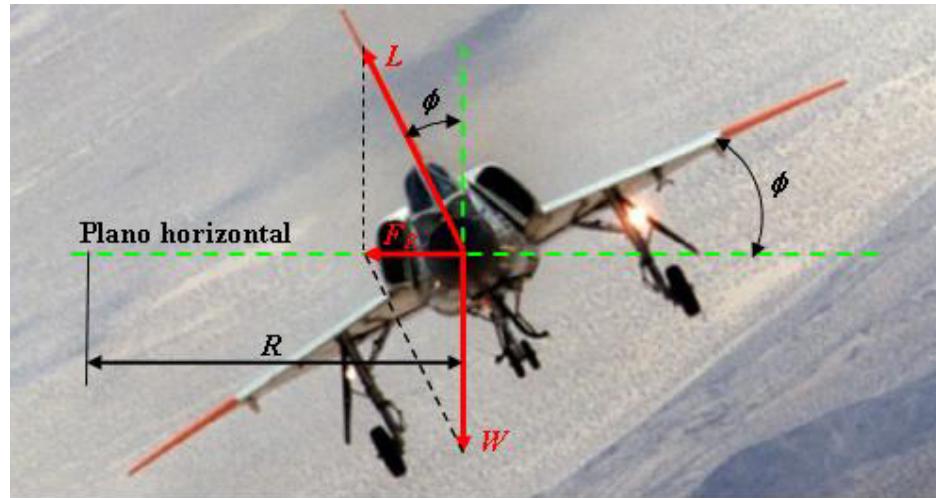


Figura 4.36 – Forças atuantes durante a realização de uma curva.

Durante a realização da curva, as asas da aeronave sofrem uma inclinação ϕ devido a deflexão dos ailerons e para se obter uma condição de equilíbrio estático durante a realização da curva, a força de sustentação é relacionada com o peso da aeronave da seguinte forma:

$$L \cdot \cos \phi = W \quad (4.120)$$

É importante reparar que para esta condição, a altitude de voo permanece constante, ou seja, a aeronave realiza uma curva nivelada.

Uma outra forma para se chegar a uma condição de equilíbrio durante a realização de uma curva é através da força resultante F_R que pode ser determinada da seguinte forma:

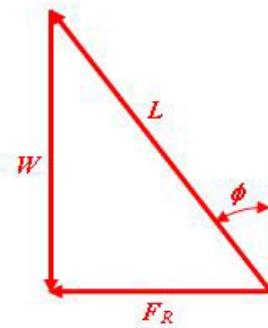
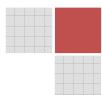


Figura 4.37 – Representação vetorial da força resultante atuante durante a realização de um voo em curva.

$$L^2 = F_R^2 + W^2 \quad (4.121)$$

$$F_R^2 = L^2 - W^2 \quad (4.121a)$$

$$F_R = \sqrt{L^2 - W^2} \quad (4.121b)$$



A força F_R representa fisicamente a força que é responsável pela realização do movimento circular da aeronave ao redor de uma circunferência de raio R , portanto, a partir da aplicação da 2^a lei de Newton, pode-se escrever que:

$$F_R = m \cdot a \quad (4.122)$$

A aceleração presente na equação (4.122) representa a aceleração centrípeta da aeronave, sendo definida a partir da física do movimento circular da seguinte forma:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (4.123)$$

onde, R representa o raio de curvatura.

Pela análise da Figura 4.36, é possível observar que:

$$F_R = L \cdot \sin\phi \quad (4.124)$$

Dessa forma, substituindo as Equações (4.123) e (4.124) na Equação (4.122), tem-se que:

$$L \cdot \sin\phi = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad (4.125)$$

Uma vez definidas as equações de equilíbrio durante a realização de um voo em curva, a formulação para se obter o raio de curvatura da aeronave deve ser realizada com base no fator de carga que atua sobre a aeronave durante a realização da manobra e a partir da Equação (4.120), pode-se escrever que:

$$\cos\phi = \frac{W}{L} \quad (4.126)$$

$$\cos\phi = \frac{1}{L/W} \quad (4.126a)$$

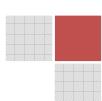
Como visto na seção anterior, o fator de carga atuante em uma aeronave é dado pela relação $n=L/W$, portanto, a Equação (4.126a) pode ser reescrita da seguinte forma.

$$\cos\phi = \frac{1}{n} \quad (4.126b)$$

E assim pode-se escrever que:

$$\phi = \arccos \frac{1}{n} \quad (4.126c)$$

Percebe-se pela análise da Equação (4.126c) que o ângulo de inclinação das asas ϕ depende somente do fator de carga atuante.



Com relação ao raio de curvatura, uma equação pode ser obtida substituindo-se a relação $m=W/g$ na Equação (4.125) resultando em:

$$L \cdot \operatorname{sen}\phi = \frac{W}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \quad (4.127)$$

Isolando-se o raio R , pode-se escrever que:

$$R = \frac{W \cdot v^2}{g \cdot L \cdot \operatorname{sen}\theta} \quad (4.128)$$

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \frac{L}{W} \cdot \operatorname{sen}\theta} \quad (4.128a)$$

Como $n = L/W$, pode-se escrever que:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot n \cdot \operatorname{sen}\theta} \quad (4.128b)$$

A partir da Equação (4.186) e da relação trigonométrica $\operatorname{sen}^2\phi + \cos^2\phi = 1$, tem-se que:

$$\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \operatorname{sen}^2\phi = 1 \quad (4.129)$$

portanto,

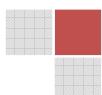
$$\operatorname{sen}^2\phi = 1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2 \quad (4.129a)$$

$$\operatorname{sen}^2\phi = 1 - \frac{1}{n^2} \quad (4.129b)$$

$$\operatorname{sen}^2\phi = \frac{n^2 - 1}{n^2} \quad (4.129c)$$

$$\operatorname{sen}^2\phi = \frac{1}{n^2} \cdot (n^2 - 1) \quad (4.129d)$$

Dessa forma tem-se que:



$$\operatorname{sen}\phi = \sqrt{\frac{1}{n^2} \cdot (n^2 - 1)} \quad (4.129e)$$

$$\operatorname{sen}\phi = \frac{1}{n} \sqrt{(n^2 - 1)} \quad (4.129f)$$

Substituindo-se a Equação (4.129f) na Equação (4.128), obtém-se:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot n \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot \sqrt{n^2 - 1} \right)} \quad (4.130)$$

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \sqrt{n^2 - 1}} \quad (4.130a)$$

Como forma de se obter um bom desempenho durante a realização da curva, é essencial que a aeronave possua condições de realizar a manobra com o menor raio de curvatura possível, pois desse modo pode-se realizar a curva com grande inclinação das asas sem que ocorra o estol.

Para aeronaves que participam da competição AeroDesign, a situação apresentada no parágrafo anterior é muito importante, pois como a aeronave opera em condições extremas de peso e a garantia da realização de uma curva segura com elevado ângulo de inclinação das asas é muito bem vinda, uma vez que para qualquer raio de curvatura maior que o mínimo garante-se com certeza que a aeronave realizará a curva com segurança e com um menor ângulo de inclinação das asas.

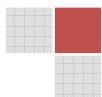
Como forma de se garantir um raio de curvatura mínimo, é possível observar a partir da Equação (4.131) que é necessário se obter o maior fator de carga possível aliado a menor velocidade de voo. Essas condições podem ser obtidas analiticamente e sua formulação é apresentada a seguir. Primeiramente será avaliado qual o máximo fator de carga que permitirá um raio de curvatura mínimo, esta análise pode ser realizada a partir da Figura 4.36, na qual pode-se perceber que um aumento no ângulo de rolamento da aeronave proporciona um aumento na força de sustentação (análise do triângulo de forças).

$$L = \frac{L_H}{\cos \phi} \quad (4.131)$$

onde L_H representa a componente da força de sustentação paralela a direção do peso e que é necessária para o voo reto e nivelado.

Conforme a sustentação aumenta, ocorre um aumento do arrasto induzido da aeronave e, portanto, para se manter o avião nivelado durante a curva, o piloto necessita aumentar a tração para compensar o aumento do arrasto, dessa forma, existe o limite entre a tração requerida e a disponível que restringe o ângulo de rolamento a um valor máximo, onde acima deste a tração requerida passa a ser maior que a disponível e a aeronave não consegue mais realizar a curva sem que ocorra perda de altitude ou então o que é pior, o estol de ponta de asa.

Como o fator de carga n é função do ângulo de rolamento ϕ , a Equação (126b) pode ser reescrita da seguinte forma.



$$n = \frac{1}{\cos \phi} \quad (4.132)$$

Assim, pode-se notar que se o ângulo ϕ está diretamente relacionado à tração disponível da aeronave, por meio da Equação (4.132), o fator de carga máximo para se manter uma curva sem perda de altitude a uma determinada velocidade estará diretamente relacionado a máxima tração disponível.

Como a tração é relacionada com a força de arrasto da aeronave, o máximo fator de carga possível para se manter uma curva nivelada pode ser obtido a partir da polar de arrasto da aeronave da seguinte forma.

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + K \cdot C_L^2) \quad (4.133)$$

como forma de se manter a curva nivelada, as seguintes relações são válidas:

$$T = D \quad (4.134)$$

$$L = n \cdot W \quad (4.135)$$

assim, pela Equação (4.135) pode-se escrever que:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_L = n \cdot W \quad (4.136)$$

$$C_L = \frac{2 \cdot n \cdot W}{\rho \cdot v^2 \cdot S} \quad (4.137)$$

Substituindo as Equações (4.133) e (4.137) na Equação (4.134), tem-se que:

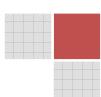
$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \left[C_{D0} + K \cdot \left(\frac{2 \cdot n \cdot W}{\rho \cdot v^2 \cdot S} \right)^2 \right] \quad (4.138)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \left(C_{D0} + \frac{4 \cdot K \cdot n^2 \cdot W^2}{\rho^2 \cdot v^4 \cdot S^2} \right) \quad (4.138a)$$

$$\frac{2 \cdot T}{\rho \cdot v^2 \cdot S} = C_{D0} + \frac{4 \cdot K \cdot n^2 \cdot W^2}{\rho^2 \cdot v^4 \cdot S^2} \quad (4.138b)$$

$$\frac{2 \cdot T}{\rho \cdot v^2 \cdot S} - C_{D0} = \frac{4 \cdot K \cdot n^2 \cdot W^2}{\rho^2 \cdot v^4 \cdot S^2} \quad (4.138c)$$

$$\frac{\rho^2 \cdot v^4 \cdot S^2}{4 \cdot K \cdot W^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot T}{\rho \cdot v^2 \cdot S} - C_{D0} \right) = n^2 \quad (4.138d)$$



$$\frac{2 \cdot T \cdot \rho^2 \cdot v^4 \cdot S^2}{4 \cdot K \cdot W^2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S} - \frac{\rho^2 \cdot v^4 \cdot C_{D0} \cdot S^2}{4 \cdot K \cdot W^2} = n^2 \quad (4.138e)$$

$$\frac{T \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2 \cdot K \cdot W^2} - \frac{\rho^2 \cdot v^4 \cdot C_{D0} \cdot S^2}{4 \cdot K \cdot W^2} = n^2 \quad (4.138f)$$

$$n = \left(\frac{T \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2 \cdot K \cdot W^2} - \frac{\rho^2 \cdot v^4 \cdot C_{D0} \cdot S^2}{4 \cdot K \cdot W^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.138g)$$

A condição necessária para se obter o mínimo raio de curvatura pode ser obtida a partir da Equação (4.130a), fazendo-se $dR/dv = 0$.

Como a pressão dinâmica é dada por:

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (4.139)$$

tem-se na Equação (4.139) que:

$$v^2 = \frac{2 \cdot q}{\rho} \quad (4.139a)$$

Assim, a Equação (4.130a) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$R = \frac{2 \cdot q}{g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1}} \quad (4.140)$$

Neste ponto é importante lembrar que o fator de carga também depende da velocidade da aeronave, e, portanto da pressão dinâmica. Dessa forma, o mesmo também deve ser derivado como forma de se encontrar o raio de curvatura mínimo.

