

SPECT 投影模型与准直器模糊效应校正

马天予, 金永杰, 吴朝霞, 孙熙杉

(清华大学 工程物理系, 北京 100084)

摘要: SPECT (single photon emission computed tomography) 断层图像重建算法的重要因素之一是投影模型的选择。讨论了二维重建常用的 δ 模型、线模型和带模型, 并研究了三维准直器空间响应特性的建模方法以校正准直器模糊效应。基于 Jaszcak 和 Shepp-Logan 两组标准图像研究了不同投影模型对断层重建结果的影响, 对重建图像分辨率、归一化均方误差、对比度-噪声比和重建时间等指标进行了比较。结果表明在二维重建算法中采用带模型可以达到最佳的重建效果。采用三维准直器模型可以有效校正准直器模糊效应并进一步提高图像质量, 但重建时间有所增加。

关键词: SPECT; 图像重建; 投影模型; 准直器

中图分类号: R 445.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-0054(2006) 03-0377-04

Projection models and correction of collimator blurring effect in SPECT

MA Tianyu, JIN Yongjie, WU Zhaoxia, SUN Xishan

(Department of Engineering Physics,

Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The choice of the projection model is an important factor in single photon emission computed tomography (SPECT) image reconstruction. A 3-D collimator model was developed to include the collimator blurring effect. The effects of several commonly used projection models including the δ model, the line model, and the strip model on the reconstruction results were studied using the Jaszcak and Shepp-Logan standard images. The comparisons were based on the image resolution, normalized mean square error, contrast to noise ratio, and reconstruction time. The strip model provides the best reconstruction results among the 2-D projection models, with further enhancement of the image quality achieved by the 3-D collimator model due to the correction of collimator blurring at the cost of increased reconstruction time.

Key words: SPECT; image reconstruction; projection model; collimator

在 SPECT (single photon emission computed tomography) 图像重建领域中的应用日益广泛。与传统的 FBP (filtered back projection) 解析算法相比, 它具有重建质量好、受统计噪声影响小和对系统建模灵活等优点, 尤其是 OS-EM 算法, 已经成为 SPECT 临床重建的标准算法之一。

在 OS-EM 算法中, 最为重要的是投影和反投影两个步骤。投影和反投影运算的精度取决于所采用的投影模型是否能准确反映 SPECT 成像的真实投影过程。本文研究了采用 δ 模型、线模型和带模型进行迭代断层重建对重建图像质量的影响。

SPECT 图像会受到准直器模糊效应的影响。传统的准直器模糊效应校正方法是计算准直器的空间点扩展函数, 并在重建前预先对投影数据进行反卷积运算^[3,4]。本文在迭代重建算法的基础上给出了考虑三维准直器模糊效应的投影模型, 对其重建效果和重建时间与其他模型进行了比较。

1 SPECT 成像过程与二维投影模型

SPECT 的成像过程一般可以描述为

$$P_j = \int C_j(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (1)$$

式中: P_j 是第 j 个探测单元上获得的投影值, $C_j(\mathbf{x})$ 是 \mathbf{x} 处发射的 γ 光子被第 j 个探测单元记录的概率, $f(\mathbf{x})$ 是 \mathbf{x} 处的放射性活度。若将连续的放射性活度分布近似以离散的数字图像 f_i 表示为

$$f(\mathbf{x}) \approx \sum_i f_i b_i(\mathbf{x}),$$

则式(1)可写成

$$P_j \approx \sum_i \left[\int b_i(\mathbf{x}) C_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] f_i = \sum_i C_{ij} f_i, \quad (2)$$

收稿日期: 2005-03-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (39970216)

作者简介: 马天予 (1977-), 男 (汉), 河南, 博士后。

通讯联系人: 金永杰, 教授, E-mail: jinyj@tsinghua.edu.cn

ML-EM (maximum likelihood-expectation

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

maximization) 迭代算法^[1] 和 OS-EM (ordered subset-expectation maximization) 迭代算法^[2] 近来

