

SICNU ACM Template

renli

2018 年 7 月 30 日

目录

1	头文件	1	6.2.5	凸包	16
2	数学	1	6.3	圆	16
2.1	素数	1	6.3.1	外心	16
2.1.1	素数筛	1	6.3.2	两圆相交的面积	16
2.1.2	区间筛	1	7	动态规划	17
2.1.3	Miller Rabin 素数判断	1	7.1	最长上升子序列	17
2.2	高斯消元	2	7.2	数位 dp	17
2.2.1	求逆矩阵	2	8	其他	18
2.2.2	解 01 方程组	2	8.1	Java	18
2.3	矩阵快速幂	2	8.2	STL	18
3	字符串	3	8.2.1	优先队列	18
3.1	KMP	3	8.3	SG 函数	18
3.2	扩展 KMP	3	8.3.1	解题模型	18
3.3	Manacher 最长回文子串	4	8.3.2	打表	18
3.4	AC 自动机	4	8.3.3	dfs	19
3.5	后缀数组	5	8.4	战术研究	19
3.6	后缀自动机	5	8.5	打表找规律方法	19
4	数据结构	6			
4.1	RMQ	6			
4.1.1	一维 RMQ	6			
4.1.2	二维 RMQ	6			
4.2	线段树	6			
4.2.1	宏定义	6			
4.2.2	单点修改	6			
4.2.3	区间修改	7			
4.3	分块	7			
5	图论	7			
5.1	最小生成树	7			
5.1.1	并查集	7			
5.1.2	Kruskal	8			
5.1.3	Prim	8			
5.2	最短路	8			
5.2.1	Dijkstra	8			
5.2.2	SPFA	9			
5.2.3	Floyd	9			
5.3	LCA	9			
5.3.1	离线 Tarjan	9			
5.3.2	LCA 倍增法	10			
5.4	拓扑排序	11			
5.5	网络流	11			
5.5.1	建模技巧	11			
5.5.2	Edge	11			
5.5.3	Dinic	11			
5.5.4	ISAP	12			
5.5.5	MCMF	13			
6	计算几何	14			
6.1	基本函数	14			
6.1.1	定义点和线	14			
6.1.2	两点间距离	14			
6.1.3	线段相交	14			
6.1.4	直线和线段相交	15			
6.1.5	点到直线距离	15			
6.1.6	点到线段距离	15			
6.1.7	判断点在线段上	15			
6.2	多边形	15			
6.2.1	计算多边形面积	15			
6.2.2	判断点在凸多边形内	15			
6.2.3	判断点在任意多边形内	15			
6.2.4	判断凸多边形	16			

1 头文件

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 #define LL long long
4 #define INF 0x3f3f3f3f
5 #define clr(a, x) memset(a, x, sizeof(a))
6 const double eps = 1e-6;
7 const LL MOD = 1e9+7;
8 const int MAXN = 1e5 + 5;
9
10 int main()
11 {
12 #ifndef ONLINE_JUDGE
13     freopen("in.txt", "r", stdin);
14 #endif
15
16     return 0;
17 }
18 
```

2 数学

2.1 素数

2.1.1 素数筛

```

1 /*
2  * 素数筛选, 判断小于MAXN的数是不是素数。
3  * O(nloglogn)
4  * notprime为false表示是素数, true表示不是素数
5  */
6 bool notprime[MAXN]; // 值为false表示素数, 值为true表示非
   素数
7 void init()
8 {
9     memset(notprime, false, sizeof(notprime));
10     notprime[0] = notprime[1] = true;
11     for(int i = 2; i < MAXN; i++)
12         if(!notprime[i])
13         {
14             if(i > MAXN / i) continue; // 防止后面i*i溢出(
               或者i,j用long long)
15             // 直接从i*i开始就可以, 小于i倍的已经筛选过了, 注意j+=i
16             for(int j = i * i; j < MAXN; j += i)
17                 notprime[j] = true;
18         }
19 }

```

2.1.2 区间筛

```

1 /*
2  * 对区间[a,b)内的整数执行筛法。
3  * 函数返回区间内素数个数
4  * isPrime[i-a]=true表示i是素数
5  * $a < b <= 10^12, b - a < 10^6
6  */
7 bool isPrime_small[MAXN], isPrime[MAXN];
8 int prime[MAXN];
9 int segment_sieve(LL a, LL b)
10 {

```

```

11     int tot = 0;
12     for (LL i = 0; i * i < b; ++i)
13         isPrime_small[i] = true;
14     for (LL i = 0; i < b - a; ++i)
15         isPrime[i] = true;
16     for (LL i = 2; i * i < b; ++i)
17         if (isPrime_small[i])
18         {
19             for (LL j = 2 * i; j * j < b; j += i)
20                 isPrime_small[j] = false;
21             for (LL j = max(2LL, (a + i - 1) / i) * i;
22                  j < b; j += i)
23                 isPrime[j - a] = false;
24         }
25     for (LL i = 0; i < b - a; ++i)
26         if (isPrime[i]) prime[tot++] = i + a;
27     return tot;
28 }

```

2.1.3 Miller Rabin 素数判断

```

1 /*
2  * O(slogn) 内判定 2^63 内的数是不是素数, s 为测定次数
3  */
4 LL qmul(LL x, LL y, LL mod) // 乘法防止溢出, 如果p *
   p不爆LL的话可以直接乘; O(1)乘法或者转化成二进制加法
5 {
6     return (x * y - (long long)(x / (long double)mod *
7         y + 1e-3) * mod + mod) % mod;
8 }
9 LL qpow(LL a, LL b, LL n) // 快速幂取模 a^b%n
10 {
11     LL ans = 1;
12     while (b)
13     {
14         if (b & 1)
15             ans = qmul(ans, a, n);
16         a = qmul(a, a, n);
17         b >>= 1;
18     }
19     return ans;
20 }
21 bool Miller_Rabin(LL n, int s)
22 {
23     if (n == 2)
24         return 1;
25     if (n < 2 || !(n & 1))
26         return 0;
27     int t = 0;
28     LL x, y, u = n - 1;
29     while ((u & 1) == 0)
30         t++, u >>= 1;
31     for (int i = 0; i < s; i++)
32     {
33         LL a = rand() % (n - 1) + 1;
34         LL x = qpow(a, u, n);
35         for (int j = 0; j < t; j++)
36         {
37             LL y = qmul(x, x, n);
38             if (y == 1 && x != 1 && x != n - 1)
39                 return
40
41                     x = y;

```

```

42     }
43     if (x != 1)
44         return 0;
45     }
46     return 1;
47 }

```

2.2 高斯消元

$$A^{-1} * |A| = (A^*)$$

2.2.1 求逆矩阵

```

1  int a[MAXN][MAXN];
2  int ni[MAXN][MAXN]; // 逆矩阵
3
4  void solve(int n)
5  {
6      for(int i = 1; i <= n; i++)
7          for(int j = 1; j <= n; j++)
8              ni[i][j] = (i == j); // 初始化
9      int det = 1; // |A|
10     for(int i = 1; i <= n; i++)
11     {
12         int t = i;
13         for(int k = i; k <= n; k++)
14             if(a[k][i]) t = k;
15         if(t != i) det *= -1;
16         for(int j = 1; j <= n; j++)
17         {
18             swap(a[i][j], a[t][j]);
19             swap(ni[i][j], ni[t][j]);
20         }
21         det = 1ll * a[i][i] * det % MOD;
22         int inv = qpow(a[i][i], MOD - 2);
23         for(int j = 1; j <= n; j++)
24         {
25             a[i][j] = 1ll * inv * a[i][j] % MOD;
26             ni[i][j] = 1ll * inv * ni[i][j] % MOD;
27         }
28         for(int k = 1; k <= n; k++)
29         {
30             if(k == i) continue;
31             int tmp = a[k][i];
32             for(int j = 1; j <= n; j++)
33             {
34                 a[k][j] = (a[k][j] - 1ll * a[i][j] * tmp
35                     % MOD + MOD) % MOD;
36                 ni[k][j] = (ni[k][j] - 1ll * ni[i][j] *
37                     tmp % MOD + MOD) % MOD;
38             }
39         }
40         det = (det + MOD) % MOD; // |A|
41         for(int j = 1; j <= n; j++)
42             ni[i][j] = 1ll * det * ni[i][j] % MOD; //
43         // 伴随矩阵
44     }
45 }

```

2.2.2 解 01 方程组

```

1  //有equ个方程, var个变元。增广矩阵行数为equ, 列数为var+1,
   // 分别为0到var
2  int a[MAXN][MAXN];
3  int b[MAXN][MAXN];
4  //返回值为-1表示无解, 为0是唯一解, 否则返回自由变元个数
5  int Gauss(int equ, int var)
6  {
7      int max_r, col, k;
8      for(k = 0, col = 0; k < equ && col < var; k++,
9          col++)
10     {
11         max_r = k;
12         for(int i = k + 1; i < equ; i++)
13         {
14             if(abs(a[i][col]) > abs(a[max_r][col]))
15                 max_r = i;
16         }
17         if(a[max_r][col] == 0)
18         {
19             k--;
20             continue;
21         }
22         if(max_r != k)
23         {
24             for(int j = col; j < var + 1; j++)
25                 swap(a[k][j], a[max_r][j]);
26         }
27         for(int i = k + 1; i < equ; i++)
28         {
29             if(a[i][col] != 0)
30             {
31                 for(int j = col; j < var + 1; j++)
32                     a[i][j] ^= a[k][j];
33             }
34         }
35         return k;
36     }
37 }

```

2.3 矩阵快速幂

$$F(i) = \begin{cases} F(i-1) + F(i-2) + i^3 + i^2 + i + 1 & i > 1 \\ 0 & i = 0 \\ 1 & i = 1 \end{cases} \text{ 求 } F(i)$$

$$\begin{pmatrix} F(i) \\ F(i-1) \\ i^3 \\ i^2 \\ i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} F(i-1) \\ F(i-2) \\ (i-1)^3 \\ (i-1)^2 \\ (i-1) \\ 1 \end{pmatrix}$$

