北京大學
PEKING UNIVERSITY

日食月食预测和代码实现

第三组：刘任达
蒋弘杰
盛文哲

实验思路以及理论分析

- 实验思路：通过Python建立一个三维模型，使用四级四阶Runge-Kutta数值模拟，通过地球、月球、太阳球体之间的几何关系进行预测。
- 为什么是Python？

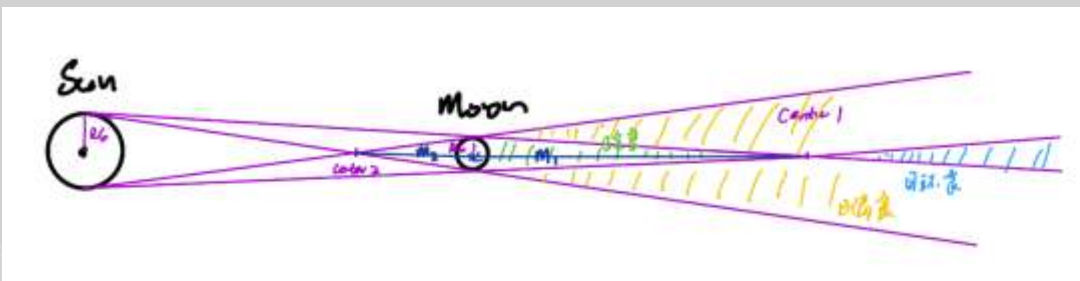
功能	MATLAB	Python
数值计算	🚀 强大，专门用于矩阵计算，`ode45` 等工具方便	🚀 强大，`SciPy` / `NumPy` 提供各种积分方法
天体力学	❌ 没有专门的库，需要手动编写轨道计算	✅ `Skyfield`、`Astropy`、`SPICE` 可直接获取天体位置
符号计算	✅ `syms` 方便解析求解	✅ `SymPy` 可用于符号计算
可视化	✅ `plot3`、`meshgrid` 直接绘制3D轨迹	✅ `matplotlib` / `plotly` 可交互3D可视化
数据获取	❌ 需要手动导入数据	✅ `Astropy` 直接获取 NASA JPL 数据
模拟效率	🚀 快速，适合小型仿真	🚀 结合 `Numba` / `Cython` 可加速计算
开源/价格	❌ 付费，闭源	✅ 免费，开源，社区支持强
学习曲线	✅ 语法直观，适合工程师	🚀 更灵活，适合科研计算

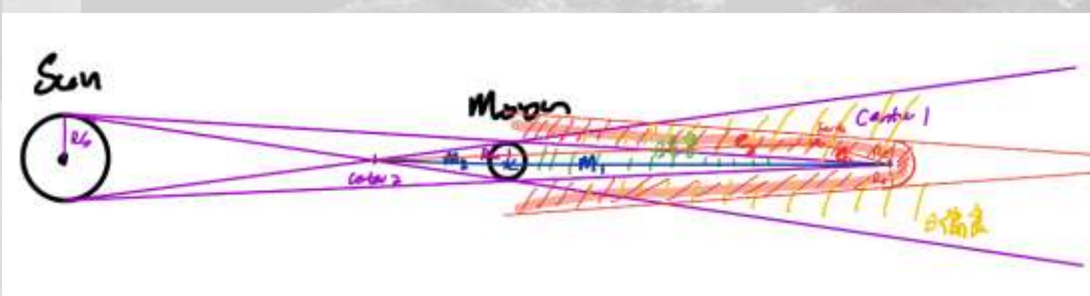
另一个原因：因为组员都对Python更加熟悉，且编程上更加容易

一开始我有担心Python不如专业性更强的MATLAB精度更好，但是事实证明只要步长够低就都OK

实验思路以及理论分析

- 理论分析：怎样算日食？怎样算日全食、日环食和日偏食？
  - 3个Threshold





$$T_1 := \|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{m}_1\|^2 - (R_e^2\|\mathbf{m}_1\|^2 + R_m^2\|\mathbf{e}_1\|^2 + 2R_eR_m\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e}_1) < 0$$

$$b_1 = (T_1 < 0 \text{ and } d_1 > 0 \text{ and } d_0 > 0) \;\text{ or }\; (\|\mathbf{e}_1\| < R_e)$$

实验思路以及理论分析

- 理论分析：怎样算日食？怎样算日全食、日环食和日偏食？
  - 3个Threshold

$$T_3 := \|\mathbf{e_1} \times \mathbf{m_1}\|^2 - (R_e^2\|\mathbf{m_1}\|^2 + R_m^2\|\mathbf{e_1}\|^2 - 2R_eR_m\mathbf{m_1}\cdot\mathbf{e_1})$$

$$T_2 := \|\mathbf{e_2} \times \mathbf{m_2}\|^2 - (R_e^2\|\mathbf{m_2}\|^2 + R_m^2\|\mathbf{e_2}\|^2 + 2R_eR_m\mathbf{m_2}\cdot\mathbf{e_2}) < 0$$

$$b_2 = (\text{ not } b_1) \text{ and } ((T_3 < 0) \text{ and } (d_1 \leq 0) \text{ and } (d_0 > 0)), \quad b_2 == 1 \iff \text{日环食发生}$$

$$b_3 = (\text{ not } b_1) \text{ and } (\text{ not } b_2) \text{ and } (T_2 < 0) \text{ and } (d_0 > 0), \quad b_3 == 1 \iff \text{日偏食发生}$$