式中 $C_{ij} = \int b_i(\mathbf{x})C_j(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ 称为 SPECT 系统的投影模型。它包括在图像空间上各个像素内的放射性活度分布模型 $b_i(\mathbf{x})$ 和反映从图像空间到投影空间的成像过程的系统模型 $C_j(\mathbf{x})$ 。

对于二维成像问题, $b_i(\mathbf{x})$ 和 $C_j(\mathbf{x})$ 的选取可以有多种方法, 从而给出不同的投影模型。在将放射性活度分布离散化为数字图像时, 较常见的做法是假设放射性活度集中在像素(或体素)中心或放射性活度在像素中均匀分布, 相应的 $b_i(\mathbf{x})$ 为 δ 函数或 Π 函数(矩形函数):

$$b_i(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{\epsilon}_i) \text{ 或 } b_i(\mathbf{x}) = \Pi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{\epsilon}_i}{L_i}\right),$$

式中: $\mathbf{\epsilon}_i$ 是第 i 个像素的中心, L_i 是第 i 个像素的宽度。在二维情形下设 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, 定义

$$\Pi(\mathbf{x}) = \Pi(x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & \text{当 } -\frac{1}{2} < x_1 < \frac{1}{2} \text{ 且 } -\frac{1}{2} < x_2 < \frac{1}{2}; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

如果假设准直器具有理想的空响特性, 那么系统模型 $C_j(\mathbf{x})$ 也可描述为 δ 函数或 Π 函数:

$$C_j(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - \tau_j) \text{ 或 } C_j(\mathbf{x}) = \Pi\left(\frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{k} - \tau_j}{W_j}\right),$$

其中: \mathbf{k} 是在探测器平面上且与扫描旋转轴垂直的单位方向向量, τ_j 是第 j 个探测单元的中心坐标, W_j 是第 j 个像素的宽度,

取不同的 $b_i(\mathbf{x})$ 和 $C_j(\mathbf{x})$ 组合可以得到不同的投影模型。若取 $b_i(\mathbf{x})$ 为 δ 函数, $C_j(\mathbf{x})$ 为 Π 函数, 则得到 δ 模型。它的物理意义是: 如果像素 i 的中心在探测器平面的投影落在探测单元 j 的内部, 则 $C_{ij} = 1$, 否则 $C_{ij} = 0$ 。若取 $b_i(\mathbf{x})$ 为 Π 函数, $C_j(\mathbf{x})$ 为 δ 函数, 则得到线模型。其物理意义是以探测单元 j 中心沿探测器平面法向作投影线, 取投影线落在在像素 i 区域内的线段长度作为 C_{ij} 。若将 $b_i(\mathbf{x})$ 和 $C_j(\mathbf{x})$ 均以 Π 函数描述, 则得到带模型。其物理意义是以探测单元 j 中心沿探测器平面法向作宽度为 W_j 的投影带, 取投影带与像素 i 的重叠部分面积为 C_{ij} 。

2 准直器模糊效应校正与三维投影模型

SPECT 系统采用具有上万个准直孔的铅板作为准直器, 在理想情形下只有平行于准直孔轴向运动的光子能够通过准直器, 从而可以判断出到达探测器的光子的原始位置信息。但实际的准直器在设计时需要考虑空间分辨率和探测效率的折衷, 而且为了避免在投影上造成孔壁伪像, 设计孔壁厚度时

需要允许一定数量的光子穿透孔壁, 因此实际的准直器在成像时具有类似于高斯模糊的效果, 造成图像分辨率下降。

为了校正准直器模糊效应, 需要在投影模型中考虑准直器的空间响应特性。假设放射性活度在体素 i 中均匀分布(即取 $b_i(\mathbf{x})$ 为三维 Π 函数), 取 $C_j(\mathbf{x})$ 为 \mathbf{x} 处发射的 γ 光子能够穿过准直器并被第 j 个探测单元记录的概率, 得到考虑准直器响应的三维准直器投影模型

$$C_{ij} = \iiint_V \iint_A \frac{\cos \xi}{4\pi l_{dV,dA}^2} P_{\text{coll}}(dV, dA) dAdV. \quad (3)$$

