

Institut für Strömungsmechanik und
Hydraulische Strömungsmaschinen
Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. S. Riedelbauch

Schriftliche Prüfung im Fach

Technische Strömungslehre

Prüfungstag: **14.03.2025**
Dauer der Prüfung: **2 Stunden**
Zugelassene Hilfsmittel: **Taschenrechner (nicht vernetzt),
alle nicht-elektronischen Hilfsmittel**



Alle Aufgaben sind zu bearbeiten!
Zwischenrechnungen sind mit abzugeben, richtige Lösungen ohne Zwischenrechnungen sind ungültig!
Alle gesuchten Größen sind durch die gegebenen Größen auszudrücken!
Nur eindeutige Lösungswege werden gewertet!

Hinweis:

Das Prüfungsergebnis wird über Campus bekannt gegeben ab:

07.04.2025

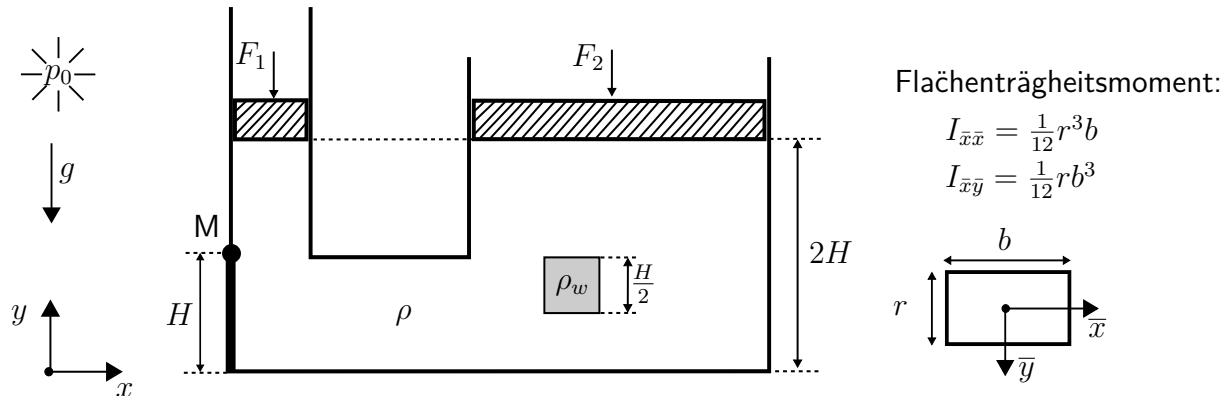
Prüfungsteilnehmende, die diese Prüfung als **Erst-** oder **Zweitwiederholungsprüfung** ablegen, sind verpflichtet ihre Note einzusehen und erforderlichenfalls bis spätestens

21.04.2025

einen Termin für die **mündliche Nachprüfung** zu vereinbaren.

Aufgabe 1 (18 Punkte)

Eine hydraulische Hebevorrichtung der Tiefe b besteht aus zwei masselosen Kolben, die sich in ihrem jeweiligen Hubraum ab oder auf bewegen können. Befüllt ist die Vorrichtung mit einem Öl der Dichte ρ . Zusätzlich wirken auf die Kolben die Kräfte F_1 und F_2 in negativer y -Richtung. Eine im Punkt M drehbare Klappe öffnet ab einem kritischen Moment M_{krit} . Ein Würfel der Kantenlänge $\frac{1}{2}H$ schwebt im Öl.

**Annahmen:**

- Die Flüssigkeit ist inkompressibel.
- Der sich jeweils einstellende Zustand ist stationär.
- Die Klappe schließt im geschlossenen Zustand dicht ab.

Gegeben:Kolbenfläche: $A_1 = A, A_2 = 4A$ Höhe: H Umgebungsdruck: p_0 Erdbeschleunigung: g Behälter- und Klappentiefe: b Kritisches Moment: M_{krit} Dichte: ρ Zunächst sei $F_1 = F_2 = 0$.

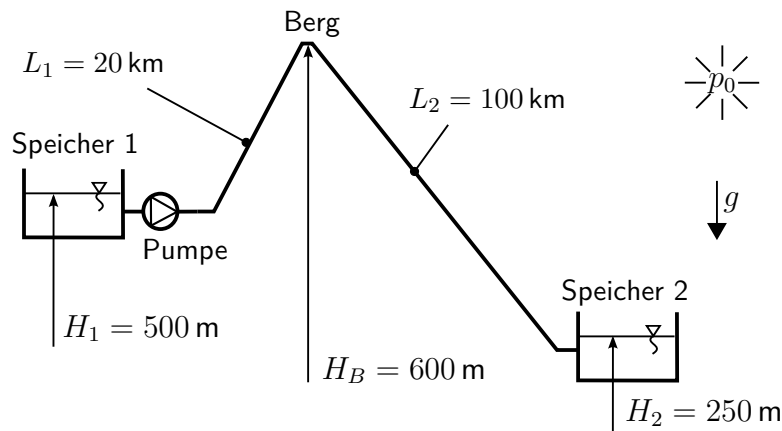
- Berechnen Sie die auf den Würfel wirkende Auftriebskraft und dessen Dichte ρ_w .
- Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Druckkraft F_p auf die Klappe.
- Berechnen Sie das von der Druckkraft F_p erzeugte Moment um den Drehpunkt M .

