

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY
CAMPUS MONTERREY



Modelación computacional de sistemas electromagnéticos (Gpo 309)

Entrega Final de Reto

Alumnos:

Rene Miguel Macias Olivar A00836714

Diego Andrés Guerra Ramón A00835430

Uriel Ernesto Lemus Raygoza A00835767

Docente:

Gerardo Ramón Fox

Introducción

Los juegos mecánicos son las atracciones más populares en un campo de diversiones, estos brindan la experiencias fuera de lo común a las personas que deciden aventurarse para probar una de estas atracciones, existen diferentes tipos de atracciones, como montañas rusas, ruedas de la fortuna, carros chocones pero en este proyecto nos centraremos en una en específico, La torre de caída, esta atracción brinda la experiencia de simular una caída libre a los usuarios y experimentar una desaceleración al momento de casi tocar el suelo.

La seguridad de los usuarios es una preocupación principal de los dueños de esta atracción, una caída libre desde una gran altura es un juego demasiado peligroso, por lo cual se ha diseñado un tipo freno magnético que desacelera y detenga a la cabina donde se encuentran los pasajeros antes de que estrellan contra el suelo, este freno magnético trabaja con corrientes de Eddy y se aplica de la forma que la cabina en la que se encuentran los pasajeros contiene imanes y la zona inferior de la atracción contiene un conductor eléctrico. Al caer la cabina, la energía cinética de su caída se transfiere a las corrientes de Eddy, disminuyendo su velocidad sin necesidad de fricción entre superficies.

Que ventajas trae este sistema de frenado magnético a los usuarios y a los dueños de la atracción? Primero que todo este tipo de frenado no genera fricción por lo cual el coste de mantenimiento se reduce drásticamente, los frenos funcionan sin electricidad por lo cual seguirán funcionando aun cuando haya un corte de energía inesperado y para la comodidad de los pasajeros se genera un frenado sin jaloneo lo cual lo hace más confortable para los usuarios. Pero para poder demostrar la fiabilidad de este sistema sin tener la necesidad de construir una atracción para probarlo existen las simulaciones computacionales las cuales nos permiten recrear situaciones reales en un ambiente controlado y realizar las pruebas que queramos cambiando parámetros y sobre todo sin poner en riesgo la integridad física de una persona o la construcción innecesaria de prototipos que probablemente lleguen a fallar.

Descripción del Modelo

Para nuestro modelo de nuestra torre hemos decidido utilizar los parámetros de las 3 torres de caída libre más altas del mundo para poder simular con parámetros reales los cuales ya existen y poder brindar una respuesta a estos, comenzando con la altura de la torre en la cual logramos encontrar que las altura de las torres de caída libre más altas del mundo están en un rango de 120 a 140 metros de altura. Pero una torre tradicional de caída libre varía entre los 40 hasta 100 metros.

Para el diseño de la góndola hemos considerado para su diseño el parámetro de su peso el cual puede variar dependiendo de los materiales de construcción de esta y de el número de personas que puede llevar en la atracción por lo cual el peso de una góndola de caída libre puede variar de entre 1000 hasta 5000 kilogramos sin considerar el peso de las personas.

Para la simulación computacional de nuestra torre de caída libre utilizaremos los parámetros de la torre de caída libre The Giant Drop en el parque de atracciones Dreamworld Tower ya que utiliza un sistema de frenado magnético al igual que nuestra simulación, los parámetros de esta torre de caída libre son una altura de 115 metros, esta atracción puede alcanzar una velocidad máxima de 135 km/h y el peso de la góndola de aproximadamente 5443 kilogramos pero considerando que tiene una capacidad de hasta 30 personas, le agregaremos el peso promedio de 15 adultos jóvenes el cual es 65 kg lo cual nos daría un peso de 6418 kg.