```

1  LL aaa[MAXN] =
2  {
3      1, 1, 1, 4, 6, 4,
4      1, 0, 0, 0, 0, 0,
5      0, 0, 1, 3, 3, 1,
6      0, 0, 0, 1, 2, 1,
7      0, 0, 0, 0, 1, 1,
8      0, 0, 0, 0, 0, 1
9  };
10 struct matrix
11 {
12     LL a[6][6];
13 };
14

```

```

15 matrix mat_mul(matrix x, matrix y)
16 {
17     matrix res;
18     memset(res.a, 0, sizeof(res.a));
19     for(int i = 0; i < 6; i++)
20         for(int j = 0; j < 6; j++)
21             for(int k = 0; k < 6; k++)
22                 res.a[i][j] = (res.a[i][j] + x.a[i][k] *
23                     y.a[k][j]) % MOD;
24     return res;
25 }
26 matrix mat_pow(LL n)
27 {
28     matrix c, res; // res = c ^ n
29     int ind = 0;
30     for(int i = 0; i < 6; i++)
31         for(int j = 0; j < 6; j++)
32             c.a[i][j] = aaa[ind++];
33     memset(res.a, 0, sizeof(res.a));
34     for(int i = 0; i < 6; i++)
35         res.a[i][i] = 1;
36     while(n)
37     {
38         if(n & 1)
39             res = mat_mul(res, c);
40         c = mat_mul(c, c);
41         n = n >> 1;
42     }
43     return res;
44 }

```

3 字符串

3.1 KMP

```

1  /*
2  * next[] 的含义: x[i-next[i]...i-1]=x[0...next[i]-1]
3  * next[i] 为满足 x[i-z...i-1]=x[0...z-1] 的最大 z 值 (就是 x
4  * 的自身匹配)
5  */
6  void kmp_pre(char x[], int m, int next[])
7  {
8      int i = 0, j = next[0] = -1;
9      while(i < m)
10     {
11         while(-1 != j && x[i] != x[j]) j = next[j];
12         next[++i] = ++j;
13     }
14 }
15 /*
16 * kmpNext[] 的意思: next'[i]=next[next[...[next[i]]]] (
17 * 直到 next'[i]<0 或者 x[next'[i]]!=x[i])
18 * 这样的预处理可以快一些
19 */
20 void preKMP(char x[], int m, int kmpNext[])
21 {
22     int i = 0, j = kmpNext[0] = -1;
23     while(i < m)
24     {
25         while(-1 != j && x[i] != x[j]) j = kmpNext[j];
26         if(x[++i] == x[++j]) kmpNext[i] = kmpNext[j];
27         else kmpNext[i] = j;
28     }
29 }

```

```

27 }
28 /*
29 * 返回 x 在 y 中出现的次数, 可以重叠
30 */
31 int next[10010];
32 int KMP_Count(char x[], int m, char y[], int n)
33 {
34     //x 是模式串, y 是主串
35     int i, j, ans = 0;
36     //preKMP(x, m, next);
37     kmp_pre(x, m, next);
38     i = j = 0;
39     while(i < n)
40     {
41         while(-1 != j && y[i] != x[j]) j = next[j];
42         i++, j++;
43         if(j >= m)
44         {
45             ans++;
46             j = next[j];
47         }
48     }
49     return ans;
50 }

```

3.2 扩展 KMP

```

1  //next[i]:x[i...m-1]与x[0...m-1]的最长公共前缀
2  //extend[i]:y[i...n-1]与x[0...m-1]的最长公共前缀
3  void pre_EKMP(char x[], int m, int next[])
4  {
5      next[0] = m;
6      int j = 0;
7      while(j + 1 < m && x[j] == x[j + 1]) j++;
8      next[1] = j;
9      int k = 1;
10     for(int i = 2; i < m; i++)
11     {
12         int p = next[k] + k - 1;
13         int L = next[i - k];
14         if(i + L < p + 1) next[i] = L;
15         else
16         {
17             j = max(0, p - i + 1);
18             while(i + j < m && x[i + j] == x[j]) j++;
19             next[i] = j;
20             k = i;
21         }
22     }
23 }
24 void EKMP(char x[], int m, char y[], int n, int next
25     [], int extend[])
26 {
27     pre_EKMP(x, m, next);
28     int j = 0;
29     while(j < n && j < m && x[j] == y[j]) j++;
30     extend[0] = j;
31     int k = 0;
32     for(int i = 1; i < n; i++)
33     {
34         int p = extend[k] + k - 1;
35         int L = next[i - k];
36         if(i + L < p + 1) extend[i] = L;
37         else

```

```

37     {
38         j = max(0, p - i + 1);
39         while(i + j < n && j < m && y[i + j] == x[j])j++;
40         extend[i] = j;
41         k = i;
42     }
43 }
44 }

```

3.3 Manacher 最长回文子串

```

1  /*
2  * O(n)求最长回文子串
3  */
4  char Ma[MAXN * 2];
5  int Mp[MAXN * 2];
6  void Manacher(char s[], int len)
7  {
8      int l = 0;
9      Ma[l++] = '$';
10     Ma[l++] = '#';
11     for(int i = 0; i < len; i++)
12     {
13         Ma[l++] = s[i];
14         Ma[l++] = '#';
15     }
16     Ma[l] = 0;
17     int mx = 0, id = 0;
18     for(int i = 0; i < l; i++)
19     {
20         Mp[i] = mx > i ? min(Mp[2 * id - i], mx - i) : 1;
21         while(Ma[i + Mp[i]] == Ma[i - Mp[i]])Mp[i]++;
22         if(i + Mp[i] > mx)
23         {
24             mx = i + Mp[i];
25             id = i;
26         }
27     }
28 }
29 /*
30 * abaaba
31 * i: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
32 * Ma[i]: $ # a # b # a # a $ b # a #
33 * Mp[i]: 1 1 2 1 4 1 2 7 2 1 4 1 2 1
34 */
35 char s[MAXN];
36 int main()
37 {
38     while(scanf("%s", s) == 1)
39     {
40         int len = strlen(s);
41         Manacher(s, len);
42         int ans = 0;
43         for(int i = 0; i < 2 * len + 2; i++)
44             ans = max(ans, Mp[i] - 1);
45         printf("%d\n", ans);
46     }
47     return 0;
48 }

```

3.4 AC 自动机

```

1  /*
2  * 求目标串中出现了几个模式串
3  */
4  struct Trie
5  {
6      int next[500010][26], fail[500010], end[500010];
7      int root, L;
8      int newnode()
9      {
10         for(int i = 0; i < 26; i++)
11             next[L][i] = -1;
12         end[L++] = 0;
13         return L - 1;
14     }
15     void init()
16     {
17         L = 0;
18         root = newnode();
19     }
20     void insert(char buf[])
21     {
22         int len = strlen(buf);
23         int now = root;
24         for(int i = 0; i < len; i++)
25         {
26             if(next[now][buf[i] - 'a'] == -1)
27                 next[now][buf[i] - 'a'] = newnode();
28             now = next[now][buf[i] - 'a'];
29         }
30         end[now]++;
31     }
32     void build()
33     {
34         queue<int>Q;
35         fail[root] = root;
36         for(int i = 0; i < 26; i++)
37             if(next[root][i] == -1)
38                 next[root][i] = root;
39         else
40         {
41             fail[next[root][i]] = root;
42             Q.push(next[root][i]);
43         }
44         while( !Q.empty() )
45         {
46             int now = Q.front();
47             Q.pop();
48             for(int i = 0; i < 26; i++)
49                 if(next[now][i] == -1)
50                     next[now][i] = next[fail[now]][i];
51             else
52             {
53                 fail[next[now][i]] = next[fail[now]][i];
54                 Q.push(next[now][i]);
55             }
56         }
57     }
58     int query(char buf[])
59     {
60         int len = strlen(buf);
61         int now = root;
62         int res = 0;

```

```

63     for(int i = 0; i < len; i++)
64     {
65         now = next[now][buf[i] - 'a'];
66         int temp = now;
67         while( temp != root )
68         {
69             res += end[temp];
70             end[temp] = 0;
71             temp = fail[temp];
72         }
73     }
74     return res;
75 }
76 };
77 char buf[1000010];
78 Trie ac;
79
80 int solve(int n)
81 {
82     scanf("%d", &n);
83     ac.init();
84     for(int i = 0; i < n; i++)
85     {
86         scanf("%s", buf);
87         ac.insert(buf);
88     }
89     ac.build();
90     scanf("%s", buf);
91     printf("%d\n", ac.query(buf));
92 }

```

3.5 后缀数组