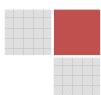
Derivando-se a Equação (4.140) com relação a q , tem-se que:

$$\frac{d}{dq} \left(\frac{2 \cdot q}{g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1}} \right) = \frac{d}{dq} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2} = 0 \quad (4.141)$$

considerando que $u = 2 \cdot q$ e $v = g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1}$, tem-se que:

$$u' = \frac{d}{dq} 2 \cdot q = 2 \quad (4.142)$$

$$u' = \frac{d}{dq} g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1} = g \cdot \rho \cdot n \cdot (n^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \frac{dn}{dq} \quad (4.143)$$



Substituindo-se as Equações (4.142) e (4.143) na Equação (4.141), tem-se que:

$$\frac{dR}{dq} = \frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1} - 2 \cdot q \cdot g \cdot \rho \cdot n \cdot (n^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{dn}{dq}}{(g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1})^2} = 0 \quad (4.144)$$

$$\frac{dR}{dq} = \frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1} - 2 \cdot q \cdot g \cdot \rho \cdot n \cdot (n^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{dn}{dq}}{g^2 \cdot \rho^2 \cdot (n^2 - 1)} = 0 \quad (4.144a)$$

como o termo $g^2 \cdot \rho^2 \cdot (n^2 - 1)$ no denominador da função é diferente de zero, pois $n > 1$, a única forma de se zerar a Equação (4.144a) é que o numerador seja nulo, portanto:

$$2 \cdot g \cdot \rho \cdot \sqrt{n^2 - 1} - 2 \cdot q \cdot g \cdot \rho \cdot \frac{n}{\sqrt{(n^2 - 1)}} \cdot \frac{dn}{dq} = 0 \quad (4.145)$$

$$\frac{2 \cdot g \cdot \rho \cdot (\sqrt{n^2 - 1})^2 - 2 \cdot q \cdot g \cdot \rho \cdot n}{\sqrt{(n^2 - 1)}} \cdot \frac{dn}{dq} = 0 \quad (4.145a)$$

novamente o denominador da função é diferente de zero, portanto:

$$2 \cdot g \cdot \rho \cdot (\sqrt{n^2 - 1})^2 - 2 \cdot q \cdot g \cdot \rho \cdot n \cdot \frac{dn}{dq} = 0 \quad (4.146)$$

$$2 \cdot g \cdot \rho \cdot (n^2 - 1) - 2 \cdot q \cdot g \cdot \rho \cdot n \cdot \frac{dn}{dq} = 0 \quad (4.146a)$$

$$2 \cdot g \cdot \rho \cdot [(n^2 - 1) - q \cdot n] \frac{dn}{dq} = 0 \quad (4.146b)$$

como o termo $(2 \cdot g \cdot \rho)$ é uma constante diferente de zero, pode-se escrever que:

$$n^2 - 1 - q \cdot n \cdot \frac{dn}{dq} = 0 \quad (4.146c)$$

A partir da Equação (4.138g), tem-se que:

$$n^2 = \frac{T \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2 \cdot K \cdot W^2} - \frac{\rho^2 \cdot v^4 \cdot C_{D0} \cdot S^2}{4 \cdot K \cdot W^2} \quad (4.147)$$

considerando a pressão dinâmica q , a Equação (4.147) pode ser reescrita do seguinte modo:



$$n^2 = \frac{q \cdot T \cdot S}{K \cdot W^2} - \frac{q^2 \cdot C_{D0} \cdot S^2}{K \cdot W^2} \quad (4.148)$$

$$n^2 = \frac{q}{K \cdot (W/S)} \cdot \left(\frac{T}{W} \right) - \frac{q^2 \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} \quad (4.148a)$$

$$n^2 = \left[\frac{q}{K \cdot (W/S)} \cdot \left(\frac{T}{W} \right) \right] - \left[\frac{q^2}{K \cdot (W/S)} \cdot \frac{C_{D0}}{(W/S)} \right] \quad (4.148b)$$

$$n^2 = \frac{q}{K \cdot (W/S)} \left[\left(\frac{T}{W} - \frac{q \cdot C_{D0}}{(W/S)} \right) \right] \quad (4.148c)$$

Derivando-se a Equação (4.148c), tem-se que:

$$2 \cdot n \cdot dn = \frac{\left(\frac{T}{W} \right)}{K \cdot (W/S)} - \frac{2 \cdot q \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} dq \quad (4.149)$$

$$n \cdot \frac{dn}{dq} = \frac{\left(\frac{T}{W} \right)}{2 \cdot K \cdot (W/S)} - \frac{2 \cdot q \cdot C_{D0}}{2 \cdot K \cdot (W/S)^2} \quad (4.149a)$$

$$n \cdot \frac{dn}{dq} = \frac{\left(\frac{T}{W} \right)}{2 \cdot K \cdot (W/S)} - \frac{q \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} \quad (4.149b)$$

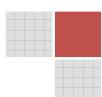
Substituindo as Equações (4.148c) e (4.149b) na Equação (4.146c), tem-se que:

$$\frac{q}{K \cdot (W/S)} \cdot \frac{T}{W} - \frac{q^2 \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} - 1 - \frac{q}{2 \cdot K \cdot (W/S)} \cdot \frac{T}{W} + \frac{q^2 \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} \quad (4.150)$$

$$\left(\frac{q}{K \cdot (W/S)} \cdot \frac{T}{W} - \frac{q}{2 \cdot K \cdot (W/S)} \cdot \frac{T}{W} \right) - 1 + \left(\frac{q^2 \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} - \frac{q^2 \cdot C_{D0}}{K \cdot (W/S)^2} \right) = 0 \quad (4.150a)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{q}{K \cdot (W/S)} \cdot \frac{T}{W} - 1 = 0 \quad (4.150b)$$

$$\frac{q(T/W)}{2 \cdot K \cdot (W/S)} = 1 \quad (4.150c)$$



ou

$$q = \frac{2 \cdot K \cdot (W/S)}{(T/W)} \quad (4.150d)$$

como $q = 1/2 \cdot \rho \cdot v^2$, tem-se que:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \frac{2 \cdot K \cdot (W/S)}{(T/W)} \quad (4.150e)$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho \cdot (T/W)} \quad (4.150f)$$

$$v_{R \min} = \sqrt{\frac{4 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho \cdot (T/W)}} \quad (4.150g)$$

A Equação (4.150g) é utilizada como forma de se determinar a velocidade que proporciona o raio de curvatura mínimo. O fator de carga correspondente a esta velocidade é obtido com a substituição da Equação (4.150g) na Equação (4.147), assim tem-se que:

$$n^2 = \frac{2 \cdot K \cdot (W/S)}{(T/W) \cdot K} \cdot \frac{(T/W)}{(W/S)} - \frac{4 \cdot K^2 \cdot (W/S)^2 \cdot C_{D0}}{(T/W)^2 \cdot K \cdot (W/S)^2} \quad (4.151)$$

$$n^2 = 2 - \frac{4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2} \quad (4.151a)$$

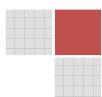
$$n_{R \min} = \sqrt{2 - \frac{4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2}} \quad (4.151b)$$

A Equação (4.151b) é utilizada para a determinação do fator de carga correspondente ao raio de curvatura mínimo.

A Equação que determina o raio de curvatura mínimo pode ser obtida pela substituição das Equações (4.150g) e (4.151b) na Equação (4.130a) portanto:

$$R_{\min} = \frac{\left(\sqrt{\frac{4 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho(T/W)}} \right)^2}{g \cdot \sqrt{\frac{2 - 4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2} - 1}} \quad (4.152)$$

$$R_{\min} = \frac{\frac{4 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho(T/W)}}{g \cdot \sqrt{\frac{2 - 4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2} - 1}} \quad (4.152a)$$



$$R_{\min} = \frac{4 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho \cdot g \cdot (T/W) \cdot \sqrt{\frac{1 - 4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2}}} \quad (4.152b)$$

Exemplo 4.17– Determinação do raio de curvatura mínimo.

Para a aeronave modelo do presente capítulo, determine o raio de curvatura mínimo e o máximo ângulo de inclinação permissível para as asas para uma curva realizada em condições de atmosfera padrão ao nível do mar.

Solução:

A máxima tração disponível ao nível do mar na velocidade de estol da aeronave é $T_{dmáx} = 31,14\text{N}$, portanto a relação $(T/W)_{máx}$ é:

$$\left(\frac{T}{W}\right)_{máx} = \left(\frac{31,14}{150}\right) = 0,2076$$

A carga alar (W/S) é:

$$\left(\frac{W}{S}\right) = \left(\frac{150}{0,9}\right) = 166,66 \text{ N/m}^2$$

Dessa forma, a velocidade que proporciona o raio de curvatura mínimo é calculada pela aplicação da Equação (4.150g) do seguinte modo:

$$v_{R\min} = \sqrt{\frac{4 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho \cdot (T/W)}}$$

$$v_{R\min} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,065 \cdot (166,66)}{1,225 \cdot (0,2076)}}$$

$$v_{R\min} = 13,05 \text{ m/s}$$

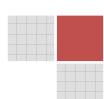
O fator de carga que proporciona o raio de curvatura mínimo é calculado pela aplicação da Equação (4.151b):

$$n_{R\min} = \sqrt{2 - \frac{4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2}}$$

$$n_{R\min} = \sqrt{2 - \frac{4 \cdot 0,065 \cdot 0,022}{(0,2076)^2}}$$

$$n_{R\min} = 1,366$$

O raio de curvatura mínimo é calculado pela Equação (4.152b) do seguinte modo:



$$R_{\min} = \frac{4 \cdot K \cdot (W/S)}{\rho \cdot g \cdot (T/W) \cdot \sqrt{\frac{1 - 4 \cdot K \cdot C_{D0}}{(T/W)^2}}}$$

$$R_{\min} = \frac{4 \cdot 0,065 \cdot (166,66)}{1,225 \cdot 9,81 \cdot (0,2076) \cdot \sqrt{\frac{1 - 4 \cdot 0,065 \cdot 0,022}{(0,2076)^2}}}$$

$$R_{\min} = 18,65 \text{ m}$$

E o máximo ângulo permissível para a inclinação das asas dado por:

$$\phi = \arccos \frac{1}{n_{R\min}}$$

$$\phi = \arccos \frac{1}{1,366}$$

$$\phi = 42,96^\circ$$

Este resultado indica que em qualquer raio maior que o mínimo a aeronave é capaz de realizar a curva com um ângulo de inclinação menor, fator muito importante para os voos durante a competição AeroDesign.

4.13 – Envelope de voo e teto absoluto

O envelope de voo é uma representação gráfica da capacidade de uma aeronave se manter em uma condição de voo reto e nivelado em uma determinada velocidade e altitude. Este gráfico mostra a faixa de velocidades de operação de uma aeronave em função da altitude e para um voo subsônico sua forma genérica é mostrada na Figura 4.38.

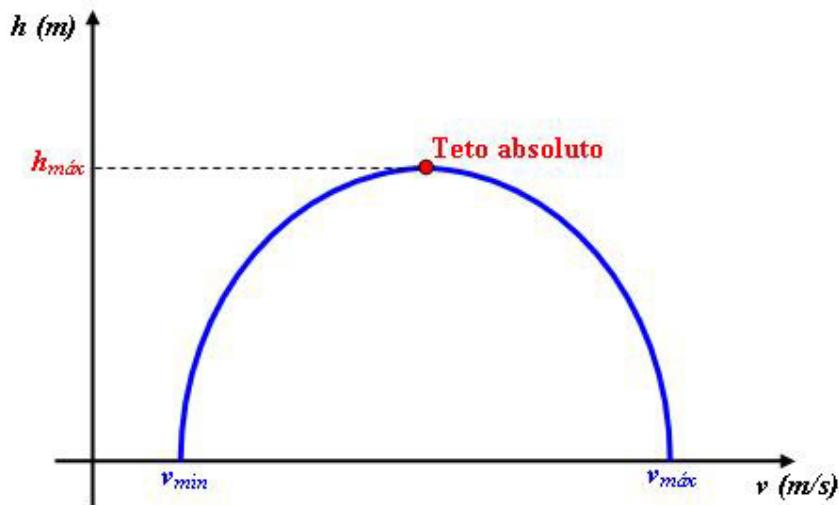
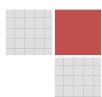


Figura 4.38 – Envelope de voo característico para regime subsônico.