Análisis Matemático:

-Sección 1:

1. Muestra que: $\vec{r} - \vec{r}_q = (x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}$.

$$\begin{aligned} 1. \quad \vec{r} - \vec{r}_q &= (x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k} \\ \vec{r} &= x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k} \\ \vec{r}_q &= R \cos \theta \hat{i} + R \sin \theta \hat{j} \\ \vec{r} - \vec{r}_q &= (x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k} \end{aligned}$$

2. Calcula la magnitud del vector anterior, no evalúes todos los cuadrados dentro de la raíz.

$$2. \quad |\vec{r} - \vec{r}_q| = \sqrt{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2}$$

3. En el Tutorial de Anillo de corriente, habíamos definido que:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}} &= -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} \quad d\vec{\mathbf{s}} = ds \hat{\mathbf{s}} \\ \hat{\mathbf{R}} &= \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j} \end{aligned}$$

4. si notas que $\vec{r}_q = R \hat{\mathbf{R}}$. Ahora define el vector $d\vec{\mathbf{s}}$ y exprésalo en términos de i,j. Hint: revisa tus notas del tutorial de anillo de corriente.

$$\begin{aligned} \vec{r}_q &= R \hat{\mathbf{R}} \quad R \hat{\mathbf{R}} = R \cos \theta \hat{i} + R \sin \theta \hat{j} \\ \hat{\mathbf{S}} &= \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} \\ d\vec{\mathbf{s}} &= -\sin \theta d\theta \hat{i} + \cos \theta d\theta \hat{j} \end{aligned}$$

5. A partir de los resultados de los puntos anteriores, muestra que la Ley de Biot-Savart generalizada se reduce a:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 RI}{4\pi} \int \left(-\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} \right) \times \frac{(x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{((x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2)^{3/2}} d\theta$$

$$\begin{aligned} \oint \vec{dB} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int dS \times \frac{\vec{r} - \vec{r}_q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int d\theta \times \frac{\vec{r} - \vec{r}_q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int (-\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}) \times \frac{(x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{((x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2)^{3/2}} d\theta \end{aligned}$$

6. ¿Cuáles serían los límites de integración? Escribe la integral con límites y justifica tu respuesta.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}) \times \frac{(x - R \cos \theta) \hat{i} + (y - R \sin \theta) \hat{j} + z \hat{k}}{((x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2 + z^2)^{3/2}} d\theta$$

Los límites de integración serían desde 0 hasta 2π ya que estamos integrando todos los diferenciales de desplazamiento del generador del campo magnético pero debido a que el campo magnético es generado por un anillo se tiene que realizar la integral respecto a los diferenciales de ángulo y debido a que es un círculo completo tendría que comenzar desde 0 y terminar en 2π .