```

1 //倍增算法构造后缀数组,复杂度O(nlogn)
2 char s[MAXN];
3 int sa[MAXN], t[MAXN], t2[MAXN], c[MAXN], rank[MAXN],
   height[MAXN];
4 //n为字符串的长度,字符集的值为0~m-1
5 void build_sa(int m, int n)
6 {
7     n++;
8     int *x = t, *y = t2;
9     //基数排序
10    for (int i = 0; i < m; i++) c[i] = 0;
11    for (int i = 0; i < n; i++) c[x[i] = s[i]]++;
12    for (int i = 1; i < m; i++) c[i] += c[i - 1];
13    for (int i = n - 1; ~i; i--) sa[--c[x[i]]] = i;
14    for (int k = 1; k <= n; k <= 1)
15    {
16        //直接利用sa数组排序第二关键字
17        int p = 0;
18        for (int i = n - k; i < n; i++) y[p++] = i;
19        for (int i = 0; i < n; i++)
20            if (sa[i] >= k) y[p++] = sa[i] - k;
21        //基数排序第一关键字
22        for (int i = 0; i < m; i++) c[i] = 0;
23        for (int i = 0; i < n; i++) c[x[y[i]]]++;
24        for (int i = 1; i < m; i++) c[i] += c[i - 1];
25        for (int i = n - 1; ~i; i--) sa[--c[x[y[i]]]]
26            = y[i];
27        //根据sa和y数组计算新的x数组
28        swap(x, y);
29        p = 1;
30        x[sa[0]] = 0;

```

```

30    for (int i = 1; i < n; i++)
31        x[sa[i]] = y[sa[i - 1]] == y[sa[i]] && y[sa[
32            i - 1] + k] == y[sa[i] + k] ? p - 1 :
33            p++;
34    if (p >= n) break; //以后即使继续倍增,sa也不会改
35    变,推出
36    m = p; //下次基数排序的最大值
37 }
38 n--;
39 int k = 0;
40 for (int i = 0; i <= n; i++) rank[sa[i]] = i;
41 for (int i = 0; i < n; i++)
42 {
43     if (k) k--;
44     int j = sa[rank[i] - 1];
45     while (s[i + k] == s[j + k]) k++;
46     height[rank[i]] = k;
47 }
48 int dp[MAXN][30];
49 void initrmq(int n)
50 {
51     for (int i = 1; i <= n; i++)
52         dp[i][0] = height[i];
53     for (int j = 1; (1 << j) <= n; j++)
54         for (int i = 1; i + (1 << j) - 1 <= n; i++)
55             dp[i][j] = min(dp[i][j - 1], dp[i + (1 <<
56                 j - 1)][j - 1]);
57 }
58 int rmq(int l, int r)
59 {
60     int k = 31 - __builtin_clz(r - l + 1);
61     return min(dp[l][k], dp[r - (1 << k) + 1][k]);
62 }
63 int lcp(int a, int b)
64 {
65     // 求两个后缀的最长公共前缀
66     a = rank[a], b = rank[b];
67     if (a > b) swap(a, b);
68     return rmq(a + 1, b);
69 }

```

3.6 后缀自动机

```

1 struct SAM
2 {
3     int len[MAXN << 1], link[MAXN << 1], ch[MAXN <<
4         1][26];
5     int sz, rt, last;
6     int newnode(int x = 0)
7     {
8         len[sz] = x;
9         link[sz] = -1;
10        clr(ch[sz], -1);
11        return sz++;
12    }
13    void init() { sz = last = 0, rt = newnode(); }
14    void extend(int c)
15    {
16        int np = newnode(len[last] + 1);
17        int p;
18        for (p = last; ~p && ch[p][c] == -1; p = link[
19            p]) ch[p][c] = np;
20        if (p == -1)

```

```

19     link[np] = rt;
20     else
21     {
22         int q = ch[p][c];
23         if (len[p] + 1 == len[q])
24             link[np] = q;
25         else
26         {
27             int nq = newnode(len[p] + 1);
28             memcpy(ch[nq], ch[q], sizeof(ch[q]));
29             link[nq] = link[q], link[q] = link[np] =
30                 nq;
31             for (; ~p && ch[p][c] == q; p = link[p])
32                 ch[p][c] = nq;
33         }
34     }
35     last = np;
36 }
37 int topcnt[MAXN], topsam[MAXN << 1];
38 void sort()
39 { // 加入串后拓扑排序
40     clr(topcnt, 0);
41     for (int i = 0; i < sz; i++) topcnt[len[i]]++;
42     for (int i = 0; i < MAXN - 1; i++) topcnt[i +
43         1] += topcnt[i];
44     for (int i = 0; i < sz; i++) topsam[--topcnt[
45         len[i]]] = i;
46 }
47 };

```

4 数据结构

4.1 RMQ

4.1.1 一维 RMQ

```

1  /*
2  * 求区间最大最小值，数组下标从 1 开始。
3  * 预处理复杂度 O(nlogn)，查询O(1)
4  */
5  int mmax[MAXN][30], mmin[MAXN][30];
6  int a[MAXN], n;
7  void init()
8  {
9      for (int i = 1; i <= n; i++) mmax[i][0] = mmin[i]
10         [0] = a[i];
11      for (int j = 1; (1 << j) <= n; j++)
12          for (int i = 1; i + (1 << j) - 1 <= n; i++)
13              {
14                  mmax[i][j] = max(mmax[i][j - 1], mmax[i +
15                      (1 << (j - 1))][j - 1]);
16                  mmin[i][j] = min(mmin[i][j - 1], mmin[i +
17                      (1 << (j - 1))][j - 1]);
18              }
19      }
20      int rmqMax(int l, int r)
21      {
22          int k = 31 - __builtin_clz(r - l + 1);
23          return max(mmax[l][k], mmax[r - (1 << k) + 1][k]);
24      }
25      int rmqMin(int l, int r)
26      {
27          int k = 31 - __builtin_clz(r - l + 1);
28          return min(mmin[l][k], mmin[r - (1 << k) + 1][k]);
29      }
30  }

```

```

26     int k = 31 - __builtin_clz(r - l + 1);
27     return min(mmin[l][k], mmin[r - (1 << k) + 1][k]);
28 }

```

4.1.2 二维 RMQ

```

1  int dp[310][310][9][9]; // 最大值
2  int n, m;
3  void init()
4  {
5      for (int i = 0; (1 << i) <= n; i++)
6          for (int j = 0; (1 << j) <= m; j++)
7              {
8                  if (i == 0 && j == 0) continue;
9                  for (int row = 1; row + (1 << i) - 1 <= n;
10                     row++)
11                      for (int col = 1; col + (1 << j) - 1 <=
12                         m; col++)
13                          if (i)
14                              dp[row][col][i][j] =
15                                  max(dp[row][col][i - 1][j], dp[row + (1 << (i - 1))][
16                                      col][i - 1][j]);
17                          else
18                              dp[row][col][i][j] =
19                                  max(dp[row][col][i][j - 1], dp[row][col + (1 << (j -
20                                      1))][i][j - 1]);
21              }
22      }
23      int rmq(int x1, int y1, int x2, int y2)
24      {
25          int kx = 31 - __builtin_clz(x2 - x1 + 1);
26          int ky = 31 - __builtin_clz(y2 - y1 + 1);
27          int m1 = dp[x1][y1][kx][ky];
28          int m2 = dp[x2 - (1 << kx) + 1][y1][kx][ky];
29          int m3 = dp[x1][y2 - (1 << ky) + 1][kx][ky];
30          int m4 = dp[x2 - (1 << kx) + 1][y2 - (1 << ky) +
31              1][kx][ky];
32          return max(max(m1, m2), max(m3, m4));
33      }
34  }

```

4.2 线段树

4.2.1 宏定义

```

1  #define lson rt << 1 // 左儿子
2  #define rson rt << 1 | 1 // 右儿子
3  #define Lson l, m, lson // 左子树
4  #define Rson m + 1, r, rson // 右子树

```

4.2.2 单点修改

```

1  int sum[MAXN << 2]; // sum[rt]用于维护区间和
2  void PushUp(int rt)
3  {
4      sum[rt] = sum[lson] + sum[rson];
5  }
6  void build(int l, int r, int rt)
7  {
8      if (l == r)
9      {
10         scanf("%d", &sum[rt]); // 建立的时候直接输入叶节点
11     }
12     else
13     {
14         build(l, (l + r) / 2, lson);
15         build((l + r) / 2 + 1, r, rson);
16     }
17 }

```



```

11     return;
12 }
13 int m = (l + r) >> 1;
14 build(Lson);
15 build(Rson);
16 PushUp(rt);
17 }
18 void update(int p, int add, int l, int r, int rt)
19 {
20     if (l == r)
21     {
22         sum[rt] += add;
23         return;
24     }
25     int m = (l + r) >> 1;
26     if (p <= m) update(p, add, Lson);
27     else update(p, add, Rson);
28     PushUp(rt);
29 }
30 int query(int L, int R, int l, int r, int rt)
31 {
32     if (L <= l && r <= R)
33         return sum[rt];
34     int m = (l + r) >> 1;
35     int s = 0;
36     if (L <= m) s += query(L, R, Lson);
37     if (m < R) s += query(L, R, Rson);
38     return s;
39 }

```

4.2.3 区间修改

```

1 int lazy[MAXN << 2], sum[MAXN << 2];
2 void PushUp(int rt)
3 {
4     sum[rt] = sum[lson] + sum[rson];
5 }
6 void PushDown(int rt, int m)
7 {
8     if (lazy[rt] == 0)
9         return;
10    lazy[lson] += lazy[rt];
11    lazy[rson] += lazy[rt];
12    sum[lson] += lazy[rt] * (m - (m >> 1));
13    sum[rson] += lazy[rt] * (m >> 1);
14    lazy[rt] = 0;
15 }
16 void build(int l, int r, int rt)
17 {
18     lazy[rt] = 0;
19     if (l == r)
20     {
21         scanf("%lld", &sum[rt]);
22         return;
23     }
24     int m = (l + r) >> 1;
25     build(Lson);
26     build(Rson);
27     PushUp(rt);
28 }
29 void update(int L, int R, int add, int l, int r, int
    rt)
30 {
31     if (L <= l && r <= R)

```

