Spidercam

Andreas Stumpf, Sönke Bartels

April 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**

2 Definition aller Punkte und Raumbegrenzungen **3**

3 Raumbegrenzung **6**

4 Herleitung der Ziellängen bzw. der Längenänderungen **7**
4.1 Ziellängen 7
4.2 Längenänderung 7

5 Verifizierung durch Simulation **8**

6 Plakativer Beweis mit Modell **8**

Abbildungsverzeichnis

1 Darstellung der Transformation eines Punktes im Zweidimensionalen 3
2 Darstellung der Transformation eines Punktes im Zweidimensionalen 4
3 Darstellung der Transformation einer Plattform im Dreidimensionalen 5

1 Einleitung

Um automatisierte Kameraführungen in großen und schwer zugänglichen Orten, wie z.B. Stadien, zu ermöglichen werden Kameras an Seilen befestigt. In diesem Dokument soll eine solche Kamerasteuerung geplant und durchgeführt werden. Dabei wird eine theoretische Herleitung der Ortskoordinaten einer solchen Konstruktion durchgeführt und anschließend an einem Model verifiziert. Ziel ist es entweder durch Vorgabe eines Endpunktes oder durch Verfolgung einer Solltrajektorie eine automatisierte Bewegungssteuerung zu einem definierten Punkt zu erreichen.

2 Definition aller Punkte und Raumbegrenzungen

Da eine Darstellung der realen Konstruktion für sämtliche Herleitungen zunächst nicht erforderlich ist, wird im folgenden vereinfacht von der Transformation eines Punktes ausgegangen. Später wird eine Anpassung sämtlicher Herleitungen auf den realen Anwendungsfall erfolgen. Um das Anfangsproblem zu vereinfachen wird die Herleitung der Längenänderung des Seils eines Motors zunächst im Zweidimensionalen durchgeführt. Das Übersetzen der Funktionen in den dreidimensionalen Raum ist damit trivial. Um eine Durchführbarkeit innerhalb der geometrischen Begrenzungen zu garantieren, wird ein Koordinatensystem so in den Raum gelegt, sodass sich für zwei der drei Eckpunkte ein x- Wert von Null ergibt. Damit lassen sich Begrenzungsfunktionen zwischen den Eckpunkten aufstellen, die eine einfache Berechnung der Machbarkeit zulassen. Die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ stellen die Seillängen vor der Transformation dar, während die Vektoren $\vec{a}'$, $\vec{b}'$ und $\vec{c}'$ jene nach der Transformation darstellen. Der Vektor $\vec{t}$ beschreibt dabei den Weg der während der Transformation zurückgelegt wird. Der theoretische Aufbau der Konstruktion sieht dann wie folgt aus:

