



中国管理科学
Chinese Journal of Management Science
ISSN 1003-207X, CN 11-2835/G3

《中国管理科学》网络首发论文

题目：考虑帕累托最优识别的偏序优先多属性决策方法
作者：王人龙，申芮，池宏，邵雪焱，高敏刚
DOI：10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2023.1805
网络首发日期：2025-08-29
引用格式：王人龙，申芮，池宏，邵雪焱，高敏刚. 考虑帕累托最优识别的偏序优先多属性决策方法[J/OL]. 中国管理科学.
<https://doi.org/10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2023.1805>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI: 10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2023.1805

考虑帕累托最优识别的偏序优先多属性决策方法

王人龙¹, 申芮², 池宏^{3,4}, 邵雪焱³, 高敏刚³

(1. 中国科学院大学应急管理科学与工程学院, 北京 100049;

2. 中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049;

3. 中国科学院科技战略咨询研究院, 北京 100190;

4. 中国科学院大学公共政策与管理学院, 北京 100049)

摘要：本文提出了一种名为偏序优先法（OPA-P）的多属性决策方法。本文以 OPA 为基础，建立了基于偏序排序的多属性决策权重优化模型，并进行偏序累加变换，从而生成具有方案优劣信息的对抗哈斯图。在考虑专家偏好的情况下，该方法能够一次性获取方案、准则和专家的权重，并结合对抗哈斯图中帕累托最优方案和层级聚类信息，实现方案优选。通过对采空区煤自燃危险性评估案例的分析，与其他研究结果进行对比分析，验证了本方法的有效性和优势。相较于传统的多属性决策方法，偏序优先法以更稳定且易获得的偏序排序作为输入数据，更适用于缺乏充足、精确决策数据的情况，其结果表现出较高的序稳定性，并能够有效识别多属性决策中潜在的帕累托最优方案。

关键词：多属性决策；偏序优先法；偏序关系；对抗哈斯图；帕累托最优识别

中图分类号：C934 **文献标识码：**A

1 引言

多属性决策在现代决策体系中具有重要地位。它可以帮助决策者解决复杂和多样的问题，提高决策效率和准确性，增强决策的透明度和可操作性，促进决策的共识和协作。在该过程中，需要综合不同决策者的意见和偏好，将其纳入到评价准则的权重中，以反映各方利益和需求的不同重要性。然后，采用一定的聚合方法将不同的决策方案映射到一个综合评价准则上，从而确定最佳决策方案或方案排序。在多属性决策的实施过程中，通常需要进行诸如决策数据获取、数据标准化处理、专家意见聚合以及准则和专家权重确定等一系列步骤^[1,2]。在实际决策过程中，常常会出现帕累托解的情况^[3]。然而，传统的多属性决策方法只能产生全序性的结果，无法有效识别决策中存在的帕累托解^[4]。

进行多属性决策首先需要收集相关决策数据。决策数据的主要类型分为客观决策数据和主观决策数据。在实际决策过程中，客观数据往往由于决策场景存在的不确定性或者数据保密性，导致客观数据质量较差，甚至难以获取^[5]。对于主观数据，当前多属性决策方法多是基于专家主观评价或判断矩阵。以上主观决策数据的获取不仅需要专家回答“谁比谁好”，而且需要回答

“谁比谁好多少”两个问题^[6]。此外，经典的多属性决策方法（如 AHP、ANP、PROMETHEE 和 BWM）需要将决策问题分解成层次结构，并通过逐对比较获取各要素相对重要性，进而构建判断矩阵。然而，当系统规模庞大、结构复杂、属性和目标多样化时，获得判断矩阵的过程变得繁琐且结果可靠性不高，可能存在无法通过一致性检验的情况^[7]。而主观序关系数据由于其易获取且稳定的特点，成为缺少决策信息时一种有前景的决策数据形式^[8]。与主观评价价值和判断矩阵不同，主观序关系的获取仅需要专家回答“谁比谁好”这一问题，不需要确定差异程度^[6]。

在获取相关决策数据后，数据标准化是多属性决策中非常重要的数据预处理步骤。该步骤能够消除不同属性之间的度量单位、量纲和方向差异，提高决策结果的可靠性和准确性。常见的数据标准化方法包括最小-最大标准化、z-score 标准化、小数定标标准化和向量长度归一化等方法^[9]。在一些多属性决策方法中，数据标准化方式的选择已经成为现实挑战。如果在多属性决策过程中没有选择合适的标准化方法，不仅可能导致决策结果的可靠性和准确性问题，还可能降低计算效率和决策分析的稳定性。特别是对于那些正负理想解在决策过程中起到关键性作用的多属性决策方法（例如 TOPSIS 和 VIKOR），标准化方法的误用更会导致决策结果不理想。

对于涉及专家主观偏好的多属性决策过程，聚合专家意见是获取方案主观评价信息的重要步骤^[10]。通过聚合专家意见，决策者可以避免因片面或不完整的信息而做出错误决策，减少对定量准则的依赖，提高决策客观性和可靠性。其中，最为常用的是基于平均法的专家意见聚合方法，例如加权平均法、模糊平均法、均方差法等等^[11]。

基金项目：国家自然科学基金资助项目（72134004，72004143）

通讯作者简介：高敏刚（1979-），男（汉族），山东泰安人，中国科学院科技战略咨询研究院，副研究员，博士，研究方向：运筹优化及其应用，应急管理，科技战略，E-mail: mggao@casisd.cn

然而，这些方法仅仅基于代数逻辑而不是专家意见的客观反映^[12]。为了更好地反映专家意见的客观性，提高聚合结果的可靠性，一些理论和方法已经被用于专家意见聚合。例如，利用信度理论^[13]、模糊理论^[14,15]和灰色系统理论^[16]来处理专家意见的不确定性以及利用社会网络分析^[17,18]来处理专家意见的共识与分歧。

除了上述步骤以外，多属性决策中确定专家权重是确保决策过程准确性和可靠性的重要环节。由于许多经典方法（例如，TOPSIS、VIKOR、TODIM 和 QUALIFLEX 等）无法自行计算专家和准则权重，因此在决策过程中，先前获取权重信息变得至关重要。针对客观决策数据或主观评价值，现有研究主要采用熵权法、CRITIC 法和变异系数法等方式来获取专家和准则的权重信息^[19,20]。另一种常见的方法是基于判断矩阵，运用 AHP、ANP、BWM 等来计算专家和准则权重。此外，还有一些研究采用 GRA 和 DEMATEL 等方法，从准则间的数据相似度或相互影响程度的角度来度量权重^[21,22]。然而，现有多属性决策方法本身的限制导致在计算权重过程中需要叠加额外的方法，这增加了决策过程的复杂性。更为重要的是，若选择了错误的专家权重计算方法，可能对最终的决策结果产生重大影响。

基于当前情况的总结，多属性决策方法在面临决策数据难以获取或质量较差、数据标准化和专家意见聚合的失误、以及无法有效识别帕累托解等方面存在可信度不足的问题。尽管已经提出了一系列解决方法，但这些方法多基于传统多

属性决策模型，需要在不同方法之间进行组合，增加了决策模型和过程的复杂度。因此，需要重新审视如何更有效地解决决策数据获取与质量、标准化和专家意见聚合等方面的问题，以简化多属性决策的模型和过程，提高决策结果的可信度。为了解决上述问题，本文提出了偏序优先法（Partial Ordinal Priority Approach, OPA-P）。具体而言，OPA-P 以更易获取且稳定的方案、准则和专家的偏序排序作为输入数据。经过多属性决策权重优化模型求解、偏序累加变换以及对抗哈斯图生成，便可一次性获得专家、准则和方案的权重以及包含帕累托最优解和方案聚类信息的对抗哈斯图。此过程不需要使用任何数据标准化、专家意见聚合以及权重计算方法。本文后续结构如下：第二节介绍了 OPA-P 的相关原理与推导；第三节介绍了 OPA-P 的应用流程及注意事项；第四节以采空区煤自燃危险性评价为例，将 OPA-P 进行应用与模型验证；相关结论在第五节进行展示。

2 偏序优先法原理

在 Ataei 等^[12]所提出 OPA 基础上，本部分旨在提出一个综合决策模型，能够考虑决策中所涉及的专家、准则和方案这三个核心要素，并将其决策的全序结果进行偏序拓展，以获得更具稳定性的方案排序和层级类聚信息。偏序优先法所涉及的索引、集合、变量和参数如表 1 所示。