A Figura 4.38 pode ser obtida através das curvas de tração ou potência considerando-se a variação da altitude, onde em cada condição de voo, a intersecção das curvas de tração ou potência fornece os valores da velocidade mínima e máxima da aeronave. Essas velocidades limitam a envoltória que define o envelope de voo da aeronave.

É importante observar que conforme a altitude aumenta ocorre uma redução da densidade do ar e assim a sobra de tração ou potência tornam-se cada vez menor e portanto, a diferença entre as velocidades mínima e máxima da aeronave também será cada vez menor, até que em uma determinada altitude acorra uma situação onde $v_{min} = v_{máx}$ e assim existe apenas uma única velocidade na qual é possível manter o voo reto e nivelado da aeronave.

A altitude na qual $v_{min} = v_{máx}$ representa o teto absoluto da aeronave, ou seja, nesta altitude não existe mais sobra de tração ou potência e, portanto, a aeronave não possui mais condições de ganhar altura. Como visto anteriormente na análise da influência da altitude na variação das curvas de tração ou potência, o teto absoluto é definido pelo ponto de tangência entre a requerida e a disponível.

O envelope de voo de uma aeronave também é dependente da velocidade de estol, pois como visto anteriormente, muitas vezes a velocidade de estol é maior que a velocidade mínima obtida nas curvas de tração ou potência, e quando isto ocorre, a velocidade de estol passa a representar o limite aerodinâmico da aeronave. Considerando a variação da velocidade de estol conforme a altitude de voo aumenta, o gráfico da Figura 4.38 pode ser representado da seguinte forma:

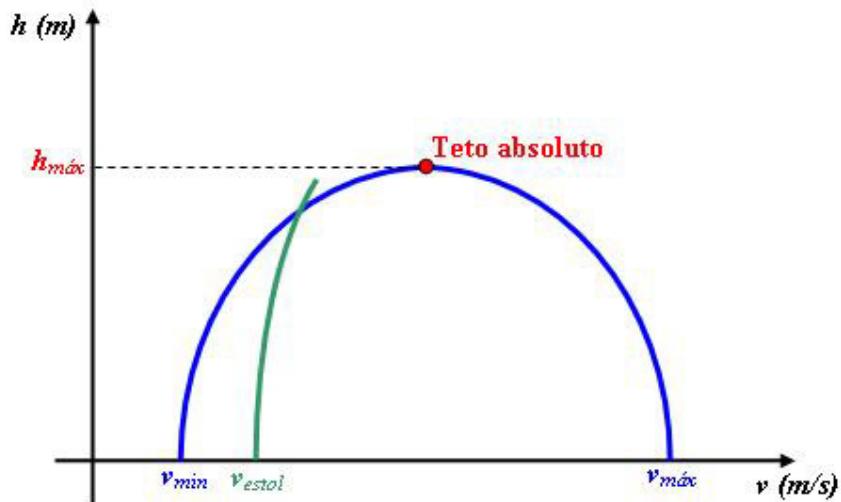
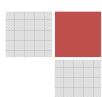


Figura 4.39 – Influência da velocidade de estol no envelope de voo.

A linha verde representa a influência da velocidade de estol no envelope de voo da aeronave e pode ser calculada em função da altitude da seguinte forma:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \quad (4.153)$$

Analizando-se a Equação (4.153), pode-se perceber que o aumento da altitude e a consequente redução na densidade do ar mantendo-se o peso, a área da asa e o valor do $C_{Lmáx}$, provoca um aumento da velocidade de estol e assim esta passa a ser o limite operacional da aeronave determinando o contorno do envelope de voo.



Como citado, o envelope de voo representa as limitações operacionais de velocidade para se garantir um voo reto e nivelado de uma aeronave em uma determinada altitude, portanto, um voo realizado exatamente sobre da envoltória do envelope de voo, significa um voo no qual $T_d = T_r$ ou $P_d = P_r$, nessas condições, a aeronave está no seu limite de voo, pois a manete de tração está ajustada ao máximo, e, dessa forma, percebe-se que não há como se manter em voo com uma velocidade abaixo da mínima ou acima da máxima apenas com o auxílio do motor.

Para qualquer outra condição de velocidade e altitude que se encontra dentro da envoltória do envelope de voo, a aeronave pode voar seguramente com a manete de tração regulada em uma posição abaixo da máxima.

Outra velocidade importante para o traçado do envelope de voo é a velocidade do ponto de manobra da aeronave, pois esta também varia com a altitude e define o limite estrutural da aeronave e pode ser calculada a partir da aplicação da Equação (4.154a) apresentada a seguir.

$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}} \quad (4.154)$$

$$v^* = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}} \cdot \sqrt{n_{máx}} \quad (4.154a)$$

Como o fator de carga máxima é fixo para o projeto em desenvolvimento, novamente é possível perceber que a variação da densidade do ar e o respectivo aumento da velocidade de estol influem decisivamente na capacidade estrutural da aeronave. Geralmente em altitudes mais baixas a velocidade do ponto de manobra é menor que a velocidade máxima, e assim, levando-se em consideração a variação da velocidade do ponto de manobra com relação ao aumento da altitude, o envelope de voo pode ser representado da seguinte forma:

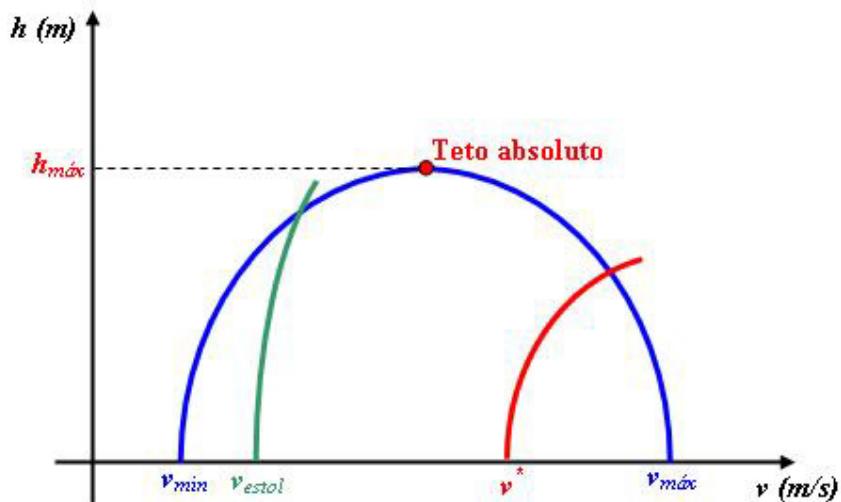
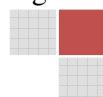


Figura 4.40 – Influência da velocidade do ponto de manobra no envelope de voo.

Pela análise da Figura 4.40, é possível observar que o envelope de voo da aeronave é limitado em suas extremidades pela velocidade de estol e pela velocidade do ponto de manobra, assim, uma representação mais fiel do envelope de voo é mostrada a seguir na Figura 4.41.



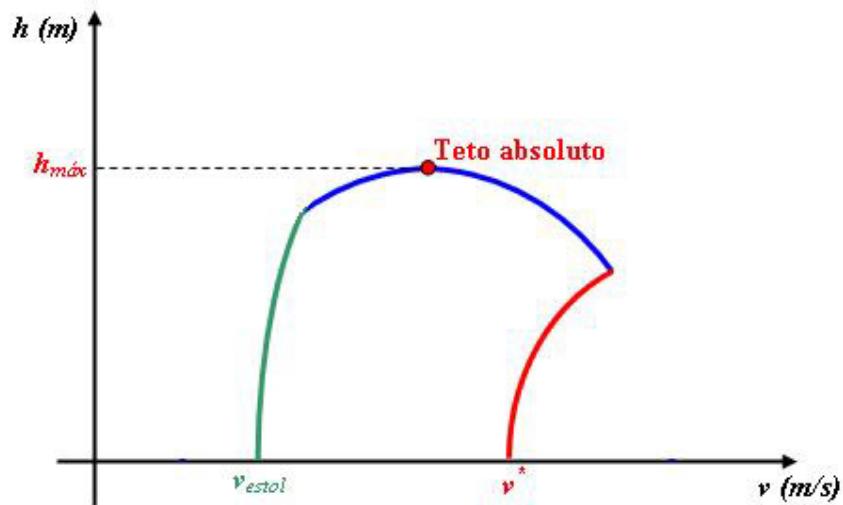


Figura 4.41 – Envelope de voo considerando a influência da velocidade de estol e da velocidade do ponto de manobra.

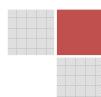
Exemplo 4.18 – Determinação do envelope de voo e do teto absoluto.

Para a aeronave modelo utilizada como referência no presente capítulo, determine o envelope de voo e o teto absoluto considerando a influência da velocidade de estol (limite aerodinâmico) e da velocidade do ponto de manobra (limite estrutural).

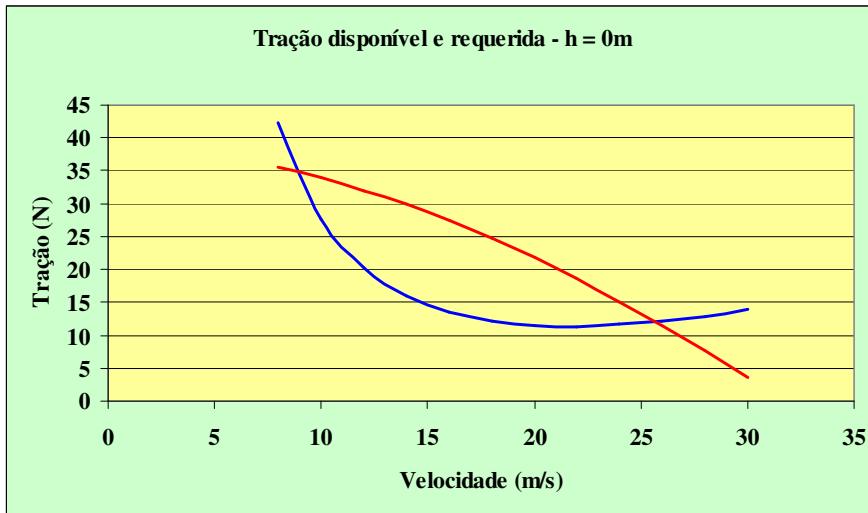
Considere na análise uma variação de altitude entre o nível do mar ($h=0$) e o teto absoluto da aeronave com incrementos de 500m nos valores de altitude.

Solução:

A determinação do envelope de voo da aeronave em estudo foi realizada mediante a construção das curvas de tração disponível e requerida para diversas altitudes. O modelo aplicado é idêntico ao utilizado na solução do Exemplo 4.1, porém o processo foi repetido para diferentes altitudes e as velocidades mínima e máxima obtidas no ponto de intersecção das curvas foram utilizadas para a construção da envoltória do envelope de voo. Além dessas velocidades, também foi calculado a variação da velocidade de estol com a altitude e a variação da velocidade do ponto de manobra com o fator de carga limite de 2,5 adotado para a construção do diagrama $v-n$.