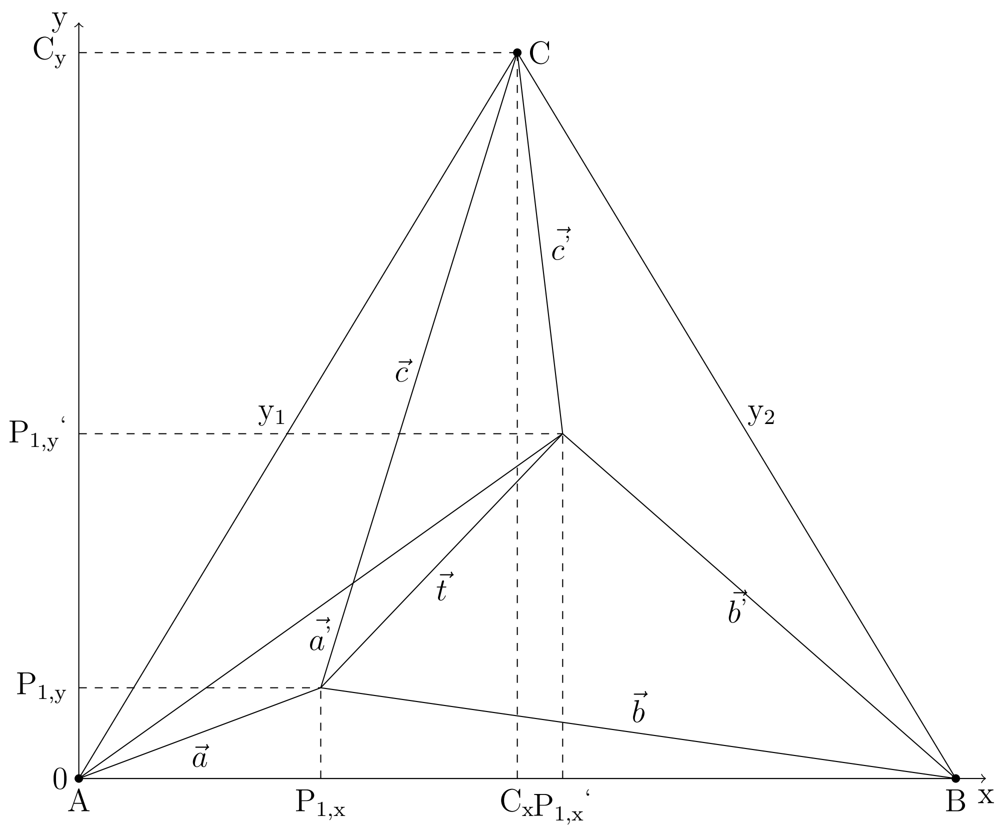

Abbildung 1: Darstellung der Transformation eines Punktes im Zweidimensionalen

Die Positionen der Motoren bleiben nach der Betrachtung im Zweidimensionalen identisch, jedoch wird jeder Motorposition eine Z- Koordinate hinzugefügt, sodass sich die Eckpunkte allgemein nun im Format N=(N_x N_y N_z) befinden.