表 1 偏序优先法的符号定义

| 符号类型 | 符号 | 定义 |
|-------|----------------|--|
| 索引与集合 | i | 方案索引 $\forall i \in A := \{1, \dots, m\}$ |
| | j | 准则索引 $\forall j \in C := \{1, \dots, n\}$ |
| | k | 专家索引 $\forall k \in E := \{1, \dots, p\}$ |
| 参数 | re_k | 专家 k 的偏序排序 |
| | rc_{jk} | 由专家 k 给出的准则 j 的偏序排序 |
| | ra_{ijk} | 由专家 k 给出的方案 i 在准则 j 下的偏序排序 |
| 变量 | Z | 权重优化模型的目标函数 |
| | W_{ijk}^{ra} | 对于专家 k 在准则 j 下偏序排名为 ra 的方案 i 的权重 |
| | PW | 权重偏序累加矩阵 $PW = [pw_{ij}]_{m \times n}$ |
| 其他符号 | PR | 方案二元偏序关系矩阵 $PR = [pr_{i_1 i_2}]_{m \times m}$ |
| | RM | 方案二元偏序关系矩阵的可达矩阵 $RM = [rm_{i_1 i_2}]_{m \times m}$ |
| | RS | 可达矩阵的可达矩阵 $RS = [rs_{i_1 i_2}]_{m \times m}$ |
| | PS | 可达矩阵的先行矩阵 $PS = [ps_{i_1 i_2}]_{m \times m}$ |
| | CS | 可达矩阵的共同矩阵 $CS = [cs_{i_1 i_2}]_{m \times m}$ |
| | GS | 可达矩阵的一般骨架 $GS = [gs_{i_1 i_2}]_{m \times m}$ |
| | | |

2.1 基于偏序排序的多属性决策权重计算

多属性决策核心问题之一在于如何在考虑专家偏好的情况下准确确定专家、准则和备选方案所赋予的权重^[23]。OPA-P 方法的多属性决策权重计算主要建立在原始 OPA 之上，并引入偏序排序作为模型的输入。为了进行后续的推导，本部分首先介绍了偏序关系和全序关系的定义。

定义 1 假设 R 是集合 X 上的一个二元关系，即 $R \subset X \times X$ (R 为 X 自身的笛卡尔乘积中的子集)，若 R 满足以下性质：

(1) 自反性：如果对 $\forall x \in X$ ，均有 xRx ，则称 R 具有自反性；

(2) 传递性：如果对 $\forall x, y, z \in X$ ，均有 $xRy, yRz \Rightarrow xRz$ ，则称 R 具有传递性；

(3) 反对称性：如果对 $\forall x, y \in X$ ，均有 $xRy, yRx \Rightarrow x = y$ ，则称 R 具有反对称性；

则称 R 是集合 X 上的偏序关系，通常用 \preceq 表示。集合 X 及其对应的偏序关系被称为偏序集，用 (X, \preceq) 表示。

定义 2 若集合 X 上的一个偏序关系 R 满足

$$\begin{aligned} A_{ijk}^{ra=m} &\preceq A_{ijk}^{ra=m-1} \preceq \dots \preceq A_{ijk}^{ra=r+1} \preceq A_{ijk}^{ra=r} \preceq \dots \preceq A_{ijk}^{ra=1} \triangleq \\ W_{ijk}^{ra=m} &\leq W_{ijk}^{ra=m-1} \leq \dots \leq W_{ijk}^{ra=r+1} \leq W_{ijk}^{ra=r} \leq \dots \leq W_{ijk}^{ra=1} \end{aligned} \quad (2)$$

将式(2)中方案连续偏序排序的权重差异拆分为 $m-1$ 个独立不等式：

$$\begin{aligned} W_{ijk}^{ra=1} - W_{ijk}^{ra=2} &\geq 0 \\ W_{ijk}^{ra=2} - W_{ijk}^{ra=3} &\geq 0 \\ \dots & \\ W_{ijk}^{ra=r} - W_{ijk}^{ra=r+1} &\geq 0 \\ \dots & \\ W_{ijk}^{ra=m-1} - W_{ijk}^{ra=m} &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

为了考虑不同专家的偏好对于当前方案偏序排序的影响，本文将由专家独立给出的准则偏序排序和方案在准则下的偏序排序，以及专家偏序排序纳入方案连续偏序排序的权重差异控制。在式(3)两边同时乘以 re_k, rc_{jk}, ra_{ijk} ，如式(4)所示。

$$re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=r} - W_{ijk}^{ra=r+1}) \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (4)$$

式(1)-式(4)给出了基于偏序排序的分析方案权重差异的方法，同样的方式也可用于专家和准则的权重差异的推导。随后，本文以最大化连续偏序排序方案之间的权重差异和最大化末位方案权重，权重之和为 1，构建基于偏序排序的多属性决策权重多目标优化模型，如式(5)所示。

强完备性，即如果对 $\forall x, y \in X$ ， $xRy \vee yRx$ ，则称 R 是集合 X 上的全序关系。

值得注意的是，与全序排序相比，偏序排序是一种比较“宽松”的排序关系，它允许出现比较对象之间出现等价（表现为偏序排序相等）或者无法比较（表现为偏序排序缺失）的情况。

在实施 OPA-P 时，决策者首先需要提供专家的偏序排序 re_k 。随后，再由专家们独立进行准则的偏序排序 rc_{jk} ，以及方案在各个准则下的偏序排序 ra_{ijk} 。设 A_{ijk}^{ra} 表示由专家 k 提供的在准则 j 上偏序排序为 ra 的方案 i ，则可得在专家 k 评价下每个准则 j 所对应的方案偏序关系，如式(1)。

$$A_{ijk}^{ra=m} \preceq \dots \preceq A_{ijk}^{ra=r+1} \preceq A_{ijk}^{ra=r} \preceq \dots \preceq A_{ijk}^{ra=1} \quad (1)$$

对于专家 k ，在准则 j 下偏序排序为 ra 的方案 i 的权重记为 W_{ijk}^{ra} 。则有使 $A_{ijk}^{ra=r+1} \preceq A_{ijk}^{ra=r}$ 成立的推论： $W_{ijk}^{ra=r+1} \leq W_{ijk}^{ra=r}$ （即对于同一准则 j 和专家 k ，偏序排序为 r 方案的权重大于或等于偏序排序为 $r+1$ 方案的权重），故有：

$$\begin{aligned} \max \{ & re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=r} - W_{ijk}^{ra=r+1}), \\ & re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=m}) \} \quad \forall i, j, k \\ \text{s.t.} & \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p W_{ijk}^{ra} &= 1 \\ W_{ijk}^{ra} &\geq 0 \end{aligned}$$

式中， W_{ijk}^{ra} 为模型的决策变量，其余参数的定义如表 1 所示。

本文对其目标函数进行最大最小化处理：

$$\begin{aligned} \max \{ & \min \{ re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=r} - W_{ijk}^{ra=r+1}), \\ & re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=m}) \} \} \quad \forall i, j, k \\ \text{s.t.} & \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p W_{ijk}^{ra} &= 1 \\ W_{ijk}^{ra} &\geq 0 \end{aligned}$$

本文采用变量代换将上述多目标优化问题转化为线性优化问题，如式(7)所示：

$$\begin{aligned} Z = \min \{ & re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=r} - W_{ijk}^{ra=r+1}), \\ & re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=m}) \} \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)，可得基于偏序排序的多属性决策权重线性优化模型，如**命题 1**所示。

命题 1 给定专家偏序排序、每个专家独立提供的准则偏序排序以及方案在各个准则下的偏

序排序，可构建基于偏序排序的多属性决策权重优化模型，如式(8)所示。

$$\begin{aligned} & \max Z \\ & s.t. \\ & Z \leq re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=r} - W_{ijk}^{ra=r+1}) \quad \forall i, j, k \\ & Z \leq re_k rc_{jk} ra_{ijk} (W_{ijk}^{ra=m}) \quad \forall i, j, k \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p W_{ijk}^{ra} = 1 \\ & W_{ijk}^{ra} \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

通过求解式(8)可得在专家 k 偏好下，对于准则 j ，偏序排序为 ra 的方案 i 权重 W_{ijk}^{ra} 。值得注意的是，基于偏序排序的权重计算允许出现方案、准则和专家的偏序排序相同的情况。此外，该模型同样适用于只有单一决策者的决策模型。式(9)给出了基于偏序排序的权重线性优化模型中方案权重、准则权重和专家权重的计算公式：

$$\begin{aligned} W_i &= \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p W_{ijk}^{ra} \\ W_j &= \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p W_{ijk}^{ra} \\ W_k &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ijk}^{ra} \end{aligned} \quad (9)$$

经过推导，本部分得出了基于偏序排序的多属性决策权重计算方法。然而，计算出的方案权重本质上是将基于专家偏好的多个准则映射为单一综合准则，无法处理存在帕累托解的方案优选情况，这同样也是当前多属性决策方法普遍存在的问题。因此，本文随后对基于偏序排序的权重计算结果进行了蕴含权重信息的偏序累加处理与结构化生成，以提高决策结果的稳定性。

2.2 基于偏序排序的权重偏序处理与结构化

2.2.1 方案权重偏序累加变换

方案权重的偏序累加处理主要考虑不同方案在各个准则下的表现情况，所以首先计算准则 j 下方案 i 的权重：

$$W_{ij} = \sum_{k=1}^p W_{ijk}^{ra} \quad (10)$$

定义 3 设由 OPA-P 计算所得准则的权重为 $W_{j_n} \leq W_{j_{n-1}} \leq \dots \leq W_{j_1}$ 且 W_{ij} 中的准则按偏序排序由大到小排列，若依次对 W_{ij} 进行偏序累加变