Para $h = 0\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 9m/s e 25,8m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

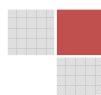
$$v_{estol} = 12,84 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

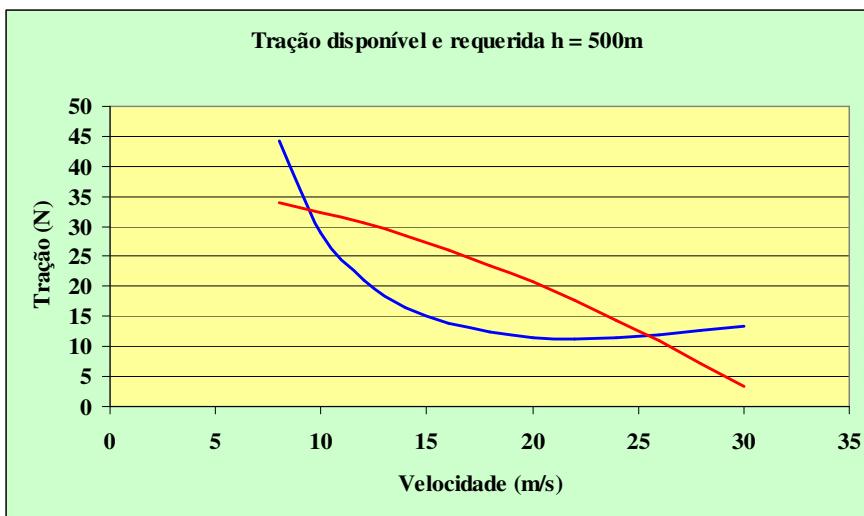
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 12,84 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 20,30 \text{ m/s}$$



Para $h = 500m$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 9,4m/s e 25,6m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,1673 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

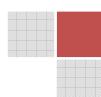
$$v_{estol} = 13,155 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

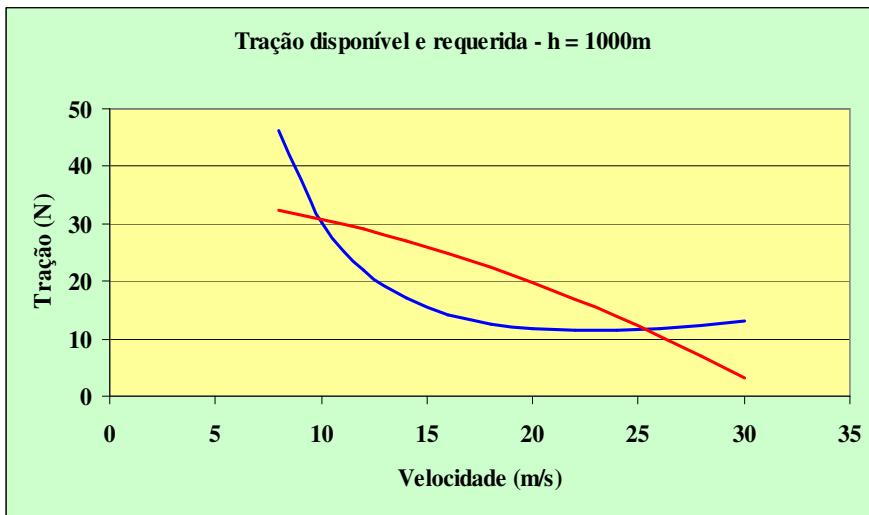
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 13,155 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 20,80 \text{ m/s}$$



Para $h = 1000\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 9,8m/s e 25,4m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,1117 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 13,480 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

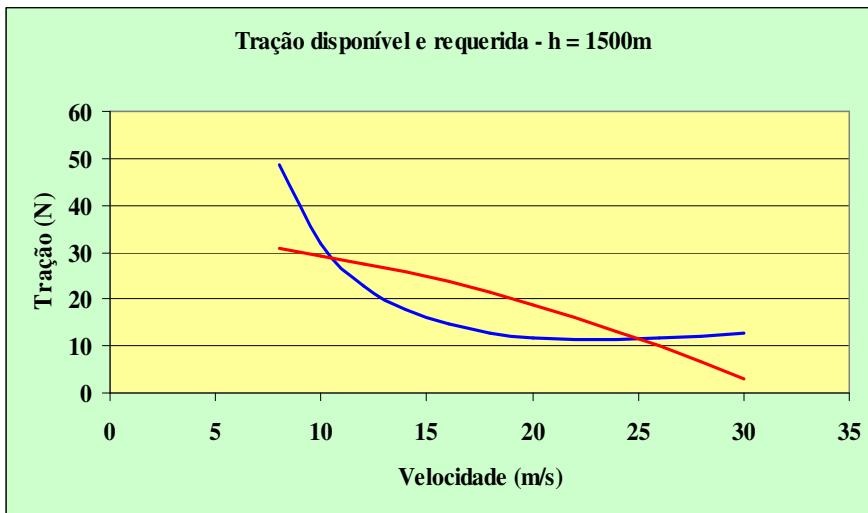
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 13,480 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 21,314 \text{ m/s}$$



Para $h = 1500\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 10,3m/s e 25,1m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,0581 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 13,817 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

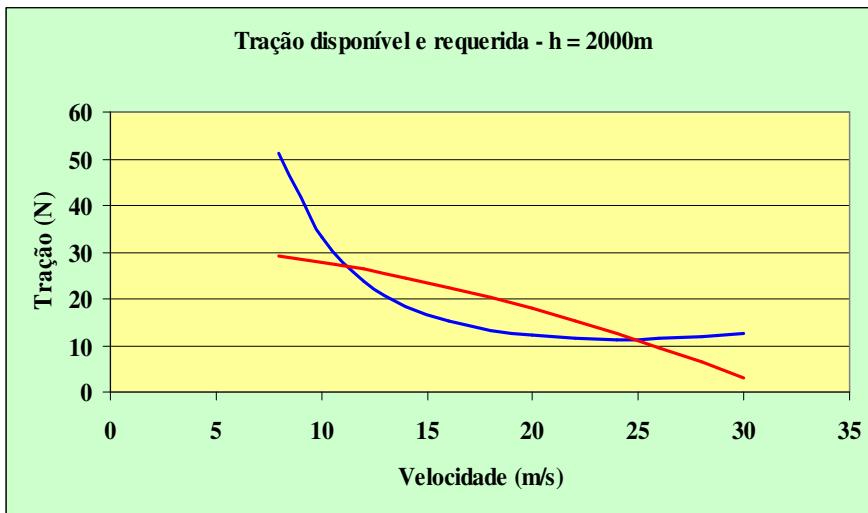
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 13,817 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 21,847 \text{ m/s}$$



Para $h = 2000\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 11m/s e 24,8m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{1,0066 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

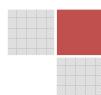
$$v_{estol} = 14,166 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

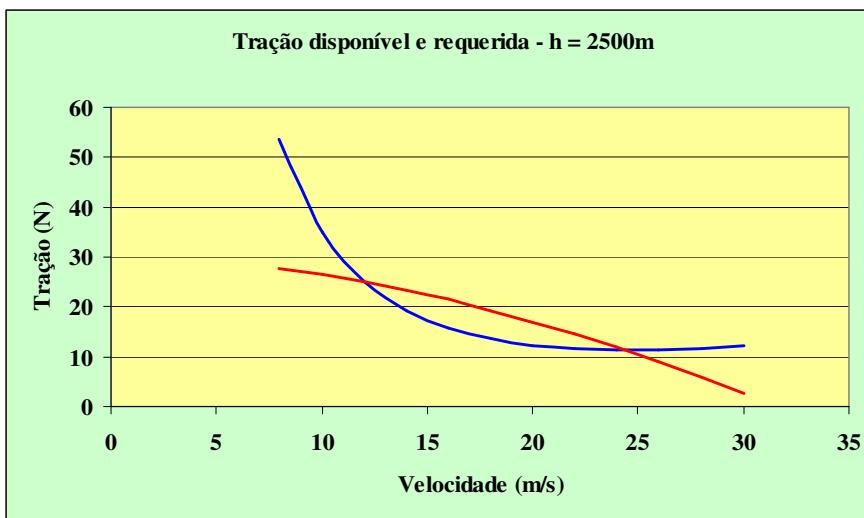
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 14,166 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 22,399 \text{ m/s}$$



Para $h = 2500\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 11,79m/s e 24,35m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{0,95696 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

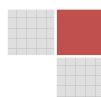
$$v_{estol} = 14,529 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

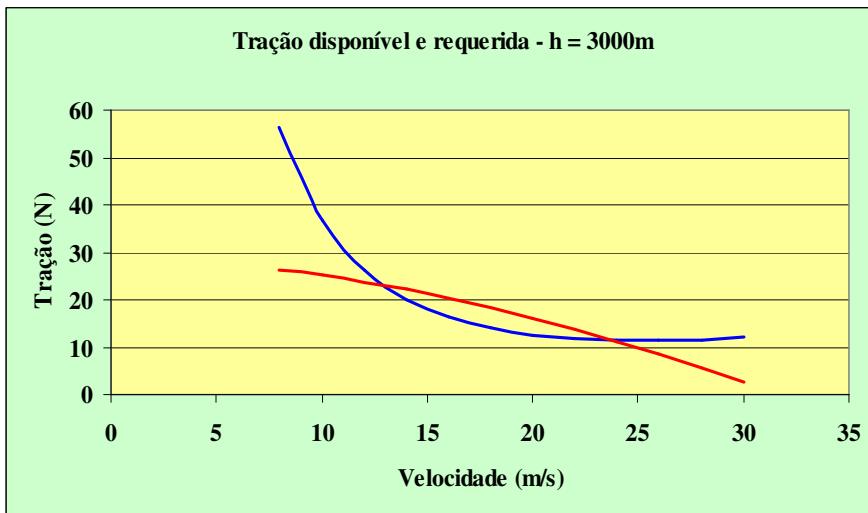
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 14,529 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 22,973 \text{ m/s}$$



Para $h = 3000\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 12,7m/s e 23,9m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{0,90926 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

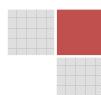
$$v_{estol} = 14,905 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

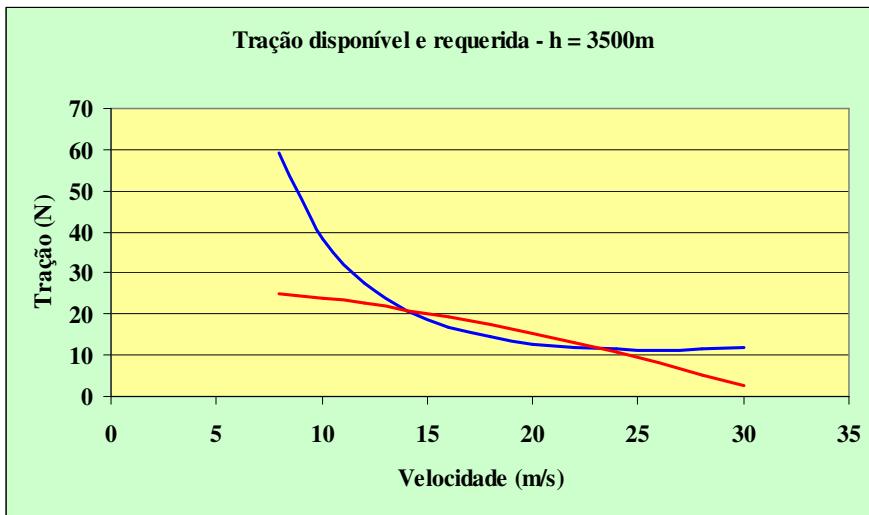
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 14,905 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 23,568 \text{ m/s}$$



Para $h = 3500\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 13,8m/s e 23,35m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{0,86341 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

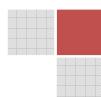
$$v_{estol} = 15,296 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

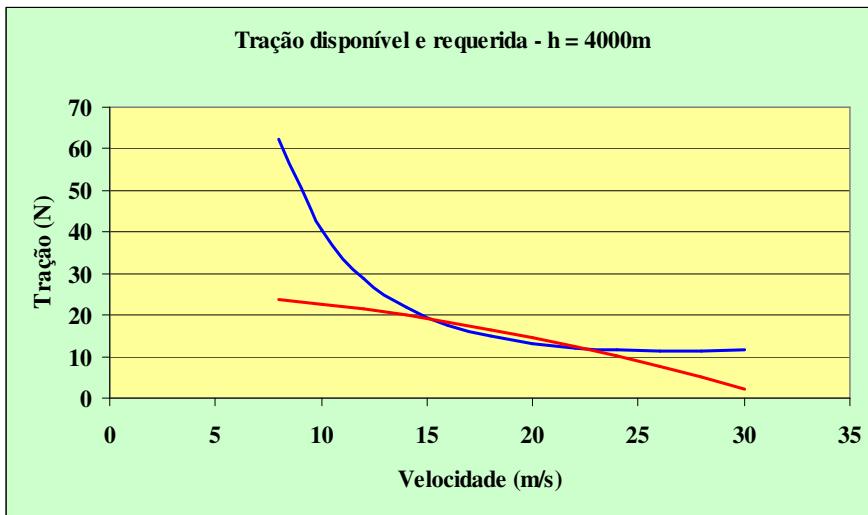
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 15,296 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 24,185 \text{ m/s}$$