Nun wirke die Kraft $F_1 \neq 0$. Die Positionen der Kolben und des Würfels bleiben gleich.

- Wie verändern sich die auf die Ober- und Unterseite des Würfels wirkenden Druckkräfte und die Auftriebskraft?
- Skizzieren Sie den Druckverlauf über die linke und rechte Seite der Klappe und geben Sie die charakteristischen Werte an.
- Berechnen Sie die Kraft F_2 in Abhängigkeit von F_1 , damit das System im Ruhezustand ist.
- Bestimmen Sie die Kraft F_1 , bei der sich die Klappe öffnet.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Wasser wird mit einem konstanten Volumenstrom Q von einem Speicher 1 über einen Berg in den Speicher 2 gepumpt.

**Annahmen:**

- Der Wasserspiegel in den Speichern ist konstant.
- Reibungsverluste des Freistrahls an der Luft sind zu vernachlässigen.
- Einström- und Krümmerverluste sind zu vernachlässigen.

Gegeben:

Volumenstrom: $Q = 2\pi \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Rohrdurchmesser: $D = 2 \text{ m}$

kin. Viskosität Wasser: $\nu = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

Wandrauhigkeit: $k = 10 \text{ mm}$

Wirkungsgrad Pumpe: $\eta_P = 0,85$

Dichte Wasser: $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Umgebungsdruck: $p_0 = 1 \text{ bar}$

Dampfdruck: $p_{\text{vap}} = 2300 \text{ Pa}$

Erdbeschleunigung: $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Wirkungsgrad Turbine: $\eta_T = 0,9$

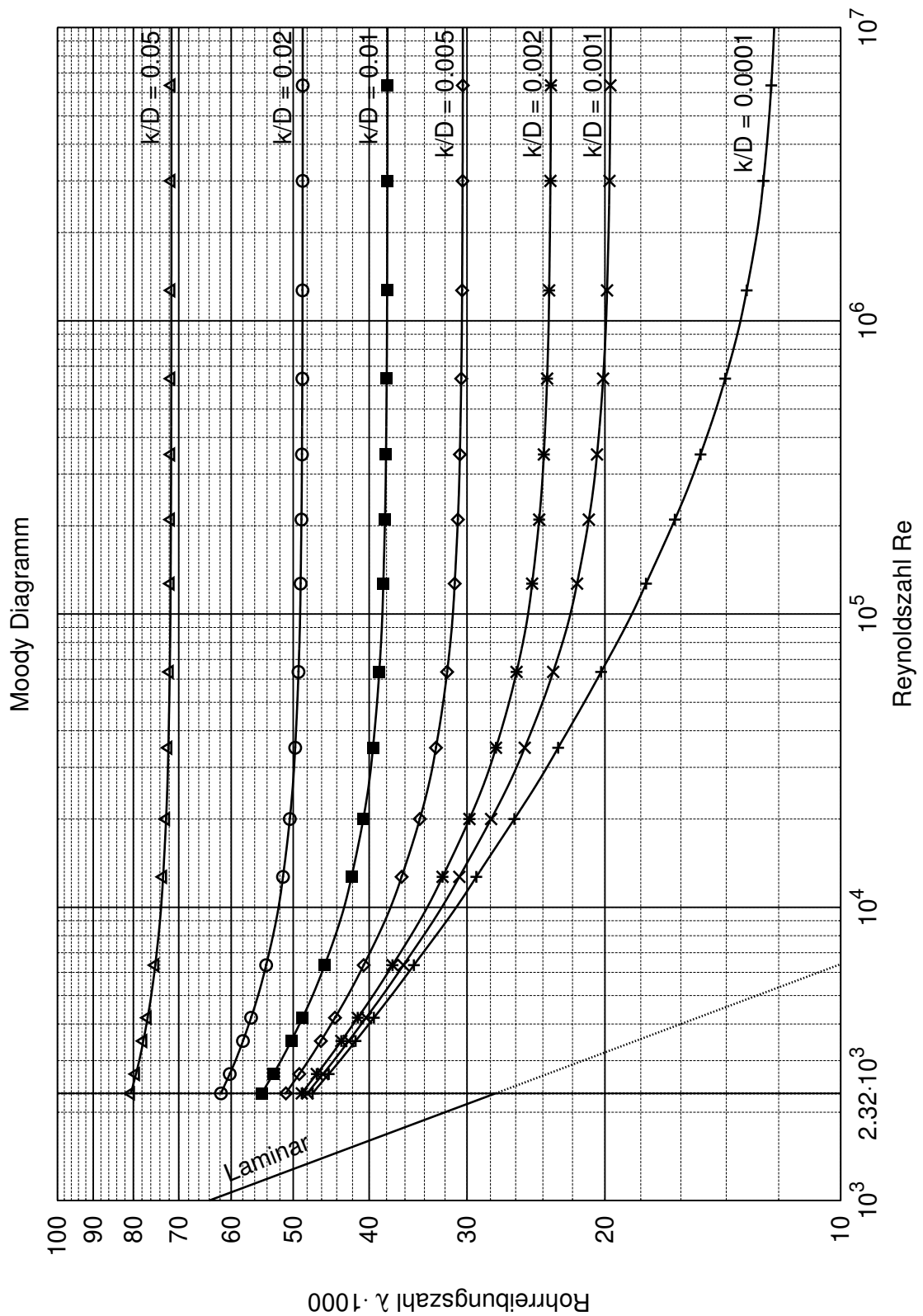
- Bestimmen Sie die Strömungsgeschwindigkeit v sowie die Rohrreibungszahl λ unter Verwendung des beiliegenden Moody-Diagramms.
- Bestimmen Sie die notwendige Förderhöhe h_P um den Volumenstrom von Speicher 1 nach Speicher 2 zu pumpen und die dafür nötige Wellenleistung P_P der Pumpe.