如图 1 所示, V 表示体素 i , A 表示探测单元 j , dV 和 dA 分别表示体素 i 和探测单元 j 上的三维和二维积分元, $l_{dV,dA}$ 为 dV 到 dA 的距离, ξ 为 dV 的中心到 dA 的中心的连线与准直孔轴线的夹角。 $P_{\text{coll}}(dV, dA)$ 表示从 dV 发射出来并向 dA 运动的光子能够穿过准直器并被探测器记录的概率。 $P_{\text{coll}}(dV, dA)$ 是 dV 和 dA 的空间位置的复杂函数, 但是由于探测单元的尺寸一般是准直孔直径的 3~4 倍, 在每一个探测单元上“看”到的是入射光子在覆盖多个准直孔的一片区域上的平均效果, 因此对于入射光子打在准直器表面不同位置上造成的探测概率变化可以近似忽略不计。可以假设 $P_{\text{coll}}(dV, dA)$ 只与入射光子的运动方向有关, 而与入射光子在准直器表面上的入射点位置无关, 即

$$P_{\text{coll}}(dV, dA) = CR(\xi) =$$

$$A_{\text{holes}} E(\xi) [1 - \exp(-\mu_{\text{NaI}} L_{\text{NaI}} / \cos \xi)], \quad (4)$$

式中: CR 为准直器响应函数; A_{holes} 是准直器表面上准直孔面积占总面积的比例, 它反映入射到准直器表面上的光子能够通过准直器前表面的概率。如图 1, 设准直器壁厚为 d_0 , 准直孔的直径为 d_1 , 则一般可得 $A_{\text{holes}} = d_1^2 / (d_1 + d_0)^2$ 。 $E(\xi)$ 反映沿着与准直器轴线成 ξ 角方向运动且能通过准直器前表面的光子能够到达准直器后表面的概率。 $E(\xi)$ 由 ξ 、 d_1 和准直孔长度 L 决定, 可通过几何关系求得^[5], 即

$$E(\xi) = \begin{cases} \frac{d_1^2 \arccos\left(\frac{L \tan \xi}{d_1}\right) - L \tan \xi \sqrt{4d_1^2 - L^2 \tan^2 \xi}}{\pi d_1^2}, & \tan \xi \leq d_1 / L; \\ 0, & \tan \xi > d_1 / L. \end{cases}$$

(5)
 $[1 - \exp(-\mu_{\text{NaI}} L_{\text{NaI}} / \cos \xi)]$ 反映穿过准直器后表面

的光子能够被探测器记录下来的概率。 μ_{NaI} 和 L_{NaI} 分别是 NaI(Tl)晶体的线性衰减系数和厚度。

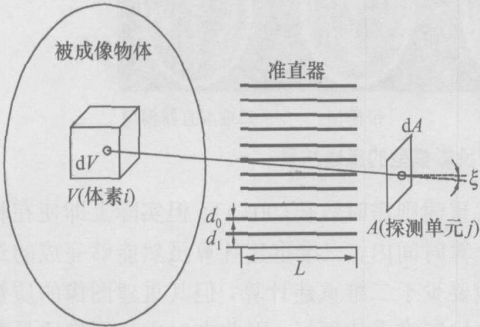


图 1 考虑准直器空间响应的三维准直器投影模型

在式(5)的计算中认为准直器材料是理想的吸收介质。考虑到打在准直器壁上的光子有一定的概率穿透准直器壁,可用有效准直孔长度 L_e 代替 $L^{[6]}$,即

$$L_e = L - 2/\mu_{\text{colli}}, \tag{6}$$

式中 μ_{colli} 是准直器材料的线性衰减系数。

三维准直器投影模型式(3)的计算量是相当大的。但当准直器和成像条件不变时可以预先计算并存储好,在对不同的图像进行重建时直接调用。

3 OS-EM 迭代重建与图像质量指标

对 Shepp-Logan 和 Jaszczak 两组标准图像,首先利用 Monte-Carlo 模拟程序 SIMSET 产生投影数据。模拟的准直器为低能通用型准直器(准直孔长度 3.5 cm, 准直孔直径 0.19 cm, 壁厚 0.025 cm),对每组图像均模拟 2×10^{10} 个光子,生成 60 个投影角,每角度 64×64 的投影数据。对投影数据采用 OS-EM 迭代算法进行重建,在重建时将投影数据分成 10 个子集,每子集包含 6 个角度的数据,最终得到 $64 \times 64 \times 64$ 的三维重建图像。

