

Birinci Mertebeden Devreler

*RC ve RL olarak ikiye ayrılır 1. mertebeden olmasını sağlayan en önemli şey ise 1 kondansatör ya da bir indüktör bulunup bulunmamasıdır.

*Diferansiyel denklem yapısı olarak formülümüz

$$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{x(t)}{\tau} = A$$

biçimindedir bunun çözümü ise AT kalıcı T ise zamana bağlı olarak devreye göre RC ya da L/Rth olarak değişir

$$x(t) = A\tau + K_2 e^{-t/\tau}$$

bu devreleri çözebilmek için pdfteki step yöntemini kullanabilir veya diferansiyel denklem yaklaşımını kullanabiliriz. diferansiyel denklem yaklaşımında akım veya gerilimi buluruz

İkinci Mertebeden Devreler

Bir RLC geçici devresinde akımı a da gerilim değerlerimi sabir bir katsayılı diferansiyel denklemle tanımlayabiliriz

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = f(t)$$

Burada f(t) devre zorlama fonksiyonudur.

2. Mertebeden bir devre için ise karakteristik bir denklem yazılır burada ζ sönüm katsayısı ve ω_0 sönümsüz doğal frekans değeridir $s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$

Karakteristik denklemin iki kökü 3 farklı biçimde tanımlanabilir bunlardan tepki aşırı sönüm, kritik sönüm ve eksik sönümdür. Tepki aşırı eğer sönüm katsayım 1 den büyük ise. kritik sönüm katsayım 1 e eşitse. Eksik sönüm ise tepki kat sayım 1 den küçük ise şeklinde gösterilir. Bunların ise 3 farklı formülü vardır sırasıyla;

1. Aşırı sönümlü

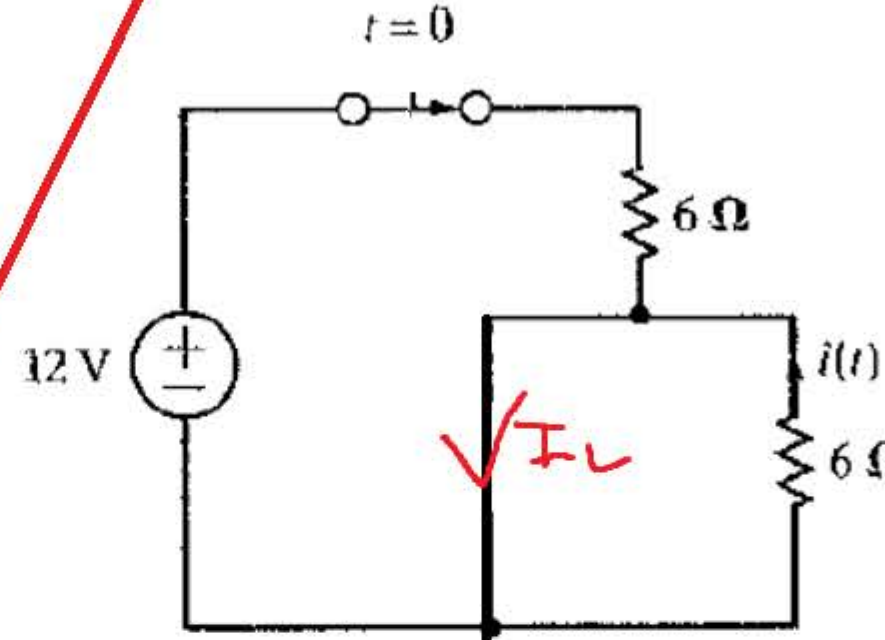
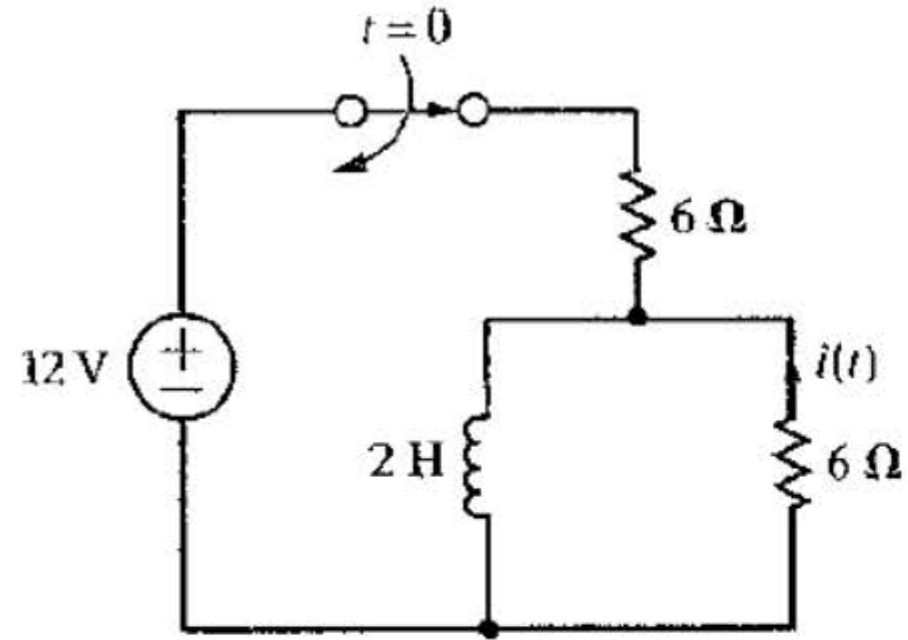
$$x(t) = K_1 e^{-(\zeta\omega_0 - \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1})t} + K_2 e^{-(\zeta\omega_0 + \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1})t}$$

2. Kritik sönümlü $x(t) = B_1 e^{-\zeta\omega_0 t} + B_2 t e^{-\zeta\omega_0 t}$

3. Eksik sönümlü $x(t) = e^{-\sigma t} (A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t)$

Burada $\sigma = \zeta\omega_0$ ve $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$ dir.

7.1 Şekil P7.1'deki devrede $t > 0$ için $i(t)$ 'yi bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız.



$t=0$ anında $i(t)$ 'nin üstünden geçtiği direnç(6ohm) kısa devre olur. bu yüzden i_L den geçen akım 6 ohmdan geçen akımla eş olur.

