2023　デジタル制御

$\boxed{1}$ (1) $\{x(k)\} = \{3,\ 0.9,\ 0.27 \cdots\} = 3 \times 0.3^k$

z変換すると

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} 3\cdot(0.3)^k z^{-k}$$

$$= 3\cdot\sum_{k=0}^{\infty}(0.3z^{-1})^k$$

無限等比級数の和は、

$$X(z) = \frac{3}{1-0.3z^{-1}} = \frac{3z}{z-0.3}$$

(2) $x(k) = e^{-2kT}$

z変換すると、

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-2kT} z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty}(e^{-2T} z^{-1})^k \text{ より。}$$

$$X(z) = \frac{1}{1-e^{-2T}z^{-1}} = \frac{z}{z-e^{-2T}}$$

$\boxed{2}$ $x(k+2) - 1.3x(k+1) + 0.4x(k) = 3.$

$x(0) = 0 \quad x(1) = 3.$

同次解を求める。

$x_h(k+2) - 1.3x_h(k+1) + 0.4x_h(k) = 0.$

特性方程式 $r^2 - 1.3r + 0.4 = 0.$

$r = 0.8,\ 0.5$ より。同次解は、

$x_h(k) = A(0.8)^k + B(0.5)^k.$

特解（定数解）を $x_p(k) = C$ とすると。

$C - 1.3C + 0.4C = 3.$

$0.1C = 3. \rightarrow C = 30.$

一般解 $x(k) = x_h(k) + x_p(k)$

$= A\cdot(0.8)^k + B(0.5)^k + 30.$

初期条件

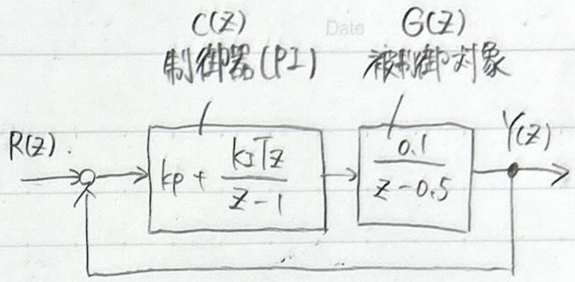
$x(0) = A + B + 30 = 0.$

$x(1) = 0.8A + 0.5B + 30 = 3.$

$A = -40.\quad B = 10.$ より。

$x(k) = -40(0.8)^k + 10(0.5)^k + 30.$

$\boxed{3}$



(1) $K_I = 0$ のとき、$C(z) = K_p.$

$$G_p(z) = \frac{K_p G(z)}{1 + K_p G(z)} = \frac{0.1K_p}{z + 0.1K_p - 0.5}$$

$$= \frac{K_p}{10z + K_p - 5}$$

(2) 閉ループ極　$z + 0.1K_p - 0.5$

これが単位円内 $|z| < 1$ であればよい。

$|0.1K_p - 0.5| < 1 \rightarrow -1 < 0.1K_p - 0.5 < 1$

$\rightarrow -0.5 < 0.1K_p < 0.5 \rightarrow -5 < K_p < 5$

(3) $K_I \neq 0$ のとき、閉ループ伝達関数は、

$$G_{cl}(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} \text{ より。}$$

特性方程式は、$1 + C(z)G(z) = 0.$

代入すると、

$$1 + \left(K_p + \frac{K_I T z}{z-1}\right)\cdot\frac{0.1}{z-0.5} = 0.$$

$(z-1)(z-0.5) + \{K_p(z-1) + K_I T z\}\cdot 0.1 = 0.$

$z^2 + (0.1K_p + 0.1K_I T - 1.5)z + (0.5 - 0.1K_p) = 0$

(4) $z = 0.6,\ 0.5$ のときの特性方程式。

$(z-0.5)(z-0.6) = z^2 - 1.1z + 0.3.$

係数比較

$$\begin{cases} \text{1次：} 0.1K_p + 0.1K_I T = 0.4. \\ \text{定数：} 0.5 - 0.1K_p = 0.3. \end{cases}$$

$K_p = 2.\quad K_I = 20$

No.

Date

$\boxed{4}$. $U(z) = C(z)E(z)$、$U(z) = \mathcal{Z}\{u(k)\}$

$E(z) = \mathcal{Z}\{e(k)\}$.

$C(s) = k\dfrac{\omega_0 s}{s+\omega_0}$ 変換式. $s = \dfrac{z-1}{Tz}$.

(1) 後退差分法

(2). 位相進み補償器.

(3). $t = kT$ ($k = 0, 1, 2 \cdots$) における出力 $u(k)$.

$$C(z) = k\frac{\omega_0 \cdot \dfrac{z-1}{Tz}}{\dfrac{z-1+\omega_0 Tz}{Tz}}$$

$$= k\frac{\omega_0(z-1)}{z-1+\omega_0 Tz}$$

$U(z) = C(z)E(z)$ 差分方程式に変換.

$$U(z) = \frac{k\omega_0(z-1)}{z-1+\omega_0 Tz}E(z).$$

$$= \frac{k\omega_0(z-1)}{z(1+\omega_0 T)-1}E(z)$$

$$= \frac{k\omega_0(1-z^{-1})}{1+\omega_0 T - z^{-1}}E(z)$$

$$= \frac{\dfrac{k\omega_0}{1+\omega_0 T}(1-z^{-1})}{1-\dfrac{1}{1+\omega_0 T}z^{-1}}E(z).$$

「差分方程式.

$$C(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1+a_1 z^{-1}}$$

$\rightarrow u(k) = -a_1 u(k-1)$
$+ b_0 e(k)$
$+ b_1 e(k-1)$ より.

$$u(k) = \frac{1}{1+\omega_0 T}u(k-1) + \frac{\omega_0 k}{1+\omega_0 T}e(k) - \frac{\omega_0 (k)}{1+\omega_0 T}e(k-1)$$

$\boxed{5}$.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.4 & 1.3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.4 & 1.3 \end{bmatrix}$$

$$A - \lambda I = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -0.4 & 1.3-\lambda \end{vmatrix}$$

$$\lambda^2 - 1.3\lambda + 0.4 = 0.$$

$$\lambda = \frac{1.3 \pm \sqrt{1.96 - 1.6}}{2} = \frac{1.3 \pm 0.3}{2}$$

$\lambda_1 = 0.8 \quad \lambda_2 = 0.5$

全ての固有値が単位円内部

($|\lambda| < 1$) にあることなので.

このシステムは安定

No.
Date

$\boxed{6}$. $u(k) = k_P e(k) + u_i(k)$, $e(k) = r(k) - y(k)$

$u_i(k) = u_i(k-1) + e(k) k_I T$.

$r(k)$：目標値、$y(k)$：制御量、T：制御周期、k_P：比例ゲイン、k_I：積分ゲイン。

```
e = r-y.                          — ①
up = kp* e ;                      — ②
ui-new = ui-old + kI*T*e ;        — ③
u = [ア].                         — ④
    [イ].                         — ⑤
ui-old = ui-new ;                 — ⑥
```

$u(k) = u$
$e(k) = e$
$y(k) = y$
$r(k) = r$
$u_i(k) = u_{i\text{-}new}$
$u_i(k-1) = u_{i\text{-}old}$.

[ア]. u = ui-new + up.

[イ]. if (u > u_max) u = umax ;
if (u < u_min) u = umin ;

[ウ] 現象 ： ワインドアップ現象

理由 ： 制御量uがリミットにかかり続けることで、
応答遅れなどの不具合が生じる。