换得到 PW ，其中 $pw_{ij} = \sum_{j=1}^l W_{ij}$, $l \in [n]$ ，则称

PW 为权重偏序累加集。

定理 1 对于给定的权重偏序累加集 PW 中 $\forall i_1, i_2 \in A$ ，若 $i_1 \preceq i_2$ ，则对于 $\forall j$ ，均有

$$pw_{i_1 j} \leq pw_{i_2 j} \quad (\text{即 } \sum_{j=1}^l W_{i_1 j} \leq \sum_{j=1}^l W_{i_2 j}, l \in [n])。$$

证明：采用数学归纳法进行证明。由 $a_{i_1} \leq a_{i_2}$ 可知：

$$W_{j_1} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) + W_{j_2} (W_{i_2 j_2} - W_{i_1 j_2}) + \dots + W_{j_n} (W_{i_2 j_n} - W_{i_1 j_n}) \geq 0 \quad (11)$$

当 $r=2$ 时，有 $W_{j_1} \geq W_{j_2}$, $W_{i_2 j_1} \geq W_{i_1 j_1}$ ，

可知

$$W_{j_1} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) \geq W_{j_2} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) \quad (12)$$

则有：

$$\begin{aligned} & W_{j_1} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) + W_{j_2} (W_{i_2 j_2} - W_{i_1 j_2}) \geq \\ & W_{j_2} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) + W_{j_2} (W_{i_2 j_2} - W_{i_1 j_2}) = \\ & W_{j_2} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1} + W_{i_2 j_2} - W_{i_1 j_2}) \geq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

当 $r=l$ 时，

$W_{j_{l-1}} \geq W_{j_l}$, $\{W_{i_2 j_l} \geq W_{i_1 j_l}, \forall j \in l\}$ ，则有

$$\begin{aligned} & W_{j_1} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) + \dots + W_{j_l} (W_{i_2 j_l} - W_{i_1 j_l}) \geq \\ & W_{j_l} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1} + \dots + W_{i_2 j_l} - W_{i_1 j_l}) \geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

所以当 $r=n$ 时，可得

$$\begin{aligned} & W_{j_1} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) + \dots + W_{j_n} (W_{i_2 j_n} - W_{i_1 j_n}) \geq \\ & W_{j_n} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1} + \dots + W_{i_2 j_n} - W_{i_1 j_n}) \end{aligned} \quad (15)$$

根据题设可知

$W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1} + \dots + W_{i_2 j_n} - W_{i_1 j_n} \geq 0$ ，则有

$$\begin{aligned} & W_{j_1} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1}) + \dots + W_{j_n} (W_{i_2 j_n} - W_{i_1 j_n}) \geq \\ & W_{j_n} (W_{i_2 j_1} - W_{i_1 j_1} + \dots + W_{i_2 j_n} - W_{i_1 j_n}) \geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

所以 $pw_{i_1 j} \leq pw_{i_2 j}$ ，证毕。

采用**定义 3**表述偏序累加变换后的基于偏序排序的方案权重，如式(17)所示。根据**定理 1**可知，对于满足**定理 1**的偏序关系，无论准则权重具体取值如何，只要方案在准则下的偏序排序保持不变，两个方案的偏序关系不变。因此，方案权重偏序累加变换是蕴含准则权重信息的方案权重的稳健化处理过程。

$$PW = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{11} + W_{12} & \dots & W_{11} + W_{12} + \dots + W_{1n} \\ W_{21} & W_{21} + W_{22} & \dots & W_{21} + W_{22} + \dots + W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{m1} & W_{m1} + W_{m2} & \dots & W_{m1} + W_{m2} + \dots + W_{mn} \end{pmatrix} \quad (17)$$

对 PW 的行向量进行偏序比较得到方案之间的二元偏序关系矩阵 PR ，如式(18)所示。

$$PR = [pr_{i_1 i_2}]_{m \times m} = \begin{cases} 1, & \text{if } PW_{i_2 j} \geq PW_{i_1 j} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

2.2.2 偏序权重结果的对抗哈斯图生成

所有方案最简优劣结构的生成，需要依靠方案之间累加变换后的二元偏序关系矩阵 PR 进行至少 $n^2 + 2n - 2$ 次判断操作，这给全面分析方案的优劣结构带来了一定的困难。此外，传统的多属性决策方法只能产生全序性方案优选结果，无法有效识别决策中可能存在帕累托解的情况。为了解决上述问题，OPA-P 类比对抗解释结构模型提出了一种基于对抗哈斯图的偏序结构化生成方法。具体而言，对抗哈斯图在传统哈斯图的基础上引入了博弈对抗思想。它在原有的层级提取规则的基础上，额外增加了与之相反的层级提取方式，从而构建了一套完整的对抗层级结构，以实现更加全面的方案优劣分析。方案权重之间的二元偏序关系矩阵 PR 将作为对抗哈斯图结构化的起点。首先，计算二元偏序关系矩阵 PR 的可达矩阵 RM ，如式(19)所示。

$$(PR^t + I)^g = (PR^t + I)^{g+1} = RM \quad (19)$$

式中，矩阵 I 代表单位矩阵。

为了实现方案偏序层次提取与划分，本文定义了可达矩阵 RM 的可达矩阵 RS 、先行矩阵 PS 和共同矩阵 CS 。

定义 4 对于给定可达矩阵 RM ：(1) 对于 $\forall i_1, i_2 \in A$ ，若 $rm_{i_1 i_2} = 1$ ，则将所有 i_1 组成的集合定义为可达矩阵 RM 的可达矩阵 RS ；(2) 对于 $\forall i_1, i_2 \in A$ ，若 $rs_{i_2 i_1} = 1$ ，则将所有 i_1 组成的集合定义为可达矩阵 RM 的先行矩阵 PS ；(3) 将可达矩阵 RM 的可达矩阵 RS 和先行矩阵 PS 的交集定义为共同矩阵 CS ，即 $CS = RS \cap PS$ 。

根据方案的非劣解特性，本文将对抗哈斯图的结构化方式分为两类：非劣下沉型方案提取和非劣上升型方案提取。其中，非劣下沉型方案提取的规则是依次提取 $CS = PS$ 中的方案，并将提取出的方案自下而上放置以进行层级划分。非劣上升型方案提取则是依次提取 $CS = RS$ 中的方案，并将提取出的方案自上而下放置以进行层级划分。

为了简化对抗哈斯图的结构，需要对可达

矩阵 RM 进行缩点和缩边处理。由于二元偏序关系中不存在回路，因此无需进行缩点处理，仅需进行缩边处理，以得到一般性骨架矩阵 GS 。计算方式如下式(20)所示。

$$GS = RM - (RM - I)^2 - I \quad (20)$$

最后，将一般性骨架矩阵 GS 代入非劣下沉型和非劣上升型方案层级，得到具有方案优劣的有向拓扑层级结构的对抗哈斯图。所得到的 OPA-P 中的对抗哈斯图具有以下性质：

- (1) 基于非劣下沉型方案提取和非劣上升型方案提取的对抗哈斯图的最上层方案为帕累托最优方案，同层级的方案之间不存在可比性；
- (2) 一般骨架中方案优劣关系具有传递性；
- (3) 基于非劣下沉型方案提取和非劣上升型方案提取的对抗哈斯图的层级数一致；
- (4) 基于非劣下沉型方案提取和非劣上升型方案提取的对抗哈斯图中每一层至少有一个方案是一致的，这种方案被称为优劣固定方案。

3 偏序优先法实施步骤

本文提出的 OPA-P 的实施步骤如下：

(1) 确定准则：通过专家访谈、德尔菲法和头脑风暴等方法确定准则体系，包括若干个子准则。准则体系的权重可以由自下而上的方法求得，即由准则最底层的子准则参与决策计算权重，再通过求和的方式计算准则体系的权重。

(2) 输入专家、准则和方案的偏序排序：根据专家的职务、教育程度和工作经验等方面确定专家偏序排序；由专家根据自身的专业知识和偏好独立给出准则偏序排序和特定准则下的方案偏序排序。在这一过程中允许出现偏序排序相同的情况。

