VORTRAGSÜBUNG TECHNISCHE STRÖMUNGSLEHRE

Tobias Rentschler

STATIK DER FLUIDE - TEIL 2

GRUNDBEGRIFFE

Kraftangriffspunkt

Flächenschwerpkt. $G(\tilde{x}, \tilde{y})$

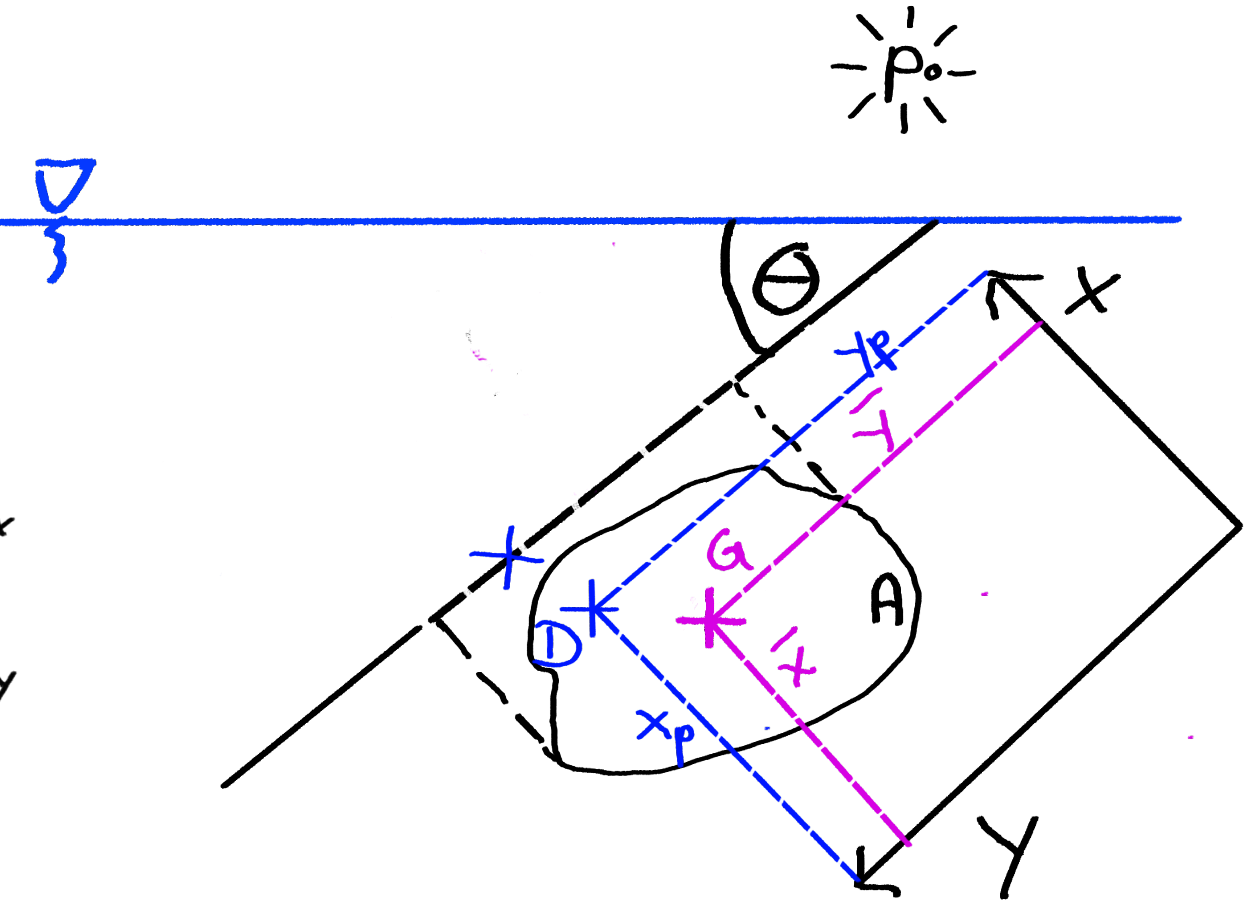
Druckmittelpkt. $D(x_p, y_p)$

Momentengleichgewicht

$$F \cdot y_p = \int_A (py)\, dA$$

$$y_p = \frac{p_0}{p_G} \tilde{y} + \frac{\rho g \sin(\Theta)}{p_G A} I_{xx}$$

$$x_p = \frac{p_0}{p_G} \tilde{x} - \frac{\rho g \sin(\Theta)}{p_G A} I_{xy}$$



- p_0: Umgebungsdruck
- p_G: Druck im Flächenschwerpunkt
- $(\tilde{x}/\tilde{y})$: Koordinaten Flächenschwerpunkt
- θ: Neigungswinkel der Fläche
- I_{xx}, I_{xy} Flächenträgheitsmoment