Damit der Dampfdruck auf dem Berg nicht unterschritten wird ($p_B > p_{\text{vap}}$), muss das Druckniveau erhöht werden. Zur Energierückgewinnung wird eine Turbine unmittelbar vor dem Speicher 2 eingebaut. Der Volumenstrom kann für c), d) und e) als konstant angenommen werden.

- Bestimmen Sie die notwendige Förderhöhe $h_{P,\text{neu}}$ und Wellenleistung $P_{P,\text{neu}}$ der Pumpe für diese Voraussetzung.
- Bestimmen Sie die Wellenleistung P_T , die mit der Turbine gewonnen werden könnte, unter der Bedingung von Aufgabenteil c).

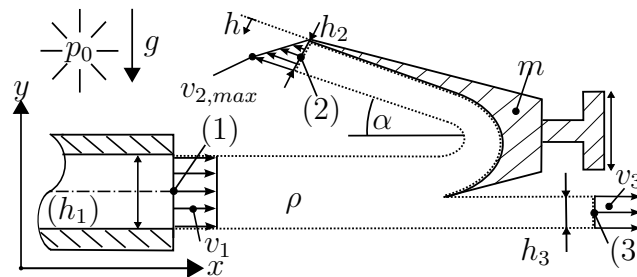
Im Folgenden sperrt die Turbine vollständig und die Leitung 2 bricht auf der Höhe H_2 , unmittelbar vor der Turbine. Das Wasser schießt durch ein Leck in einer Fontäne senkrecht nach oben. Der Verlust an der Leckagestelle sei $\Delta h = 20 \text{ m}$.

- Bestimmen Sie die sich einstellende Höhe der Fontäne.



Aufgabe 3 (20 Punkte)

Ein Flüssigkeitsstrahl mit einer Dichte ρ tritt mit konstanter Geschwindigkeit v_1 aus einer quadratischen Düse an der Position (1) aus. Der Strahl trifft dabei auf eine Umlenkvorrichtung, welche in y -Richtung verstellbar ist und den Strahl in zwei Teilströme aufteilt. In dem umgelenkten Strahl (2) lässt sich die Strömung durch ein lineares Geschwindigkeitsprofil $v_2(h)$ beschreiben. Der zweite Teilstrahl (3) wird nicht abgelenkt und behält eine konstante Geschwindigkeit (v_3) über seinen Querschnitt bei, wobei die Höhe des Querschnitts h_3 variabel ist.



Annahmen:

- Die Strömung ist stationär und inkompressibel.
- Volumenkräfte im Fluid sind zu vernachlässigen.
- Die Strahlbreite (senkrecht zur Zeichnungsebene) bleibt konstant.
- Die Aufteilung des Strahles erfolgt verlustfrei.
- Die Reibung des Freistrahls an der Luft ist zu vernachlässigen.
- Der Druck ist über den jeweiligen Querschnitt konstant.