$$i(t) = 0$$

$$i_L(t) = 2$$



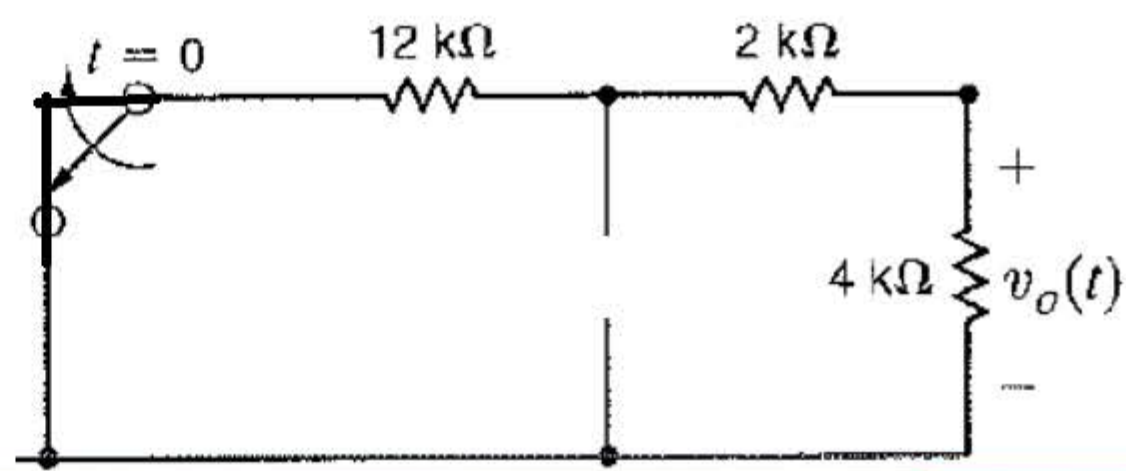
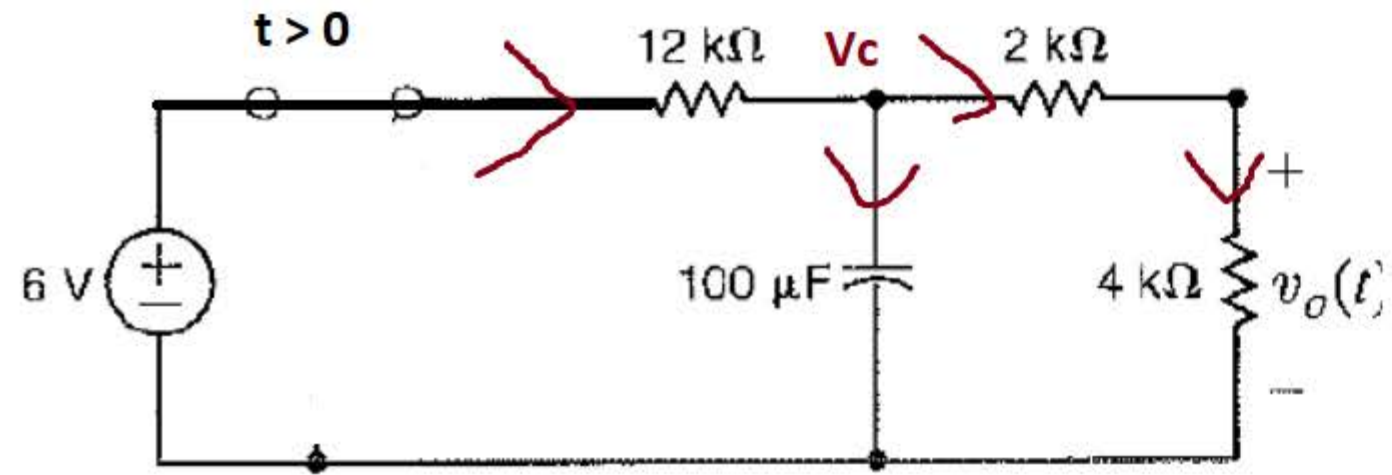
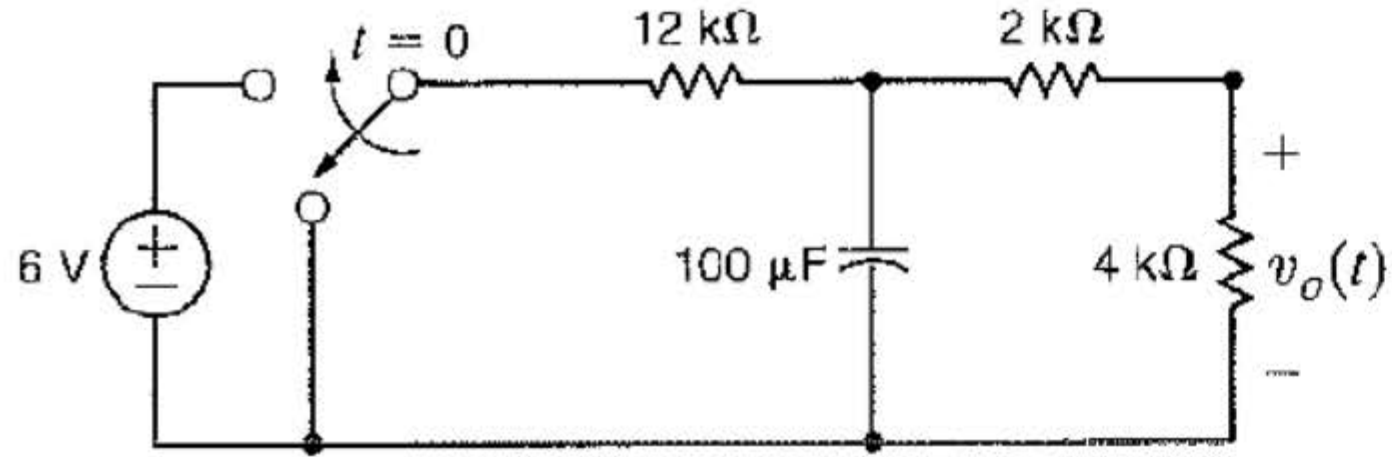
$t > 0$ iken $i(t)$ akımı $i_L(t)$ akımına eşit olur mesh alırsak;

$$\begin{aligned} 2 \frac{di_L(t)}{dt} + 6i_L(t) &= 0 \\ 2 \frac{di_L(t)}{dt} &= -6i_L(t) \\ \frac{di_L(t)}{i_L(t)} &= -3 dt \end{aligned}$$

$$i(t) = 2 \cdot e^{-3t}$$

$\frac{R}{L}$

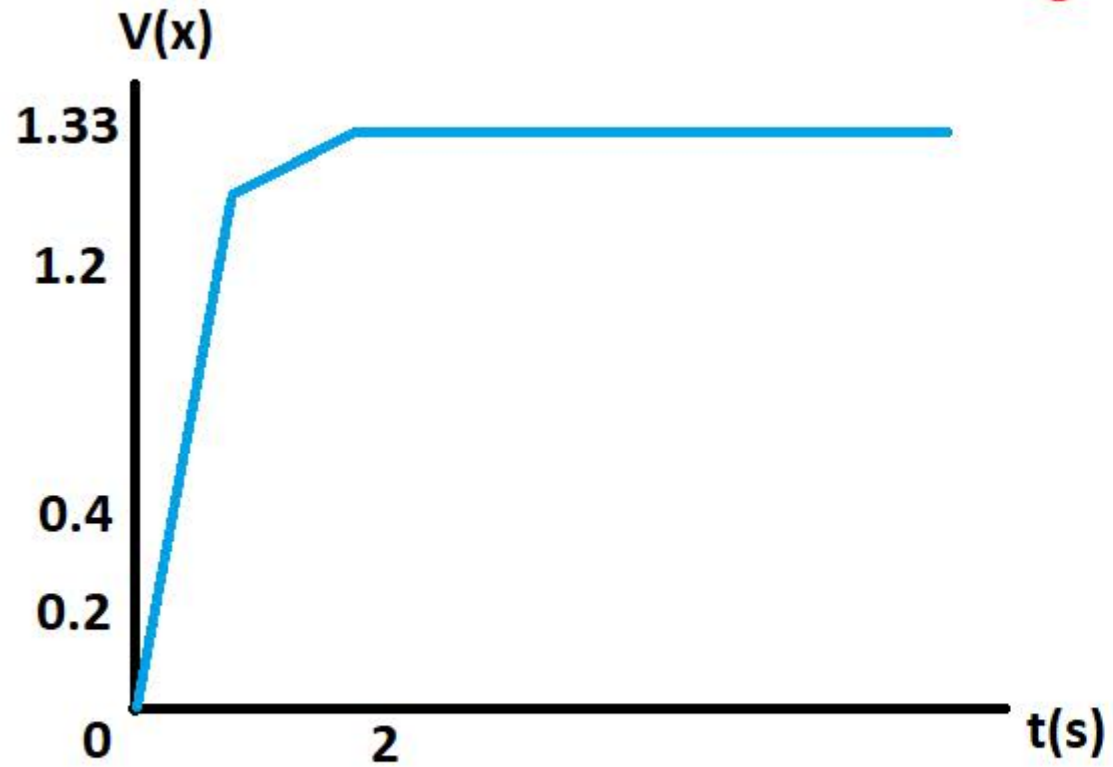
7.3 Şekil P7.3'teki devrede $t > 0$ için $v_o(t)$ gerilimini bulmak için diferansiyel denklem yaklaşımını kullanınız ve anahartlamadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çiziniz.