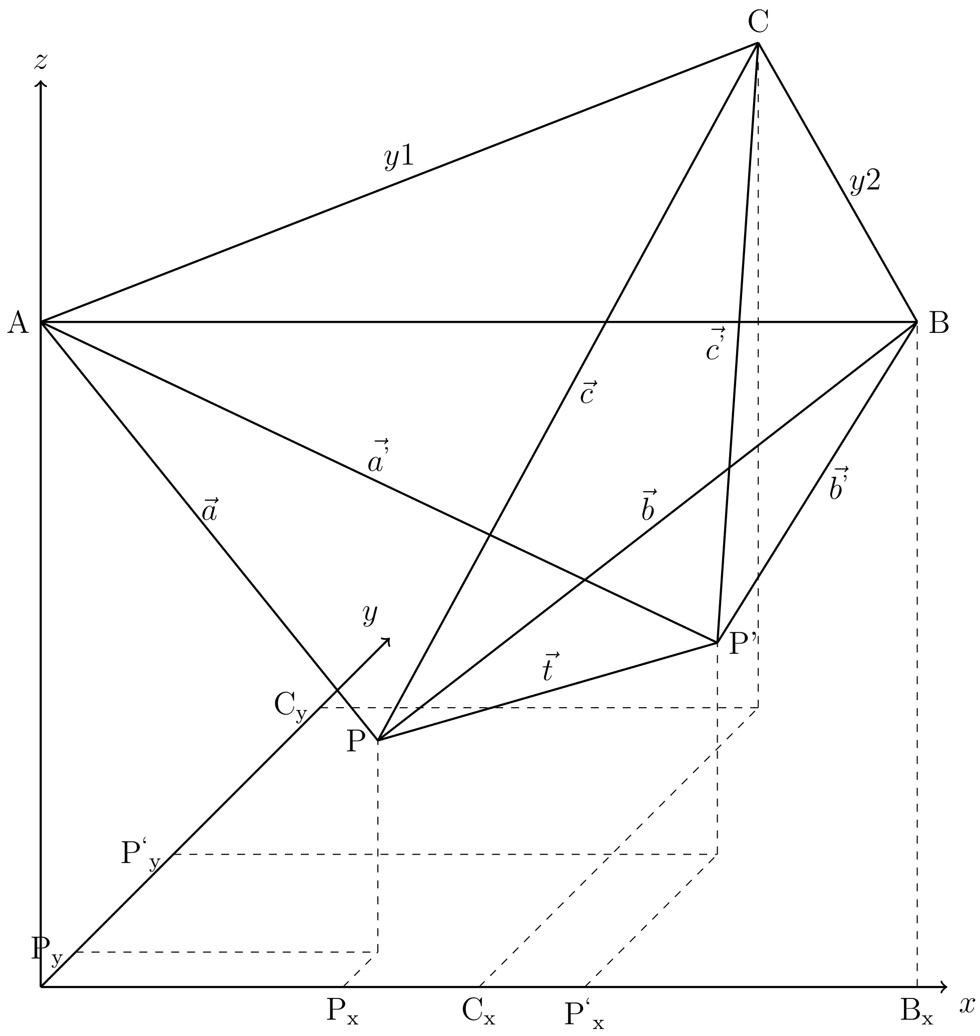

Abbildung 2: Darstellung der Transformation eines Punktes im Zweidimensionalen

Die Betrachtung der Transformation eines Punktes im Dreidimensionalen wird nun erweitert, indem anstelle eines Punktes eine Plattform transformiert wird. Da zuvor die Geometrie der Eckpunkte als gleichseitiges Dreieck festgelegt wurde, wird die Plattform zu diesem Zeitpunkt ebenfalls als gleichseitiges Dreieck betrachtet, da dies den einfachsten Anwendungsfall darstellt. Sämtliche Herleitungen sind jedoch allgemein gehalten, sodass der reale Anwendungsfall für eine optimale Umsetzung der Transformation keine Anpassungen erfahren muss.