AUFGABE 3 (PRÜFUNGSNIVEAU)

AUFGABE 3: KRAFT F1

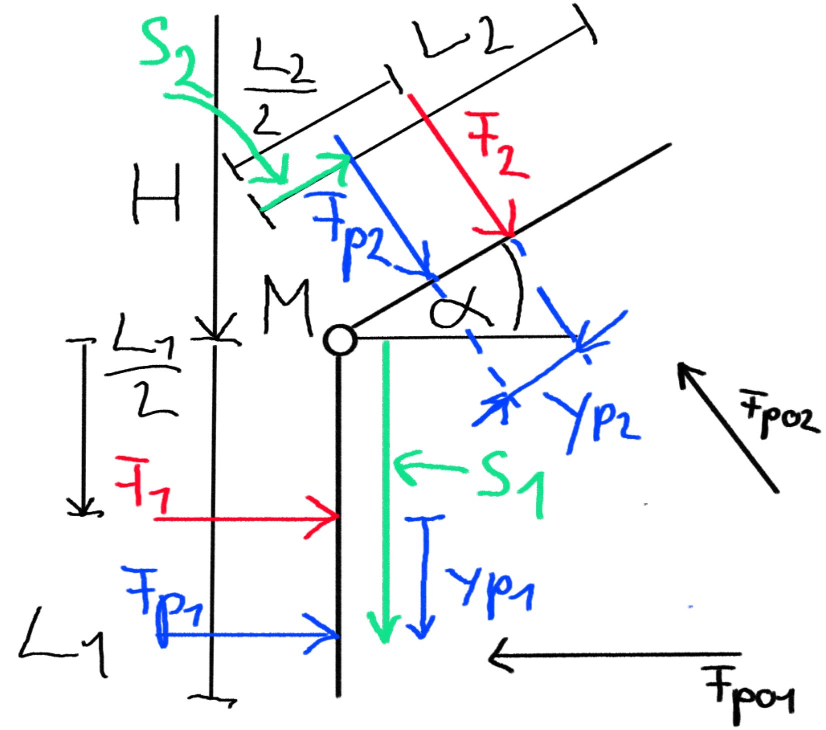
$$\underline{F}_{p1} = -\int_A p\, d\underline{A} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\int_A p\, dA$$

$$= \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\int_{-(H+L_1)}^{-H}(p_0-\rho g y)\, b\, dy$$

$$= \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\left(p_0+\rho g\left(H+\frac{L_1}{2}\right)\right)L_1 b$$

$$\underline{F}_{p01} = -\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} p_0 L_1 b$$

$$\underline{F}_1 = \underline{F}_{p1}+\underline{F}_{p01} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\rho g\left(H+\frac{L_1}{2}\right)L_1 b$$



AUFGABE 3: KRAFT F2

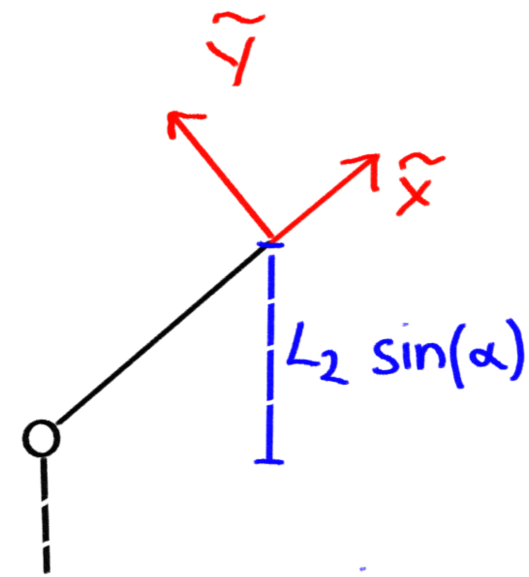
- analog zu F_1 mit gedrehtem KOS
- p_0 von beiden Seiten ⇒ vor Integration „eliminieren"