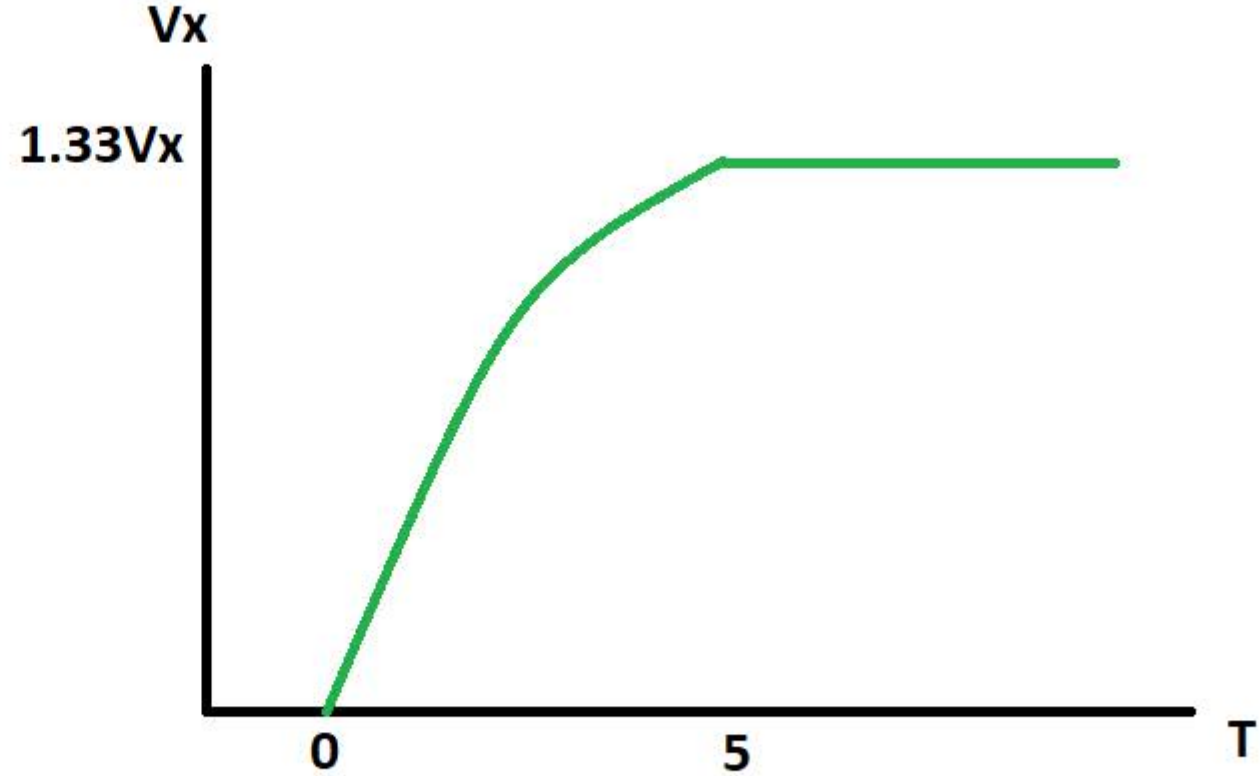
$T=0$ anında $V_o(t)$ değerimiz 0 olur

$$\begin{aligned}
 &6 = + \quad \varphi = - \\
 &\frac{6V - V_C}{12k} - \left(10^{-9} \times \frac{dV_C(t)}{dt}\right) - \frac{V_C}{6k} = 0 \\
 &\frac{1}{10^4} \left(\frac{6 - V_C}{1,2} - \frac{dV_C(t)}{dt} - \frac{V_C}{0,6} \right) = 0 \\
 &\frac{6 - 3V_C}{1,2} = \frac{dV_C(t)}{dt} \quad \boxed{\frac{1}{RC} \cdot dt = \frac{dV_C(t)}{V_S - V_C(t)}} \\
 &\Rightarrow \frac{3(2 - V_C)}{1,2} = \frac{dV_C(t)}{dt} \Rightarrow 2,5(2 - V_C) = \frac{dV_C(t)}{dt} \\
 &\frac{1}{RC} \cdot dt = \frac{dV_C(t)}{V_S - V_C(t)} \quad V_S = 2 \quad V_C(t) = 2 - 2e^{-2,5t} \\
 &\frac{1}{RC} = 2,5 \quad V_o(t) = \frac{4}{6} \times V_C(t) \\
 &\boxed{V_o(t) = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}e^{-2,5t}}
 \end{aligned}$$

7.3 grafik

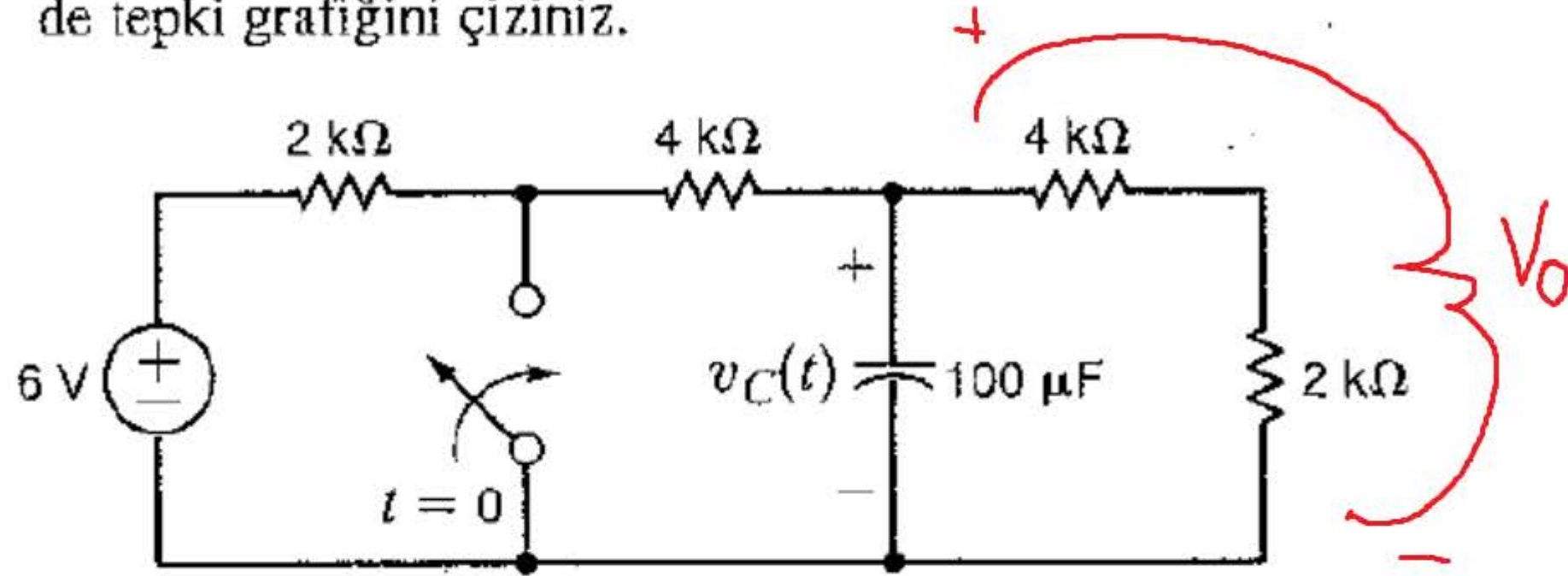


Matlab Grafiği

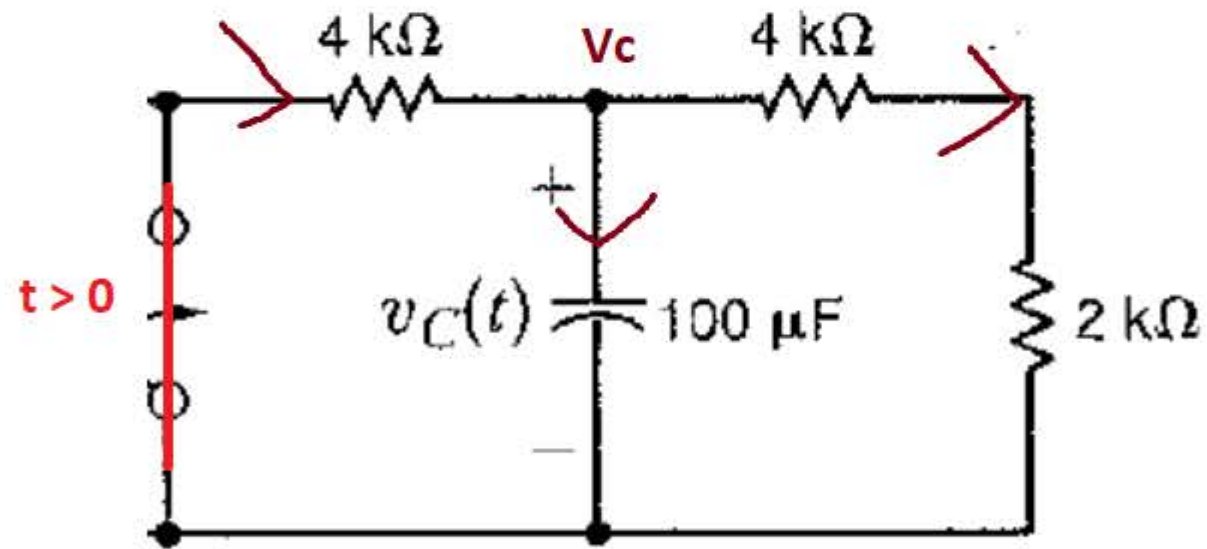


el ile çizilmiş grafik

7.6 Şekil P7.6'daki devrede $t > 0$ için $v_C(t)$ gerilimini diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar kapanmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çizin.



$t = 0$ anında $V(t) = V_0$ olur kapasitör açık devre
 $6V = 12k \times I_0$ olur $6k = V_0$ olacağı için $V_0 = 3V$ olur
 $V(t)$ de $= 3V$ gelir



$V_C(t) = 3e^{-((25/6) \times t)}$ geldi

$t > 0$ anında 6V dan çıkan akım 2k üstünden kısa devre dirençsiz yolu tercih edecek bu yüzden benim kapasitörüne etki etmeyecek. V_C yi bulmak için nokta analizi uygulayalım.