7. En clase comentamos, que una integral, a primera aproximación, se puede evaluar computacionalmente con la forma:

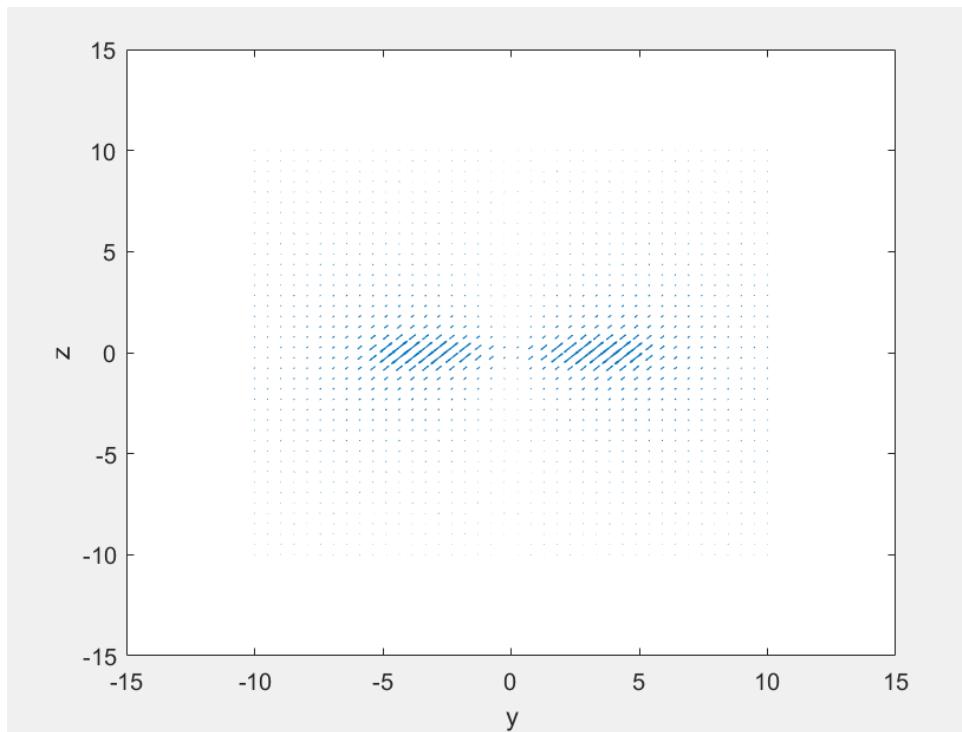
$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^N f(x_i) \Delta x, \quad \Delta x = (b - a)/N$$

A este proceso le llamamos discretización. A partir de esta definición, escribe la integral del paso 5 en su forma discretizada.

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \sum_{i=1}^N (-\sin \theta_i \hat{i} + \cos \theta_i \hat{j}) \times \frac{(x - R \cos \theta_i) \hat{i} + (y - R \sin \theta_i) \hat{j} + z \hat{k}}{((x - R \cos \theta_i)^2 + (y - R \sin \theta_i)^2 + z^2)^{3/2}} d\theta$$

$$\frac{(2\pi - 0)}{N}$$

Gráfica 1: R=5 , I= 1.

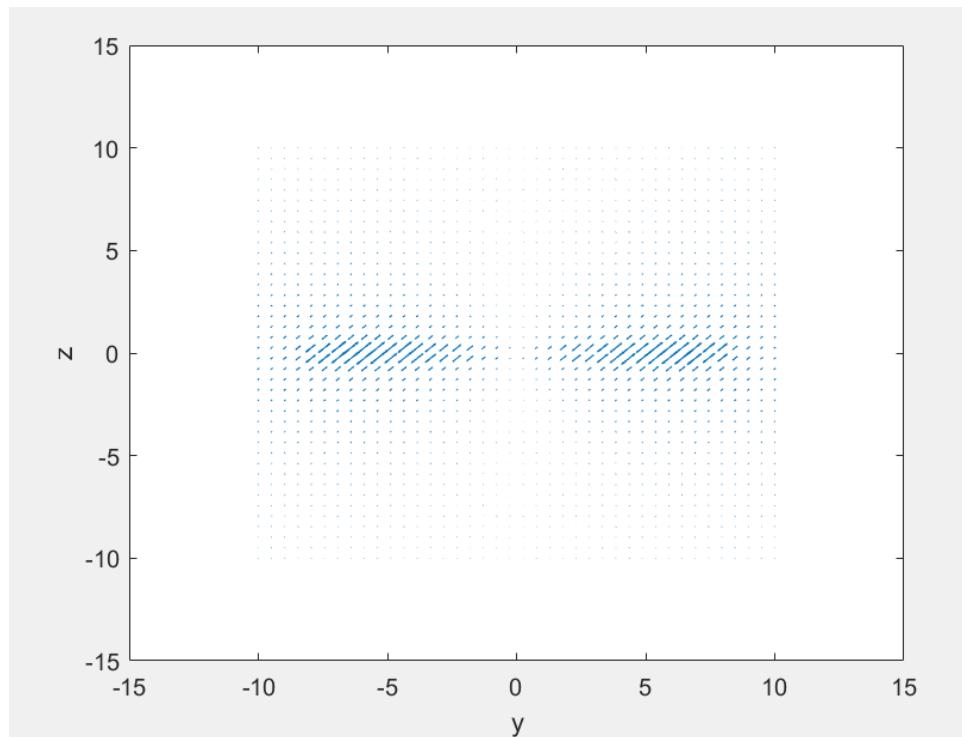


Valor de Campo Magnético $B = -2.4493e-24i \quad -2.4493e-24j \quad -2.4493e-24k$