$$p(\tilde{x}=0) = \rho g\left(H - L_2 \sin(\alpha)\right)$$

$$\underline{F}_2 = -\int_A p\, d\underline{A} = -\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\int_{-L_2}^{0}\left(p(\tilde{x}=0) - \rho g \tilde{x}\sin(\alpha)\right) b\, d\tilde{x}$$

$$= -\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\int_{-L_2}^{0}\left(\rho g\left(H - L_2\sin(\alpha)\right) - \rho g \tilde{x}\sin(\alpha)\right) b\, d\tilde{x}$$

$$= \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} b L_2 \rho g\left(H - \frac{L_2}{2}\sin(\alpha)\right)$$

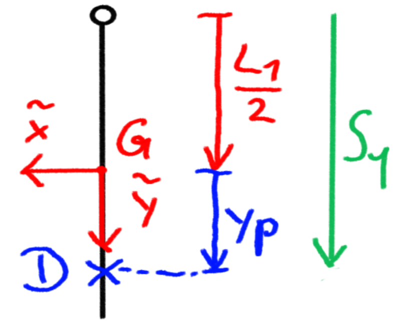


AUFGABE 3: HEBELARM S1

Hebelarm: $y_p = \frac{p_0}{p_G}\tilde{y} + \frac{\rho g \sin(\alpha)}{p_G} I_{xx}$

– lokales KOS in Flächenschwerpkt.

$\Rightarrow \tilde{y} = 0$; I_{xx} einfach



$y_p = \frac{p_0}{p_G} \cdot 0 + \frac{\rho g}{p_G A} I_{xx}$

$p_G A = \rho g (H + \frac{L_1}{2})$ & $I_{xx} = A \frac{L_1^2}{12}$

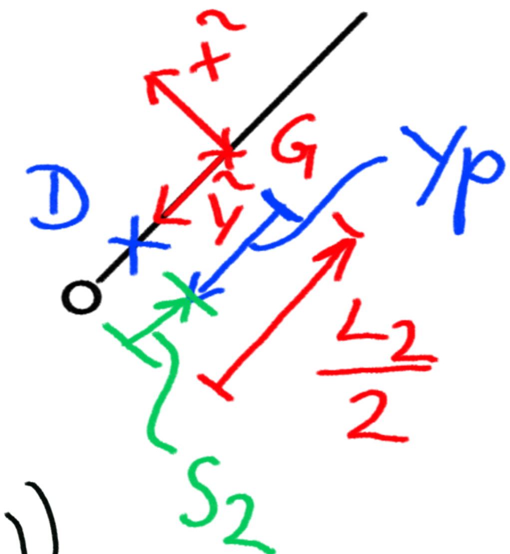
$y_p = \frac{L_1^2}{12(H + \frac{L_1}{2})}$

$S_1 = \frac{1}{2} L_1 + y_p = \frac{1}{2} L_1 + \frac{L_1^2}{12(H + \frac{L_1}{2})}$

AUFGABE 3: HEBELARM S2 & DREHMEMENT

$$S_2 = \frac{L_2}{2} - y_p = \frac{L_2}{2} - \frac{\rho g \sin(\alpha)}{\rho_G A} I_{xx}$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{L_2}{2} - \frac{L_2^2 \sin(\alpha)}{12\left(H - \frac{L_2}{2}\sin(\alpha)\right)}$$



Drehmoment M:

$$M = \sum M_M = F_1 \cdot S_1 - F_2 S_2$$

$$M = \rho g b\left(L_1^2\left(\frac{H}{2} + \frac{L_1}{3}\right) - L_2^2\left(\frac{H}{2} - \frac{L_2 \sin(\alpha)}{3}\right)\right)$$

AUFGABE 3 B)

- $M = \rho g b \left(L_1^2 \left(\frac{H}{2} + \frac{L_1}{3} \right) - L_2^2 \left(\frac{H}{2} - \frac{L_2 \sin\alpha}{3} \right) \right)$
- $\sum M < 0$
- $L_2 = 2L_1;$ $\alpha = 30^\circ;$ $\sin\alpha = 0.5$
- Voting: a) $H > \frac{10}{6}$ b) $H > \frac{10}{9}$
-
- Korrekte Antwort: b) => $\sum M < 0$ bei $H > \frac{10}{9} L_1$