```

32     {
33         lazy[rt] += add;
34         sum[rt] += add * (r - l + 1);
35         return;
36     }
37     PushDown(rt, r - l + 1);
38     int m = (l + r) >> 1;
39     if (L <= m) update(L, R, add, Lson);
40     if (m < R) update(L, R, add, Rson);
41     PushUp(rt);
42 }
43 int query(int L, int R, int l, int r, int rt)
44 {
45     if (L <= l && r <= R)
46         return sum[rt];
47     PushDown(rt, r - l + 1);
48     int m = (l + r) >> 1, ret = 0;
49     if (L <= m) ret += query(L, R, Lson);
50     if (m < R) ret += query(L, R, Rson);
51     return ret;
52 }

```

4.3 分块

```

1 int n, block, num, l[MAXN], r[MAXN], belong[MAXN];
2
3 void build()
4 {
5     block = sqrt(n);
6     num = n / block;
7     if (n % block) //除不尽, 多出一块
8         num++;
9     for (int i = 1; i <= num; i++)
10     {
11         l[i] = (i - 1) * block + 1;
12         r[i] = i * block;
13     }
14     r[num] = n; //制定最后一块的右端点为n
15     for (int i; i <= n; i++)
16         belong[i] = (i - 1) / block + 1;
17 }

```

5 图论

5.1 最小生成树

5.1.1 并查集

```

1 int fa[MAXN], ra[MAXN];
2 void init(int n)
3 {
4     clr(ra, 0);
5     for (int i = 1; i <= n; i++)
6         fa[i] = i;
7 }
8 int find(int x)
9 {
10    return fa[x] != x ? fa[x] = find(fa[x]) : x;
11 }
12 void Union(int x, int y)
13 {
14     x = find(x), y = find(y);

```

```

15     if (x == y) return;
16     if (ra[x] < ra[y])
17         fa[x] = y;
18     else
19     {
20         fa[y] = x;
21         if (ra[x] == ra[y]) ra[x]++;
22     }
23 }

```

5.1.2 Kruskal

```

1  const int MAXM = 10000; //最大边数
2
3  struct Edge
4  {
5      int u, v, w;
6  } edge[MAXM]; //存储边的信息, 包括起点/终点/权值
7  int tol; //边数, 加边前赋值为0
8  void addedge(int u, int v, int w)
9  {
10     edge[tol].u = u;
11     edge[tol].v = v;
12     edge[tol++].w = w;
13 }
14 bool cmp(Edge a, Edge b)
15 {
16     //排序函数, 讲边按照权值从小到大排序
17     return a.w < b.w;
18 }
19
20 int Kruskal(int n) //传入点数, 返回最小生成树的权值, 如果
    不连通返回-1
21 {
22     init(n);
23     sort(edge, edge + tol, cmp);
24     int cnt = 0; //计算加入的边数
25     int ans = 0;
26     for(int i = 0; i < tol; i++)
27     {
28         int u = edge[i].u;
29         int v = edge[i].v;
30         int w = edge[i].w;
31         if(find(u) != find(v))
32         {
33             Union(u, v);
34             ans += w;
35             cnt++;
36         }
37         if(cnt == n - 1) break;
38     }
39     if(cnt < n - 1) return -1; //不连通
40     else return ans;
41 }

```

5.1.3 Prim

```

1  /*
2  * Prim求MST
3  * 耗费矩阵cost[], 标号从0开始, 0~n-1
4  * 返回最小生成树的权值, 返回-1表示原图不连通
5  */
6  bool vis[MAXN];

```

```

7  int lowc[MAXN];
8  int Prim(int cost[][MAXN], int n) //点是0~n-1
9  {
10     int ans = 0;
11     memset(vis, false, sizeof(vis));
12     vis[0] = true;
13     for(int i = 1; i < n; i++)
14         lowc[i] = cost[0][i];
15     for(int i = 1; i < n; i++)
16     {
17         int minc = INF;
18         int p = -1;
19         for(int j = 0; j < n; j++)
20             if(!vis[j] && minc > lowc[j])
21             {
22                 minc = lowc[j];
23                 p = j;
24             }
25         if(minc == INF) return -1; //原图不连通
26         ans += minc;
27         vis[p] = true;
28         for(int j = 0; j < n; j++)
29             if(!vis[j] && lowc[j] > cost[p][j])
30                 lowc[j] = cost[p][j];
31     }
32     return ans;
33 }

```

5.2 最短路

5.2.1 Dijkstra

```

1  /*
2  * 复杂度O(ElogE)
3  * 注意对vector<Edge>E[MAXN]进行初始化后加边
4  */
5  struct qnode
6  {
7      int v, c;
8      qnode(int _v = 0, int _c = 0): v(_v), c(_c) {}
9      bool operator <(const qnode &r) const
10     {
11         return c > r.c;
12     }
13 };
14 struct Edge
15 {
16     int v, cost;
17     Edge(int _v = 0, int _cost = 0): v(_v), cost(_cost) {}
18 };
19 vector<Edge>E[MAXN];
20 bool vis[MAXN];
21 int dist[MAXN];
22 void Dijkstra(int n, int start) //点的编号从1开始
23 {
24     memset(vis, false, sizeof(vis));
25     for(int i = 1; i <= n; i++) dist[i] = INF;
26     priority_queue<qnode>que;
27     while(!que.empty()) que.pop();
28     dist[start] = 0;
29     que.push(qnode(start, 0));
30     qnode tmp;
31     while(!que.empty())

```

```

32 {
33     tmp = que.top();
34     que.pop();
35     int u = tmp.v;
36     if(vis[u])continue;
37     vis[u] = true;
38     for(int i = 0; i < E[u].size(); i++)
39     {
40         int v = E[tmp.v][i].v;
41         int cost = E[u][i].cost;
42         if(!vis[v] && dist[v] > dist[u] + cost)
43         {
44             dist[v] = dist[u] + cost;
45             que.push(qnode(v, dist[v]));
46         }
47     }
48 }
49 }
50 void addedge(int u, int v, int w)
51 {
52     E[u].push_back(Edge(v, w));
53 }

```

5.2.2 SPFA

```

1  /*
2  *单源最短路SPFA
3  *时间复杂度 O(kE)
4  *这个是队列实现，有时候改成栈实现会更加快，很容易修改
5  *这个复杂度是不定的
6  */
7  const int MAXN = 1010;
8  const int INF = 0x3f3f3f3f;
9  struct Edge
10 {
11     int v;
12     int cost;
13     Edge(int _v = 0, int _cost = 0): v(_v), cost(_cost) {}
14 };
15 vector<Edge>E[MAXN];
16 void addedge(int u, int v, int w)
17 {
18     E[u].push_back(Edge(v, w));
19 }
20 bool vis[MAXN];//在队列标志
21 int cnt[MAXN];//每个点的入队列次数
22 int dist[MAXN];
23 bool SPFA(int start, int n)
24 {
25     memset(vis, false, sizeof(vis));
26     for(int i = 1; i <= n; i++)dist[i] = INF;
27     vis[start] = true;
28     dist[start] = 0;
29     queue<int>que;
30     que.push(start);
31     memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
32     cnt[start] = 1;
33     while(!que.empty())
34     {
35         int u = que.front();
36         que.pop();
37         vis[u] = false;
38         for(int i = 0; i < E[u].size(); i++)

```

```

39     {
40         int v = E[u][i].v;
41         if(dist[v] > dist[u] + E[u][i].cost)
42         {
43             dist[v] = dist[u] + E[u][i].cost;
44             if(!vis[v])
45             {
46                 vis[v] = true;
47                 que.push(v);
48                 if(++cnt[v] > n)return false;
49                 //cnt[i]为入队列次数，用来判定是否存在
50                 //负环回路
51             }
52         }
53     }
54     return true;
55 }

```

5.2.3 Floyd

```

1  // ---
2  // O(n^3)求出任意两点间最短路
3  // 邻接矩阵存图需注意判断重边
4  // ---
5  int G[MAXN][MAXN];
6  void init(int n)
7  {
8      clr(G, 0x3f);
9      for (int i = 0; i < n; i++) G[i][i] = 0;
10 }
11 void add_edge(int u, int v, int w) { G[u][v] = min(G[u][v], w); }
12 void Floyd(int n)
13 {
14     for (int k = 0; k < n; k++)
15         for (int i = 0; i < n; i++)
16             for (int j = 0; j < n; j++)
17                 G[i][j] = min(G[i][j], G[i][k] + G[k][j]);
18 }

```

5.3 LCA

5.3.1 离线 Tarjan

```

1  /**
2  * Tarjan离线算法
3  * 时间复杂度O(n+q)
4  */
5  int par[MAXN]; //并查集
6  int ans[MAXN]; //存储答案
7  vector<int> G[MAXN]; //邻接表
8  vector<int> query[MAXN], num[MAXN]; //存储查询信息
9  bool vis[MAXN]; //是否被遍历
10 inline void init(int n)
11 {
12     for (int i = 1; i <= n; i++)
13     {
14         G[i].clear();
15         query[i].clear();
16         num[i].clear();
17         par[i] = i;

```

```

18     vis[i] = 0;
19 }
20 }
21 int find(int x)
22 {
23     return par[x] != x ? par[x] = find(par[x]) : x;
24 }
25 void Union(int x, int y)
26 {
27     x = find(x), y = find(y);
28     if (x == y) return;
29     par[y] = x;
30 }
31
32 inline void addEdge(int u, int v)
33 {
34     G[u].push_back(v);
35 }
36 inline void addQuery(int id, int u, int v)
37 {
38     query[u].push_back(v), query[v].push_back(u);
39     num[u].push_back(id), num[v].push_back(id);
40 }
41 void tarjan(int u)
42 {
43     vis[u] = 1;
44     for(int i = 0; i < G[u].size(); i++)
45     {
46         int v = G[u][i];
47         if (vis[v]) continue;
48         tarjan(v);
49         Union(u, v);
50     }
51     for(int i = 0; i < query[u].size(); i++)
52     {
53         int v = query[u][i];
54         if (!vis[v]) continue;
55         ans[num[u][i]] = find(v);
56     }
57 }

```

5.3.2 LCA 倍增法