Gegeben:

Geschwindigkeit: v_1

Kantenlänge quadratische Düse: h_1

Erdbeschleunigung: g

Dichte: ρ

Winkel: α

Masse Umlenkvorrichtung: m

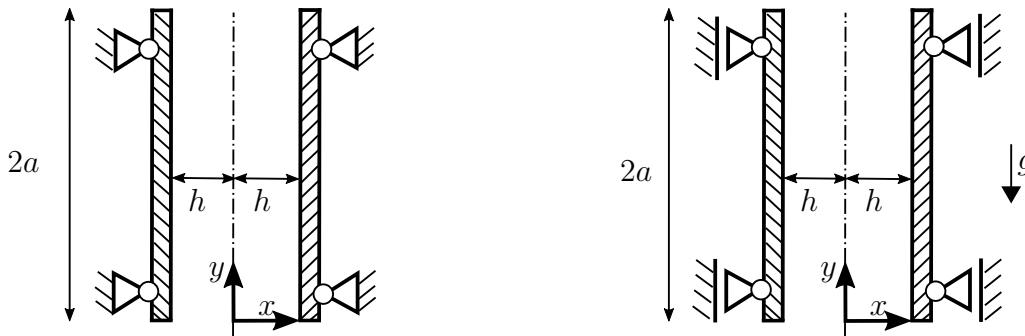
- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_3 an der Stelle (3).
- b) Berechnen Sie das Geschwindigkeitsprofil $v_2(h)$ in Abhängigkeit der unbekannten Strahlhöhe h_2 und der maximalen Geschwindigkeit $v_{2,max}$.
- c) Berechnen Sie die Strahlhöhe h_2 an der Position (2), in Abhängigkeit von h_3 und $v_{2,max}$.

Im Folgenden wird die Umlenkschaukel fixiert, wodurch sich die Strahlhöhe h_2 einstellt. Die Größen h_2 , h_3 und $v_{2,max}$ gelten als gegeben, die Reibung zwischen Umlenkvorrichtung und Strahl wird vernachlässigt. Das Geschwindigkeitsprofil $v_2(h)$ bleibt dabei linear.

- d) Geben Sie die Geschwindigkeitsvektoren \underline{v}_1 , $\underline{v}_2(h)$ und \underline{v}_3 an.
- e) Berechnen Sie mit einer Impulsbilanz am eingezeichneten Kontrollvolumen den Vektor der Stützkraft \underline{F}_S in Abhängigkeit von der Druckkraft auf die freien Oberflächen \underline{F}_A .
- f) Bestimmen Sie mithilfe eines Kräftegleichgewichts an der Umlenkschaukel den Kraftvektor \underline{F}_U , der von der Befestigung der Umlenkschaukel aufgebracht werden muss.
- g) Bestimmen Sie den Umlenkwinkel α , sodass $F_{U,y} = 2mg$ gilt.

Aufgabe 4 (19 Punkte)

In einem Spalt zwischen zwei planparallelen Platten der Masse m befindet sich eine zähe Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität μ und der konstanten Dichte ρ . Aufgrund eines Druckunterschiedes $\frac{\partial p}{\partial y}$ strömt Flüssigkeit in positive y -Richtung durch den Spalt der Höhe $2h$.

**Annahmen:**

- Die Strömung ist stationär, laminar, homogen, inkompressibel und voll ausgebildet.
- Einlauf- und Randeffekte sind zu vernachlässigen.
- Die Druckverteilung ist in y -Richtung linear.
- Der Druck ist über den jeweiligen Querschnitt konstant.

Gegeben:Spalthöhe: $2h \ll a$ Länge: $2a$ Spaltbreite: b Dynamische Viskosität: μ Erdbeschleunigung: g Masse pro Platte: m

Die Platten sind zunächst in y -Richtung fixiert (linke Skizze). Der Einfluss der Schwerkraft auf die Platten und die Flüssigkeit ist zu vernachlässigen.

- Geben Sie die entsprechend vereinfachte Impulsgleichung in y -Richtung an.
- Geben Sie die Randbedingung für die Spaltwände an.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $v(x)$ in Abhängigkeit von x , h , μ und dem unbekannten Druckgradient $\frac{\partial p}{\partial y}$.
- Skizzieren Sie die Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilung. Geben sie die charakteristischen Werte an.

