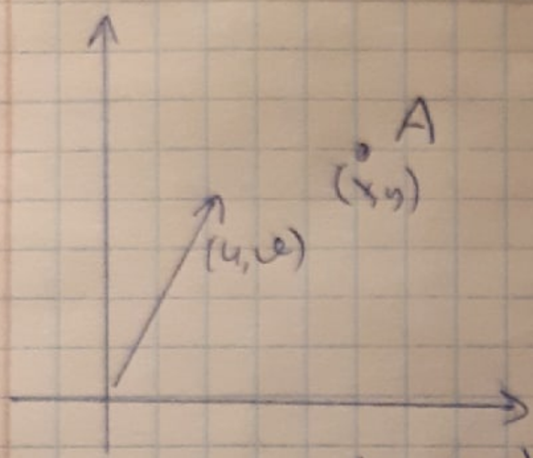
№1



Матрица совмещения начала системы координат с точкой A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 1 \end{pmatrix}$

$$(u, v, 1)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 1 \end{pmatrix} = (u-x,\ v-y,\ 1)$$ – точка A переносится в начало координат

матрица поворота на угол φ (против ч.с): $\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

матрица возвращения начала координат на прежнее место: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & y & 1 \end{pmatrix}$.

Искомая матрица поворота: $\cancel{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 1 \end{pmatrix}} \times$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & y & 1 \end{pmatrix} \cancel{\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}$$

№3

угол φ

$A=(a,b,c)$

вектор (l,m,n)

матрица сдвига точки A в начало координат:

$$\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ -a & -b & -c & 1 \end{pmatrix}.$$

Применив её в начале и матрицу обратного сдвига сводим задачу к нахождению матрицы поворота вокруг оси с направляющим вектором (l,m,n).

Совместим эту ось с осью z при помощи матриц поворотов вокруг осей x и y на углы α и β соответственно: $\sin\alpha=\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}$;

$\cos\alpha=\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}$; $\sin\beta=\frac{l}{\sqrt{l^2+n^2}}$; $\cos\beta=\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}$

матрица поворота вектора в ось x $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Теперь матрица поворота вокруг оси z на угол φ: $\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Применив после матрицы обратных поворотов получим матрицу:

$$(x' \; y' \; z' \; 1) = (x \; y \; z \; 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & -c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & +\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ +\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\varphi & +\sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & +\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & +\sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & b & c & 1 \end{pmatrix}$$