```

1  /*
2  * LCA 在线算法
3  */
4  const int DEG = 20;
5  struct Edge
6  {
7      int to, next;
8      int val;
9  } edge[MAXN * 2];
10 int head[MAXN], tot;
11 void addedge(int u, int v, int k)
12 {
13     edge[tot].to = v;
14     edge[tot].next = head[u];
15     edge[tot].val = k;
16     head[u] = tot++;
17 }
18 void init()
19 {
20     tot = 0;
21     memset(head, -1, sizeof(head));

```

```

22 }
23 int fa[MAXN][DEG]; // fa[i][j] 表示结点 i 的第 2^j 个祖先
24 int deg[MAXN]; // 深度数组
25 int dis[MAXN]; // 距离数组
26 void BFS(int root)
27 {
28     queue<int> que;
29     deg[root] = 0;
30     fa[root][0] = root;
31     que.push(root);
32     while(!que.empty())
33     {
34         int tmp = que.front();
35         que.pop();
36         for(int i = 1; i < DEG; i++)
37             fa[tmp][i] = fa[fa[tmp][i - 1]][i - 1];
38         for(int i = head[tmp]; i != -1; i = edge[i].next)
39         {
40             int v = edge[i].to;
41             if(v == fa[tmp][0]) continue;
42             deg[v] = deg[tmp] + 1;
43             dis[v] = dis[tmp] + edge[i].val;
44             fa[v][0] = tmp;
45             que.push(v);
46         }
47     }
48 }
49 int LCA(int u, int v)
50 {
51     if(deg[u] > deg[v]) swap(u, v);
52     int hu = deg[u], hv = deg[v];
53     int tu = u, tv = v;
54     for(int det = hv - hu, i = 0; det; det >>= 1, i++)
55         if(det & 1)
56             tv = fa[tv][i];
57     if(tu == tv) return tu;
58     for(int i = DEG - 1; i >= 0; i--)
59     {
60         if(fa[tu][i] == fa[tv][i])
61             continue;
62         tu = fa[tu][i];
63         tv = fa[tv][i];
64     }
65     return fa[tu][0];
66 }
67 bool flag[MAXN];
68
69 void solve()
70 {
71     int n, q;
72     scanf("%d%d", &n, &q);
73     init();
74     clr(flag, 0);
75     for(int i = 1; i < n; i++)
76     {
77         int a, b, k;
78         scanf("%d%d%d", &a, &b, &k);
79         addedge(a, b, k);
80         addedge(b, a, k);
81     }
82     BFS(1);
83     for(int i = 1; i <= q; i++)
84     {

```

```

85     int u, v;
86     scanf("%d%d", &u, &v);
87     printf("%d\n", dis[u]+dis[v]-2*dis[LCA(u, v)])
88     ;
89 }

```

5.4 拓扑排序

```

1  // ---
2  // 存图前记得初始化
3  // Ans排序结果, G邻接表, deg入度, map用于判断重边
4  // 排序成功返回1, 存在环返回0
5  // ---
6  int Ans[MAXN];
7  vector<int> G[MAXN];
8  int deg[MAXN];
9  map<pair<int, int>, bool> S;
10 void init(int n)
11 {
12     S.clear();
13     for (int i = 0; i < n; i++) G[i].clear();
14     clr(deg, 0), clr(Ans, 0);
15 }
16 void add_edge(int u, int v)
17 {
18     if (S[make_pair(u, v)]) return;
19     G[u].push_back(v), S[make_pair(u, v)] = 1, deg[v]++;
20 }
21 bool Toposort(int n)
22 {
23     int tot = 0;
24     queue<int> q;
25     for (int i = 0; i < n; ++i)
26         if (deg[i] == 0) q.push(i);
27     while (!q.empty())
28     {
29         int u = q.front();
30         q.pop();
31         Ans[tot++] = u;
32         for(int i = 0; i < G[u].size(); i++)
33         {
34             int v = G[u][i];
35             if(--deg[v] == 0)
36                 q.push(v);
37         }
38     }
39     if (tot < n - 1) return false;
40     return true;
41 }

```

5.5 网络流

5.5.1 建模技巧

建模技巧

二分图带权最大独立集。给出一个二分图，每个结点上有一个正权值。要求选出一些点，使得这些点之间没有边相连，且权值和最大。

解：在二分图的基础上添加源点 S 和汇点 T ，然后从 S 向所有 X 集合中的点连一条边，所有 Y 集合中的点向 T 连一条边，容量

均为该点的权值。 X 结点与 Y 结点之间的边的容量均为无穷大。这样，对于图中的任意一个割，将割中的边对应的结点删掉就是一个符合要求的解，权和为所有权减去割的容量。因此，只需要求出最小割，就能求出最大权和。

公平分配问题。把 m 个任务分配给 n 个处理器。其中每个任务有两个候选处理器，可以任选一个分配。要求所有处理器中，任务数最多的那个处理器所分配的任务数尽量少。不同任务的候选处理器集 $\{p_1, p_2\}$ 保证不同。

解：本题有一个比较明显的二分图模型，即 X 结点是任务， Y 结点是处理器。二分答案 x ，然后构图，首先从源点 S 出发向所有的任务结点引一条边，容量等于 1，然后从每个任务结点出发引两条边，分别到达它所能分配到的两个处理器结点，容量为 1，最后从每个处理器结点出发引一条边到汇点 T ，容量为 x ，表示选择该处理器的任务不能超过 x 。这样网络中的每个单位流量都是从 S 流到一个任务结点，再到处理器结点，最后到汇点 T 。只有当网络中的总流量等于 m 时才意味着所有任务都选择了一个处理器。这样，我们通过 $O(\log m)$ 次最大流便算出了答案。

区间 k 覆盖问题。数轴上有一些带权值的左闭右开区间。选出权和尽量大的一些区间，使得任意一个数最多被 k 个区间覆盖。

解：本题可以用最小费用流解决，构图方法是把每个数作为一个结点，然后对于权值为 w 的区间 $[u, v)$ 加边 $u \rightarrow v$ ，容量为 1，费用为 $-w$ 。再对所有相邻的点加边 $i \rightarrow i+1$ ，容量为 k ，费用为 0。最后，求最左点到最右点的最小费用最大流即可，其中每个流量对应一组互不相交的区间。如果数值范围太大，可以先进行离散化。

最大闭合子图。给定带权图 G （权值可正可负），求一个权和最大的点集，使得起点在该点集中的任意弧，终点也在该点集中。

解：新增附加源 s 和附加汇 t ，从 s 向所有正权点引一条边，容量为权值；从所有负权点向汇点引一条边，容量为权值的相反数。求出最小割以后， $S - \{s\}$ 就是最大闭合子图。

5.5.2 Edge

```

1  // ---
2  // 最大流
3  // ---
4  struct Edge
5  {
6      int from, to, cap, flow;
7      Edge(int u, int v, int c, int f)
8          : from(u), to(v), cap(c), flow(f) {}
9  };
10 // ---
11 // 最小费用流
12 // ---
13 struct Edge
14 {
15     int from, to, cap, flow, cost;
16     Edge(int u, int v, int c, int f, int w)
17         : from(u), to(v), cap(c), flow(f), cost(w) {}
18 };

```

5.5.3 Dinic

```

1 struct Dinic
2 {
3     int n, m, s, t; //结点数, 边数 (包括反向弧), 源点编号和汇点编号

```

```

4  vector<Edge> edges; //边表。edge[e]和edge[e^1]互为
   反向弧
5  vector<int> G[MAXN]; //邻接表，G[i][j]表示节点i的第
   j条边在e数组中的序号
6  bool vis[MAXN]; //BFS使用
7  int d[MAXN]; //从起点到i的距离
8  int cur[MAXN]; //当前弧下标
9  void init(int n)
10 {
11     this->n = n;
12     for (int i = 0; i < n; i++) G[i].clear();
13     edges.clear();
14 }
15 void AddEdge(int from, int to, int cap)
16 {
17     edges.push_back(Edge(from, to, cap, 0));
18     edges.push_back(Edge(to, from, 0, 0));
19     m = edges.size();
20     G[from].push_back(m - 2);
21     G[to].push_back(m - 1);
22 }
23 bool BFS()
24 {
25     clr(vis, 0);
26     clr(d, 0);
27     queue<int> q;
28     q.push(s);
29     d[s] = 0;
30     vis[s] = 1;
31     while (!q.empty())
32     {
33         int x = q.front();
34         q.pop();
35         for (int i = 0; i < G[x].size(); i++)
36         {
37             Edge& e = edges[G[x][i]];
38             if (!vis[e.to] && e.cap > e.flow)
39             {
40                 vis[e.to] = 1;
41                 d[e.to] = d[x] + 1;
42                 q.push(e.to);
43             }
44         }
45     }
46     return vis[t];
47 }
48 int DFS(int x, int a)
49 {
50     if (x == t || a == 0) return a;
51     int flow = 0, f;
52     for (int& i = cur[x]; i < G[x].size(); i++)
53     {
54         //从上次考虑的弧
55         Edge& e = edges[G[x][i]];
56         if (d[x] + 1 == d[e.to] && (f = DFS(e.to,
57             min(a, e.cap - e.flow))) > 0)
58         {
59             e.flow += f;
60             edges[G[x][i] ^ 1].flow -= f;
61             flow += f;
62             a -= f;
63             if (a == 0) break;
64         }
65     }
66     return flow;

```