数值模拟方法

- 四级四阶Runge – Kutta 方法（cf.张平文, 李铁军. 数值分析）

$$\mathbf{y} = (\mathbf{r}_\mathrm{s}, \dot{\mathbf{r}}_\mathrm{s}, \mathbf{r}_\mathrm{e}, \dot{\mathbf{r}}_\mathrm{e}, \mathbf{r}_\mathrm{m}, \dot{\mathbf{r}}_\mathrm{m})^T$$

» $\dot{y} = f(y)$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{h}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2},\ y_n + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(t_n + h,\ y_n + hk_3)$$

当然，也可以用Heun方法来进行模拟，Heun方法的计算量更小，且在8年内，Heun方法与Runge – Kutta几乎没有差别

不确定的点是：1. 50年是否有差别；2. 在更精细的timestep下，二者是否有差别

如果以上两个答案均为否，或可用Heun方法显著提升效率

数值模拟方法

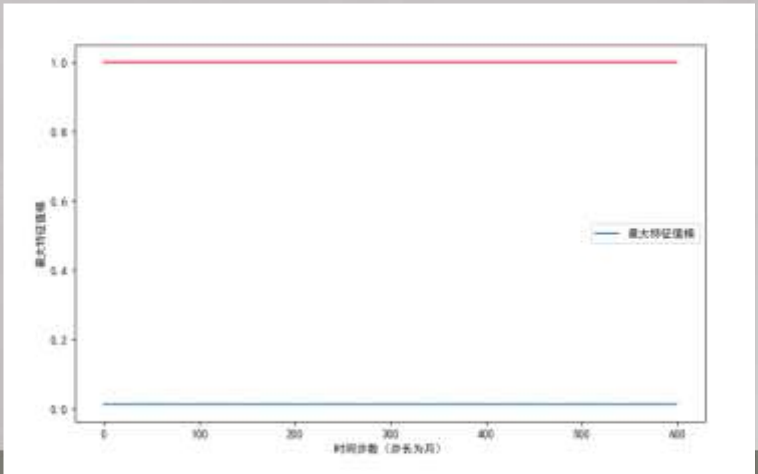
- 四级四阶Runge – Kutta 方法（cf.张平文, 李铁军. 数值分析）

以下是对稳定性的验证，在不同的位置我们计算 J 的极大特征值模
如果某处极大特征值模很大，那么有可能该处的F(y)受y的变动很大，也就会产生比较大的加速度变化，从而产生不稳定性

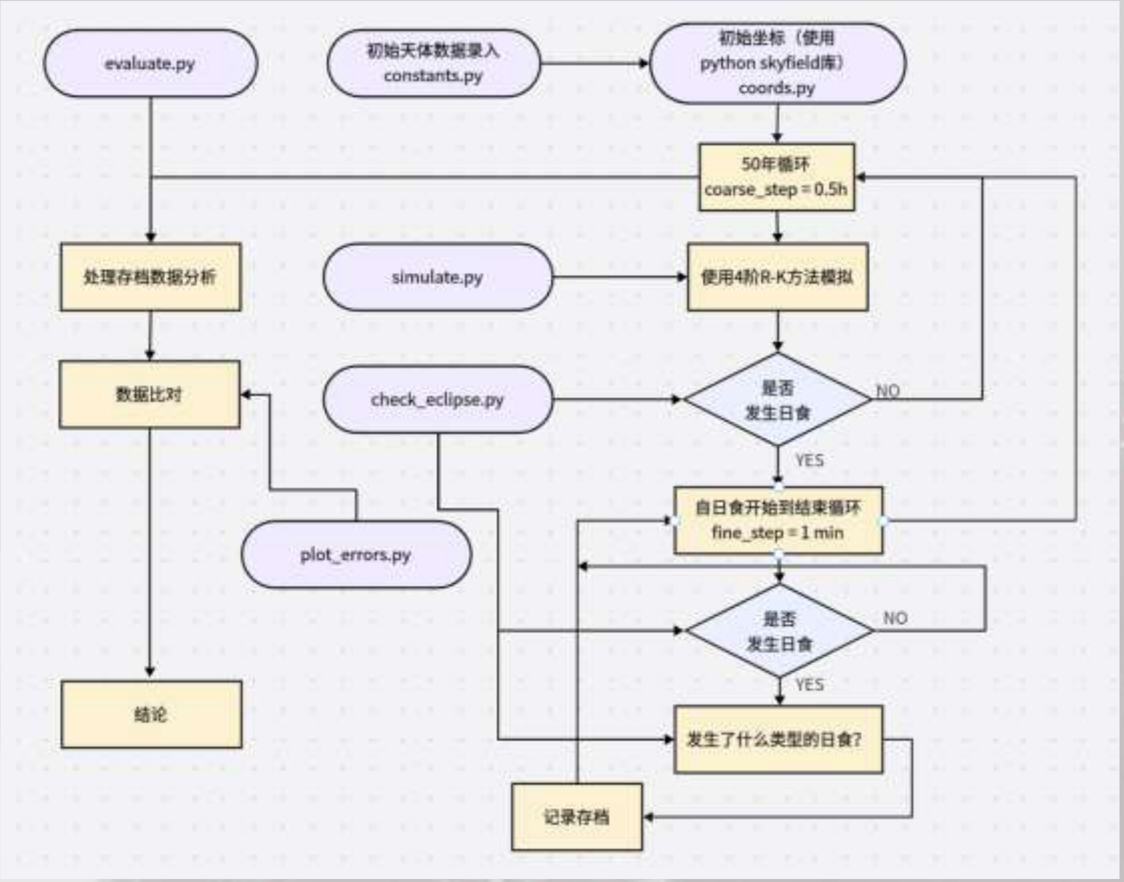
$$J = \frac{\partial F(y)}{\partial y} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{11} & 0 & A_{12} & 0 & A_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{22} & 0 & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ A_{31} & 0 & A_{32} & 0 & A_{33} & 0 \end{bmatrix}$$