$G = +$, $\mathcal{C} = -$ diyelim

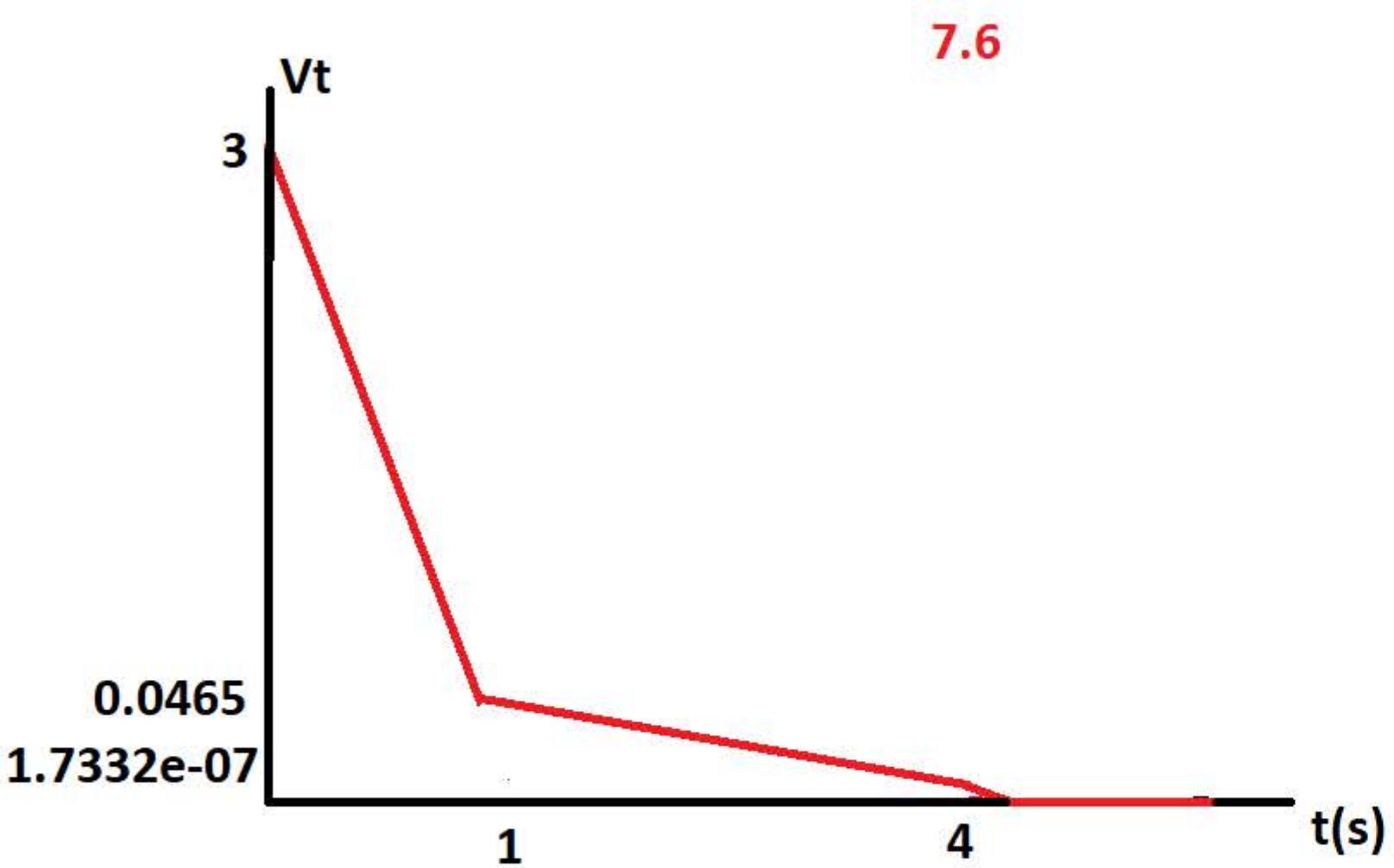
$$\frac{-V_C(t)}{6k} - 10^{-4} \times \left(\frac{dV_C(t)}{dt} \right) - \frac{V_C(t)}{6k} = 0$$

$$\frac{1}{10^{-4}} \left(\frac{dV_C(t)}{dt} + \frac{V_C}{0,6} - \frac{V_C}{0,6} \right) = 0$$

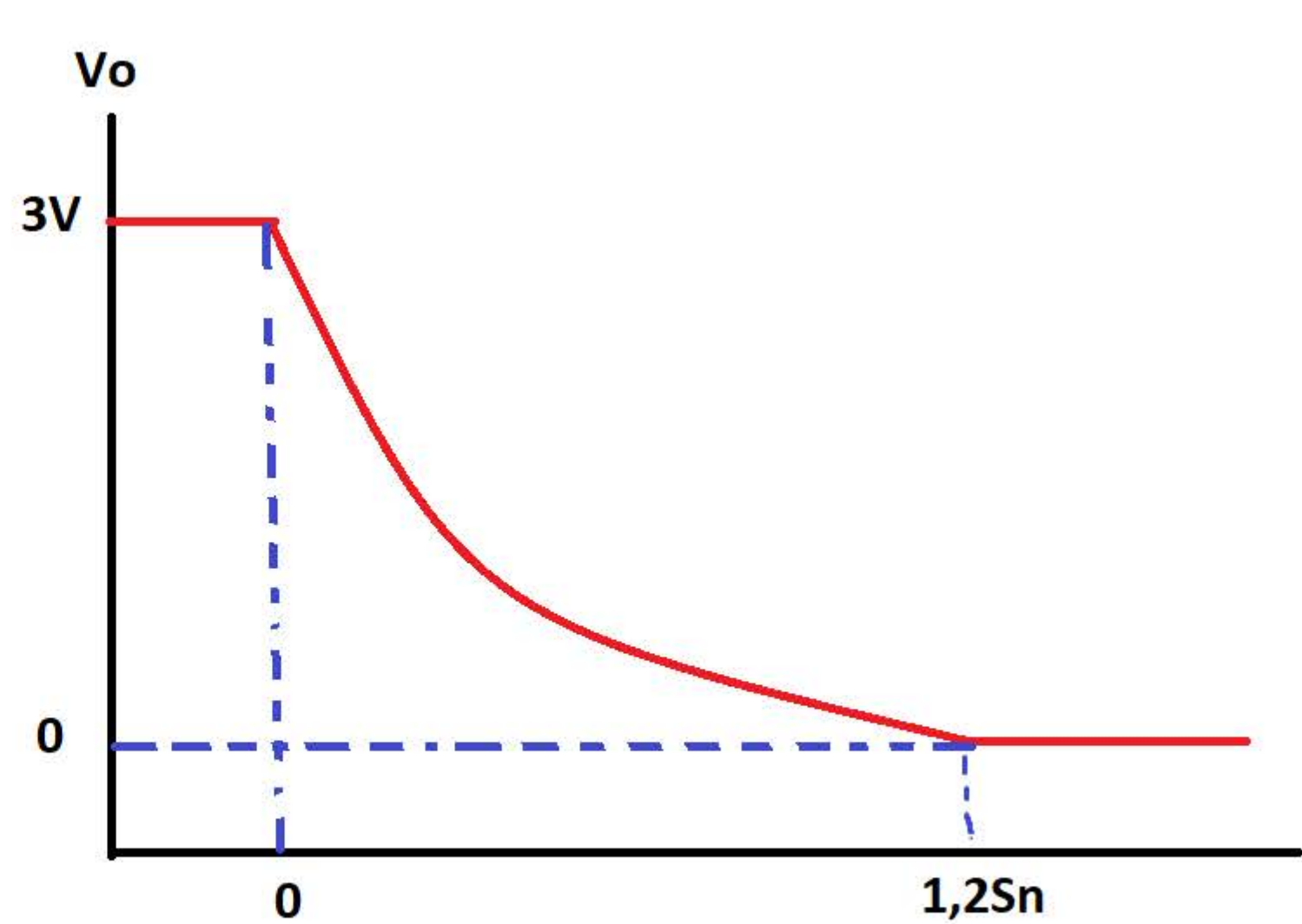
$$\frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{5}{3} V_C(t) \Rightarrow \frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{25}{6} \cdot V_C(t)$$

$$\boxed{dt \cdot \frac{1}{RC} = \frac{dV_C(t)}{V_s - V_C(t)}} \rightarrow dt \cdot \frac{+25}{6} = \frac{dV_C(t)}{0 - (-V_C(t))}$$