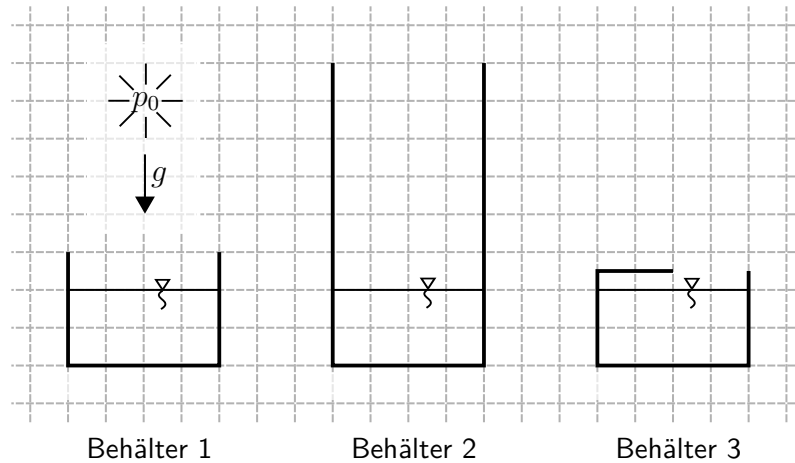
Die Platten sind nun in y -Richtung losgelagert (rechte Skizze). Der Einfluss der Schwerkraft auf die Platten und die Flüssigkeit ist nun zu berücksichtigen. (Hinweis: g ist als negativer Zahlenwert zu betrachten). Die Geschwindigkeitsverteilung ist gegeben als:

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \right) (x^2 - h^2)$$

- Berechnen Sie den Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial y}$ und den sich einstellenden Volumenstrom, damit die Platten in derselben Position bleiben.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Drei unterschiedliche Behälter sind mit Wasser gefüllt. Die Wasseroberfläche in den jeweiligen Behältern ist für den Ruhezustand der Behälter in der nachfolgenden Skizze eingezeichnet.

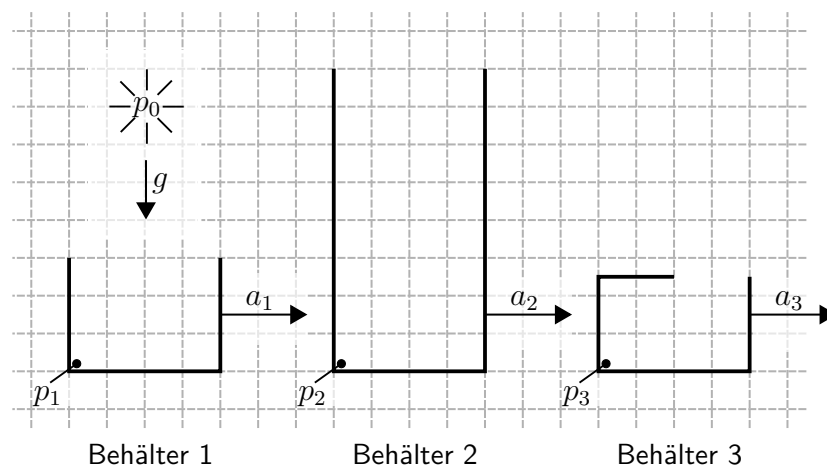
**Annahmen:**

- Das Wasser ist inkompressibel.
- Der sich jeweils einstellende Zustand ist stationär.

Gegeben:Umgebungsdruck: p_0 Erdbeschleunigung: g

Die Behälter werden nun jeweils so stark nach rechts beschleunigt, dass gerade noch keine Flüssigkeit verloren geht.

- a) Zeichnen Sie für die drei Behälter die Wasseroberfläche für den beschriebenen beschleunigten Zustand ein.



- b) Sortieren Sie die drei Behälter nach der maximal möglichen Beschleunigung, bei der kein Wasser verloren geht.
- c) Sortieren Sie die Drücke p_1, p_2, p_3 der Größe nach.

Aufgabe 1 (18 Punkte)a) Berechnen der Auftriebskraft F_{Auftrieb} auf den Würfel.

(2)

$$F_{\text{Auftrieb}} = \frac{\rho g H^3}{8} \quad (1)$$

Die Dichte ρ_w entspricht der Dichte ρ damit der Würfel in Öl schweben kann.