AUFGABE 4: BASISWISSEN

AUFGABE 4 A) TEIL A.:

nach Archimedes: $F_A = F_G$

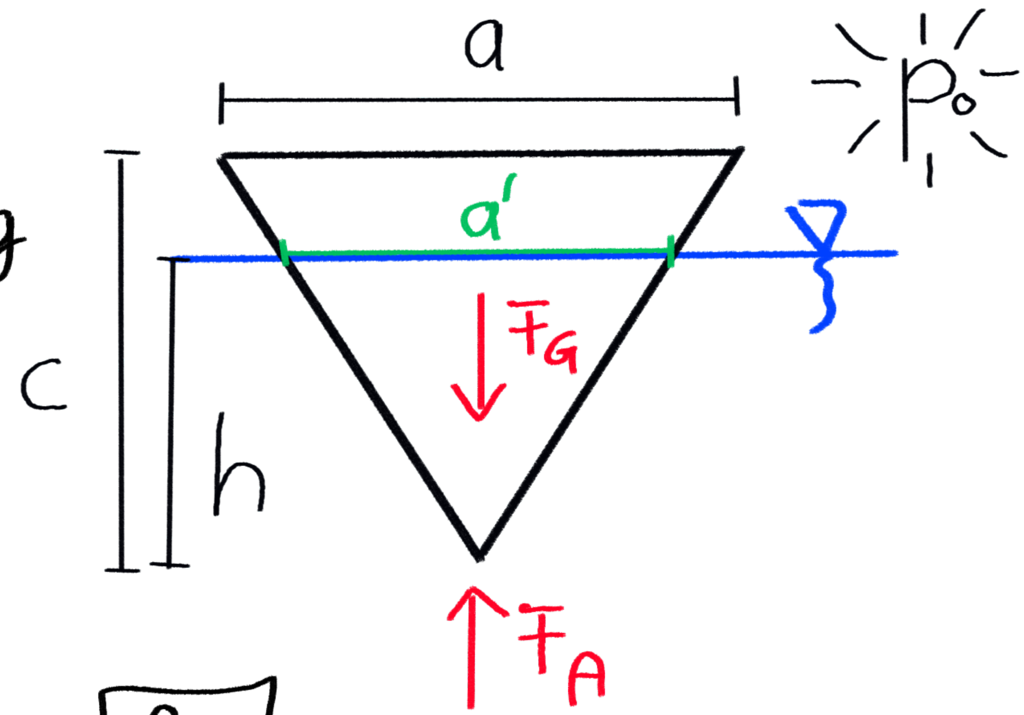
$F_A = \rho_F V_V g \quad F_G = \frac{1}{2} a b c \rho_K g$

Strahlensatz: $\frac{a}{c} = \frac{a'}{h}$

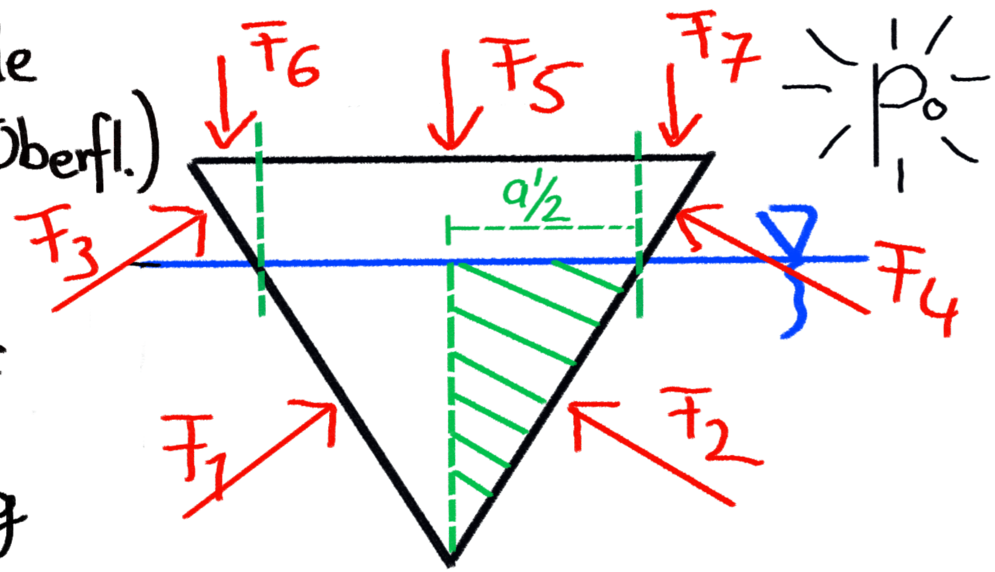
$\Rightarrow a' = h \frac{a}{c}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} a b c \rho_K g = \frac{1}{2} a' b h \rho_F g$