(3) 输出专家、准则和方案的权重：根据式(8)求解，考虑专家偏好情况下，对于每个准则具有特定偏序排序的方案的最优权重，并根据式(9)输出专家、准则和方案权重。

(4) 进行方案权重的优劣结构化生成：对方案权重进行偏序累加变换，并生成基于对抗哈斯图的方案优劣有向拓扑层级图。

(5) 进行方案选择与排序：将基于偏序排序的方案权重结果与基于对抗哈斯图的方案优劣有向拓扑层级图相结合，从定量和定性两个角度进行方案的选择与排序。

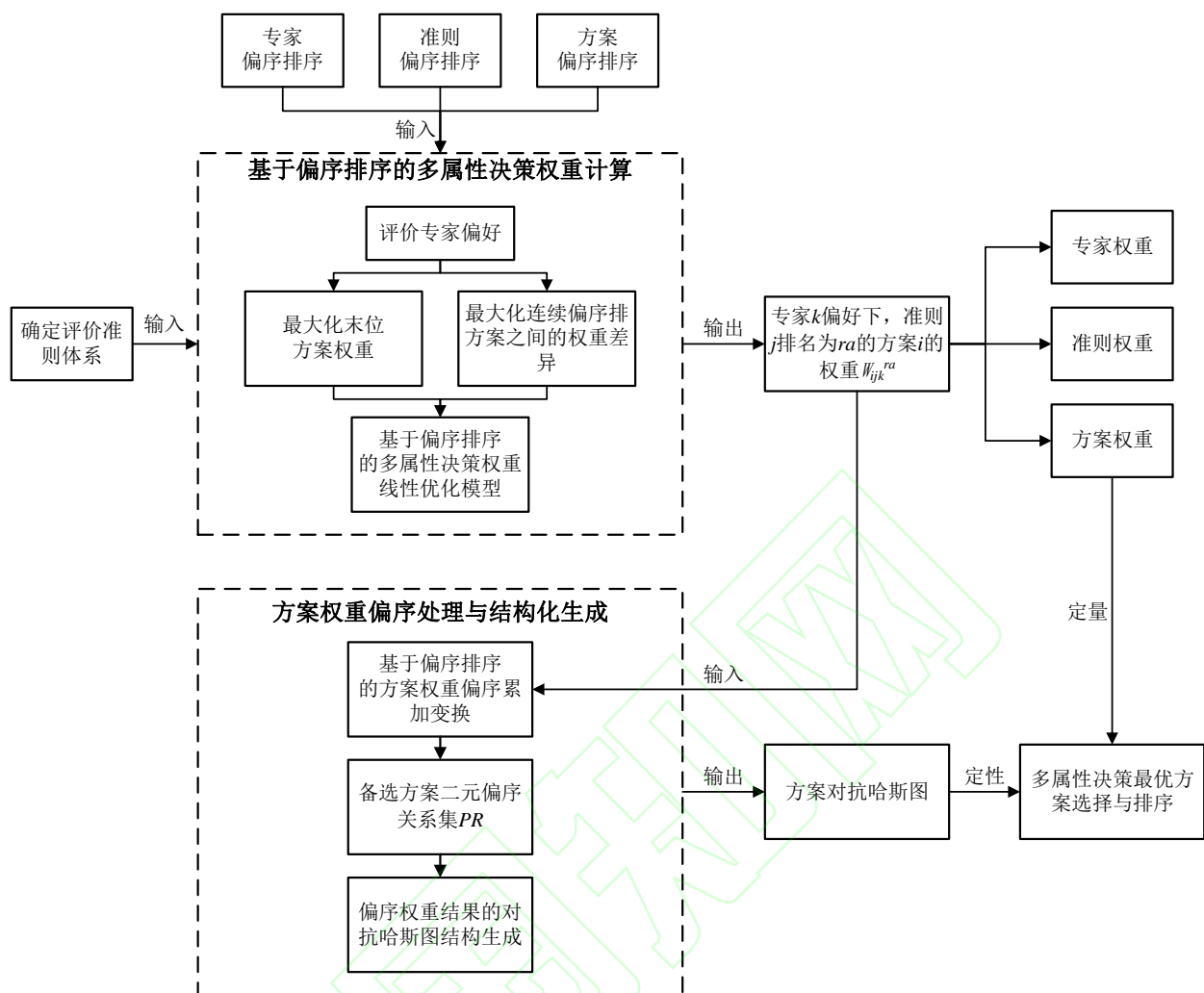


图 1 OPA-P 的技术步骤图

4 应用案例

4.1 案例介绍与基本数据

本节旨在利用文献^[24]中的忻州窑矿特厚煤层工作面开采自然危险性评价案例, 验证本文提出的 OPA-P 的有效性。为评估采空区的自然危险性, 文献^[24-26]采用了距工作面距离、氧气浓度、工作面推进度、漏风强度和浮煤厚度作为准则。

其中, 距工作面距离、工作面推进度、漏风强度和浮煤厚度为效益型准则, 即数值越大表示自然危险性越低, 而氧气浓度则为成本型准则, 与之相反。本文将采用文献^[27]中的实例数据验证 OPA-P 的有效性, 相关数据详见表 2。其中, A18、A19 和 A20 为文献^[27]中的煤自燃评价的危险性等级标杆样本, 分别代表极易自燃、易自燃和安全三个危险等级。根据文献^[27], 上述五类采空区的自燃危险性准则权重见表 3。

表 2 验证案例原始数据

| 对象编号 | 距工作面距离 /m | 氧气浓度 /% | 工作面推进度 /m | 漏风强度 /($m^3 \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$) | 浮煤厚度 /m |
|------|--------------|------------|--------------|--|------------|
| A1 | 80.35 | 9.98 | 2.10 | 12.00 | 0.034 |
| A2 | 90.20 | 4.60 | 1.00 | 9.00 | 0.032 |
| A3 | 58.00 | 6.92 | 0.00 | 2.41 | 0.039 |
| A4 | 62.00 | 3.70 | 0.00 | 2.49 | 0.038 |
| A5 | 61.00 | 9.20 | 1.21 | 2.25 | 0.022 |
| A6 | 58.00 | 13.69 | 0.70 | 2.11 | 0.021 |
| A7 | 4.72 | 19.34 | 0.40 | 2.80 | 0.031 |
| A8 | 4.71 | 18.23 | 0.30 | 2.70 | 0.032 |
| A9 | 61.00 | 4.49 | 0.30 | 3.45 | 0.045 |

续表 2 验证案例原始数据

| 对象编号 | 距工作面距离 /m | 氧气浓度 /% | 工作面推进度 /m | 漏风强度 $/(m^3 \cdot s^{-1} \cdot m^{-2})$ | 浮煤厚度 /m |
|------|--------------|------------|--------------|--|------------|
| A10 | 63.00 | 2.95 | 0.20 | 3.78 | 0.046 |
| A11 | 91.65 | 6.77 | 2.10 | 5.60 | 0.033 |
| A12 | 94.75 | 5.87 | 1.60 | 4.20 | 0.032 |
| A13 | 51.10 | 3.59 | 1.20 | 3.18 | 0.039 |
| A14 | 55.00 | 9.13 | 0.80 | 3.11 | 0.041 |
| A15 | 35.40 | 4.00 | 0.00 | 4.20 | 0.022 |
| A16 | 4.72 | 11.43 | 0.00 | 3.10 | 0.025 |
| A17 | 58.00 | 6.92 | 0.00 | 3.80 | 0.021 |
| A18 | 27.00 | 19.50 | 0.25 | 2.50 | 0.025 |
| A19 | 65.00 | 14.00 | 1.00 | 3.50 | 0.035 |
| A20 | 90.00 | 5.50 | 2.25 | 15.50 | 0.055 |

表 3 验证案例原始准则权重

| | 距工作面距离 | 氧气浓度 | 工作面推进度 | 漏风强度 | 浮煤厚度 |
|------|--------|-------|--------|-------|-------|
| 准则权重 | 0.183 | 0.465 | 0.186 | 0.159 | 0.007 |

4.2 基于偏序优先法的采空区煤自燃危险性评价

4.2.1 数据处理与权重计算

基于所选案例的数据信息，该案例可以被视为具有单一决策者的多属性决策问题。为了获得准则和方案偏序排序，本文结合准则的权重和

方向性，对各个准则以及每个准则下的评价对象的表现情况进行了排序。具体排序结果见表 4，这些结果将作为 OPA-P 的输入数据。本文通过求解式(8)得到了针对每个准则下特定偏序排序的评价对象权重。随后，利用式(9)进一步求解得到了评价对象权重和准则权重。至此，本文计算出了采空区煤自燃危险性评价有关要素的权重，具体计算结果见表 5。

表 4 采空区煤自燃危险性评价的 OPA-P 输入数据

| 对象编号 | 氧气浓度 (C1) | 工作面推进度 (C2) | 距工作面距离 (C3) | 漏风强度 (C4) | 浮煤厚度 (C5) |
|------|-----------|-------------|-------------|-----------|-----------|
| A1 | 13 | 2 | 5 | 2 | 8 |
| A2 | 6 | 6 | 3 | 3 | 10 |
| A3 | 10 | 13 | 10 | 17 | 5 |
| A4 | 3 | 13 | 8 | 16 | 6 |
| A5 | 12 | 4 | 9 | 18 | 13 |
| A6 | 15 | 8 | 10 | 19 | 14 |
| A7 | 18 | 9 | 15 | 13 | 11 |
| A8 | 17 | 10 | 16 | 14 | 10 |
| A9 | 5 | 10 | 9 | 9 | 3 |
| A10 | 1 | 12 | 7 | 7 | 2 |
| A11 | 9 | 2 | 2 | 4 | 9 |
| A12 | 8 | 3 | 1 | 5 | 10 |
| A13 | 2 | 5 | 12 | 10 | 5 |
| A14 | 11 | 7 | 11 | 11 | 4 |
| A15 | 4 | 13 | 13 | 5 | 13 |
| A16 | 14 | 13 | 15 | 12 | 12 |
| A17 | 10 | 13 | 10 | 6 | 14 |
| A18 | 19 | 11 | 14 | 15 | 12 |
| A19 | 16 | 6 | 6 | 8 | 7 |
| A20 | 7 | 1 | 4 | 1 | 1 |
| 准则排序 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