Para $h = 4000\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 15m/s e 22,6m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{0,81935 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

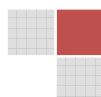
$$v_{estol} = 15,702 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

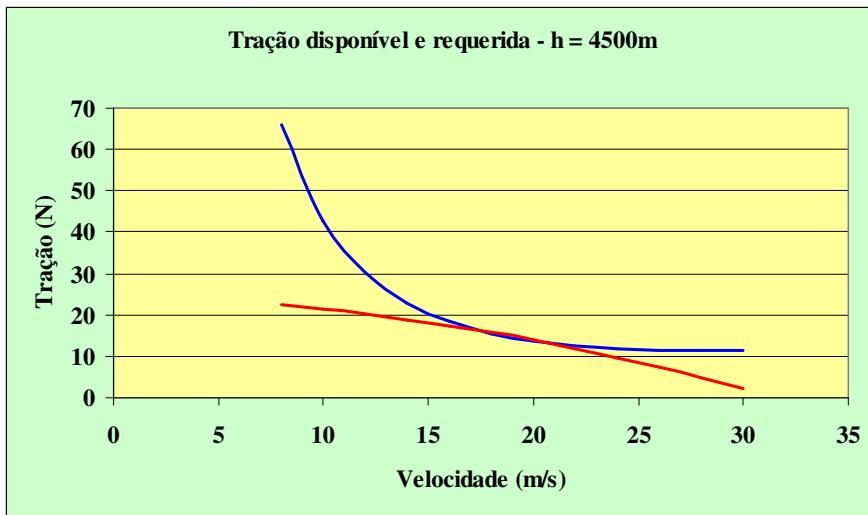
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 15,702 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 24,827 \text{ m/s}$$



Para $h = 4500\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 16,5m/s e 21m/s

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{0,777 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

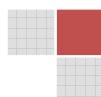
$$v_{estol} = 16,124 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

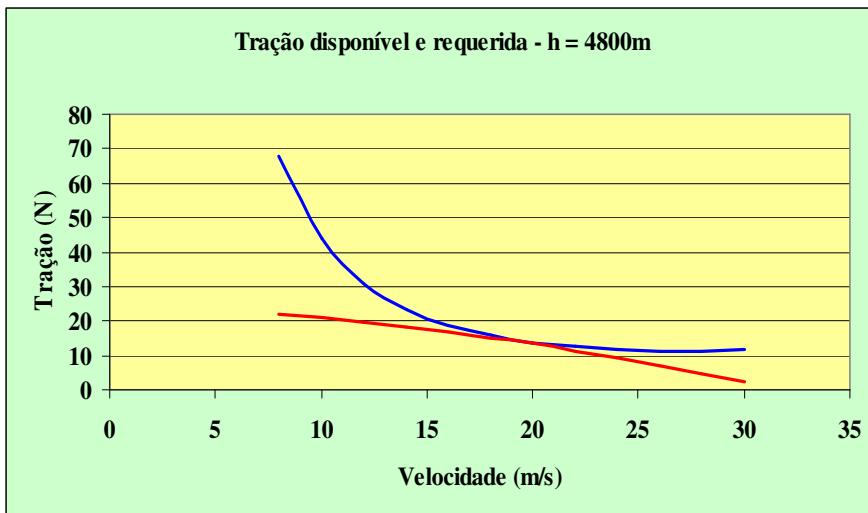
$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 16,124 \cdot \sqrt{2,5}$$

$$v^* = 25,494 \text{ m/s}$$



Para $h = 4800\text{m}$, a seguinte curva de tração disponível e requerida foi obtida:



Pela análise do gráfico é possível identificar as velocidades máxima e mínima que são respectivamente 19m/s e 19m/s, delimitando assim o teto absoluto de voo da aeronave.

A velocidade de estol foi determinada pela aplicação da Equação (2.31a) para esta altitude

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150}{0,75247 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 116,385 \text{ m/s}$$

A velocidade de manobra nesta altitude foi determinada pela Equação (4.116a):

$$v^* = v_{estol} \cdot \sqrt{n_{máx}}$$

$$v^* = 116,385 \cdot \sqrt{2,5}$$

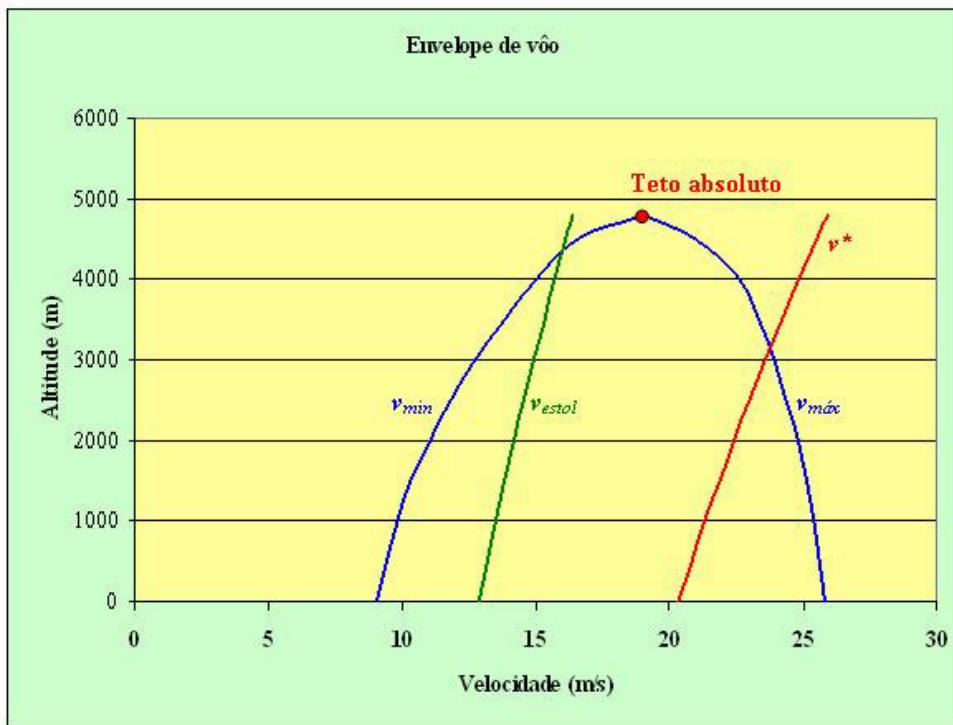
$$v^* = 25,907 \text{ m/s}$$



A partir da análise realizada, a tabela com os resultados obtidos é a seguinte:

h (m)	v_{min} (m/s)	$v_{máx}$ (m/s)	v_{estol} (m/s)	v^* (m/s)
0	9,000	25,800	12,841	20,304
500	9,400	25,600	13,155	20,800
1000	9,800	25,400	13,480	21,314
1500	10,300	25,100	13,817	21,847
2000	11,000	24,800	14,166	22,399
2500	11,790	24,350	14,529	22,973
3000	12,700	23,900	14,905	23,568
3500	13,800	23,350	15,296	24,185
4000	15,000	22,600	15,702	24,827
4500	16,500	21,000	16,124	25,494
4800	19,000	19,000	16,385	25,907

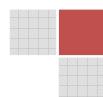
E o gráfico do envelope de voo é:



Pela análise do gráfico é possível observar que o teto absoluto de voo da aeronave em estudo é 4800m.

4.14 – Tempo estimado para a missão

O regulamento da competição SAE-AeroDesign especifica que a aeronave deve decolar, sobrevoar o campo realizando uma volta completa e pousar novamente na pista. Um exemplo de um circuito padrão e suas respectivas distâncias aproximadas pode ser visto na Figura 4.42 apresentada a seguir.



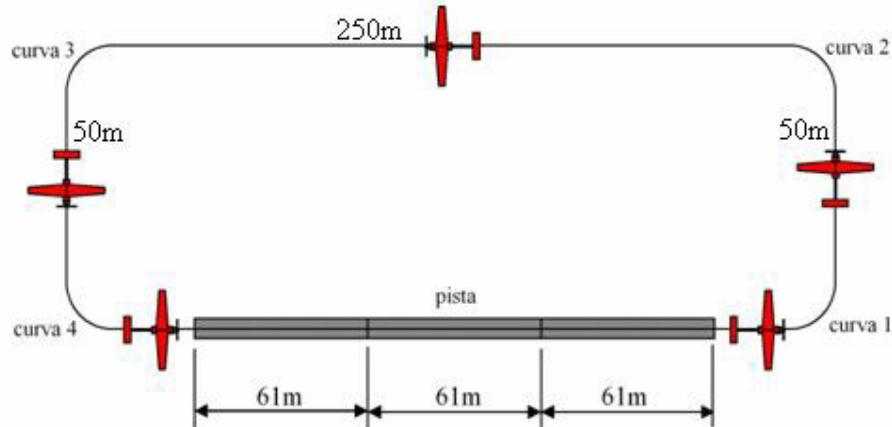


Figura 4.42 – Circuito padrão com as distâncias aproximadas.

Considerando-se todas as condições de desempenho anteriormente estudadas no presente capítulo e as distâncias aproximadas para se completar o percurso, é possível se estimar qual será o tempo necessário para que a aeronave complete a missão. É muito importante citar que a metodologia apresentada nesta seção fornece um resultado aproximado do tempo de voo necessário, e que o resultado exato requer uma análise muito complexa e que envolve estudos de otimização de trajetórias que fogem do escopo deste livro.

A importância em se estimar o tempo de voo se reflete diretamente nas dimensões necessárias para o tanque de combustível como forma de se garantir que não ocorra uma pane seca durante o voo, que acarretaria na invalidação do voo e talvez até na desclassificação da equipe.

A estimativa de tempos pode ser realizada através da somatória de todas as parcelas de tempo em cada etapa do voo. Basicamente a aeronave decola, ganha altura, realiza um voo de cruzeiro com determinada altura, realiza um voo de planeio e pouso terminando o percurso em uma condição de repouso. A Figura 4.43 mostra um modelo da trajetória realizada pela aeronave.

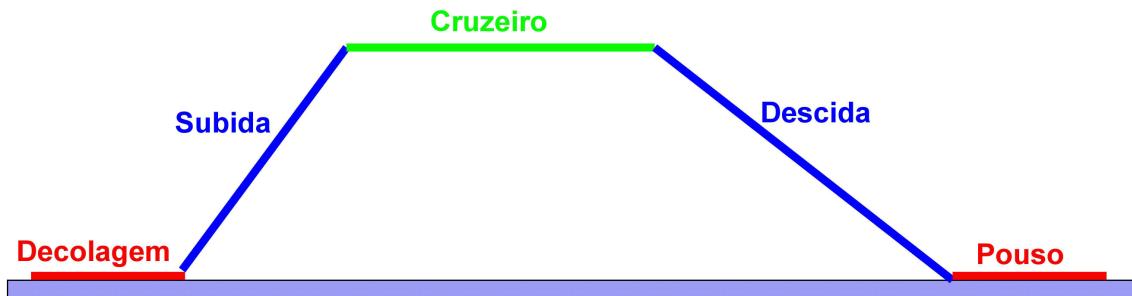


Figura 4.43 – Modelo da trajetória de voo.