$\rho_K a c = \rho_F h^2 \frac{a}{c} \Longrightarrow \underline{\underline{h = c\sqrt{\frac{\rho_K}{\rho_F}}}}$



AUFGABE 4 A) TEIL B.:



keine resultierende horizontale hydrostatische Kraft (geschl. Oberfl.)

$\Rightarrow \sum F_h = 0$

F_{3z}, F_6 & F_{4z}, F_7 heben sich auf

$$F_{1z} = F_{2z} = p_0 \cdot \frac{1}{2} a' b + \frac{1}{4} a' h b \rho_F g$$
$$= \left(p_0 + \frac{1}{2} h \rho_F g\right) \frac{a'}{2} b$$

$F_5 = -p_0 a' b$

$$\Rightarrow \sum F_z = 2 \cdot \left(p_0 + \frac{1}{2} h \rho_F g\right) \frac{a'}{2} b - p_0 a' b - \frac{1}{2} \rho_K a b c g = c \Rightarrow \underline{\underline{h = c\sqrt{\frac{\rho_K}{\rho_F}}}}$$

AUFGABE 4 B)

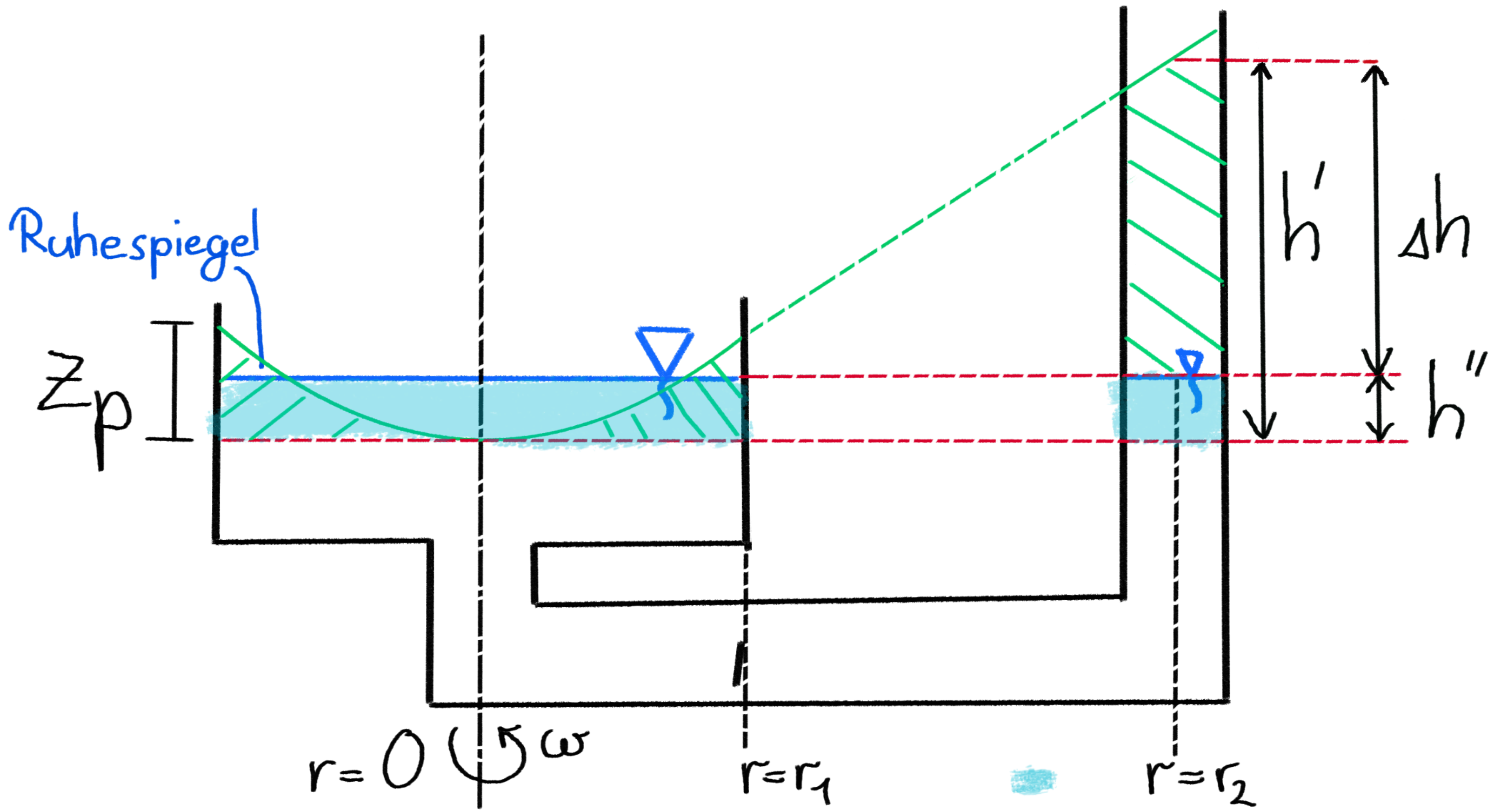
- p_0 wirkt überall => bei geschlossenen Körper “kürzt” sich p_0 weg.
- =>p_0 hat keinen Einfluss auf F_A