表 5 采空区煤自燃危险性评价权重计算结果

| 对象编号 | W_{a_i, c_1} | W_{a_i, c_2} | W_{a_i, c_3} | W_{a_i, c_4} | W_{a_i, c_5} | W_A | 评价对象 权重排序 |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------|--------------|
| A1 | 0.0087 | 0.0319 | 0.0109 | 0.0135 | 0.0039 | 0.0689 | 7 |
| A2 | 0.0267 | 0.0144 | 0.0148 | 0.0110 | 0.0033 | 0.0703 | 6 |
| A3 | 0.0160 | 0.0038 | 0.0053 | 0.0008 | 0.0063 | 0.0322 | 14 |
| A4 | 0.0421 | 0.0030 | 0.0076 | 0.0011 | 0.0048 | 0.0587 | 8 |
| A5 | 0.0103 | 0.0188 | 0.0068 | 0.0005 | 0.0012 | 0.0377 | 11 |
| A6 | 0.0058 | 0.0097 | 0.0047 | 0.0003 | 0.0006 | 0.0211 | 16 |
| A7 | 0.0021 | 0.0085 | 0.0013 | 0.0022 | 0.0022 | 0.0163 | 17 |
| A8 | 0.0033 | 0.0074 | 0.0004 | 0.0018 | 0.0030 | 0.0159 | 18 |
| A9 | 0.0307 | 0.0065 | 0.0061 | 0.0041 | 0.0080 | 0.0553 | 9 |
| A10 | 0.0715 | 0.0046 | 0.0085 | 0.0054 | 0.0093 | 0.0993 | 2 |
| A11 | 0.0182 | 0.0270 | 0.0180 | 0.0094 | 0.0038 | 0.0764 | 5 |
| A12 | 0.0207 | 0.0221 | 0.0246 | 0.0082 | 0.0026 | 0.0780 | 4 |
| A13 | 0.0519 | 0.0164 | 0.0028 | 0.0035 | 0.0055 | 0.0801 | 3 |
| A14 | 0.0121 | 0.0111 | 0.0034 | 0.0030 | 0.0071 | 0.0367 | 12 |
| A15 | 0.0356 | 0.0023 | 0.0022 | 0.0072 | 0.0009 | 0.0481 | 10 |
| A16 | 0.0072 | 0.0015 | 0.0008 | 0.0026 | 0.0018 | 0.0140 | 19 |
| A17 | 0.0141 | 0.0008 | 0.0040 | 0.0062 | 0.0003 | 0.0254 | 15 |
| A18 | 0.0010 | 0.0055 | 0.0017 | 0.0015 | 0.0015 | 0.0112 | 20 |
| A19 | 0.0045 | 0.0128 | 0.0096 | 0.0047 | 0.0043 | 0.0359 | 13 |
| A20 | 0.0235 | 0.0417 | 0.0126 | 0.0184 | 0.0152 | 0.1113 | 1 |
| W_C | 0.4060 | 0.2497 | 0.1463 | 0.1052 | 0.0854 | SUM=1.0 | |

根据计算结果, 可以得知采空区的安全排名前五名为 A20、A10、A13、A12 和 A11。其中, A20 为参考案例中构造的标杆“安全”样本, 而 A10 由于其较低的氧气浓度 (2.95%), 相较于安全样本 A20 的氧气浓度 (5.5%), 使其煤自燃的风险较低。A13 相对较为安全, 原因在于其较低的氧气浓度 (3.59%) 以及较高的工作面推进度 (1.2m)。A11 和 A12 的相对安全性原因类似, 均在于它们在推进度、距离工作面距离以及漏风强度方面表现较为出色。然而, 采空区的煤自燃危险性评价较差的有 A18、A16、A8 和 A7。A18 为参考案例中构造的标杆“极易自燃”的煤采空区样本, 而 A16、A8 和 A7 在各个采空区煤自燃危险性准则下的均表现不佳。以上是基于 OPA-P 的权重计算结果对采空区煤自燃危险性的简要分析。接下来, 本文将结合对抗哈斯图进行更加深入的分析。

4.2.2 对抗哈斯图生成

将准则下评价对象权重按式(17)计算得到权重偏序累加集, 并根据式(18)计算评价对象权重之间的二元偏序关系矩阵。

评价对象权重之间的二元偏序关系矩阵 PR 将作为对抗哈斯图结构化的起点, 随后进行可达矩阵的计算、评价对象偏序层次提取与划分和一般性骨架矩阵的计算与代入等操作, 可得采空区

煤自燃危险性评价对抗哈斯图, 如图 2 所示。评价对象的层级分类信息如表 6 所示。

如图 2 所示, 红、黄、绿色的评价对象分别为参考案例中构造的标杆“极易自燃”、“易自燃”和“安全”样本, 虚线边框的评价对象则表示优劣可变方案。基于采空区煤自燃危险性评价对抗哈斯图中的非劣下沉方案提取部分, 可以得出以下结论: A4 处于安全状态, A6 和 A17 处于易自燃状态。根据对抗哈斯图的传递性, 可以推知 A7、A8 和 A16 的危险性介于极易自燃和易自燃之间, 因此可归为较易自燃状态。对于 A1、A2、A3、A5、A9、A11、A12、A14 和 A15, 其危险性介于易自燃和安全之间, 因此可定性为较安全状态。值得注意的是, 处于较安全状态的采空区呈现出两个层级分布。与下一级 (第 5 层) 相比, 处于上一层级 (第 4 层) 的采空区 (A2、A9、A11、A12 和 A15) 更为安全。此外, A10 处于极安全状态, 而 A13 稍次之处于更安全状态。然而, 基于非劣上升方案提取的采空区煤自燃危险性评价则产生了部分变化。这主要是由于标杆“安全”样本 A20 为优劣可变方案, 其层级变化直接影响了部分评价对象的相对评价结果。在非劣上升方案提取部分中, 只有 A10 处于安全状态, 而较为安全的采空区呈现出四个层级分布 (第 2-5 层), 自上而下的采空区煤自燃安全性依次减弱。

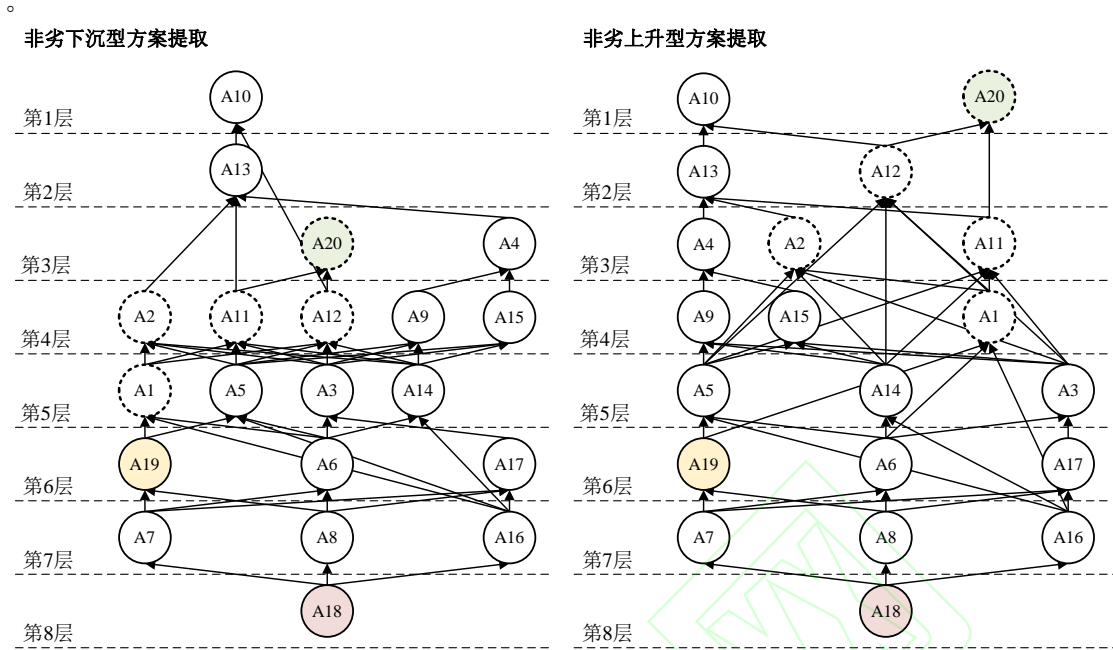


图 2 采空区煤自燃危险性评价对抗哈斯图
表 6 采空区煤自燃危险性评价层次分类

| 划分层级 | 非劣下沉型方案提取 | | 非劣上升型方案提取 | |
|-------|--------------|--------------|--------------|---------|
| | 优劣固定方案 | 优劣可变方案 | 优劣固定方案 | 优劣可变方案 |
| 第 1 层 | A10 | | A10 | A20 |
| 第 2 层 | A13 | | A13 | A12 |
| 第 3 层 | A4 | A20 | A4 | A2, A11 |
| 第 4 层 | A9, A15 | A2, A11, A12 | A9, A15 | A1 |
| 第 5 层 | A3, A5, A14 | A1 | A3, A5, A14 | |
| 第 6 层 | A6, A17, A19 | | A6, A17, A19 | |
| 第 7 层 | A7, A8, A16 | | A7, A8, A16 | |
| 第 8 层 | A18 | | A18 | |