(1)

b)

(2)

$$F_p = p_G A = \frac{3}{2} \rho g H^2 b \quad (2)$$

c) Hebelarm:

(3)

$$\begin{aligned} l_p &= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{p_G A} I_{\tilde{x}\tilde{x}} \\ &= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{\rho g \frac{3H}{2} H b} \frac{1}{12} H^3 b \\ &= \frac{5}{9} H \end{aligned} \quad (2)$$

Resultierendes Moment:

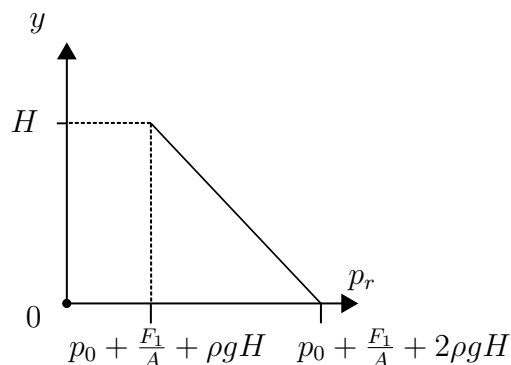
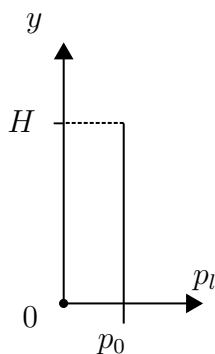
$$\begin{aligned} M_p &= F_p l_p \\ &= \frac{3}{2} \rho g H^2 b \frac{5}{9} H \\ &= \frac{5}{6} \rho g H^3 b \end{aligned} \quad (1)$$

d) F_o und F_u sind größer. F_{Auftrieb} bleibt gleich.

(2)

e) Druckverlauf:

(3)



f)

$$p_0 + \frac{F_1}{A} = p_0 + \frac{F_2}{4A}$$

(1)

$$F_2 = 4F_1 \quad (1)$$

g) Druckkraft:

$$F_p = p_G A = \left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2} \rho g H \right) H b \quad (1)$$

(5)

Hebelarm:

$$\begin{aligned} l_p &= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{p_G A} I_{\tilde{x}\tilde{x}} \\ &= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2} \rho g H \right) H b} \frac{1}{12} H^3 b \quad (1) \end{aligned}$$

Klappe öffnet ab einem kritischen Moment M_{krit} :

$$\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2} \rho g H \right) H b \left(\frac{H}{2} + \frac{\rho g}{\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2} \rho g H \right) H b} \frac{1}{12} H^3 b \right) \stackrel{!}{=} M_{krit} \quad (2)$$

$$\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2} \rho g H \right) \frac{H^2 b}{2} + \frac{\rho g H^3 b}{12} = M_{krit}$$

$$F_1 = \frac{2 A M_{krit}}{H^2 b} - \frac{5}{3} \rho g H A \quad (1)$$

Aufgabe 2 (20 Punkte)

a) Strömungsgeschwindigkeit:

(3)

$$v = \frac{Q}{A} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

Bestimmung von λ :

$$\text{Re} = \frac{vD}{\nu} = 4 * 10^6 \quad \frac{k}{D} = \frac{10 \text{ mm}}{2000 \text{ mm}} = 0,005 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \lambda = 0,03 \quad (1)$$

b) Energiegleichung von Speicher 1 nach Speicher 2:

(6)

$$\frac{p_0}{\rho g} + H_1 = \frac{p_0}{\rho g} + H_2 + \left(\lambda \left(\frac{L_1 + L_2}{D} \right) + 1 \right) \frac{v^2}{2g} - h_P \quad (4)$$

$$h_P = 117,18 \text{ m} \quad (1)$$

$$P_P = \frac{\rho g Q h_P}{\eta_P} = 8,5 \text{ MW} \quad (1)$$

c) Energiegleichung von Speicher 1 nach Berg:

(5)

$$\frac{p_0}{\rho g} + H_1 = \frac{p_B}{\rho g} + H_B + \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{L_1}{D} \frac{v^2}{2g} - h_P \quad \text{mit } p_B = p_{\text{vap}} \quad (3)$$

$$h_P = 151,4 \text{ m} \quad (1)$$

$$P_P = \frac{\rho g Q h_P}{\eta_P} = 11 \text{ MW} \quad (1)$$

d) Energiegleichung von Berg nach Speicher 2 (optional auch von Speicher 1 nach 2):

(3)

$$\frac{p_B}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + H_B = \frac{p_0}{\rho g} + H_2 + \left(\lambda \frac{L_2}{D} + 1 \right) \frac{v^2}{2g} + h_T \quad (2)$$

$$h_T = 34,2 \text{ m}$$

$$P_T = \eta_T \rho g Q h_T = 1,9 \text{ MW} \quad (1)$$

Alternativ:

$$P_T = (11 \text{ MW} - 8,5 \text{ MW}) \eta_P \eta_T = 1,9 \text{ MW}$$

- e) Energiegleichung von Berg über Leckage zur Oberseite der Fontäne (optional auch von Speicher 1 nach 2): **(3)**

$$\frac{p_B}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + H_B = \frac{p_0}{\rho g} + H_F + \lambda \frac{L_2}{D} \frac{v^2}{2g} + \Delta h \quad (2)$$

$$H_F = 264,4 \text{ m (bezogen auf NN)} \quad (1)$$

$$\text{oder } H_F' = 14,4 \text{ m (bezogen auf die Leckstelle)}$$

Aufgabe 3 (20 Punkte)

a) Energiebilanz von (1) nach (3):