```

66     }
67     int Maxflow(int s, int t)
68     {
69         this->s = s;
70         this->t = t;
71         int flow = 0;
72         while (BFS())
73         {
74             clr(cur, 0);
75             flow += DFS(s, INF);
76         }
77         return flow;
78     }
79 };

```

5.5.4 ISAP

```

1  struct ISAP
2  {
3      int n, m, s, t; //结点数，边数（包括反向弧），源点编
   号和汇点编号
4      vector<Edge> edges; //边表。edges[e]和edges[e^1]互
   为反向弧
5      vector<int> G[MAXN]; //邻接表，G[i][j]表示结点i的第
   j条边在e数组中的序号
6      bool vis[MAXN]; //BFS使用
7      int d[MAXN]; //起点到i的距离
8      int cur[MAXN]; //当前弧下标
9      int p[MAXN]; //可增广路上的一条弧
10     int num[MAXN]; //距离标号计数
11     void init(int n)
12     {
13         this->n = n;
14         for (int i = 0; i < n; i++) G[i].clear();
15         edges.clear();
16     }
17     void AddEdge(int from, int to, int cap)
18     {
19         edges.push_back(Edge(from, to, cap, 0));
20         edges.push_back(Edge(to, from, 0, 0));
21         int m = edges.size();
22         G[from].push_back(m - 2);
23         G[to].push_back(m - 1);
24     }
25     int Augument()
26     {
27         int x = t, a = INF;
28         while (x != s)
29         {
30             Edge& e = edges[p[x]];
31             a = min(a, e.cap - e.flow);
32             x = edges[p[x]].from;
33         }
34         x = t;
35         while (x != s)
36         {
37             edges[p[x]].flow += a;
38             edges[p[x] ^ 1].flow -= a;
39             x = edges[p[x]].from;
40         }
41         return a;
42     }
43     void BFS()
44     {

```

```

45   clr(vis, 0);
46   clr(d, 0);
47   queue<int> q;
48   q.push(t);
49   d[t] = 0;
50   vis[t] = 1;
51   while (!q.empty())
52   {
53       int x = q.front();
54       q.pop();
55       int len = G[x].size();
56       for (int i = 0; i < len; i++)
57       {
58           Edge& e = edges[G[x][i]];
59           if (!vis[e.from] && e.cap > e.flow)
60           {
61               vis[e.from] = 1;
62               d[e.from] = d[x] + 1;
63               q.push(e.from);
64           }
65       }
66   }
67 }
68 int Maxflow(int s, int t)
69 {
70     this->s = s;
71     this->t = t;
72     int flow = 0;
73     BFS();
74     clr(num, 0);
75     for (int i = 0; i < n; i++)
76         if (d[i] < INF) num[d[i]]++;
77     int x = s;
78     clr(cur, 0);
79     while (d[s] < n)
80     {
81         if (x == t)
82         {
83             flow += Augument();
84             x = s;
85         }
86         int ok = 0;
87         for (int i = cur[x]; i < G[x].size(); i++)
88         {
89             Edge& e = edges[G[x][i]];
90             if (e.cap > e.flow && d[x] == d[e.to] + 1)
91             {
92                 ok = 1;
93                 p[e.to] = G[x][i];
94                 cur[x] = i;
95                 x = e.to;
96                 break;
97             }
98         }
99         if (!ok) //Retreat
100         {
101             int m = n - 1;
102             for (int i = 0; i < G[x].size(); i++)
103             {
104                 Edge& e = edges[G[x][i]];
105                 if (e.cap > e.flow) m = min(m, d[e.to]);
106             }
107             if (--num[d[x]] == 0) break; //gap优化

```

```

108         num[d[x] = m + 1]++;
109         cur[x] = 0;
110         if (x != s) x = edges[p[x]].from;
111     }
112 }
113 return flow;
114 }
115 };

```

5.5.5 MCMF

```

1 struct MCMF
2 {
3     int n, m;
4     vector<Edge> edges;
5     vector<int> G[MAXN];
6     int inq[MAXN]; //是否在队列中
7     int d[MAXN]; //bellmanford
8     int p[MAXN]; //上一条弧
9     int a[MAXN]; //可改进量
10    void init(int n)
11    {
12        this->n = n;
13        for (int i = 0; i < n; i++) G[i].clear();
14        edges.clear();
15    }
16    void AddEdge(int from, int to, int cap, int cost)
17    {
18        edges.push_back(Edge(from, to, cap, 0, cost));
19        edges.push_back(Edge(to, from, 0, 0, -cost));
20        m = edges.size();
21        G[from].push_back(m - 2);
22        G[to].push_back(m - 1);
23    }
24    bool BellmanFord(int s, int t, int& flow, LL& cost)
25    {
26        for (int i = 0; i < n; i++) d[i] = INF;
27        clr(inq, 0);
28        d[s] = 0;
29        inq[s] = 1;
30        p[s] = 0;
31        a[s] = INF;
32        queue<int> q;
33        q.push(s);
34        while (!q.empty())
35        {
36            int u = q.front();
37            q.pop();
38            inq[u] = 0;
39            for (int i = 0; i < G[u].size(); i++)
40            {
41                Edge& e = edges[G[u][i]];
42                if (e.cap > e.flow && d[e.to] > d[u] + e.cost)
43                {
44                    d[e.to] = d[u] + e.cost;
45                    p[e.to] = G[u][i];
46                    a[e.to] = min(a[u], e.cap - e.flow);
47                    if (!inq[e.to])
48                    {
49                        q.push(e.to);
50                        inq[e.to] = 1;
51                    }

```



```

52     }
53 }
54 }
55 if (d[t] == INF) return false; // 当没有可增广的
    路时退出
56 flow += a[t];
57 cost += (LL)d[t] * (LL)a[t];
58 for (int u = t; u != s; u = edges[p[u]].from)
59 {
60     edges[p[u]].flow += a[t];
61     edges[p[u] ^ 1].flow -= a[t];
62 }
63 return true;
64 }
65 int MincostMaxflow(int s, int t, LL& cost)
66 {
67     int flow = 0;
68     cost = 0;
69     while (BellmanFord(s, t, flow, cost));
70     return flow;
71 }
72 };

```

6 计算几何

6.1 基本函数

6.1.1 定义点和线

```

1  const double PI = acos(-1.0);
2  #define zero(x) ((fabs(x) < eps ? 1 : 0))
3  int sgn(double x)
4  {
5      if(fabs(x) < eps) return 0;
6      if(x < 0) return -1;
7      else return 1;
8  }
9
10 struct point
11 {
12     double x, y;
13     point(double a = 0, double b = 0)
14     {
15         x = a, y = b;
16     }
17     point operator-(const point &b) const
18     {
19         return point(x - b.x, y - b.y);
20     }
21     point operator+(const point &b) const
22     {
23         return point(x + b.x, y + b.y);
24     }
25     // 两点是否重合
26     bool operator==(point &b)
27     {
28         return zero(x - b.x) && zero(y - b.y);
29     }
30     // 点积(以原点为基准)
31     double operator*(const point &b) const
32     {
33         return x * b.x + y * b.y;
34     }
35     // 叉积(以原点为基准)

```

```

36 double operator^(const point &b) const
37 {
38     return x * b.y - y * b.x;
39 }
40 // 绕P点逆时针旋转a弧度后的点
41 point rotate(point b, double a)
42 {
43     double dx, dy;
44     (*this - b).split(dx, dy);
45     double tx = dx * cos(a) - dy * sin(a);
46     double ty = dx * sin(a) + dy * cos(a);
47     return point(tx, ty) + b;
48 }
49 // 点坐标分别赋值到a和b
50 void split(double &a, double &b)
51 {
52     a = x, b = y;
53 }
54 };
55 struct line
56 {
57     point s, e;
58     line() {}
59     line(point _s, point _e)
60     {
61         s = _s;
62         e = _e;
63     }
64     // 两直线相交求交点
65     // 第一个值为0表示直线重合, 为1表示平行, 为2表示相交, 为
        2是相交
66     // 只有第一个值为2时, 交点才有意义
67     pair<int, point> operator &(const line &b) const
68     {
69         point res = s;
70         if(sgn((s - e) ^ (b.s - b.e)) == 0)
71         {
72             if(sgn((s - b.e) ^ (b.s - b.e)) == 0)
73                 return make_pair(0, res); // 重合
74             else return make_pair(1, res); // 平行
75         }
76         double t = ((s - b.s) ^ (b.s - b.e)) / ((s - e)
            ^ (b.s - b.e));
77         res.x += (e.x - s.x) * t;
78         res.y += (e.y - s.y) * t;
79         return make_pair(2, res);
80     }
81 };

```

6.1.2 两点间距离

```

1  // 两点间距离
2  double dist(point a, point b)
3  {
4      return sqrt((a - b) * (a - b));
5  }

```

6.1.3 线段相交

```

1  // 判断线段相交
2  bool inter(line l1, line l2)
3  {
4      return

```



```

5     max(l1.s.x, l1.e.x) >= min(l2.s.x, l2.e.x) &&
6     max(l2.s.x, l2.e.x) >= min(l1.s.x, l1.e.x) &&
7     max(l1.s.y, l1.e.y) >= min(l2.s.y, l2.e.y) &&
8     max(l2.s.y, l2.e.y) >= min(l1.s.y, l1.e.y) &&
9     sgn((l2.s - l1.e) ^ (l1.s - l1.e)) * sgn((l2.e
10    -l1.e) ^ (l1.s - l1.e)) <= 0 &&
11    sgn((l1.s - l2.e) ^ (l2.s - l2.e)) * sgn((l1.e
    -l2.e) ^ (l2.s - l2.e)) <= 0;
}

```

6.1.4 直线和线段相交