Pela análise da Figura 4.43, é possível observar que o tempo total aproximado para a aeronave completar a missão é dado pela somatória dos tempos parciais para cada uma das cinco etapas de voo representadas (decolagem, subida, cruzeiro, descida e pouso), portanto, pode-se escrever que:

$$t_T = \sum_1^n t_n = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \dots + t_n \quad (4.155)$$

onde t_T representa o tempo total e t_n os tempos parciais para cada etapa da missão.



É importante lembrar que para cada uma das etapas acima descritas a aeronave encontra-se em uma condição cinemática diferente, ou seja, nos procedimentos de decolagem e pouso será considerado um movimento uniformemente variado com uma aceleração média e uma desaceleração média constante e durante os procedimentos de subida, cruzeiro e planeio será considerado um voo com velocidade constante.

O tempo total encontrado será aproximado porém bem próximo de uma condição real para o AeroDesign, portanto, pode-se concluir que a metodologia apresentada a seguir é muito satisfatória para se estimar o tempo necessário para que uma aeronave destinada a participar do AeroDesign complete a missão.

Primeiro será estimado o tempo necessário para a decolagem da aeronave, considerando que a mesma parte do repouso e acelera até a velocidade de decolagem em um intervalo de tempo t_{LO} percorrendo um comprimento de pista de 59m. A aceleração média pode ser determinada pela equação cinemática do movimento uniformemente variado da seguinte forma:

$$v_{LO}^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot S_{LO} \quad (4.156)$$

$$v_{LO}^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot S_{LO} \quad (4.156a)$$

considerando que $v_0 = 0\text{m/s}$, tem-se que:

$$v_{LO}^2 = 2 \cdot a \cdot S_{LO} \quad (4.156b)$$

$$a = \frac{v_{LO}^2}{2 \cdot S_{LO}} \quad (4.156c)$$

Uma vez determinada a aceleração média durante a corrida de decolagem, o tempo necessário para a decolagem pode ser calculado da seguinte forma:

$$v_{LO} = v_0 + a \cdot t_{LO} \quad (4.157)$$

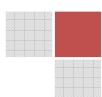
considerando que $v_0 = 0\text{m/s}$, tem-se que:

$$v_{LO} = a \cdot t_{LO} \quad (4.157a)$$

$$t_{LO} = \frac{v_{LO}}{a} \quad (4.157b)$$

Pela solução da Equação (4.157b), chega-se a um tempo aproximado para a decolagem da aeronave.

Com relação ao voo de subida, o tempo necessário para se atingir uma determinada altura em relação ao solo será calculado no presente livro considerando a máxima razão de subida e o ângulo de subida que proporciona esta condição com a subida sendo realizada com velocidade constante, portanto, a partir da cinemática do movimento uniforme, pode-se escrever que:



$$R/C_{máx} = \frac{h}{t_s} \quad (4.158)$$

$$t_s = \frac{h}{R/C_{máx}} \quad (4.158a)$$

Esta equação determina o intervalo de tempo aproximado para a aeronave atingir a altura h .

Para a condição de voo de cruzeiro, será considerado no presente livro um voo com velocidade constante e para o máximo alcance da aeronave, ou seja, em uma condição de máxima eficiência aerodinâmica, assim, tem-se que:

$$v_{cru} = \frac{S_{cru}}{t_{cru}} \quad (4.159)$$

$$t_{cru} = \frac{S_{cru}}{v_{cru}} \quad (4.159a)$$

A distância de cruzeiro representada por S_{cru} é determinada pela soma das distâncias das pernas de través, do vento e base.

A aplicação da Equação (4.159a) permite estimar o tempo durante o voo de cruzeiro da aeronave.

Durante a condição de planeio, o tempo é calculado de forma similar à condição de subida, porém será considerado como forma de análise um planeio realizado na condição de máximo alcance como forma de se obter um menor ângulo de planeio. O tempo estimado para a descida pode então ser calculado da seguinte forma:

$$RD_{(\frac{L}{D})_{máx}} = \frac{h}{t_D} \quad (4.160)$$

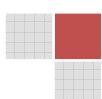
$$t_D = \frac{h}{RD_{(\frac{L}{D})_{máx}}} \quad (4.160a)$$

Pela Equação (4.160a) é possível estimar o tempo necessário para a descida da aeronave.

Por fim, o tempo necessário para o processo de desaceleração durante o pouso até que ocorra a parada total da aeronave pode ser estimado de forma similar ao cálculo do tempo para a decolagem, porém considera-se que a aeronave toca o solo na velocidade de estol e para completamente após percorrer uma distância S_L definida pelo cálculo realizado no desempenho de pouso em um tempo t_L , portanto, a partir da cinemática do movimento uniformemente variado, tem-se que:

$$v_f^2 = v_{estol}^2 + 2 \cdot a \cdot S_L \quad (4.161)$$

considerando que $v_f = 0\text{m/s}$, tem-se que:



$$0 = v_{estol}^2 + 2 \cdot a \cdot S_L \quad (4.161a)$$

$$-2 \cdot a \cdot S_L = v_{estol}^2 \quad (4.161b)$$

$$a = -\frac{v_{estol}^2}{2 \cdot S_L} \quad (4.161c)$$

O sinal negativo presente na Equação (4.161c) representa uma desaceleração até a parada total da aeronave.

Uma vez conhecida a desaceleração durante o pouso, o tempo necessário para a parada total da aeronave pode ser determinado da seguinte forma:

$$v_f = v_{estol} + a \cdot t_L \quad (4.162)$$

considerando que $v_f = 0\text{m/s}$, tem-se que:

$$0 = v_{estol} + a \cdot t_L \quad (4.162a)$$

$$-a \cdot t = v_{estol} \quad (4.162b)$$

$$t_L = -\frac{v_{estol}}{a} \quad (4.162c)$$

Como a aceleração calculada pela Equação (4.161c) é negativa, o resultado da Equação (4.162c) será positivo e representa o tempo necessário a a desaceleração até a parada total da aeronave.

Com os tempos parciais calculados, é possível a partir da aplicação da Equação (4.163), a determinação do tempo total para se completar a missão, portanto:

$$t_T = t_{LO} + t_S + t_{cru} + t_D + t_L \quad (4.163)$$

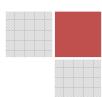
Geralmente na competição AeroDesign, o tempo de voo varia entre 1 minuto e 10 segundos e 1 minuto e 40 segundos, esta diferença está relacionada ao trajeto realizado por cada aeronave e pela altura máxima em relação ao solo.

Exemplo 4.19 – Estimativa do tempo total para se completar a missão.

Para a aeronave modelo utilizada como referência no presente capítulo, estime o tempo necessário para que a mesma complete a missão considerando uma altura máxima de voo em relação ao solo de 30m, uma distância de cruzeiro de 350m e as seguintes condições de voo: subida com máxima razão de subida, cruzeiro e descida para condição de máximo alcance.

Solução:

Durante a corrida de decolagem o tempo aproximado é calculado pela Equação (4.157b), com a aceleração determinada pela aplicação da Equação (4.156c). Considerando o peso de decolagem de 150N, uma velocidade de decolagem $v_{lo} = 15,41\text{ m/s}$ obtida no Exemplo 4.10 e um comprimento de pista de 65,87m tem-se que:



$$a = \frac{v_{LO}^2}{2 \cdot S_{LO}}$$

$$a = \frac{15,41^2}{2 \cdot 65,87}$$

$$a = 2,01 \text{ m/s}^2$$

$$t_{LO} = \frac{v_{LO}}{a}$$

$$t_{LO} = \frac{15,41}{2,01}$$

$$t_{LO} = 7,65 \text{ s}$$

O tempo para se atingir a altura de 30m é calculado com a aplicação da Equação (4.158a) considerando a máxima razão de subida da aeronave obtida no Exemplo 4.6.

$$t_s = \frac{h}{R / C_{máx}}$$

$$t_s = \frac{30}{1,513}$$

$$t_s = 19,828 \text{ s}$$

O tempo durante o voo de cruzeiro é obtido pela aplicação da Equação (4.159a) considerando a velocidade de máximo alcance e uma distância percorrida de 350m.

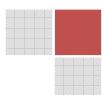
$$t_{cru} = \frac{S_{cru}}{v_{cru}}$$

$$t_{cru} = \frac{350}{21,62}$$

$$t_{cru} = 16,19 \text{ s}$$

O tempo para o planeio da aeronave é calculado pela aplicação da Equação (4.160a) considerando a razão de descida para a condição de máximo alcance obtida no Exemplo 4.8.

$$t_D = \frac{h}{RD_{(L/D)_{máx}}}$$



$$t_D = \frac{30}{1,628}$$

$$t_D = 18,427 \text{ s}$$

Durante a desaceleração no pouso, o tempo aproximado é calculado pela Equação (4.162c), com a desaceleração determinada pela aplicação da Equação (4.161c). Considerando uma velocidade de pouso igual a velocidade de estol e o comprimento de pista obtido com a aplicação da metodologia do Exemplo 4.14 para $W = 150\text{N}$, tem-se que:

$$a = -\frac{v_{estol}^2}{2 \cdot S_L}$$

$$a = -\frac{12,84^2}{2 \cdot 84,42}$$

$$a = -0,976 \text{ m/s}^2$$

$$t_L = -\frac{v_{estol}}{a}$$

$$t_L = -\frac{12,84}{(-0,976)}$$

$$t_L = 13,149 \text{ s}$$

Assim, o tempo total aproximado para se completar a missão é obtido pela soma dos tempos parciais de cada etapa com a aplicação da Equação (4.163).

$$t_T = t_{LO} + t_S + t_{cru} + t_D + t_L$$

$$t_T = 7,65 + 19,828 + 16,19 + 18,427 + 13,149$$

$$t_T = 75,251 \text{ s}$$

O tempo total de 75,251s encontrado na solução deste exemplo é bem próximo do tempo real que ocorre durante os voos da competição AeroDesign.

4.15 – Metodologia para o traçado do gráfico de carga útil em função da altitude-densidade

O gráfico de carga útil em função da altitude-densidade é um elemento obrigatório e que deve ser apresentado no relatório de projeto enviado para a comissão organizadora do AeroDesign. Este gráfico mostra a capacidade de carga útil da aeronave para uma decolagem realizada em qualquer condição de altitude.



Existem muitas formas para se prever a capacidade de carga útil de uma aeronave em função da altitude densidade, no presente livro é apresentado um modelo fundamentado no desempenho de decolagem da aeronave, pois como o regulamento da competição restringe o comprimento de pista para a decolagem da aeronave, a carga útil transportada também será limitada, pois mesmo que a aeronave possua condições de carregar uma carga elevada, esta se tornará restrita devido à limitação de pista, pois não se consegue obter a aceleração necessária para garantir a velocidade de decolagem dentro do comprimento estipulado.

O gráfico de carga útil em função da altitude densidade para aeronaves que participam da competição AeroDesign possui a forma apresentada na figura a seguir.

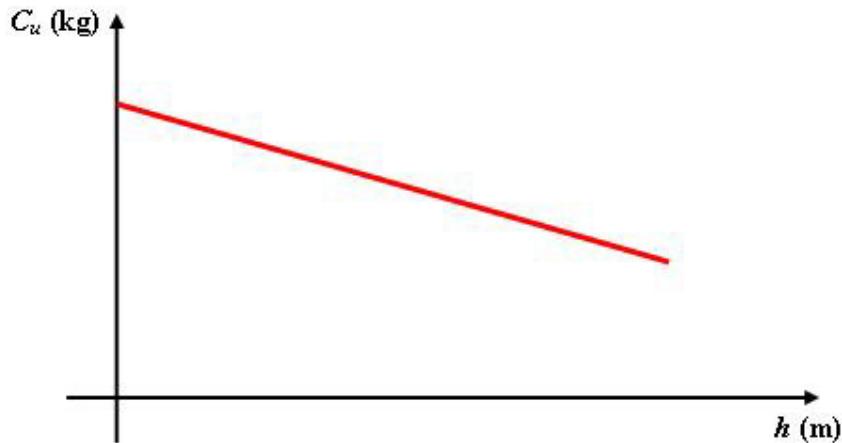


Figura 4.44 – Gráfico de carga útil em função da altitude-densidade para aeronaves que participam do AeroDesign.