Tiempo total para correr = 0.055167 s

Graficar consume el tiempo más grande de: 0.04935 s

Gráfica 2: R= 8, I= 8.

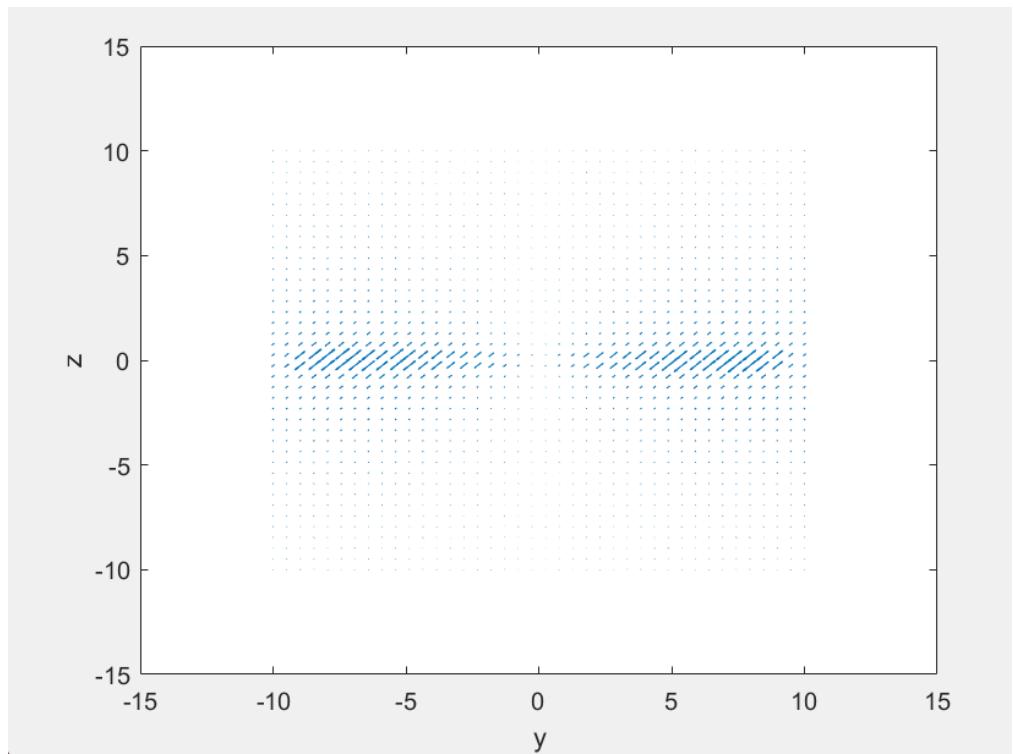


Valor de Campo Magnético $B = -2.4493e-24i \quad -2.4493e-24j \quad -2.4493e-24k$

Tiempo total para correr = 0.08623 s

Graficar consume el tiempo más grande de: 0.086178 s

Gráfica 3: $R=9$, $I=4$.