```

1 //判断直线和线段相交
2 bool Seg_inter_line(line l1, line l2) //判断直线l1和线
   段l2是否相交
3 {
4     return sgn((l2.s - l1.e) ^ (l1.s - l1.e)) * sgn((
       l2.e-l1.e) ^ (l1.s - l1.e)) <= 0;
5 }

```

6.1.5 点到直线距离

```

1 //点到直线距离
2 //返回为result,是点到直线最近的点
3 point PointToLine(point P, line L)
4 {
5     point result;
6     double t = ((P - L.s) * (L.e-L.s)) / ((L.e-L.s) *
       (L.e-L.s));
7     result.x = L.s.x + (L.e.x - L.s.x) * t;
8     result.y = L.s.y + (L.e.y - L.s.y) * t;
9     return result;
10 }

```

6.1.6 点到线段距离

```

1 //点到线段的距离
2 //返回点到线段最近的点
3 point NearestPointToLineSeg(point P, line L)
4 {
5     point result;
6     double t = ((P - L.s) * (L.e-L.s)) / ((L.e-L.s) *
       (L.e-L.s));
7     if(t >= 0 && t <= 1)
8     {
9         result.x = L.s.x + (L.e.x - L.s.x) * t;
10        result.y = L.s.y + (L.e.y - L.s.y) * t;
11    }
12    else
13    {
14        if(dist(P, L.s) < dist(P, L.e))
15            result = L.s;
16        else result = L.e;
17    }
18    return result;
19 }

```

6.1.7 判断点在线段上

```

1 /**判断点在线段上
2 bool OnSeg(point P, line L)
3 {
4     return
5         sgn((L.s - P) ^ (L.e-P)) == 0 &&
6         sgn((P.x - L.s.x) * (P.x - L.e.x)) <= 0 &&
7         sgn((P.y - L.s.y) * (P.y - L.e.y)) <= 0;
8 }

```

6.2 多边形

6.2.1 计算多边形面积

```

1 //计算多边形面积
2 //点的编号从0~n-1
3 double CalcArea(point p[], int n)
4 {
5     double res = 0;
6     for(int i = 0; i < n; i++)
7         res += (p[i] ^ p[(i + 1) % n]) / 2;
8     return fabs(res);
9 }

```

6.2.2 判断点在凸多边形内

```

1 /**判断点在凸多边形内
2 //点形成一个凸包, 而且按逆时针排序 (如果是顺时针把里面的<0
   改为>0)
3 //点的编号:0~n-1
4 //返回值:
5 //-1:点在凸多边形外
6 //0:点在凸多边形边界上
7 //1:点在凸多边形内
8 int inConvexPoly(point a, point p[], int n)
9 {
10    for(int i = 0; i < n; i++)
11    {
12        if(sgn((p[i] - a) ^ (p[(i + 1) % n] - a)) < 0)
13            return -1;
14        else if(OnSeg(a, line(p[i], p[(i + 1) % n])))
15            return 0;
16    }
17    return 1;
18 }

```

6.2.3 判断点在任意多边形内

```

1 /**判断点在任意多边形内
2 //射线法, poly[]的顶点数要大于等于3,点的编号0~n-1
3 //返回值
4 //-1:点在凸多边形外
5 //0:点在凸多边形边界上
6 //1:点在凸多边形内
7 int inPoly(point p, point poly[], int n)
8 {
9     int cnt;
10    line ray, side;
11    cnt = 0;
12    ray.s = p;

```

```

13 ray.e.y = p.y;
14 ray.e.x = -10000000000.0; //-INF, 注意取值防止越界
15 for(int i = 0; i < n; i++)
16 {
17     side.s = poly[i];
18     side.e = poly[(i + 1) % n];
19     if(OnSeg(p, side))return 0;
20     //如果平行轴则不考虑
21     if(sgn(side.s.y - side.e.y) == 0)
22         continue;
23     if(OnSeg(side.s, ray))
24     {
25         if(sgn(side.s.y - side.e.y) > 0)cnt++;
26     }
27     else if(OnSeg(side.e, ray))
28     {
29         if(sgn(side.e.y - side.s.y) > 0)cnt++;
30     }
31     else if(inter(ray, side))
32         cnt++;
33 }
34 if(cnt % 2 == 1)return 1;
35 else return -1;
36 }

```

6.2.4 判断凸多边形

```

1 //判断凸多边形
2 //允许共线边
3 //点可以是顺时针给出也可以是逆时针给出
4 //点的编号1~n-1
5 bool isconvex(point poly[], int n)
6 {
7     bool s[3];
8     memset(s, false, sizeof(s));
9     for(int i = 0; i < n; i++)
10     {
11         s[sgn( (poly[(i + 1) % n] - poly[i]) ^ (poly[(i + 2) % n] - poly[i]) ) + 1] = true;
12         if(s[0] && s[2])return false;
13     }
14     return true;
15 }

```

6.2.5 凸包

```

1 /*
2  * 求凸包, Graham算法
3  * 点的编号0~n-1
4  * 返回凸包结果Stack[0~top-1]为凸包的编号
5  */
6 point lst[MAXN];
7 int Stack[MAXN], top;
8 //相对于lst[0]的极角排序
9 bool _cmp(point p1, point p2)
10 {
11     double tmp = (p1 - lst[0]) ^ (p2 - lst[0]);
12     if(sgn(tmp) > 0)return true;
13     else if(sgn(tmp) == 0 && sgn(dist(p1, lst[0]) - dist(p2, lst[0])) <= 0)
14         return true;
15     else return false;
16 }

```

```

17 void Graham(int n)
18 {
19     point p0;
20     int k = 0;
21     p0 = lst[0];
22     //找最下边的一个点
23     for(int i = 1; i < n; i++)
24     {
25         if( (p0.y > lst[i].y) || (p0.y == lst[i].y && p0.x > lst[i].x) )
26         {
27             p0 = lst[i];
28             k = i;
29         }
30     }
31     swap(lst[k], lst[0]);
32     sort(lst + 1, lst + n, _cmp);
33     if(n == 1)
34     {
35         top = 1;
36         Stack[0] = 0;
37         return;
38     }
39     if(n == 2)
40     {
41         top = 2;
42         Stack[0] = 0;
43         Stack[1] = 1;
44         return;
45     }
46     Stack[0] = 0;
47     Stack[1] = 1;
48     top = 2;
49     for(int i = 2; i < n; i++)
50     {
51         while(top > 1 && sgn((lst[Stack[top - 1]] - lst[Stack[top - 2]]) ^ (lst[i] - lst[Stack[top - 2]])) <= 0)
52             top--;
53         Stack[top++] = i;
54     }
55 }

```

6.3 圆

6.3.1 外心

```

1 //过三点求圆心坐标
2 point waixin(point a, point b, point c)
3 {
4     double a1 = b.x - a.x, b1 = b.y - a.y, c1 = (a1 * a1 + b1 * b1) / 2;
5     double a2 = c.x - a.x, b2 = c.y - a.y, c2 = (a2 * a2 + b2 * b2) / 2;
6     double d = a1 * b2 - a2 * b1;
7     return point(a.x + (c1 * b2 - c2 * b1) / d, a.y + (a1 * c2 - a2 * c1) / d);
8 }

```

6.3.2 两圆相交的面积

```

1 //两个圆的公共部分面积

```

```

2 double Area_of_overlap(point c1, double r1, point c2,
3 double r2)
4 {
5     double d = dist(c1, c2);
6     if(r1 + r2 < d + eps) return 0;
7     if(d < fabs(r1 - r2) + eps)
8     {
9         double r = min(r1, r2);
10        return PI * r * r;
11    }
12    double x = (d * d + r1 * r1 - r2 * r2) / (2 * d);
13    double t1 = acos(x / r1);
14    double t2 = acos((d - x) / r2);
15    return r1 * r1 * t1 + r2 * r2 * t2 - d * r1 * sin(
        t1);
}

```

7 动态规划

7.1 最长上升子序列

```

1 // 序列下标从1开始, LIS()返回长度, 序列存在lis[]中
2 int len, a[MAXN], b[MAXN], f[MAXN];
3 int Find(int p, int l, int r)
4 {
5     while (l <= r)
6     {
7         int mid = (l + r) >> 1;
8         if (a[p] > b[mid])
9             l = mid + 1;
10        else
11            r = mid - 1;
12    }
13    return f[p] = l;
14 }
15 int LIS1(int lis[], int n)
16 {
17     int len = 1;
18     f[1] = 1, b[1] = a[1];
19     for (int i = 2; i <= n; i++)
20     {
21         if (a[i] > b[len])
22             b[++len] = a[i], f[i] = len;
23         else
24             b[Find(i, 1, len)] = a[i];
25     }
26     for (int i = n, t = len; i >= 1 && t >= 1; i--)
27         if (f[i] == t) lis[--t] = a[i];
28     return len;
29 }
30
31 // 简单写法(下标从0开始,只返回长度)
32 int dp[MAXN];
33 int LIS(int a[], int n)
34 {
35     clr(dp, 0x3f);
36     for (int i = 0; i < n; i++) *lower_bound(dp, dp +
37         n, a[i]) = a[i];
38     return lower_bound(dp, dp + n, INF) - dp;
}

```

7.2 数位 dp