$i \neq j,\ A_{ij} = \frac{\partial \vec{a}_i}{\partial \vec{r}_j}$ 是加速度对位置的偏导数。

$$i = j,\ A_{ii} = -\sum_{k \neq i} A_{ik}.$$



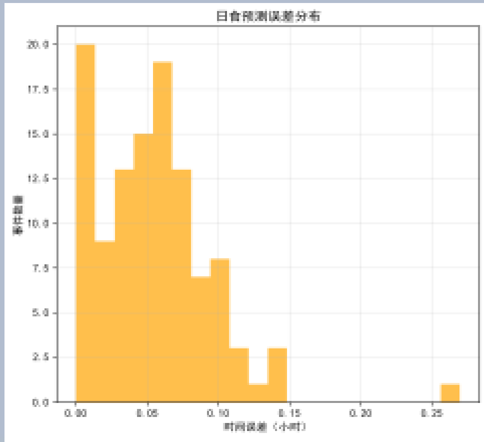
代码结构

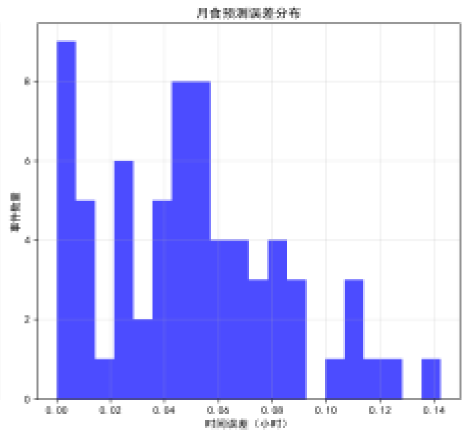


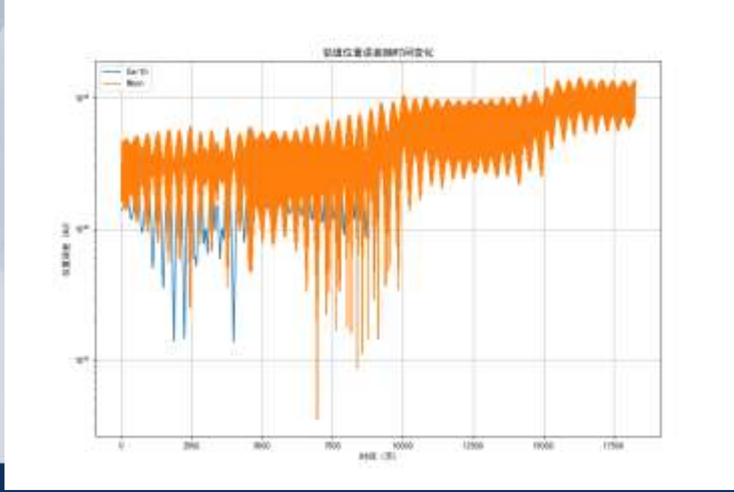
evaluate.py
初始天体数据录入
constants.py
初始坐标（使用
python skyfield库）
coords.py
50年循环
coarse_step = 0.5h
处理存档数据分析
simulate.py
使用4阶R-K方法模拟
数据比对
check_eclipse.py
是否
发生日食
NO
YES
自日食开始到结束循环
fine_step = 1 min
plot_errors.py
是否
发生日食
NO
YES
结论
发生了什么类型的日食?
记录存档

结果展示

- 未来50年预测结果（准确率99.45%）







各因子影响及误差分析实验

- 时间步长
- 天体数量
  - 增加天体数量
  - 增加天体数量（作为外场）
  - 精度与复杂度的平衡
- 物理常数

北京大學
PEKING UNIVERSITY

感谢聆听！