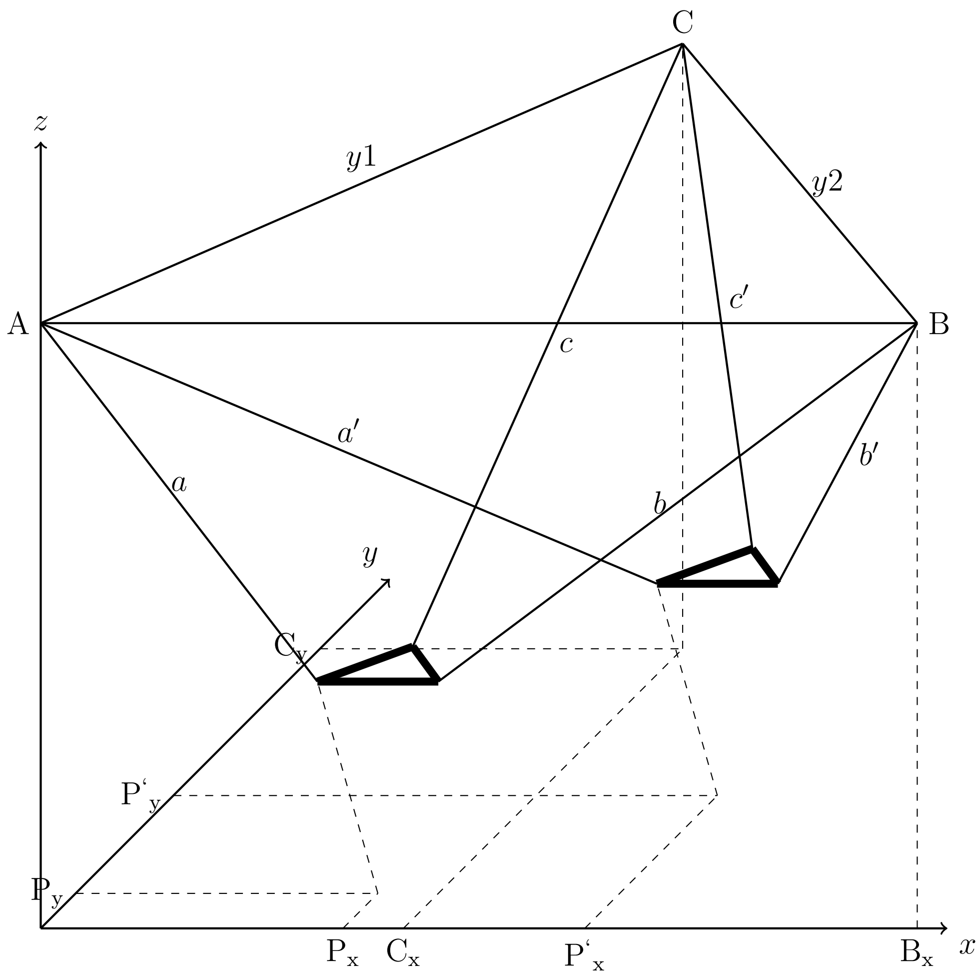

Abbildung 3: Darstellung der Transformation einer Plattform im Dreidimensionalen

3 Raumbegrenzung

Bevor eine Längenänderung ermittelt werden kann, muss zunächst garantiert werden, dass alle Punkte der Bewegung erreicht werden können. Da zuvor zwei der drei Eckpunkte auf die x- Achse gelegt wurden, kann nun einfach ermittelt werden, ob alle Punkte unterhalb der Verbindungsgeraden y $_1$ und y $_2$ liegen. Dafür werden folgende Geradengleichungen aufgestellt:

$$y_1 = m_1 * x + b_1 \tag{1}$$
$$y_2 = m_2 * x + b_2 \tag{2}$$

Mit b_1=0 und $m_1=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ergibt sich y_1 zu:

$$y_1 = \frac{c_\mathrm{y} - a_\mathrm{y}}{c_\mathrm{x} - a_\mathrm{x}} * x \tag{3}$$

Mit $m_2=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ergibt sich y_2 zu:

$$y_2 = \frac{c_\mathrm{y} - b_\mathrm{y}}{c_\mathrm{x} - b_\mathrm{x}} * x + b_2 \tag{4}$$

Da die Koordinaten von Eckpunkt B bekannt sind, kann b_2 mit Hilfe von m_2 ermittelt werden.

$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{5}$$

Mit $b_2=y_2$,x_2=0 und $m_2=\frac{c_\mathrm{y}-b_\mathrm{y}}{c_\mathrm{x}-b_\mathrm{x}}$ folgt:

$$b_2 = \frac{(c_\mathrm{y} - c_\mathrm{x}) * (c_\mathrm{y} - b_\mathrm{y})}{c_\mathrm{x} - b_\mathrm{x}} \tag{6}$$

Da nun beide Geradengleichungen definiert sind, kann überprüft werden, ob alle Punkte der Bewegung folgende Bedingungen erfüllen:

$$p_\mathrm{x} < c_\mathrm{x} \wedge p_\mathrm{y} < y_1(p_\mathrm{x}) \vee p_\mathrm{x} \geq c_\mathrm{x} \wedge p_\mathrm{y} < y_2(p_\mathrm{x}) \tag{7}$$

Für die räumliche Begrenzung einer Bewegung im dreidimensionalen Raum kann die zuvor aufgestellte Ungleichung mit folgender Bedingung erweitert werden:

$$P_\mathrm{z} < A_\mathrm{z} \wedge P_\mathrm{z} > 0 \tag{8}$$

Damit muss nun jeder Punkt einer Bewegung folgende Bedingung erfüllen:

$$P_\mathrm{x} < C_\mathrm{x} \wedge P_\mathrm{y} < y_1(P_\mathrm{x}) \wedge P_\mathrm{z} < A_\mathrm{z} \wedge P_\mathrm{z} > 0 \vee P_\mathrm{x} \geq C_\mathrm{x} \wedge P_\mathrm{y} < y_2(P_\mathrm{x}) \wedge P_\mathrm{z} < A_\mathrm{z} \wedge P_\mathrm{z} > 0 \tag{9}$$