$$RC = \frac{25}{6} \quad V(t) = 0 + (3 - 0) e^{-\frac{25}{6} \cdot t}$$

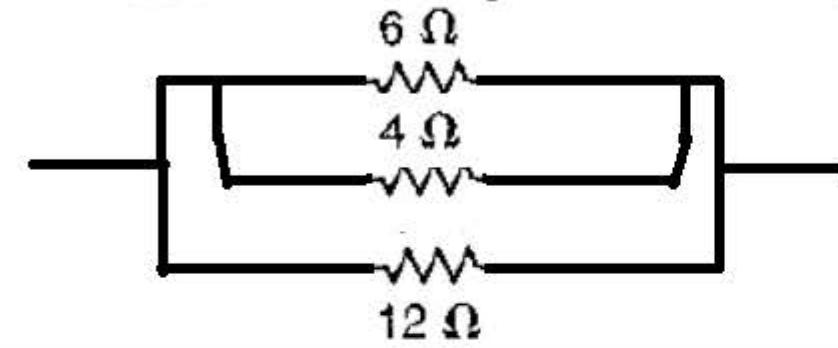
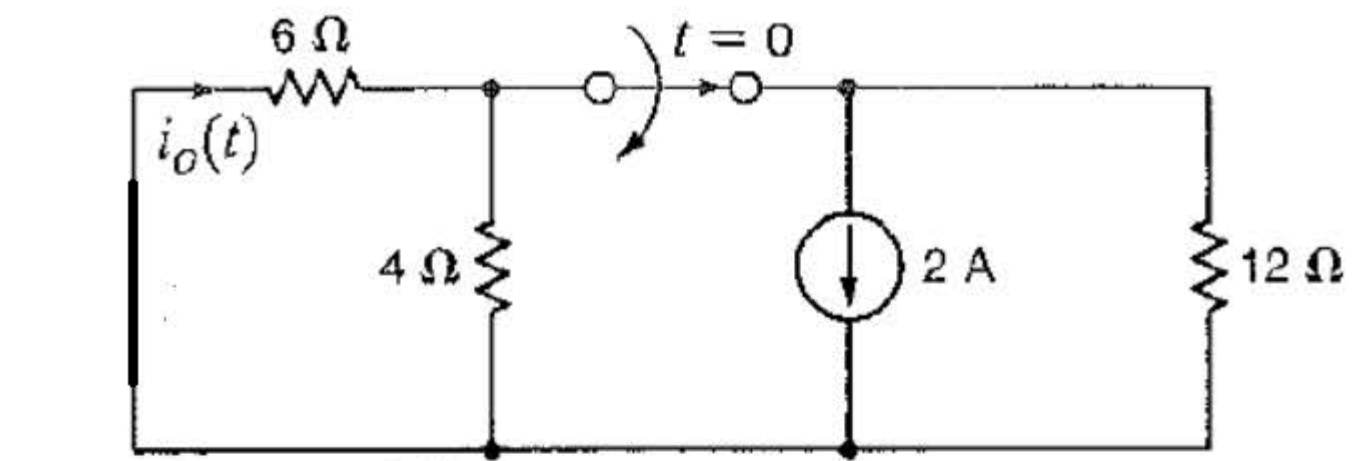
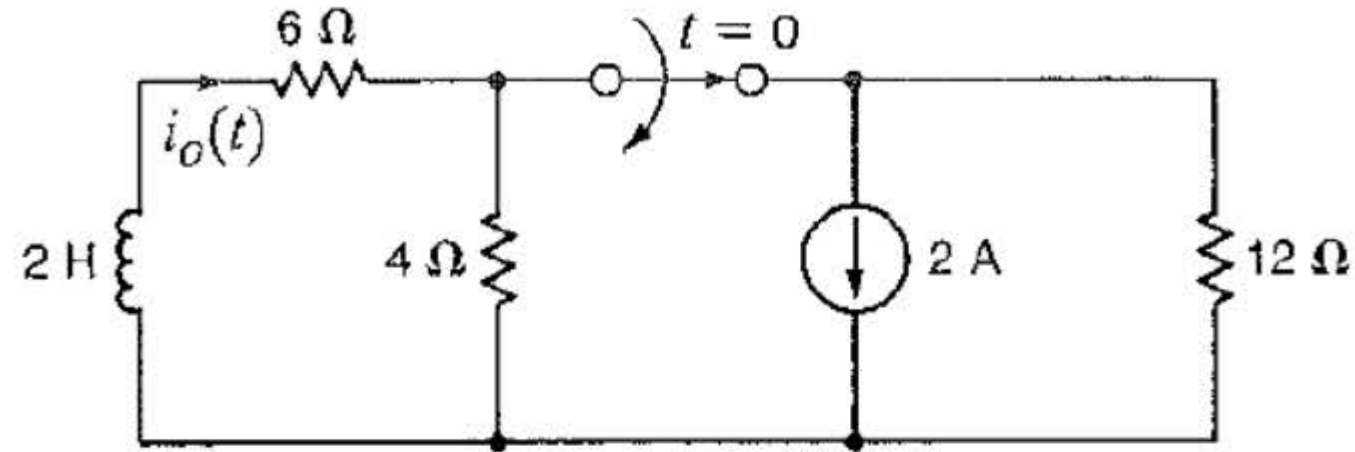


Matlab Çözümü

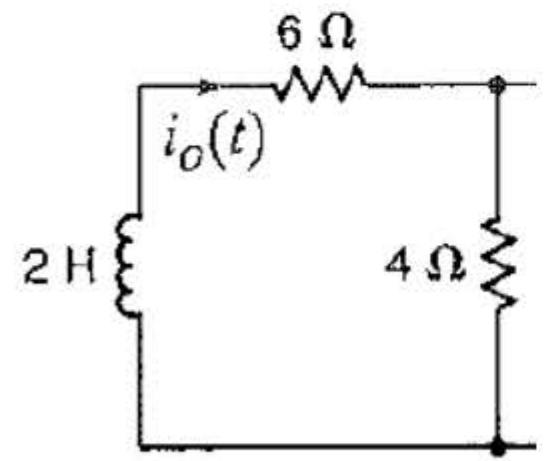


El ile grafik çizimi

7.10 Şekil P7.10'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz.



6 ohm'um üstünden geçen i_o 'dır bu da $2/3$ e eşittir.



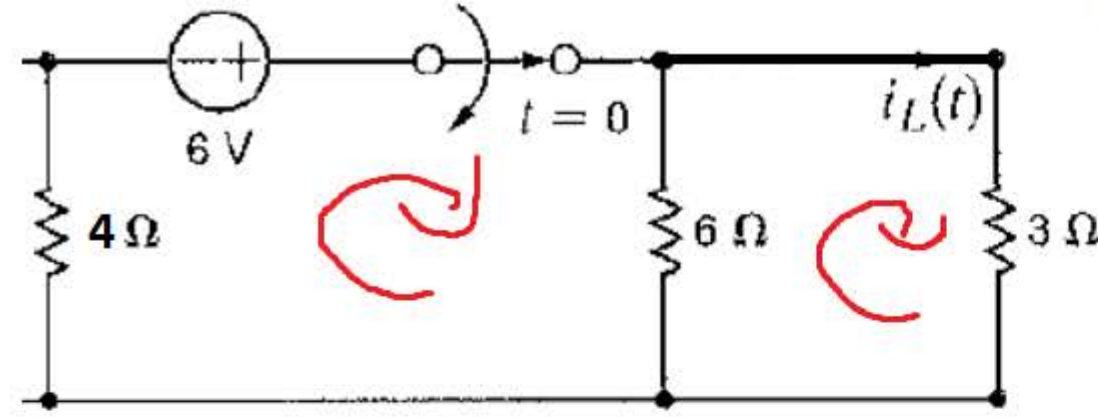
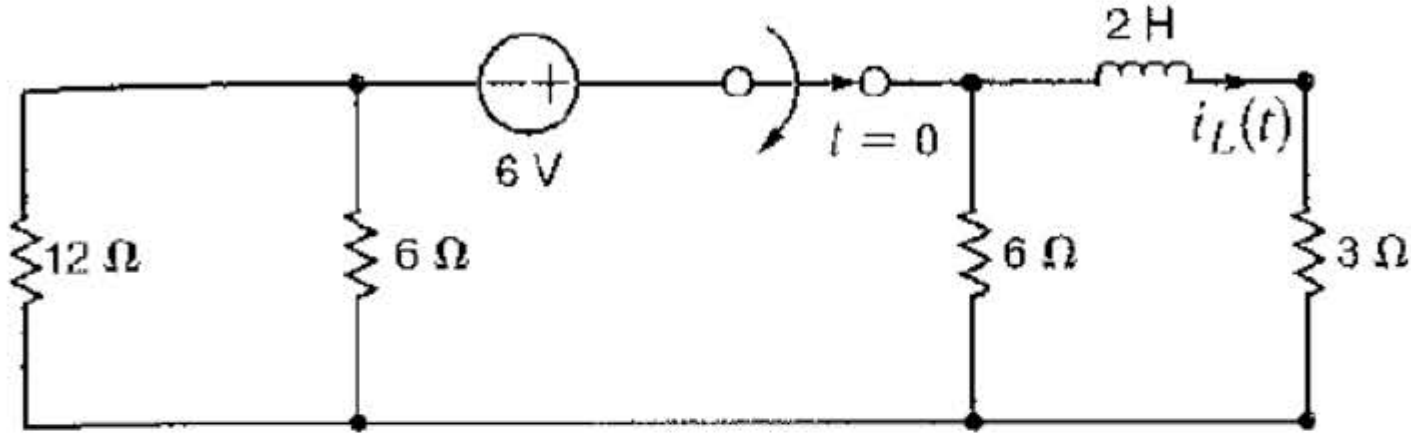
$t > 0$ anında açık olacak bu yüzden 2A ve 12ohm devreye etki etmeyecek