(2)

$$p_0 + \frac{\rho}{2}v_1^2 = p_0 + \frac{\rho}{2}v_3^2$$

$$v_3 = v_1 \quad (2)$$

b) Lineare Gleichung:

(2)

$$v_2(h) = mh + c$$

Randbedingungen:

$$v_2(0) = 0$$

$$v_2(h_2) = v_{2,max} \quad (1)$$

Damit ergibt sich für das lineare Geschwindigkeitsprofil:

$$v_2(h) = v_{2,max} \frac{h}{h_2} \quad (1)$$

c) Konti:

(2)

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (1)$$

$$h_1^2 v_1 = \frac{v_{2,max}}{2} h_1 h_2 + h_1 h_3 v_1$$

Daraus erhält man die Strahlhöhe h_2 :

$$h_2 = \frac{2v_1(h_1 - h_3)}{v_{2,max}} \quad (1)$$

d)

(2)

$$\underline{v}_1 = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_2(h) = v_{2,max} \frac{h}{h_2} \begin{pmatrix} -\cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\underline{v}_3 = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

e) Impulsbilanz am Kontrollvolumen:

(6)

$$\rho h_1^2 \underline{v}_1 (\underline{v}_1 \cdot \underline{n}_1) + \rho h_1 \int_0^{h_2} \underline{v}_2 (\underline{v}_2 \cdot \underline{n}_2) dh + \rho h_1 h_3 \underline{v}_3 (\underline{v}_3 \cdot \underline{n}_3) = \underline{F}_S + \underline{F}_A$$

$$\rho h_1^2 v_1^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 \frac{v_{2,max}^2}{h_2^2} \frac{h_2^3}{3} \begin{pmatrix} -\cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} + \rho h_1 h_3 v_3^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{F}_S + \underline{F}_A$$

$$\underline{F}_S = -\underline{F}_A + \rho h_1^2 v_1^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \begin{pmatrix} -\cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} + \rho h_1 h_3 v_1^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

f) Kräftegleichgewicht an der Umlenkschaukel:

(4)

$$\underline{F}_K + \underline{F}_P + \underline{F}_G + \underline{F}_U = \underline{0} \quad (2)$$

Umstellen und Einsetzen von $\underline{F}_K = -\underline{F}_S$ sowie $\underline{F}_P = -\underline{F}_A$ ergibt: (1)

$$\underline{F}_U = \underline{F}_S + \underline{F}_A - \underline{F}_G$$

Für die Gewichtskraft gilt:

$$\underline{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

Durch Einsetzen erhält man für \underline{F}_U :

$$\underline{F}_U = \rho h_1^2 v_1^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 h_3 v_1^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \begin{pmatrix} -\cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (1)$$

g) Es muss gelten:

(2)

$$F_{U,y} \stackrel{!}{=} 2mg$$

$$2mg = \rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \sin \alpha + mg$$

$$\rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \sin \alpha = mg \quad (1)$$

Somit ergibt sich:

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{3mg}{\rho h_1 h_2 v_{2,max}^2} \right) \quad (1)$$

Aufgabe 4 (19 Punkte)

a) Impulsgleichung in Y-Richtung:

(1)

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}}_{=0} = \underbrace{\rho g_y}_{=0} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}_{=0} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (1)$$

b) Randbedingungen:

(1)

$$v(x = h) = 0 \quad | \quad v(x = -h) = 0 \quad (1)$$

c)

(5)

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} x + C_1$$

Bei doppelter Integration ergibt sich:

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (2)$$

Mit Randbedingungen $v(x = \pm h) = 0$:

$$C_1 = 0 \quad (1)$$

$$C_2 = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} h^2 \quad (1)$$

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} (x^2 - h^2) \quad (1)$$

d) Schubspannungsverteilung:

(4)