Um die Begrenzung einer Plattform im dreidimensionalen Raum aufzustellen muss die Ungleichung erneut erweitert werden. Es müssen nun anstelle eines Punktes, welcher die Bedingung erfüllt, alle Punkte, welche die Plattform bilden, die Bedingung erfüllen. Es wird vereinfacht überprüft, ob alle Eckpunkte der Plattform die Bedingung erfüllen. Daraus folgt, dass alle Punkte der Plattform ebenfalls die Bedingung erfüllen, da alle Extrempunkte der Plattform überprüft wurden.Für n=1,2,3 muss gelten:

$$P_\mathrm{n,x} < C_\mathrm{x} \wedge P_\mathrm{n,y} < y_1(P_\mathrm{n,x}) \wedge P_\mathrm{n,z} < A_\mathrm{z} \wedge P_\mathrm{n,z} > 0 \vee P_\mathrm{n,x} \geq C_\mathrm{x} \wedge P_\mathrm{n,y} < y_2(P_\mathrm{n,x}) \wedge P_\mathrm{n,z} < A_\mathrm{z} \wedge P_\mathrm{n,z} > 0 \tag{10}$$

4 Herleitung der Ziellängen bzw. der Längenänderungen

Im Folgenden werden sämtlich zuvor getroffenen Annahmen genutzt um die Ziellängen bzw. die Längenänderung aller Seile allgemein zu errechnen.

4.1 Ziellängen

Um eine xxx Regelung umzusetzen werden hier nun die Ziellängen aller Seile allgemein errechnet, die erreicht werden müssen um die Kamera an den gewünschten Punkt zu befördern.

4.2 Längenänderung

Die Berechnung der Ziellängen wird erweitert, um genaue Längenänderungen aller Motoren zu erhalten, welche notwendig sind um eine xxx Regelung umzusetzen. Ist garantiert, dass alle Punkte der Bewegung realisierbar sind kann die Berechnung der Seillängenänderung erfolgen.Die Längenänderung der Steuerseile kann geometrisch bestimmt werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass die aktuelle Kameraposition P, sowie die Montagepositionen der Aktuatoren A, B und C bekannt sind.Die Länge des Seils a zu Motor A kann bestimmt werden als Subtraktion des Vektors zu Motor A und des Vektors zu P.Die Länge des Seils a' zu Motor A kann bestimmt werden als Subtraktion des Vektors zu Motor A und des Vektors zu P'.Damit ergibt sich die Längenänderung des Seils zu Motor A als Differenz der Längen a und a'.Analog dazu ergeben sich die Längenänderungen der Seile zu Motor B und C. Soll ein Punkt mit drei Aktuatoren in der Ebene bewegt werden,so ergibt sich die Längenänderung Δn in Abhängigkeit der Montageposition des Aktuators und der angestrebten Kameraposition zu:

$$\Delta n = |\vec{n'}| - |\vec{n}| = \sqrt{(P'_{\mathrm{x}} - N_{\mathrm{x}})^2 + (P'_{\mathrm{y}} - N_{\mathrm{y}})^2} \tag{11}$$

Die Berechnung der Längenänderung im Dreisimensionalen ergibt sich analog zum Zweidimensionalen, wird jedoch um die Z- Komponente erweitert.

$$\Delta n = |\vec{n'}| - |\vec{n}| = \sqrt{(P`_{\mathrm{x}} - N_{\mathrm{x}})^2 + (P`_{\mathrm{y}} - N_{\mathrm{y}})^2 + (P`_{\mathrm{z}} - N_{\mathrm{z}})^2} \tag{12}$$

Die Berechnung der Längenänderung mit Plattform muss um die auf Seitenlänge normierten Richtungsvektoren der Plattform erweitert werden.

$$\Delta n = |\vec{n'}| - |\vec{n}| = \sqrt{(P`_{\mathrm{x}} - N_{\mathrm{x}})^2 + (P`_{\mathrm{y}} - N_{\mathrm{y}})^2 + (P`_{\mathrm{z}} - N_{\mathrm{z}})^2} \tag{13}$$

5 Verifizierung durch Simulation

Es sollen detaillierte Simulationen durchgeführt werden, um sämtliche zuvor dargelegten Herleitungen und mathematischen Zusammenhänge vor dem Bau eines ersten Modells zu Beweisen.

6 Plakativer Beweis mit Modell