$$V(t) + 6i + 4i = 0$$

$$2 \cdot \frac{di(t)}{dt} = -10i \Rightarrow \frac{di(t)}{i(t)} = \frac{-5}{L} dt$$

$$i(t) = \frac{2}{3} \cdot e^{-5t}$$

7.11 Şekil P7.11'deki devrede $t > 0$ için $i_L(t)$ akımını diferansiyel denklem yaklaşımını kullanarak bulunuz ve anahtar açmadan hemen önceki zaman aralığını içerecek şekilde tepki grafiğini çizin.



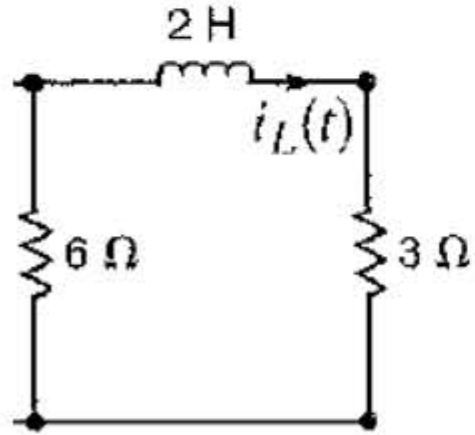
$t = 0$ anında I_L bulmak için KVL uygulayalım

$$4I_1 - 6V + 6I_1 - 6I_L = 0$$

$$6I_L - 6I_1 + 3I_L = 0 \quad 3I_L = 2I_1 \text{ geldi 1. denkleme koyup } I_L \text{ bulalım.}$$

$$15I_L - 6I_L = 6 \quad 2/3 = I_L$$

$t > 0$ anında sol taraf indüktöre etki sağlamayacak.



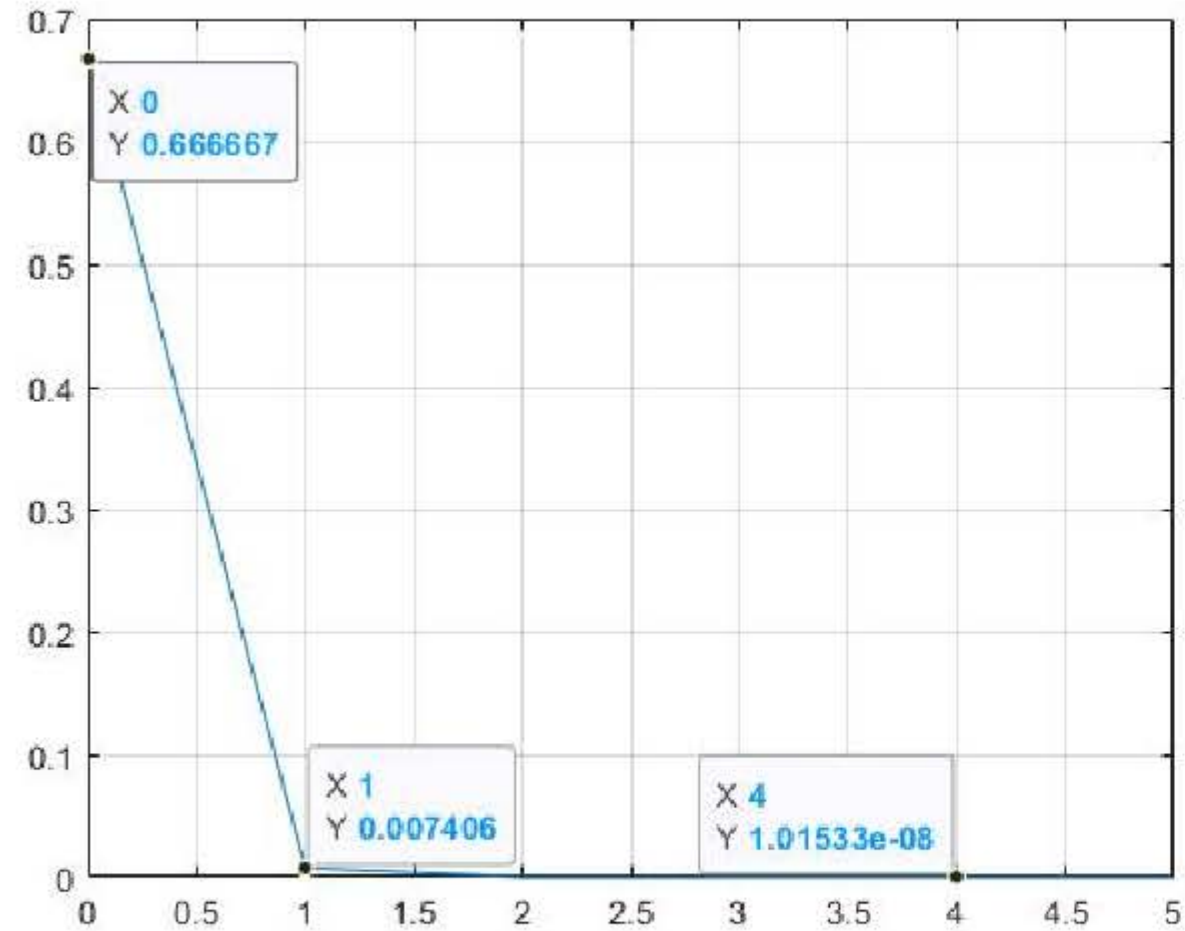
$$6I(t) + 3I(t) + 2 \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$-9I(t) = 2 \frac{di(t)}{dt}$$