É importante ressaltar que o regulamento da competição AeroDesign especifica que a carga útil deve ser apresentada em kg e a altitude-densidade em m, sendo também necessário que a equipe linearize os pontos obtidos e apresente a equação da reta linearizada, pois é justamente a partir deste gráfico que tanto a equipe como os juízes terão condições de avaliar a capacidade de carga da aeronave em função da altitude-densidade local no instante do voo.

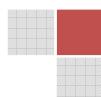
O gráfico de carga útil em função da altitude-densidade é sem dúvida um dos pontos mais importantes do projeto, uma vez que sua correta determinação proporciona a obtenção da tão valiosa acuracidade do projeto, que muitas equipes buscam porém poucas conseguem.

A dificuldade na obtenção da acuracidade encontrada pela grande maioria das equipes, está justamente relacionada a erros de projeto, falta de conhecimento em como determinar o gráfico e em muitos casos no “achar” que na competição o desempenho da aeronave será melhor que o desempenho obtido durante a realização dos testes.

O desenvolvimento analítico para a obtenção do gráfico de carga útil em função da altitude densidade pode ser realizado pela análise do desempenho de decolagem apresentado anteriormente, e, portanto, aplicando-se a equação para o cálculo do comprimento de pista necessário para a decolagem tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}} \quad (4.164)$$

com os valores de L e D determinados da seguinte forma:



$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.165)$$

e

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2) \quad (4.166)$$

Dessa forma, pode-se perceber pela análise das Equações (4.164), (4.165) e (4.166) que o aumento da altitude de decolagem reduz a densidade do ar e consequentemente para um determinado peso existe a necessidade de um maior comprimento de pista para a decolagem.

Também é importante lembrar que a tração disponível T presente na Equação (4.164) é cada vez menor conforme a altitude aumenta, contribuindo ainda mais para o aumento do comprimento de pista necessário para a decolagem da aeronave.

Como o comprimento de pista para a decolagem é limitado, torna-se impossível alçar voo em altitude com a mesma carga útil possível ao nível do mar, e, assim, a solução da Equação (4.164) deve ser realizada considerando um comprimento de pista S_{LO} limitado ao máximo permitível pelo regulamento, com os valores de L e D calculados para a altitude em estudo e com a tração disponível corrigida para a esta mesma altitude do seguinte modo.

$$T_{Dh} = T_{D0} \cdot \frac{\rho}{\rho_0} \quad (4.167)$$

Desse modo, a variável a ser determinada na Equação (4.164) passa a ser o peso total de decolagem que deve ser ajustado até que o resultado da equação seja igual ao máximo comprimento de pista permitível para a decolagem, e assim, pode-se perceber que com a redução da densidade do ar devido ao aumento da altitude, o peso total de decolagem será cada vez menor.

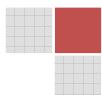
Os resultados obtidos pela aplicação da Equação (4.164) em diversas altitudes representam o peso máximo de decolagem da aeronave e juntos formam os diversos pontos para o traçado do gráfico de carga útil em função da altitude densidade. O regulamento da competição AeroDesign especifica que a carga útil transportada deve ser expressa em kg, também é importante citar que a carga útil representa o peso total de decolagem menos o peso vazio da aeronave, portanto, como forma de se obter a carga útil em kg, deve-se utilizar a seguinte equação.

$$C_u = \frac{W_T - W_{vazio}}{g} \quad (4.168)$$

onde W_T representa o peso total de decolagem calculado pela solução da Equação (4.164) para cada uma das altitudes avaliadas.

O resultado da Equação (4.168) é dado em kg e esta equação deve ser aplicada para cada condição de altitude desejada utilizando-se o resultado do peso total obtido quando da aplicação da Equação (4.164) considerando a altitude em estudo.

Como pode-se notar na análise realizada, o fator preponderante para o cálculo da capacidade de carga útil de uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign é a densidade do ar, onde quanto menor for o seu valor, menor será a capacidade de carga da aeronave, assim, como a densidade do ar é uma variável que comanda o cálculo do peso total



de decolagem, a seguir é apresentado um modelo matemático que permite determinar a densidade do ar em qualquer altitude para um voo realizado na troposfera $h \leq 11000\text{m}$.

Este modelo está fundamentado na teoria apresentada por Anderson [4.1] em condições de atmosfera padrão com um voo realizado na troposfera. Nessa região da atmosfera, a teoria contempla que o gradiente de temperatura é $A_b = -6,5 \times 10^{-3}^\circ\text{C/m}$, que a temperatura padrão ao nível do mar é $15,15^\circ\text{C}$ e que os valores da temperatura absoluta e da densidade do ar na altitude podem calculados a partir das Equações (4.169) e (4.170) apresentadas a seguir.

$$T_h = T_0 + A_b (h - h_0) \quad (4.169)$$

$$\rho_h = \rho_0 \left(\frac{T_h}{T_0} \right)^{\frac{-g}{RA_b} - 1} \quad (4.170)$$

Os resultados encontrados com a aplicação da Equação (4.170) são aproximados porém muito confiáveis sendo amplamente utilizados pela indústria aeronáutica.

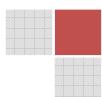
A Tabela 4.4 apresentada a seguir mostra os valores da densidade do ar para diversas altitudes e pode ser utilizada como referência para a solução das Equações (4.164), (4.165), (4.166) e (4.167).

Tabela 4.4 – Variação da densidade do ar com a altitude.

h (m)	ρ (kg/m^3)	h (m)	ρ (kg/m^3)
0	1,2250	1200	1,0900
100	1,2133	1300	1,0793
200	1,2017	1400	1,0687
300	1,1901	1500	1,0581
400	1,1787	1600	1,0476
500	1,1673	1700	1,0373
600	1,1560	1800	1,0269
700	1,1448	1900	1,0167
800	1,1337	2000	1,0066
900	1,1226	2100	0,9964
1000	1,1117	2200	0,9864
1100	1,1008	2300	0,9765

A aplicação dos conceitos apresentados nesta seção permite à equipe estimar com boa precisão o gráfico de carga útil em função da altitude densidade. Como citado, é obrigatório que os resultados obtidos sejam linearizados e que também seja apresentada no gráfico a equação da reta linearizada.

Uma forma de se determinar a equação é através do cálculo do coeficiente angular da reta do seguinte modo:



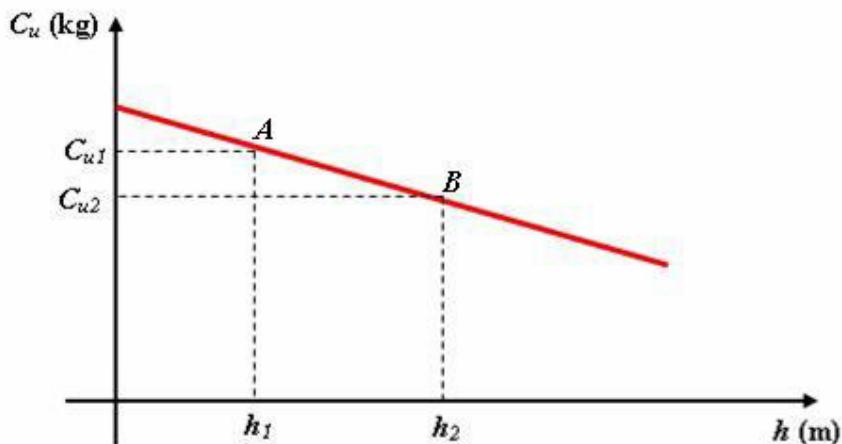


Figura 4.45 – Processo para obtenção da equação da reta do gráfico de carga útil em função da altitude densidade.

Adotam-se dois pontos arbitrários **A** e **B** com seus respectivos valores de carga útil e altitude. Com a aplicação da Equação (4.171) apresentada a seguir, determina-se o coeficiente angular m da reta do seguinte modo.

$$m = \frac{C_{u2} - C_{u1}}{h_2 - h_1} \quad (4.171)$$

Como a carga útil transportada em uma condição h_2 é menor que em uma condição h_1 e sabendo-se que $h_2 > h_1$, é fácil verificar que o coeficiente angular obtido pela solução da Equação (4.171) será um número negativo indicando que a carga útil se reduz conforme a altitude aumenta, e, assim, a equação da reta pode ser escrita da seguinte forma:

$$C_u = C_{u0} - m \cdot h \quad (4.172)$$

onde C_u representa a carga útil em altitude, C_{u0} é a carga útil ao nível do mar, m é o coeficiente angular da reta e h representa os valores de altitude.

Com o traçado do gráfico de carga útil em função da altitude densidade, fecha-se a análise de desempenho da aeronave, e a equipe possui condições de prever em detalhes a capacidade de carga da aeronave e assim ganhar pontos importantes durante a competição através da obtenção da acuracidade dos cálculos realizados.

Exemplo 4.20 – Determinação do gráfico de carga útil em função da altitude densidade.

Para a aeronave modelo utilizada como referência no presente capítulo, determine o gráfico de carga útil em função da altitude densidade. Considere um peso vazio da aeronave igual a 40N.

Solução:

O cálculo do gráfico de carga útil em função da altitude-densidade foi realizado a partir da Equação (4.164) que determina o comprimento de pista necessário para a decolagem da aeronave.

Para a solução desse exemplo, os dados foram inseridos em uma planilha com o peso total de decolagem ajustado até que o comprimento de pista obtido fosse 59m, e, conforme a



densidade do ar variava com o aumento da altitude, a tração disponível era corrigida com a aplicação da Equação (4.167)

Para $h = 0\text{m}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.9:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,276$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 143,19}{1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

$$v_{lo} = 1,2 \cdot 12,54$$

$$v_{lo} = 15,05 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$



$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$

$$L = 16,902 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 1,60 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ obtida pela leitura do gráfico da Figura 4.2 é:

$$T_d = 33,43 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave com um peso de 143,19N, tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}}_{0,7v_{lo}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 143,19^2}{9,81 \cdot 1,225 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{33,43 - [1,60 + 0,03 \cdot (143,19 - 16,902)]\}}$$

$$S_{Lo} = 59,00 \text{ m}$$

A carga útil para esta altitude foi determinada a partir da solução da Equação (4.168) da seguinte forma:

$$C_u = \frac{W_T - W_{vazio}}{g}$$

$$C_u = \frac{143,19 - 40}{9,81}$$

$$C_u = 10,518 \text{ kg}$$



Para $h = 100m$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.9:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,276$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 141,82}{1,2133 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

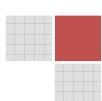
$$v_{lo} = 1,2 \cdot 12,54$$

$$v_{lo} = 15,05 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,2133 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$



$$L = 16,740 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,2133 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 1,585 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ corrigida para esta altitude é:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 33,43 \cdot \frac{1,2133}{1,225}$$

$$T_{dh} = 33,11 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave com um peso de 141,82N, tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 141,82^2}{9,81 \cdot 1,2133 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{33,11 - [1,585 + 0,03 \cdot (141,82 - 16,740)]\}}$$

$$S_{Lo} = 59,00 \text{ m}$$

A carga útil para esta altitude foi determinada a partir da solução da Equação (4.168) da seguinte forma:

$$C_u = \frac{W_T - W_{vazio}}{g}$$

$$C_u = \frac{141,82 - 40}{9,81}$$

$$C_u = 10,379 \text{ kg}$$



Para $h = 200\text{m}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.9:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,276$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 140,46}{1,2017 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

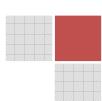
$$v_{lo} = 1,2 \cdot 12,54$$

$$v_{lo} = 15,05 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,2017 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$



$$L = 16,579 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,2017 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 1,570 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ corrigida para esta altitude é:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 33,43 \cdot \frac{1,2017}{1,225}$$

$$T_{dh} = 32,79 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave com um peso de 140,46N, tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 140,46^2}{9,81 \cdot 1,2017 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{32,79 - [1,570 + 0,03 \cdot (140,46 - 16,579)]\}}$$

$$S_{Lo} = 59,00 \text{ m}$$

A carga útil para esta altitude foi determinada a partir da solução da Equação (4.168) da seguinte forma:

$$C_u = \frac{W_T - W_{vazio}}{g}$$

$$C_u = \frac{140,46 - 40}{9,81}$$

$$C_u = 10,240 \text{ kg}$$



Para $h = 300\text{m}$

O coeficiente de sustentação ideal para a decolagem foi obtido no Exemplo 4.9:

