17240 - Tecnologías Para Minería

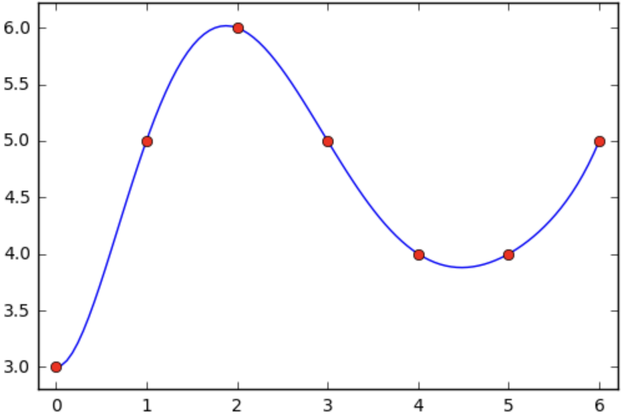
Clase 4: Interpolación

René Torres

Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Ingeniería Mecánica
e-mail: rene.torres.a@usach.cl

24 de septiembre de 2023

Motivación



Interpolación de Newton

$$f_n(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0](x - x_0) + f[x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) + \cdots + f[x_n, x_{n-1}, \cdot\cdot$$

$$f[x_n, x_{n-1}, \cdots, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \cdots, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \cdots, x_0]}{x_n - x_0}$$

i	$\boldsymbol{x_i}$	$\boldsymbol{f(x_i)}$	**Primero**	**Segundo**	**Tercero**
0	x_0	$f(x_0)$	$f[x_1, x_0]$	$f[x_2, x_1, x_0]$	$f[x_3, x_2, x_1, x_0]$
1	x_1	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	
2	x_2	$f(x_2)$	$f[x_3, x_2]$		
3	x_3	$f(x_3)$			

Interpolación de Lagrange

El polinomio de Interpolación de Lagrange es simplemente una reformulación del polinomio de Newton que evita el cálculo de las diferencias divididas. Se presenta de manera concisa como:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) L_i(x)$$

donde

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Ejemplo para un polinomio de grado 2

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$$

$$f_2(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x) + f(x_2)L_2(x)$$

Ejemplo

Utilice la Interpolación de Newton y Lagrange para determinar el valor de la función en $x = 2.5$, para los datos tabulados siguientes, realice la gráfica.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	0.5	0.8	0.9	0.941176	0.961538