```

1 int a[20];
2 ll dp[20][state]; //不同题目状态不同
3 ll dfs(int pos, /*state变量*/, bool lead /*前导零*/,
4 bool limit /*数位上界变量*/) //不是每个题都要判断前导
5 零
6 {
7     //递归边界, 既然是按位枚举, 最低位是0, 那么pos== -1说明
8     这个数我枚举完了
9     if(pos == -1) return 1; /*这里一般返回1, 表示你枚举
10    的这个数是合法的, 那么这里就需要你在枚举时必须每一
11    位都要满足题目条件, 也就是说当前枚举到pos位, 一定
12    要保证前面已经枚举的数位是合法的. 不过具体题目不同
13    或者写法不同的话不一定要返回1 */
14    //第二个就是记忆化(在此前可能不同题目还能有一些剪枝)
15    if(!limit && !lead && dp[pos][state] != -1) return
16    dp[pos][state];
17    //常规写法都是在没有限制的条件记忆化, 这里与下面记录状
18    态是对应, 具体为什么是有条件的记忆化后面会讲*/
19    int up = limit ? a[pos] : 9; //根据limit判断枚举的
20    上界up;这个的例子前面用213讲过了
21    ll ans = 0;
22    //开始计数
23    for(int i = 0; i <= up; i++) //枚举, 然后把不同情况
24    的个数加到ans就可以了
25    {
26        if() ...
27        else if() ...
28            ans += dfs(pos - 1, /*状态转移*/, lead &&
29                i == 0, limit && i == a[pos]) //最后
30            两个变量传参都是这样写的
31            /*这里还算比较灵活, 不过做几个题就觉
32            得这里也是套路了
33            大概就是说, 我当前数位枚举的数是i, 然
34            后根据题目的约束条件分类讨论
35            去计算不同情况下的个数, 还要要根据
36            state变量来保证i的合法性, 比如题
37            目
38            要求数位上不能有62连续出现, 那么就是
39            state就是要保存前一位pre, 然后分
40            类,
41            前一位如果是6那么这意味就不能是2, 这
42            里一定要保存枚举的这个数是合法*/
43    }
44    //计算完, 记录状态
45    if(!limit && !lead) dp[pos][state] = ans;
46    /*这里对应上面的记忆化, 在一定条件下时记录, 保证一致
47    性, 当然如果约束条件不需要考虑lead, 这里就是lead
48    就完全不用考虑了*/
49    return ans;
50 }
51 ll solve(ll x)
52 {
53     int pos = 0;
54     while(x) //把数位都分解出来
55     {
56         a[pos++] = x % 10; //个人老是喜欢编号为[0, pos),
57         看不惯的就按自己习惯来, 反正注意数位边界就行
58         x /= 10;
59     }
60     return dfs(pos - 1 /*从最高位开始枚举*/, /*一系列状态
61     */, true, true); //刚开始最高位都是有限制并且有
62     前导零的, 显然比最高位还要高的一位视为0嘛
63 }

```

8 其他

8.1 Java

```

1 import java.io.BufferedReader;
2 import java.math.BigInteger;
3 import java.util.Scanner;
4
5 public class Main {
6     public static void main(String[] args) {
7         Scanner in = new Scanner(System.in);
8         Scanner cin = new Scanner(new BufferedInputStream(
9             System.in));
10        // 使用cin进行输入的时候可能会比in快一些。
11        while (in.hasNext()) { // 多组输入
12            int x = in.nextInt();
13            int n = in.nextInt();
14            int k = in.nextInt();
15            // 大数BigInteger
16            BigInteger b = new BigInteger(x + "");
17            BigInteger ans = BigInteger.valueOf(k);
18            b = b.add(b); // b = b + b
19            b = b.subtract(b); // b = b - b
20            b = b.multiply(b); // b = b * b
21            b = b.divide(b); // b = b / b
22            b = b.remainder(b); // b = b % b
23            b = b.pow(n); // b ^ n
24            if (ans.compareTo(b) == 0) { // 比较两个大数
25                System.out.println("equ");
26            }
27            // 二维
28            BigInteger c[][] = new BigInteger[110][110];
29            for (int i = 0; i <= 100; i++)
30                for (int j = 0; j <= 100; j++)
31                    c[i][j] = BigInteger.valueOf(0); // 别忘了初始化
32            String s = b.toString(k); // 大数转化成k进制的字符串
33            System.out.println(s.charAt(0)); // s[0]
34            char[] ch = s.toCharArray(); // String转化成char数组
35            for (int i = 0; i < ch.length; i++) {
36                System.out.println(ch[i]);
37            }
38        }
39    }
40 }

```

8.2 STL

8.2.1 优先队列

```

1 // empty() 如果队列为空返回真
2 // pop() 删除对顶元素
3 // push() 加入一个元素
4 // size() 返回优先队列中拥有的元素个数
5 // top() 返回优先队列队顶元素
6 // 在默认的优先队列中，优先级高的先出队。在默认的 int 型
7 // 中先出队的为较大的数。
8 priority_queue<int> q1; // 大的先出队
9 priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> q2;
10 // 小的先出队
11 // 自定义比较函数:

```

```

10 struct cmp
11 {
12     bool operator()(int x, int y)
13     {
14         return x > y; // x小的优先级高
15         // 也可以写成其他方式, 如: return p[x] > p[y]; 表示p[i]小的优先级高
16     }
17 };
18 priority_queue<int, vector<int>, cmp> q; // 定义方法
19 // 其中, 第二个参数为容器类型。第三个参数为比较函数。
20 // 结构体排序:
21 struct node
22 {
23     int x, y;
24     friend bool operator < (node a, node b)
25     {
26         return a.x > b.x; // 结构体中, x小的优先级高
27     }
28 };
29 priority_queue<node> q; // 定义方法
30 // 在该结构中, y为值, x为优先级。
31 // 通过自定义operator<操作符来比较元素中的优先级。
32 // 在重载" <" 时, 最好不要重载" >" , 可能会发生编译错误

```

8.3 SG 函数

8.3.1 解题模型

1. 把原游戏分解成多个独立的子游戏, 则原游戏的 SG 函数值是它的所有子游戏的 SG 函数值的异或。
即 $sg(G) = sg(G1) \oplus sg(G2) \oplus \dots \oplus sg(Gn)$ 。

2. 分别考虑没一个子游戏, 计算其 SG 值。SG 值的计算方法: (重点)

1. 可选步数为 $1 - m$ 的连续整数, 直接取模即可, $SG(x) = x \% (m + 1)$;
2. 可选步数为任意步, $SG(x) = x$;
3. 可选步数为一系列不连续的数, 用模板计算。

一般 DFS 只在打表解决不了的情况下用, 首选打表预处理。

8.3.2 打表

```

1 //f[]: 可以取走的石子个数
2 //sg[]: 0~n的SG函数值
3 //hash[]: mex{}
4 int f[MAXN], sg[MAXN], hash[MAXN];
5 void getSG(int n)
6 {
7     int i, j;
8     memset(sg, 0, sizeof(sg));
9     for(i = 1; i <= n; i++)
10     {
11         memset(hash, 0, sizeof(hash));
12         for(j = 1; f[j] <= i; j++)
13             hash[sg[i - f[j]]] = 1;
14         for(j = 0; j <= n; j++) //求mex{}中未出现的最小
15             //的非负整数
16         {
17             if(hash[j] == 0)
18             {
19                 sg[i] = j;
20                 break;
21             }
22         }
23     }
24 }

```

```

21     }
22   }
23 }

```

8.3.3 dfs

```

1  //注意 S数组要按从小到大排序 SG函数要初始化为-1 对于每个
   集合只需初始化1遍
2  //n是集合s的大小 S[i]是定义的特殊取法规则的数组
3  int s[110], sg[10010], n;
4  int SG_dfs(int x)
5  {
6      int i;
7      if(sg[x] != -1)
8          return sg[x];
9      bool vis[110];
10     memset(vis, 0, sizeof(vis));
11     for(i = 0; i < n; i++)
12     {
13         if(x >= s[i])
14         {
15             SG_dfs(x - s[i]);
16             vis[sg[x - s[i]]] = 1;
17         }
18     }
19     int e;
20     for(i = 0;; i++)
21         if(!vis[i])
22         {
23             e = i;
24             break;
25         }
26     return sg[x] = e;
27 }

```

- 找积性
- 点阵打表
- 相除
- 找循环节
- 凑量纲
- 猜想满足 $P(n)f(n) = Q(n)f(n-2) + R(n)f(n-1) + C$ ，其中 P, Q, R 都是关于 n 的二次多项式

8.4 战术研究

- 读新题的优先级高于一切
- 读完题之后必须看一遍 clarification
- 交题之前必须看一遍 clarification
- 可能有 SPJ 的题目提交前也应该尽量做到与样例输出完全一致
- A 时需要检查 INF 是否设小
- 构造题不可开场做
- 每道题需至少有两个人确认题意
- 上机之前做法需得到队友确认
- 带有猜想性质的算法应放后面写
- 当发现题目不会做但是过了一片时应冲一发暴力
- 将待写的题按所需时间放入小根堆中，每次选堆顶的题目写
- 交完题目后立马打印随后让出机器
- 写题超过半小时应考虑是否弃题
- 细节、公式等在上机前应在草稿纸上准备好，防止上机后越写越乱
- 提交题目之前应检查 $solve(n, m)$ 是否等于 $solve(m, n)$
- 检查是否所有东西都已经清空
- 对于中后期题应该考虑一人写题，另一人在一旁辅助，及时发现手误
- 最后半小时不能慌张
- 对于取模的题，在输出之前一定要再取模一次进行保险

8.5 打表找规律方法

- 直接找规律
- 差分后找规律