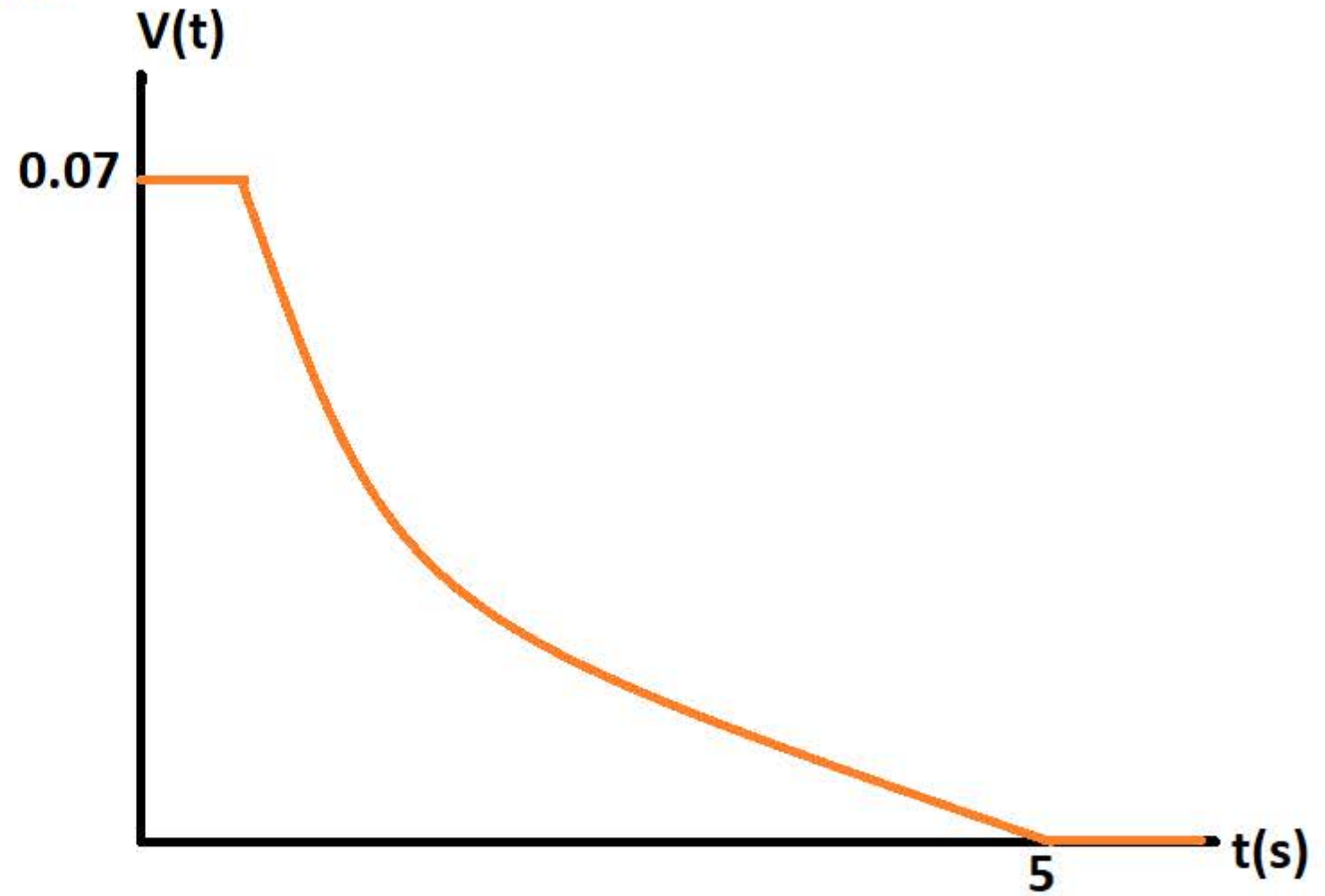
$$-4.5 \frac{dI(t)}{dt} = \frac{di(t)}{I(t)}$$

$$I_L(t) = \frac{2}{3} e^{-4.5t}$$

7.11 grafik

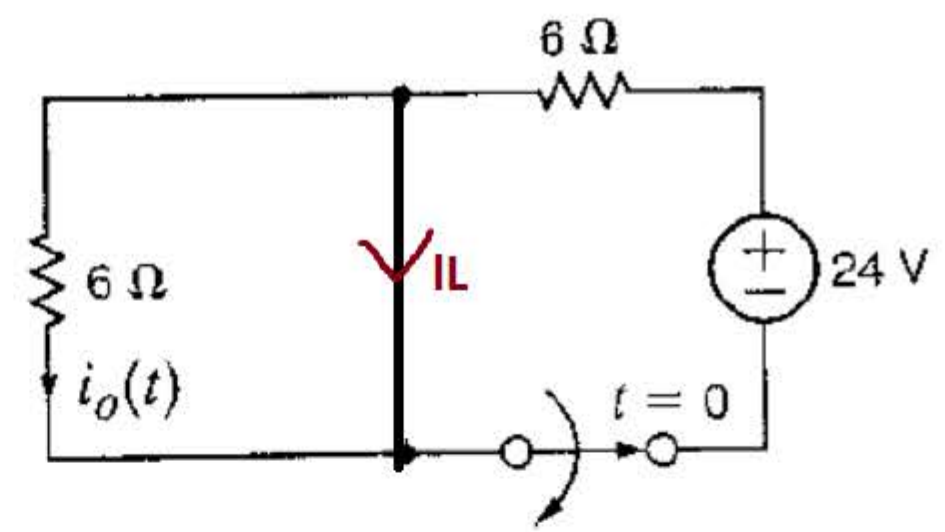
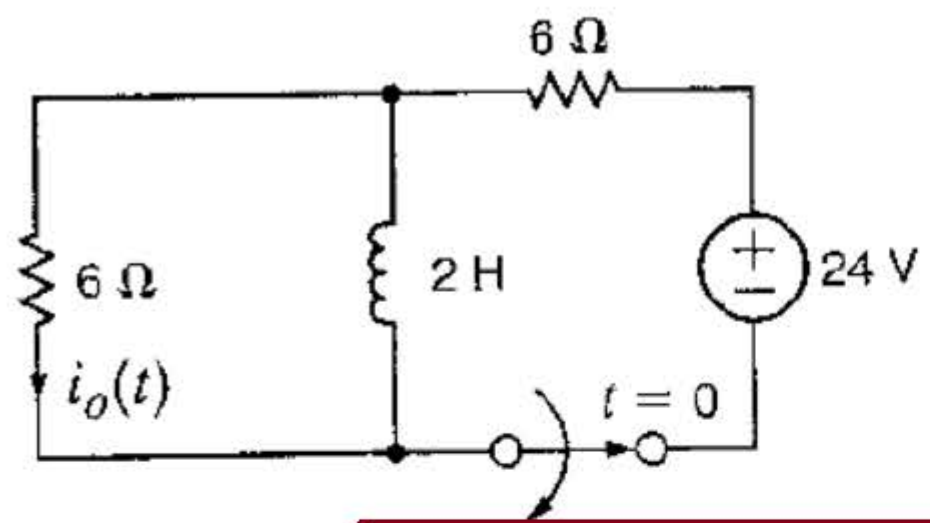


Matlab



Elle çizim

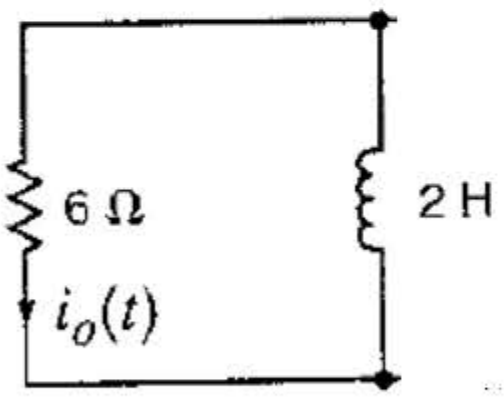
7.19 Şekil P7.19'daki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını adım adım ilerleme yaklaşımını kullanarak bulunuz.



$t = 0$ anında $i_o = 0$ olur
 i_L ise = $24/6$ dan 4 olur

$t > 0$ da iken 24V ve 6 ohm bir işlev yapmayacaktır.

Şekil P7.19



$$L \cdot \frac{di_o(t)}{dt} + 6 i_o(t) = 0$$

$$-6 i_o(t) = 2 \cdot \frac{di_o(t)}{dt}$$

$$\frac{R}{L} \leftarrow \left(\frac{+6}{2} \right) dt = \frac{di_o(t)}{-i_o(t)}$$