对于其他优劣固定方案，其采空区煤自燃危险性相对评价结果则不会发生变化。

4.3 偏序优先法结果验证

4.3.1 基于敏感性分析的权重结果验证

针对输入数据或参数进行敏感性分析是评估多属性决策方法有效性的重要数值分析手段。OPA-P 的核心在于偏序排序。因此，结合案例实际，本文选择对采空区煤自燃危险性准则的偏序排序进行敏感性分析，以检测 OPA-P 的性能。具体而言，鉴于验证案例中工作面推进度（C2）、距工作面距离（C3）和漏风强度（C4）的权重相近，本文首先对这三个准则的偏序排序进行排列组合，作为相似情境（ST）下的敏感性分析。为确保全面性，本文还对验证案例中所有准则的偏序排序进行反转，以呈现极端情况（ET）下的敏感性分析结果。表 7 中展示了实验编号及其对应的准则偏序排序。

表 7 实验编号及其准则偏序排序

| 准则编号 | OG | ST1 | ST2 | ST3 | ST4 | ST5 | ET1 |
|------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| C1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5 |
| C2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| C3 | 3 | 4 | 2 | 4 | 2 | 3 | 3 |
| C4 | 4 | 3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| C5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 1 |

图 3 展示了准则权重的计算结果。尽管准则权重的计算结果存在一定程度的波动，但仍与所输入的偏序排序一致。通过对相似场景下的结果观察，可以发现在不同场景下，C2、C3 和 C4 的权重最大值分别为 0.1960、0.2097 和 0.2363，均小于验证案例中三个准则的最大值 0.2497。相似场景下的 C2、C3 和 C4 权重的最小值分别为 0.0097、0.1048 和 0.1199，与验证案例的数值（0.1052）较为接近。

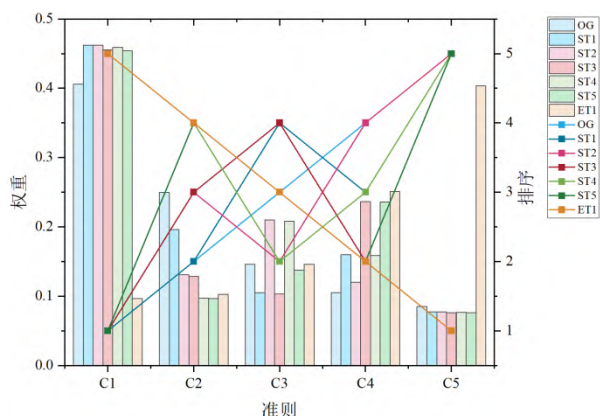


图3 敏感性分析的准则权重与排序结果

图4给出了评价对象的OPA-P权重计算结果。结果显示，在不同敏感性分析情境下，评价对象的排名与验证案例的排名存在较高的一致性。具体相关性表现在斯皮尔曼相关系数的范围在[0.962, 0.992]，即便在极端情况下，相关性也能

够达到0.901。进一步分析发现，在所有情境中，A20和A10均位列安全性排名的前两位，这与验证案例中的对抗哈斯图结果相吻合。此外，以标杆样本A18、A19和A20在不同情境下的排名作为危险等级阈值，用以判断其他对象的危险性。在相似情境中，只有在ST2、ST3、ST4和ST5情境下，A5的危险性从OG和ST1的相对安全状态转变为易自燃状态，其余所有相似场景中的所有对象的危险等级未发生改变。在极端场景中，A4、A5和A15的危险等级由原来的相对安全状态转变为易自燃状态。在极端场景中，A4、A5和A15的危险等级也由原先的相对安全状态变为易自燃状态。主要原因在于A4和A15在验证案例中氧气浓度准则上的优异表现，在极端场景中该准则的权重下降较大。相对地，A5则因其在极端情境下关键准则浮煤厚度表现不佳，而该准则在验证案例中的重要性最低。因此，OPA-P在上述不同场景中的敏感性分析结果较为稳定。

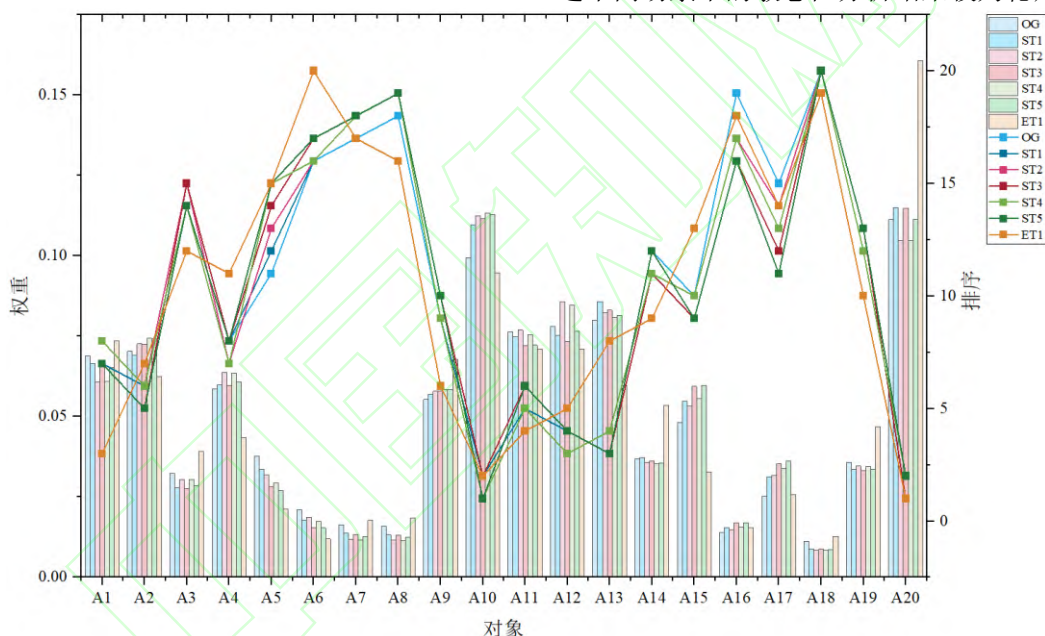


图4 敏感性分析的方案权重与排序结果

4.3.2 基于多方法对比的权重结果验证

为了验证OPA-P的权重计算的有效性，本文将OPA-P的基于权重的评价对象排序结果与经典多属性决策方法TOPSIS、VIKOR、RSR和TODIM的评价对象排序结果相对比，采用Spearman相关系数检测它们之间的相关性。上述被选择的方法均以决策矩阵（客观数据）作为模型输入。因此，通过将基于客观数据的计算结果与OPA-P的计算结果进行对比，能够更加有效反映对OPA-P计算结果的有效性。值得注意的是，ELECTRE未被选择是由于该方法在实施过程中需要额外设置主观阈值参数。本文首先采用验证案例原始基础数据表2作为TOPSIS、VIKOR、RSR和TODIM的输入数据，并将各个多属性决

策方法的准则权重设置为验证案例原始准则权重表3，计算评价对象排序进行对比实验。结果如表8所示。

表8 多属性决策方法的排序结果对比验证

| 对象编号 | OPA-P | TOPSIS | VIKOR | RSR | TODIM |
|------|-------|--------|-------|-----|-------|
| A1 | 7 | 4 | 6 | 5 | 4 |
| A2 | 6 | 2 | 2 | 2 | 8 |
| A3 | 14 | 14 | 14 | 14 | 11 |
| A4 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 |
| A5 | 11 | 11 | 10 | 11 | 13 |
| A6 | 16 | 16 | 17 | 16 | 18 |
| A7 | 17 | 20 | 20 | 20 | 15 |
| A8 | 18 | 19 | 18 | 19 | 14 |

续表 8 多属性决策方法的排序结果对比验证

| 对象 编号 | OPA-P | TOPSIS | VIKOR | RSR | TODIM |
|----------|-------|--------|-------|-----|-------|
| A9 | 9 | 8 | 8 | 8 | 3 |
| A10 | 2 | 7 | 7 | 7 | 2 |
| A11 | 5 | 3 | 3 | 3 | 5 |
| A12 | 4 | 5 | 4 | 4 | 9 |
| A13 | 3 | 6 | 5 | 6 | 6 |
| A14 | 12 | 13 | 12 | 13 | 7 |
| A15 | 10 | 10 | 11 | 10 | 16 |
| A16 | 19 | 17 | 15 | 17 | 19 |
| A17 | 15 | 12 | 13 | 12 | 17 |
| A18 | 20 | 18 | 19 | 18 | 20 |
| A19 | 13 | 15 | 16 | 15 | 12 |
| A20 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

随后, 本文利用 Spearman 相关系数计算各个多属性决策方法所得出结果的有序数列之间的相关性, 具体计算方法如式(21)。Spearman 相关系数的计算结果如表 9 所示。