Valor de Campo Magnético $B = -2.4493e-24i -2.4493e-24j -2.4493e-24k$

Tiempo total para correr = 0.085684 s

Graficar consume el tiempo más grande de: 0.081941 s

Caso de prueba:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \cdot \vec{r}}{r^2} \sim \vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{2/3}} \hat{R}$$

$$I = 4 \text{ A}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$$

$$R = 2 \text{ m}$$

$$z = 115 \text{ m}$$

$$\vec{B} = 1.7972 \times 10^{-8} \text{ T}$$

-Sección 2:

- El campo magnético del anillo de corriente está dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} \hat{k}$$

y vamos a definir el dipolo magnético de la góndola como

$$\vec{\mu} = -\mu \hat{k}$$

De modo que su "polo norte" está hacia el "polo norte" de la espira y tengamos una fuerza repulsiva. A partir de estas definiciones, utiliza la ecuación:

$$\vec{F} = -\nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

para mostrar que la fuerza de interacción es:

$$\vec{F} = \frac{3}{2} I \mu \mu_0 R^2 \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} \hat{k}$$

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} \hat{R} \quad \vec{\mu} = -\mu \hat{R} \\
 \vec{F} &= -\nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \nabla \left(\frac{-\mu \mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} \hat{R} \right) \\
 \vec{F} &= \frac{-\mu \mu_0 I R^2}{2} \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{(R^2+z^2)^{3/2}} \right) \\
 & \quad u = R^2+z^2 \\
 & \quad \frac{3}{2} \frac{1}{u^{5/2}} du \\
 & \quad \frac{3}{2} \frac{1}{u^{3/2}} du \quad du = (2z) \\
 & \quad = \frac{-5}{2} \frac{(R^2+z^2)^{-2}}{(R^2+z^2)^{5/2}} z^2 = \frac{-32z}{2(R^2+z^2)} \\
 \vec{F} &= \frac{3}{2} I \mu \mu_0 R^2 \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} \hat{R}
 \end{aligned}$$

- A partir de la 2a Ley de Newton

$$m \vec{a} = \sum \vec{F}$$

muestra que la ecuación de movimiento en forma vectorial queda de la siguiente manera:

$$ma_z \hat{k} = \frac{3I\mu\mu_0 R^2}{2} \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} \hat{k} - mg \hat{k}$$

donde a_z es la aceleración en la dirección vertical, y el término mg viene del peso del dipolo.

2. $\vec{m}\ddot{\vec{a}} = \sum \vec{F}$

$$\vec{m}\ddot{\vec{a}}_z = \frac{3I\mu\mu_0 R^2}{2} \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} \hat{k} - mg \hat{k}$$

$-mg = \text{Peso de la gondola en el eje } R$

3. Del resultado anterior, eliminando los vectores y usando la definición

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a_z$$

muestra que:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{3I\mu\mu_0 R^2}{2m} \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} - g$$