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot e_0 \cdot AR \cdot \mu}{2 \cdot \phi}$$

$$C_{LLO} = \frac{\pi \cdot 0,717 \cdot 6,83 \cdot 0,03}{2 \cdot 0,836}$$

$$C_{LLO} = 0,276$$

O correspondente coeficiente de arrasto é:

$$C_D = C_{D0} + (\phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$C_D = 0,022 + (0,836 \cdot 0,065 \cdot 0,276^2)$$

$$C_D = 0,02614$$

A velocidade de estol é:

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmáx}}}$$

$$v_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot 139,11}{1,1901 \cdot 0,9 \cdot 1,65}}$$

$$v_{estol} = 12,54 \text{ m/s}$$

A velocidade de decolagem é 20% maior que a velocidade de estol, portanto:

$$v_{lo} = 1,2 \cdot v_{estol}$$

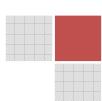
$$v_{lo} = 1,2 \cdot 12,54$$

$$v_{lo} = 15,05 \text{ m/s}$$

A força de sustentação para $0,7v_{lo}$ é:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 1,1901 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,276$$



$$L = 16,420 \text{ N}$$

A correspondente força de arrasto é:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (0,7 \cdot v_{lo})^2 \cdot S \cdot (C_{D0} + \phi \cdot K \cdot C_L^2)$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1,1901 \cdot (0,7 \cdot 15,05)^2 \cdot 0,9 \cdot 0,02614$$

$$D = 1,555 \text{ N}$$

A tração disponível pela hélice APC 13"x4" para $0,7v_{lo}$ corrigida para esta altitude é:

$$T_{dh} = T_{d0} \cdot \frac{\rho_h}{\rho_0}$$

$$T_{dh} = 33,43 \cdot \frac{1,1901}{1,225}$$

$$T_{dh} = 32,48 \text{ N}$$

Portanto, aplicando-se a Equação para a determinação do comprimento de pista para a decolagem da aeronave com um peso de 139,11N, tem-se que:

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmáx} \cdot \{T - [D + \mu \cdot (W - L)]\}_{0,7v_{lo}}}$$

$$S_{Lo} = \frac{1,44 \cdot 139,11^2}{9,81 \cdot 1,1901 \cdot 0,9 \cdot 1,65 \cdot \{32,48 - [1,555 + 0,03 \cdot (139,11 - 16,42)]\}}$$

$$S_{Lo} = 59,00 \text{ m}$$

A carga útil para esta altitude foi determinada a partir da solução da Equação (4.168) da seguinte forma:

$$C_u = \frac{W_T - W_{vazio}}{g}$$

$$C_u = \frac{139,11 - 40}{9,81}$$

$$C_u = 10,102 \text{ kg}$$

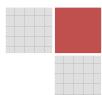
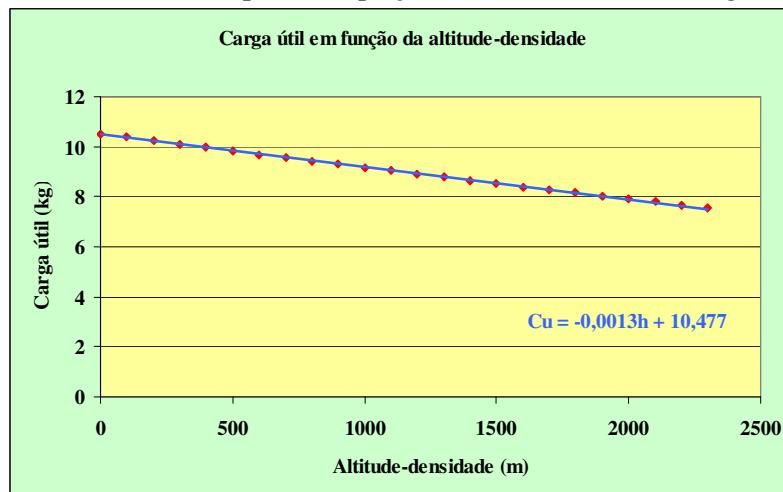


Foram apresentados os cálculos para os quatro primeiros pontos do gráfico, para todas as outras altitudes o procedimento deve ser repetido. Neste exemplo foi utilizada uma variação de altitude do nível do mar até 2300m com incrementos de 100m.

A partir da análise realizada, a tabela com os resultados obtidos é a seguinte:

h (m)	ρ (kg/m ³)	W_T (N)	S_{LO} (m)	W_{vazio} (m)	C_u (kg)
0	1,225	143,19	59,00	40	10,51886
100	1,2133	141,82	59,00	40	10,3792
200	1,2017	140,46	59,00	40	10,24057
300	1,1901	139,11	59,00	40	10,10296
400	1,1787	137,78	59,00	40	9,96738
500	1,1673	136,44	59,00	40	9,830785
600	1,156	135,12	59,00	40	9,696228
700	1,1448	133,81	59,00	40	9,562691
800	1,1337	132,52	59,00	40	9,431193
900	1,1226	131,22	59,00	40	9,298675
1000	1,1117	129,94	59,00	40	9,168196
1100	1,1008	128,67	59,00	40	9,038736
1200	1,09	127,41	59,00	40	8,910296
1300	1,0793	126,16	59,00	40	8,782875
1400	1,0687	124,92	59,00	40	8,656473
1500	1,0581	123,68	59,00	40	8,530071
1600	1,0476	122,45	59,00	40	8,404689
1700	1,0373	121,25	59,00	40	8,282365
1800	1,0269	120,03	59,00	40	8,158002
1900	1,0167	118,84	59,00	40	8,036697
2000	1,0066	117,66	59,00	40	7,916412
2100	0,9964	116,47	59,00	40	7,795107
2200	0,9864	115,3	59,00	40	7,675841
2300	0,9765	114,14	59,00	40	7,557594

E o gráfico resultante com sua respectiva equação e reta linearizada é o seguinte:



4.16 – Dicas para a análise de desempenho

Novamente vale a pena citar alguns pontos que são de fundamental importância para uma análise adequada das características de desempenho de uma aeronave destinada a participar da competição AeroDesign. A seguir é apresentada a seqüência necessária para se realizar a avaliação de desempenho da aeronave em projeto.

1) Escolhida a hélice e o motor a ser utilizado é muito importante que sejam obtidas as curvas de tração e potência disponível e requerida para diferentes altitudes, pois dessa forma é possível se ter um panorama geral das qualidades de desempenho da aeronave em estudo.

2) Representar o gráfico da variação da eficiência aerodinâmica em função do ângulo de ataque com a finalidade de se obter uma visão geral desse ângulo para qualquer C_L desejado.

3) Determinar analiticamente as velocidades de máximo alcance e máxima autonomia da aeronave para as altitudes desejadas.

4) Avaliar o desempenho de subida da aeronave determinando a máxima razão de subida e o correspondente ângulo de subida. Este é um ponto muito importante para se definir a técnica de pilotagem a ser utilizada durante a subida em função do peso total do avião.

5) Avaliar o comportamento da aeronave durante um voo de planeio calculando a razão de descida e o ângulo de planeio para uma condição de máximo alcance.

6) Calcular o comprimento de pista necessário para a decolagem considerando as limitações do regulamento. Neste item é muito importante apresentar o gráfico do comprimento de pista em função do peso total da aeronave.

7) Determinar o comprimento de pista necessário para o pouso da aeronave e mostrar o gráfico da variação desse comprimento em função do peso total da aeronave.

8) Traçar o diagrama $v-n$ e identificar o fator de carga máximo além das velocidades mais importantes que definem a faixa de operação estrutural da aeronave.

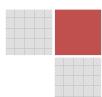
9) Calcular o raio de curvatura mínimo e o máximo ângulo de inclinação permissível durante uma curva.

10) Determinar o envelope de voo da aeronave e calcular o teto absoluto de voo. No envelope de voo é muito importante que a equipe defina a envoltória da curva considerando a influência da velocidade de estol (limite aerodinâmico) e a influência da velocidade do ponto de manobra (limite estrutural).

11) Estimar o tempo necessário para a aeronave completar a missão.

12) Traçar com a maior precisão possível o gráfico de carga útil em função da altitude-densidade.

A determinação de todas essas etapas propicia à equipe um panorama geral e muito confiável das características de desempenho de uma aeronave destinada a participar da



competição AeroDesign. A Figura 4.46 mostra as características de desempenho da aeronave da equipe Taperá para o AeroDesign 2009.

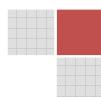
Aeronave Taperá 2009 - IFSP	Características de Desempenho – 2º Setor
	<p>Motor OS.61 FX – hélice APC 13x4 Velocidade de estol = 12,30m/s Velocidade para máximo alcance = 20,00m/s Velocidade para máx autonomia = 15,19m/s Pista para decolagem = 61m Pista para pouso = 123m Máxima razão de subida = 1,52m/s Razão de descida = 1,42m/s Raio de curvatura mínimo = 13,95m Teto absoluto de voo = 5200m</p>

Figura 4.46 – Características de desempenho da aeronave Taperá 2009.

Neste ponto é finalizado o capítulo da análise de desempenho, no qual foram apresentados os principais pontos que devem ser avaliados para se obter uma aeronave competitiva e com excelentes qualidades de voo.

Referências bibliográficas deste capítulo

- [4.1] ANDERSON, JOHN, D. *Aircraft performance and design*, McGraw-Hill, New York, 1999.
- [4.2] ANDERSON, JOHN, D. *Introduction to flight*, McGraw-Hill, New York, 1989.
- [4.3] FEDERAL AVIATION REGULATIONS, Part 23 Airworthiness standards: normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes, USA.
- [4.4] RAYMER, DANIEL, P., *Aircraft design: a conceptual approach*, AIAA, Washington, 1992.
- [4.5] ROSKAM, JAN, *Airplane aerodynamics and performance*, DARcorporation, University of Kansas, 1997.



Sobre o Autor:

O professor Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues possui o título de Mestre em Ciência na área de Dinâmica de Sistemas Aeroespaciais e Mecatrônica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, concluído em 2001.

É formado em Engenharia Mecânica com ênfase Automobilística pelo Centro Universitário da FEI, concluído em 1997.

Possui brevet de piloto privado e comercial de aviões, além do curso de voo por instrumentos, todos concluídos no Aeroclube de São Paulo.

Ao longo de sua experiência acadêmica atuou como docente entre 1996 e 2003 nas escolas técnicas Termomecânica, ETE Professor Basilides de Godoy e Escola Volkswagen ministrando cursos nas áreas de Resistência dos Materiais e Mecânica dos Fluidos.

Entre 2002 e 2007 foi professor do curso de engenharia de produção mecânica na Universidade Nove de Julho ministrando aulas nas disciplinas de Resistência dos Materiais e Dinâmica dos Sólidos além de coordenar o curso de especialização em gestão da manutenção produtiva total e orientar as Equipes Ícaro, Pegasus e Fly Girls nas competições de 2005, 2006 e 2007.

Em 2008 foi professor da disciplina Resistência dos Materiais e coordenador do curso de engenharia mecânica na Faculdade Anhanguera de Jundiaí além de atuar como supervisor dos cursos de engenharia da Anhanguera Educacional.

Atualmente é professor do quadro permanente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – campus Salto, ocupando o cargo de coordenador de pesquisa e inovação no campus, onde ministra aulas nas disciplinas de Mecânica dos Fluidos, Estática dos Sólidos e Resistência dos Materiais e desde 2009 atua como orientador das Equipes Taperá e Taperá Baby que participam da competição SAE-AeroDesign e ministra diversos cursos e palestras sobre projetos de aeronaves.

Contato do autor:

luizaerodesign@gmail.com

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-918113-0-4



9 788591 811304