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (21)$$

根据计算结果可知, OPA-P 的基于权重的评价对象排序结果与 TOPSIS、VIKOR、RSR 和 TODIM 的评价对象排序结果的 Spearman 相关系数分别为 0.926、0.929、0.931 和 0.857, 均展示出强相关性。因此, OPA-P 的权重计算结果能够在该案例缺少客观数据的情况下, 做出相对有效的排序结果。

表 9 多种多属性决策方法计算结果 Spearman 相关系数表

| Spearman 相关系数 | OPA-P | TOPSIS | VIKOR | RSR | TODIM |
|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| OPA-P | 1(0.000***) | 0.926(0.000***) | 0.929(0.000***) | 0.931(0.000***) | 0.857(0.000***) |
| TOPSIS | 0.926(0.000***) | 1(0.000***) | 0.986(0.000***) | 0.998(0.000***) | 0.783(0.000***) |
| VIKOR | 0.929(0.000***) | 0.986(0.000***) | 1(0.000***) | 0.989(0.000***) | 0.789(0.000***) |
| RSR | 0.931(0.000***) | 0.998(0.000***) | 0.989(0.000***) | 1(0.000***) | 0.776(0.000***) |
| TODIM | 0.857(0.000***) | 0.783(0.000***) | 0.789(0.000***) | 0.776(0.000***) | 1(0.000***) |

注: ***, **, * 分别代表 1%、5%、10% 的显著性水平

4.3.3 基于权重偏序的对抗哈斯图结果验证

表 10 呈现了针对验证案例中评价对象真实自燃情况的验证结果, 同时展示了基于支持向量机、哈斯图和 OPA-P 的危险性分类结果。研究结果显示, 支持向量机和 OPA-P 所得的分类结果相对保守, 且未出现错误分类的情况。然而, 基于哈斯图的结果存在将 A4 和 A9 样本判断为“较安全”的情况, 但实际上却发生了自燃事件。需要强调的是, 本研究无意将 OPA-P 与支持向量机的性能进行对比, 因为支持向量机属于机器学习方法, 而非多属性决策方法。

进一步对比分析文献^[27]中的哈斯图结果与本文所提出的 OPA-P 的对抗哈斯图结果。在过往研究中哈斯图分为五个层级, 其中 A2、A10 和 A13 处于安全状态, A1、A5、A14 和 A15 处于易自燃状态, A7 和 A8 处于极易自燃状态。然而, 在本文结果中, A4、A10 和 A13 处于相对安全状态且均为 A20 的非劣解, 其中 A10 的安全性要优于 A13, 而 A13 的安全性要优于 A4, 这主要是由于 A4、A10 和 A13 的氧气浓度均处于较低的水平, 因此其煤自燃危险性较低。A2 在氧气浓度和工作面推进度均要劣于 A13, 因此其安全性要劣于 A13。此外, A7 和 A8 处于较易燃状态, 这是由于在氧气浓度、工作面推进度和漏风强度三方面的表现均要优于标杆“极易自燃”样本 A18。与此同时, A1、A5、A14 和 A15 的煤自燃危险性均处于较安全状态, 其中 A15 的安全性要

表 10 验证案例的真实自燃情况与分类结果

| 对象 编号 | 自燃 情况 | 支持向 量机 ^[24] | 偏序集 ^[27] | OPA-P |
|----------|----------|---------------------------|---------------------|-------|
| A1 | 非自燃 | 安全 | 较安全 | 易自燃 |
| A2 | 非自燃 | 安全 | 安全 | 易自燃 |
| A3 | 自燃 | 易自燃 | 易自燃 | 易自燃 |
| A4 | 自燃 | 极易自燃 | 较安全 | 易自燃 |
| A5 | 自燃 | 易自燃 | 易自燃 | 易自燃 |
| A6 | 自燃 | 易自燃 | 较易自燃 | 易自燃 |
| A7 | 自燃 | 极易自燃 | 极易自燃 | 极易自燃 |
| A8 | 自燃 | 极易自燃 | 极易自燃 | 极易自燃 |
| A9 | 自燃 | 极易自燃 | 较安全 | 易自燃 |
| A10 | 非自燃 | 易自燃 | 安全 | 安全 |
| A11 | 非自燃 | 安全 | 较安全 | 易自燃 |
| A12 | 非自燃 | 安全 | 较安全 | 易自燃 |
| A13 | 非自燃 | 易自燃 | 安全 | 安全 |
| A14 | 非自燃 | 易自燃 | 易自燃 | 易自燃 |
| A15 | 自燃 | 极易自燃 | 易自燃 | 易自燃 |
| A16 | 自燃 | 极易自燃 | 极易自燃 | 极易自燃 |
| A17 | 自燃 | 易自燃 | 较易自燃 | 易自燃 |

优于 A5 和 A14, 这主要得益于 A15 在最为重要的氧气浓度方面表现出色。然而, 在本文中, A6 和 A17 的危险性被定性为易自燃状态。具体地, 与标杆“易燃”样本 A18 相比, A6 在氧气浓度表现要优于 A18, 但在工作面推进度、距工作面距离、漏风强度和浮煤厚度方面要劣于 A18。然而, 由于准则的权重设置得当, 使得其差距并不明显。同样的, A17 在氧气浓度和浮煤厚度方

面表现优于 A18, 但在工作面推进度、距工作面距离和漏风强度方面要劣于 A18。通过与哈斯图结果对比发现, 基于权重偏序的对抗哈斯图所得出的评价结果符合现实情况。

5 结语

本文提出了一种名为偏序优先法 (OPA-P) 的多属性决策方法。本文首先以专家偏好和方案连续偏序排序之间的权重差异为基础, 推导出了基于偏序排序的权重计算方法。随后, 本文对基于偏序排序的方案权重进行偏序累加变换, 并以此构建对抗哈斯图, 以分析方案的优劣关系, 并提供方案的层级分类信息。最后, 将基于偏序排序的方案权重计算结果和基于对抗哈斯图的方案优劣有向拓扑层级图相结合, 以实现基于 OPA-P 的方案优选。本文以空区煤自燃危险性评价问题为例, 给出了 OPA-P 应用的示例性说明与模型检验。通过对 OPA-P 进行敏感性分析以及多种方法的结果对比验证, 可得所提出的 OPA-P 在评估该案例中表现稳定且有效。

本文所提出的 OPA-P 主要具有以下优势:

(1) 该方法采用更易获取且稳定的偏序排序作为模型输入, 避免了对判断矩阵或决策矩阵的需求; (2) 该方法只需解决线性优化模型即可同时获取专家、准则和方案权重, 无需进行数据标准化、专家意见聚合或提前获取权重信息等步骤;

(3) 该方法所提供的偏序化处理和对抗哈斯图生成方式, 能够提供较为稳定的帕累托最优方案以及方案层级聚类信息。总体而言, 相对于其他多属性决策方法, OPA-P 更适用于缺乏精确、客观决策数据, 但需要迅速做出相对稳定决策的场景。然而, 需要承认的是, 各种多属性决策方法都有其相对优势的适用范围。当决策者面对大量且准确的决策数据时, 本文更倾向于推荐使用基于大数据驱动的决策方法, 以获得更精准的决策结果。

未来需要在更多的应用场景验证本文所提出的 OPA-P 的实践有效性, 例如投资决策、供应商选择、城市规划决策等多属性决策问题。在模型拓展方面, 未来可以结合灰色理论、模糊理论等方法, 以解决专家输入数据的不确定性问题。此外, 可以将 OPA-P 与 DEMATEL、MICMAC 等系统关联要素分析技术结合, 考虑在准则之间存在相互影响情况下的最佳方案决策。

参考文献:

[1] 张发明, 韩江涛, 张淋茜, 等. 社会信任网络下基于 T₂(PLD) 算子的多属性大群体决策方法[J]. 中国管理

科学, 2023: 1-15.

Zhang F., Han J., Zhang L., et al. Multi-Attribute Large Group Decision Making Method Based on T2PLD Operator in Social Trust Network [J]. Chinese Journal of Management Science, 2023: 1-15.

[2] 崔春生, 曹艳丽, 邱闯闯, 等. 基于证据理论和 Vague 集的多属性群决策方法研究[J]. 运筹与管理, 2021, 30(11): 1-5.

Cui C., Cao Y., Qiu C., et al. Research On Multi-Attribute Group Decision-Making Method Based on Evidence Theory and Vague Sets[J]. Operations Research and Management Science, 2021, 30(11): 1-5.

[3] 刘培德, 滕飞. 基于共识模型和 ORESTE 的扩展概率语言多属性群决策方法[J]. 中国管理科学, 2021, 29(03): 199-209.

Liu P., & Teng F. Multiple Attribute Group Decision-Making Method Based on Consensus Model and Oreste Method for Extended Probabilistic Linguistic Term Set[J]. Chinese Journal of Management Science, 2021, 29(03): 199 - 209.

[4] 岳立柱, 陆畅, 张志杰. 综合评价模型的偏序集表示[J]. 运筹与管理, 2022, 31(05): 101-106+111.

Yue, L., Lu, C., Zhang, Z. Partial Ordered Set Representation of Comprehensive Evaluation Model[J]. Operations Research and Management Science, 31(05), 101 - 106+111.