3. $\frac{d^2 z}{dt^2} = a_z$

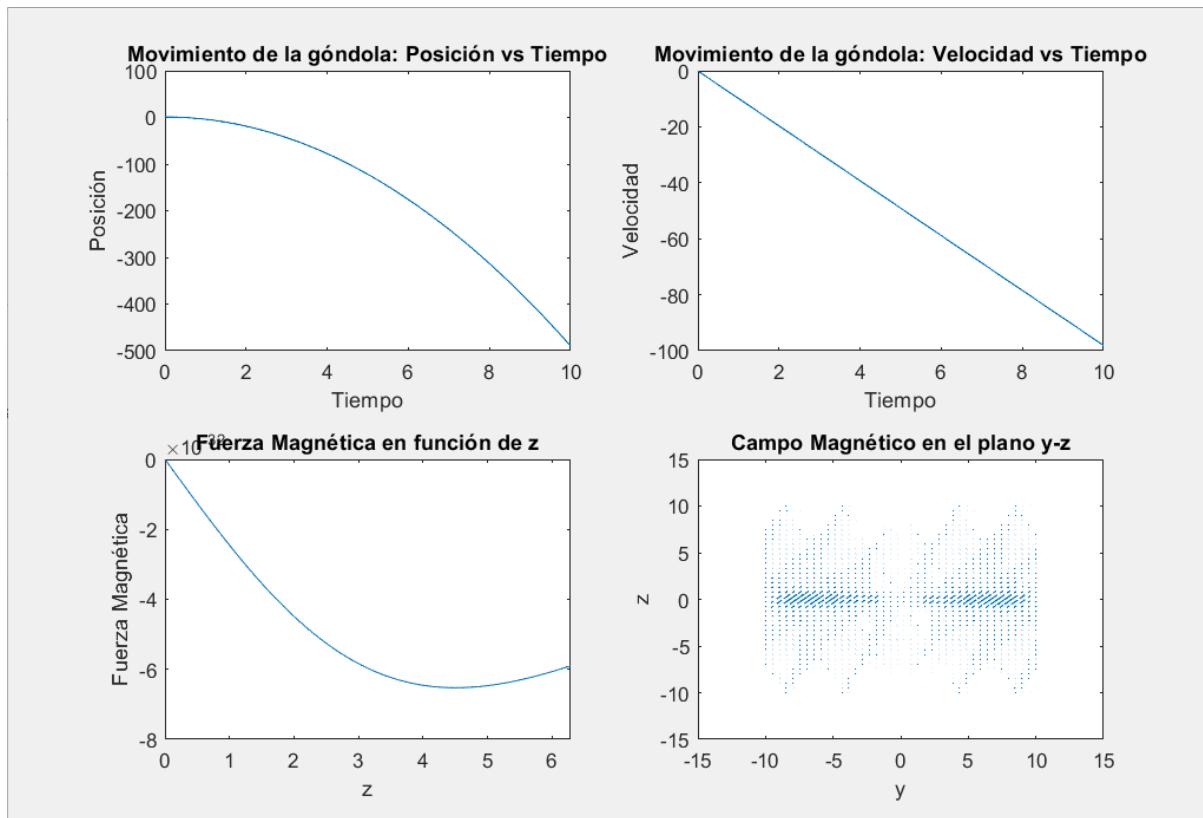
$$ma_z = \frac{3I\mu\mu_0 R^2}{2} \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} \hat{k} - mg \hat{k}$$

$$a_z = \frac{3I\mu\mu_0 R^2}{2m} \frac{z}{(R^2+z^2)^{5/2}} - g = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