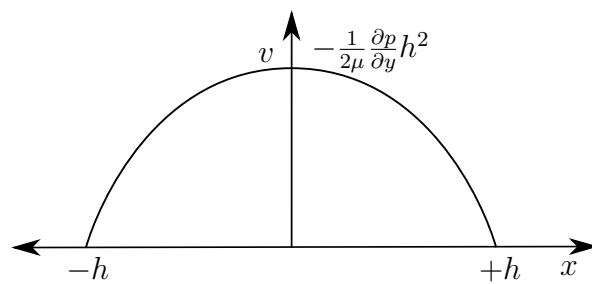
$$\tau(x) = \mu \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} x$$

$$\tau(h) = \frac{\partial p}{\partial y} h$$

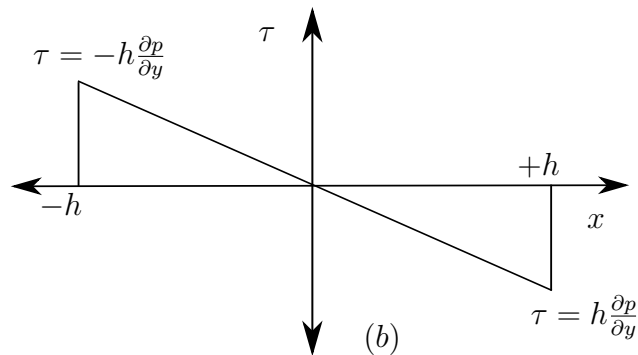
$$\tau(-h) = \frac{\partial p}{\partial y} (-h)$$

Geschwindigkeits und Schubspannungsverteilung:

4



(a)



(b)

e) Schubspannungsverteilung:

(8)

$$\tau(x) = \mu \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \right) x \quad (1)$$

Übertragene Kraft auf rechte Platte:

$$F_{\tau,r} = \tau(h) \cdot A \cdot n = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \right) h \cdot 2ab \cdot (-1) \quad (1)$$

Übertragene Kraft auf linke Platte:

$$F_{\tau,l} = \tau(-h) \cdot A \cdot n = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \right) (-h) \cdot 2ab \cdot (1) \quad (1)$$

Gleichsetzen von Reibungskraft der Flüssigkeit und Gewichtskraft der Platten.

$$F_{\tau,r} + F_{\tau,l} = -2mg \quad (1)$$

$$-4ab \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \right) h = -2mg$$

Umformen:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{2mg}{4abh} + \rho g \quad (1)$$

Berechnen des Volumenstroms: Einsetzen des Druckgradienten in Geschwindigkeitsverteilung:

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{2mg}{4abh} + \rho g - \rho g \right) (x^2 - h^2) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{mg}{2abh} \right) (x^2 - h^2)$$

Integrieren:

$$Q = b \int_{-h(t)}^{+h(t)} \left(\frac{1}{2\mu} \frac{mg}{2abh} (x^2 - h^2) \right) dx \quad (1)$$

$$Q = b \left[\frac{1}{6\mu} \frac{mg}{2abh} x^3 - \frac{1}{2\mu} \frac{mg}{2abh} h^2 x \right]_{-h}^h \quad (1)$$

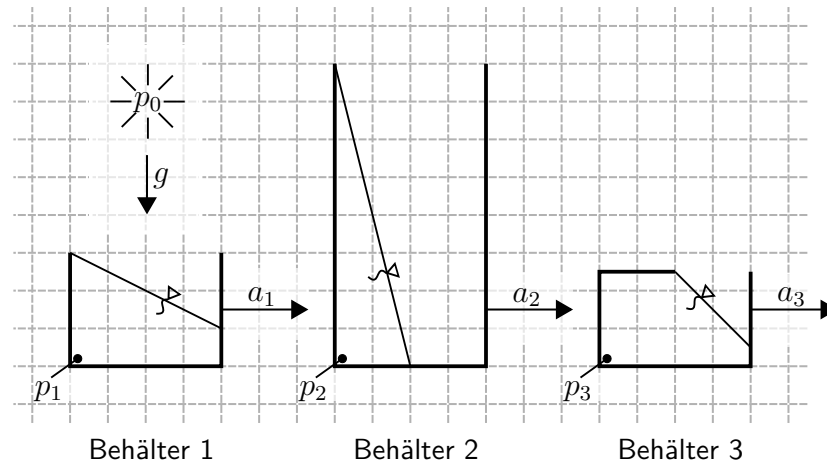
$$Q = -b \left(\frac{2}{3\mu} \frac{mg}{2abh} h^3 \right) = -\frac{2}{3\mu} \frac{mg}{2a} h^2 \quad (1)$$

Aufgabe 5 (5 Punkte)

a) Wasseroberflächen im beschleunigten Zustand:

(3)

(3)

b) $a_2 > a_3 > a_1$ (1)

(1)

c) $p_2 > p_3 > p_1$ (1)

(1)

Hinweis zur Lösung: Der Druck in den Punkten p_1, p_2, p_3 ergibt sich für Behälter 1 und 2 aus der Wasserhöhe am linken Rand und der Dichte. Für Behälter 3 ist der Schnittpunkt der verlängerten Linie der Wasseroberfläche mit der verlängerten Linie des linken Randes entscheidend. Die Höhe dieses Schnittpunktes muss hier mit der Dichte multipliziert werden.