[5] 王茜, 张贤勇, 吕智颖. 不完备决策信息系统的混合条件熵与多属性决策[J]. 系统工程理论与实践, 2022, 42(12): 3401-3411.

Wang Q., Zhang X.Y., Lü Z.Y. Hybrid Conditional Entropy and Multi-Attribute Decision Making of Incomplete Decision Information System[J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2022, 42(12): 3401 - 3411.

[6] WANG H, PENG Y, KOU G. A Two-Stage Ranking Method to Minimize Ordinal Violation for Pairwise Comparisons[J/OL]. Applied Soft Computing, 2021, 106: 107287.

[7] 安博文, 侯震梅. 客观 AHP 判断矩阵的构造方法研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2021, 38(12): 164-182.

An B. W., Hou Z. M. Research on the Construction Method of Objective AHP Judgment Matrix[J]. Journal of Quantitative & Technological Economics, 2021, 38(12): 164-182.

[8] MAHMOUDI A, JAVED S A. Performance Evaluation of Construction Sub-contractors using Ordinal Priority Approach[J/OL]. Evaluation and Program Planning, 2022, 91: 102022.

[9] 李洁, 徐建刚, 黄晨. 数据驱动的评价范式实证研究[J]. 情报理论与实践, 2021, 44(06): 55-60.

Li J., Xu J. G., Huang C. Empirical Research on Data-Driven Evaluation Paradigm[J]. Information Studies: Theory & Application, 2021, 44(06): 55-60.

[10] LIU P, PAN Q, ZHU B, 等. Multi-Attribute Decision-Making Model Based on Regret Theory and Its Application in Selecting Human Resource Service Companies in the Post-Epidemic Era[J/OL]. Information Sciences, 2023, 649: 119676.

[11] 刘吉成, 韦秋霜, 黄骏杰, 等. 基于区间二型模糊 TOPSIS 的风储联合发电系统协同决策研究[J]. 技术经济, 2019, 38(05): 110-116.

Liu J. C., Wei Q. S., Huang J. J., et al. Study on Collaborative Decision of Wind-energy Storage Combined Power Generation System Based on Interval Type-2 Fuzzy TOPSIS[J]. Technical Economics, 2019,

- 38(05): 110 - 116.
- [12] ATAIEI Y, MAHMOUDI A, FEYLIZADEH M R, 等. Ordinal Priority Approach (OPA) in Multiple Attribute Decision-Making[J/OL]. Applied Soft Computing, 2020, 86: 105893.
- [13] YU G F. A multi-objective decision method for the network security situation grade assessment under multi-source information[J/OL]. Information Fusion, 2024, 102: 102066.
- [14] 罗世华, 刘俊. 拓展区间 Fermatean 模糊前景理论综合评价方法[J/OL]. 中国管理科学, 2023: 1-12.
Luo S. H., Liu J. A Comprehensive Evaluation Method Based on Extended Interval-Valued Fermatean Fuzzy Prospect Theory[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023: 1-12.
- [15] 余高锋, 李登峰. 新零售生态网络安全态势评级混合型变权方法及稳定性研究[J]. 中国管理科学, 2024: 1-12.
Yu G. F., Li D. F. The Stability and Variable Weight Decision Method for Rating New Retail Ecology Network Security Situation[J]. Chinese Journal of Management Science, 2024: 1-12.
- [16] 钱丽丽, 刘思峰, 方志耕. 基于后悔理论的灰色应急决策方案动态调整方法[J]. 运筹与管理, 2020, 29(08): 73-78+88.
Qian L. L., Liu S. F., Fang Z. G. Dynamic Adjusting Method for Grey Emergency Decision Based on Regret Theory [J]. Operations Research and Management Science, 2020, 29(08): 73-78+88.
- [17] 缙迅杰, 徐鑫茹, 徐泽水. 基于动态社会网络的能源转型路径评估多属性群决策建模研究[J]. 中国管理科学, 2023: 1-16.
Gou X. J., Xu X. R., Xu Z. S. Research on Multi-attribute Group Decision-making Modeling of Energy Transition Path Evaluation Based on Dynamic Social Network[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023: 1-16.
- [18] 丁垚, 王人龙, 李灵芝, 等. 装配式建筑施工安全风险评估与控制的 BN-MNA 模型及应用[J]. 土木工程与管理学报, 2022, 39(04): 153-161+184.
Ding Y., Wang R., Li L., et al. Safety Risk Assessment and Control of Prefabricated Building Construction Based on BN-MNA Model [J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2022, 39(04): 153-161+184.
- [19] 刘丹阳, 黄志刚. 金融科技、OFDI 与经济高质量发展——基于“双循环”相互促进的视角[J]. 中国管理科学, 2023, 31(11): 151-164.
Liu D., Huang Z. Fintech, Outward FDI and High-Quality Economic Development: Based on the Perspective of “Mutual Promotion of Dual Circulation”[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023, 31(11): 151-164.
- [20] 刘松林, 王坦, 戚琳琳. 基于客观组合赋权的就业质量测度与评价[J]. 统计与决策, 2023, 39(20): 168-173.
Liu S., Wang T., Qi L. Objective Combination Weighting-based Measurement and Evaluation of Employment Quality [J]. Statistics & Decision, 2023, 39(20): 168-173.
- [21] 王伟明, 徐海燕, 朱建军, 等. 基于 CWPBM 算子和 C-DEMATEL 的语言型多属性决策方法[J]. 中国管理科学, 2023: 1-13.
Wang W., Xu H., Zhu J., et al. A Novel Linguistic Multiple Attribute Decision Making Method Based on CWPBM Operator and C-DEMATEL[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023: 1-13.
- [22] ZHANG H, WEI G, CHEN X. SF-GRA method based on cumulative prospect theory for multiple attribute group decision making and its application to emergency supplies supplier selection[J/OL]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2022, 110: 104679.
- [23] 李望晨, 郑文贵, 王素珍, 等. 基于区间灰数多属性群决策建模技术的卫生应急综合评价研究[J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(02): 1-8.
Li W., Zheng W., Wang S., et al. Hygiene Emergency Comprehensive Evaluation Based on Multi-attribute Group Decision Modeling Technique of Section Grey Number [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2020, 50(02): 1-8.
- [24] 高原, 覃木广, 李明建. 基于支持向量机的采空区遗煤自燃预测分析[J]. 煤炭科学技术, 2010, 38(02): 50-54.
Gao Y., Qin M., Li M. Analysis on Prediction of Residual Coal Spontaneous Combustion in Goaf Based on Support Vector Machine[J]. Coal Science and Technology, 2010, 38(02): 50-54.
- [25] 王金宝, 侯金玲, 张浪, 等. 采空区遗煤自燃危险性评价的熵权可拓方法[J]. 矿业安全与环保, 2015, 42(02): 43-48.
Wang J., Hou J., Zhang L., et al. Entropy Weight Extension Method for Spontaneous Combustion Risk Assessment of Residual Coal in Gob[J]. Mining Safety & Environmental Protection, 2015, 42(02): 43-48.
- [26] 孙政, 文畅平, 白银涌, 等. 基于属性数学理论的采空区煤自燃危险性评价[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2017: 1-5.
Sun Z., Wen C., Bai Y., et al. Risk Assessment of Coal Spontaneous Combustion in Goaf Based on Attribute Mathematics Theory[J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017: 1-5.
- [27] 陈金全, 王继仁, 岳立柱. 基于偏序集的采空区煤自燃可能性评价模型[J]. 中国安全生产科学技术, 2019, 15(02): 89-93.
Chen J., Wang J., Yue L. Evaluation model on possibility of coal spontaneous combustion in goaf based on partially ordered set[J]. Journal of Safety Science and Technology, 2019, 15(02): 89-93.

Partial Ordinal Priority Approach Considering Pareto Optimal Identification for Multi-attribute Decision-making

Wang Renlong¹, Shen Rui², Chi Hong^{3,4}, Shao Xueyan³, Gao Mingang³

(1. School of Emergency Management Science and Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2. School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. Institutes of Science and Development, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

4. School of Public Policy and Management, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The paper introduces the Partial Ordinal Priority Approach (OPA-P) for multi-attribute decision-making (MADM). This approach builds upon the Ordinal Priority Approach, with a linear optimization model for MADM weights based on partial order ranking. It utilizes a partial order accumulation transformation to create an adversarial Hasse diagram, portraying comparative advantages and disadvantages among alternatives. OPA-P concurrently derives weights for alternatives, criteria, and experts by incorporating expert preferences. By integrating the adversarial Hasse diagram, it identifies Pareto optimal alternatives and hierarchically classifies them, facilitating optimal selection. To assess the efficacy of the proposed approach, this study focuses on evaluating spontaneous combustion hazards in Goaf areas, validating the approach by comparing it against relative research findings. In contrast to conventional MADM approaches, OPA-P leverages more stable and readily available partial order rankings as input data, making it better suited for contexts requiring precise decision-making data. Its outcomes exhibit heightened stability and adeptness in identifying potential Pareto solutions in MADM.

Key words: multi-attribute decision-making; partial ordinal priority approach (OPA-P); partial order relationship; adversarial Hasse diagram; Pareto optimal identification