AUFGABE 5: (PRÜFUNGSNIVEAU)

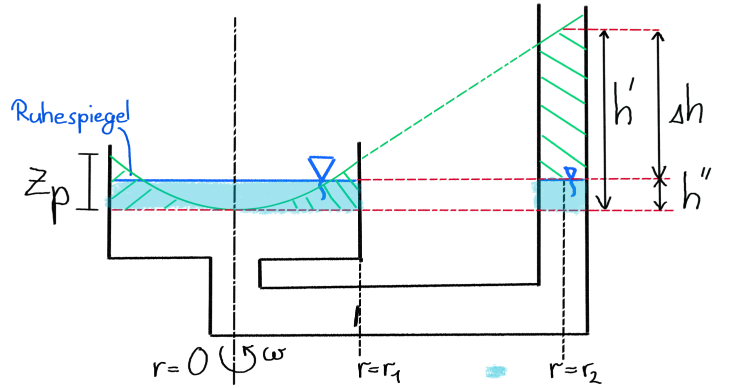
AUFGABE 5: VORBERMERKUNG

- gleichmäßiges beschleunigte Fluid
- “Verhalten des Fluides entspricht einem starren Körper”
- Gleichförmig Rotation:
  - $p\left(r, z\right) = \frac{1}{2} - \rho r^2 \omega^2 - \rho g z + c$

AUFGABE 5 A)



AUFGABE 5 B)



- gesucht: $\Delta h = h' - h''$
- $p\left(r, z\right) = \frac{1}{2} - \rho r^2 \omega^2 - \rho g z + c$
- $p\left(r = 0, z = 0\right) = p_0$ => $c = p_0$
- Bestimmung von h':
  - $p\left(r = r_2;\ z = h'\right) = \frac{1}{2}\rho r_2^2 \omega^2 - \rho g h' + p_0 = p_0$ => $h' = \frac{r_2^2 \omega^2}{2g}$
- Bestimmung von h'':
  - Massenerhalt: $\rho \Delta V_{\text{ruhend}} = \rho \Delta V_{\text{rotierend}}$
  - $h'' \pi r_1^2 + h'' A = \frac{1}{2} z_p \pi r_1^2 + h' A$
- Bestimmung z_p analog zu h' über $p\left(r = r_1;\ z = z_p\right) = p_0$
  - $z_p = \frac{\omega^2 r_1^2}{2g}$
- z_p einsetzen und nach h'' umformen:
  - $h'' = \frac{\omega^2}{2g} \cdot \frac{\frac{\pi}{2} r_1^4 + r_2^1 A}{\pi r_1^2 + A}$
- $\Delta h = h' - h'' = \frac{M\omega^2}{2g} r_1^2 \left(\frac{r_2^1 - \frac{r_1^2}{2}}{\pi r_1^2 + A} \right) = 4,43 \mathrm{cm}$