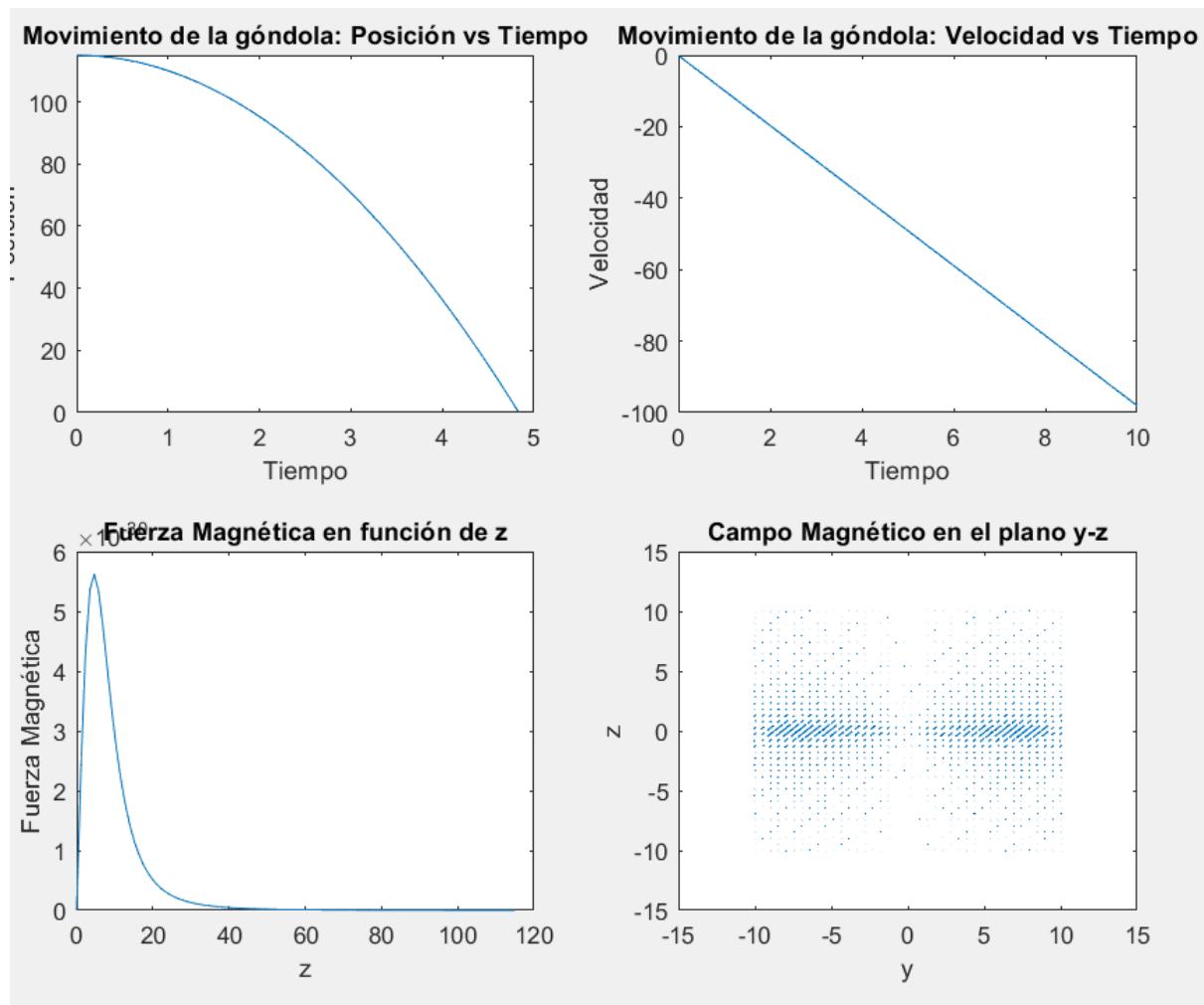
¿Porque la fuerza ayuda al frenado?

Al momento de realizar la sumatoria de fuerza por la segunda ley de newton la fuerza repulsiva nos ayuda a contrarrestar la aceleración por la gravedad, generando una nueva aceleración pero negativa para lograr disminuir la velocidad y lograr que sea 0.

- Graficas segunda entrega sin corregir:



Simulación del Sistema:



[github](#)

Discusión de los Resultados:

Consideramos que logramos cumplir con todos los criterios del sistema considerando constantes y valores reales a lo largo del desarrollo del problema, logrando así emular una situación realista de la góndola respecto al sistema de frenado. Consideramos que nos podría haber ayudado bastante a mejorar la precisión del sistema haber usado métodos como la ley de Runge Kutta de 4to orden.

Conclusión:

El frenado magnético en una torre de caída libre es una tecnología revolucionaria que combina principios físicos y electromagnéticos para proporcionar un sistema de seguridad eficiente y emocionante. El cual no permite experimentar la desaceleración instantánea a la fuerza de repulsividad que se genera entre los

campos magnéticos opuestos lo cual desacelera la góndola de forma segura, convirtiendo esta medida de seguridad en unos de los más fiables y que pone a relucir los principios físicos del magnetismo.

Referencias:

- Colaboradores de Wikipedia (Febrero 2023) Torre de caída, Wikipedia, recuperado de:
https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Torre_de_ca%C3%ADda&oldid=149394885
- Colaboradores de wikipedia (2018) La Gota Gigante, Hmong, recuperado de :
https://hmong.es/wiki/The_Giant_Drop#title
- Chat GPT, comunicación personal, 12 de junio de 2023.