采用归一化均方误差(NMSE)和对比度-噪声比(CNR)两个量化指标来比较不同投影模型的重建效果。其中 NMSE 值定义为

$$\text{NMSE} = \frac{1}{N-1} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{f(i)}{\bar{f}} - \frac{f_0(i)}{\bar{f}_0} \right)^2}, \tag{7}$$

式中: f_0 是标准图像, f 是重建图像, \bar{f}_0 和 \bar{f} 分别是标准图像和重建图像像素值的平均值, N 是图像中的像素总数。

CNR 定义为图像的物体区域同背景区域间的对比度(contrast)与图像的背景区域中的归一化标准差(NSD)之间的比值:

$$\text{CNR} = \frac{\text{contrast}}{\text{NSD}} = \frac{|M-B|}{M+B} \bar{f} \left[\frac{\sum_{i=1}^N (f(i) - \bar{f})^2}{N-1} \right]^{-\frac{1}{2}}, \tag{8}$$

式中 M 和 B 分别是重建图像中物体区域和背景区域像素值的平均值。

4 重建结果与讨论

Jaszczak 标准图像的重建结果可以用来研究不同投影模型对重建图像分辨率的影响。图 1 给出的是 Jaszczak 标准图像及各投影模型的重建结果(迭代次数为 60 次)。Jaszczak 标准图像包括冷区和热区两个区域,每个区域中分别包含从 A 到 F 的 6 组直径不同的圆柱体结构,其直径分别为 6.4、7.9、9.5、11.1、12.7、16.0 mm。由图 2 可见在 3 种二维投影模型中带模型可以达到最好的重建图像分辨率,而三维准直器投影模型得到的重建图像分辨率和二维模型相比有明显的提高。

图 3 给出了 Shepp-Logan 标准图像及其重建结果(迭代次数为 30 次)。对不同投影模型的重建图像,分别计算其与标准图像的 NMSE 值与 A、B、C 3 个不同灰度区域的 CNR 值,结果列于表 1。

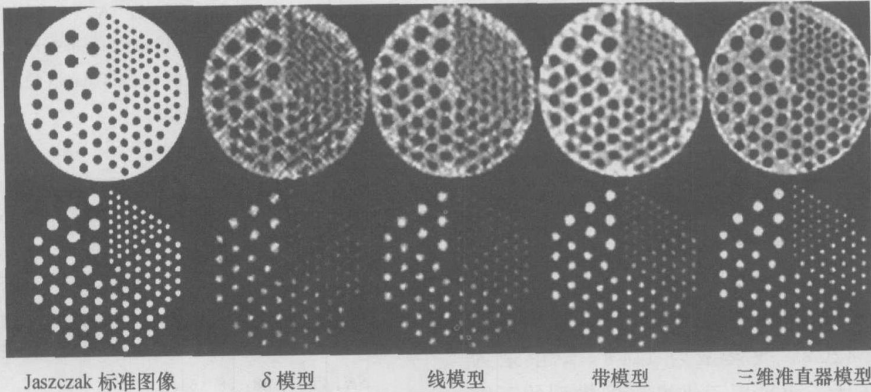


图 2 Jaszczak 标准图像及不同投影模型的重建结果



图 3 Shepp-Logan 标准图像及不同投影模型的重建结果

表 1 不同投影模型的重建图像质量指标				
投影模型	NMSE	CNR(A)	CNR(B)	CNR(C)
δ模型	0.097 8	1.338 8	0.424 2	2.212 5
线模型	0.079 8	1.915 8	0.600 3	3.202 8
带模型	0.073 4	2.260 4	0.703 4	3.712 8
三维准直器模型	0.055 1	3.592 9	1.091 2	5.389 5