$$i(t) = 0 + (+4) \cdot e^{-t/3}$$

$$i(t) = 4 e^{-3t}$$

$$i_o(t) = -4 e^{-3t}$$

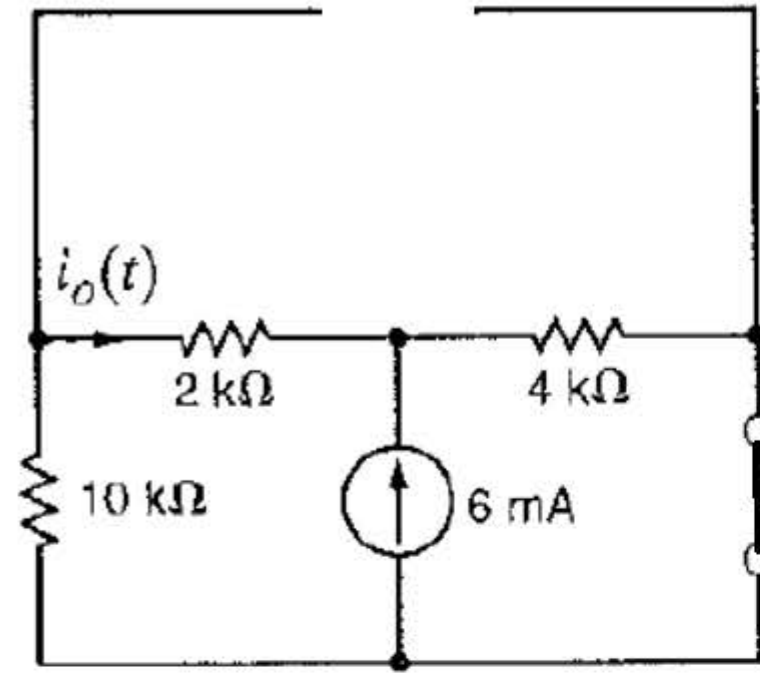
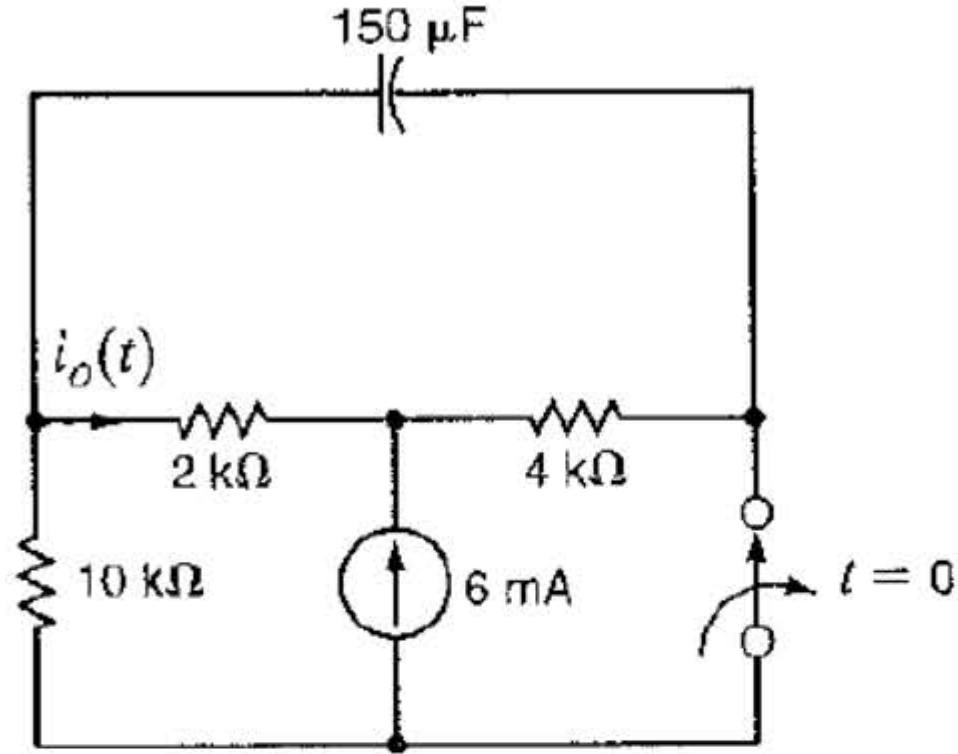
$$-i(0) = i(t)$$

$$i(0) = -4$$

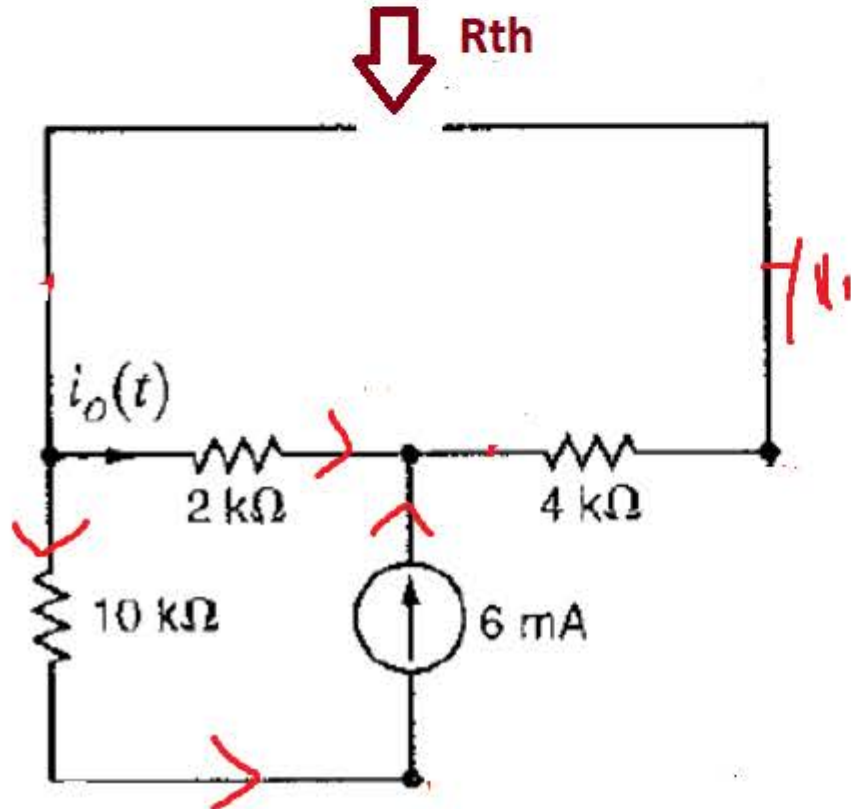
$$V_s = 0$$

$$\frac{R}{L} = 3$$

7.31 Şekil P7.31'deki devrede $t > 0$ için $i_o(t)$ akımını bulunuz.



$t = 0$ anında 4 le 12 birbirlerine paralel olduğu için 4 ten 3x 12 den x akım geçer $i_o(t) = -1,5 \text{ mA}$ bulunur.



$t > 0$ iken kapasitör'ün uçları arasındaki gerilim değişmeyeceği için belli bir süre sonra dolar ve akım artık oraya gitmez o yüzden $t > 0$ da iken sonsuza giderken açık devre olur

bu yüzden t sonsuza giderken $i(\text{sonsuz}) = -6$ gelir.

R_{th} bulalım 6mA yı açık devre yaptım bu yüzden 10k ya akım gitmez R_{th} im 6kohm gelir

$T = RC$ olduğu için $(6 \times 10^3) \times (15 \times 10^{-5}) = 0,9$ saniye gelir

$i(t) = i(\text{sonsuz}) + (i_o(t) - i(\text{sonsuz}))e^{-(t/RC)}$ olduğu için

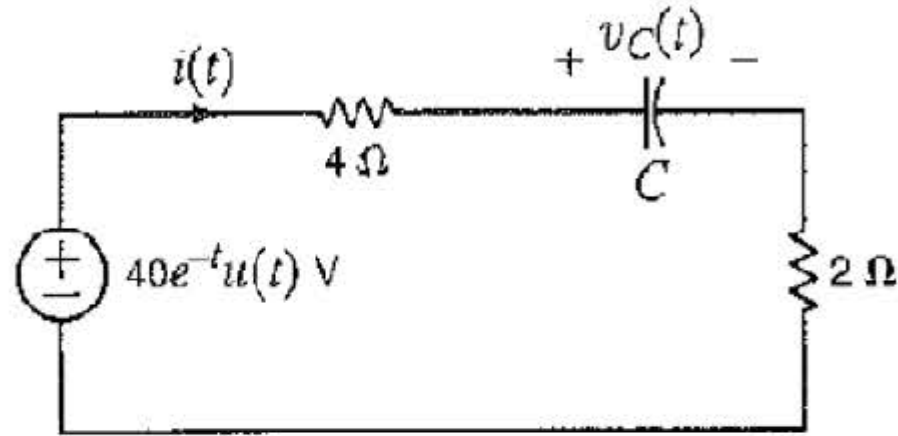
$i(t) = -6 + 4,5e^{-1,11t}$ geldi.

7.85 Şekil P7.85'te verilen devrede $t > 0$ için $i(t) = 13.33e^{-t} - 8.33e^{-0.5t}$ olduğuna göre aşağıdakileri bulunuz.

(a) $v_c(0)$,

(b) $v_c(t = 1 \text{ s})$,

(c) C kapasitansı



a) $t = 0$

$$6i(0) + v_c(0) = 40$$

$$6(13.33 - 8.33) + v_c(0) = 40 \quad v_c(0) = 10 \text{ V}$$

b) $t = 1 \text{ s}$

$$40e^{-1} = 6(13.33e^{-1} - 8.33e^{-0.5}) + v_c(1)$$

$$40e^{-1} - 6(13.33e^{-1} - 8.33e^{-0.5}) = v_c$$

$$v_c = 15.6065823144$$

c) C kapasitansı

$$C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt} = 40e^{-t}(t) - 6(13.33e^{-t} - 8.33e^{-0.5t})$$

$$C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt} = -39.98e^{-t} + 49.98e^{-0.5t}$$

$$i(t) = C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$\frac{i(t)}{\frac{dv_c(t)}{dt}} \times \frac{dv_c(t)}{dt} = -39.98e^{-t} + 49.98e^{-0.5t}$$

$$i(t) = -39.98e^{-t} + 49.98e^{-0.5t}$$

$$C = \frac{i(t)}{\frac{dv_c(t)}{dt}}$$

$$e^{-t}(-39.98 + 49.98e^{0.5t}) = \frac{C \cdot dv_c(t)}{dt}$$