表 1 给出的重建图像质量指标与图 2 所反映的图像分辨率变化趋势是一致的。上述结果说明,在 SPECT 重建中投影模型的选择对重建结果的质量有显著影响。对放射性活度分布模型 $b_i(\mathbf{x})$ 而言,采用放射性活度在像素中均匀分布假设的线模型和带模型比假设放射性活度集中在像素中心的 δ 模型更接近真实情形,因此其重建质量更好。对系统模型 $C_j(\mathbf{x})$ 来说,由于线模型采用了投影线的近似假设,这与实际的系统成像过程有一定差异,因此其重建图像质量要差于带模型。三维准直器模型采用了放射性活度在体素内三维均匀分布的假设,同时在系统模型中还对准直器的三维空间响应特性进行了建模,因此重建图像中的准直器模糊效应得到了有效的校正,其图像质量有较大提高,尤其是对图像细节部分的恢复有明显效果,如 Jaszcak 标准图像中的小尺寸结构和 Shepp-Logan 标准图像的边缘轮廓(即 A 区域)。采用 δ 模型和线模型的优势在于计算投影模型的过程比较简单,可以在重建过程中进行实时计算。带模型和三维准直器模型的计算则相对比较复杂,但对同一台 SPECT 和准直器设备只需进行一次预计算并存储,从而节省重建时间。

影响投影模型选择的另一因素是重建计算时间。表 2 给出了对 Shepp-Logan 标准图像分别采用不同投影模型进行 60 次迭代重建计算所需的时间。重建计算环境为 Athlon 2200+ CPU, 1 GB 内存, Windows 2003 操作系统,采用 Visual C++ 6.0 编程环境和 Intel C++ Compiler 7.0 编译器。从结果来看重建计算时间主要取决于维数,同为二维模型的 δ 模型需时 420 s,线模型为 444 s,带模型为 448 s,其差别不大,而采用三维准直器模型的三维

迭代重建则需时较长(904 s)。但实际上即使在相同的计算时间内,三维重建计算虽然能够完成的迭代次数要少于二维重建计算,但其重建图像的质量一般要比二维重建更好。因此在对重建图像质量要求较高时(例如定量成像),应选择三维准直器模型。

5 结 论

从放射性活度分布模型和系统模型两个角度分析了 SPECT 迭代重建算法中常用的 δ 模型、线模型和带模型。结果表明投影模型的选取对重建图像质量有显著的影响,采用带模型可以得到最佳的重建结果。

研究了准直器模糊效应对 SPECT 迭代重建图像质量的影响。通过在系统模型中对准直器空间响应特性建模得到了三维准直器投影模型,结果表明采用三维准直器投影模型可以有效地校正准直器模糊效应,从而获得比二维投影模型质量更好的重建图像,但其重建时间有所增加。

参考文献 (References)

[1] Shepp L A, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography [J]. *IEEE Trans Med Imag*, 1982, 1(2): 113-122.

[2] Hudson H M, Larkin R S. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data [J]. *IEEE Trans Med Imag*, 1994, 13(4): 601-609.

[3] Formiconi A R. Geometrical response of multihole collimators [J]. *Phys Med Biol*, 1998, 43: 3359-3379.

[4] Formiconi A R, Passeri A, Calvini P. Theoretical determination of the collimator geometrical transfer function for the reconstruction of SPECT data [J]. *IEEE Trans Nucl Sci*, 1999, 46: 1075-1080.

[5] Vandervoort E, Celler A, Wells R G, et al. Implementation of an analytically based scatter correction in SPECT reconstructions [A]. *Proc IEEE Med Imag Conf* [C]. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003. 2647-2651.

[6] de Jong H W A M, Beekman F J, Slijpen E T P. Acceleration of Monte Carlo SPECT simulation using convolution-based forced detection [J]. *IEEE Trans Nucl Sci*, 2001, 48: 58-64.