

Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. S. Riedelbauch

Schriftliche Prüfung im Fach

# Technische Strömungslehre

Prüfungstag: 14.03.2025
Dauer der Prüfung: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht vernetzt),

alle nicht-elektronischen Hilfsmittel



Alle Aufgaben sind zu bearbeiten!

Zwischenrechnungen sind mit abzugeben, richtige Lösungen ohne Zwischenrechnungen sind ungültig!

Alle gesuchten Größen sind durch die gegebenen Größen auszudrücken!

Nur eindeutige Lösungswege werden gewertet!

### Hinweis:

Das Prüfungsergebnis wird über Campus bekannt gegeben ab:

07.04.2025

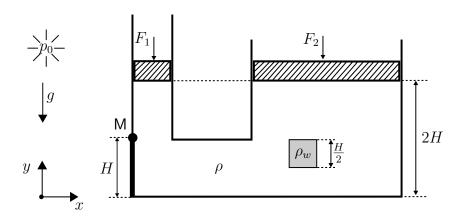
Prüfungsteilnehmende, die diese Prüfung als **Erst-** oder **Zweitwiederholungsprüfung** ablegen, sind verpflichtet ihre Note einzusehen und erforderlichenfalls bis spätestens

21.04.2025

einen Termin für die mündliche Nachprüfung zu vereinbaren.

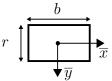
# Aufgabe 1 (18 Punkte)

Eine hydraulische Hebevorrichtung der Tiefe b besteht aus zwei masselosen Kolben, die sich in ihrem jeweiligen Hubraum ab oder auf bewegen können. Befüllt ist die Vorrichtung mit einem Öl der Dichte  $\rho$ . Zusätzlich wirken auf die Kolben die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  in negativer y-Richtung. Eine im Punkt M drehbare Klappe öffnet ab einem kritischen Moment  $M_{krit}$ . Ein Würfel der Kantenlänge  $\frac{1}{2}H$  schwebt im Öl.



Flachenträgheitsmoment:

$$I_{\bar{x}\bar{x}} = \frac{1}{12}r^3b$$
$$I_{\bar{x}\bar{y}} = \frac{1}{12}rb^3$$



#### **Annahmen:**

• Die Flüssigkeit ist inkompressibel.

• Der sich jeweils einstellende Zustand ist stationär.

• Die Klappe schließt im geschlossenen Zustand dicht ab.

### Gegeben:

Kolbenfläche:  $A_1 = A, A_2 = 4A$  Höhe: H

Umgebungsdruck:  $p_0$  Erdbeschleunigung: g Behälter- und Klappentiefe: b Kritisches Moment:  $M_{krit}$ 

Dichte:  $\rho$ 

Zunächst sei  $F_1 = F_2 = 0$ .

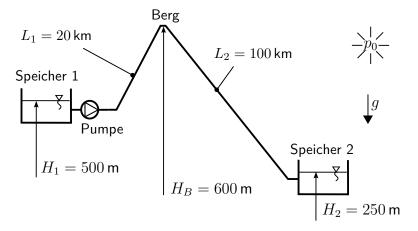
- a) Berechnen Sie die auf den Würfel wirkende Auftriebskraft und dessen Dichte  $\rho_w$ .
- b) Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Druckkraft  $F_p$  auf die Klappe.
- c) Berechnen Sie das von der Druckkraft  $F_p$  erzeugte Moment um den Drehpunkt M.

Nun wirke die Kraft  $F_1 \neq 0$ . Die Positionen der Kolben und des Würfels bleiben gleich.

- d) Wie verändern sich die auf die Ober- und Unterseite des Würfels wirkenden Druckkräfte und die Auftriebskraft?
- e) Skizzieren Sie den Druckverlauf über die linke und rechte Seite der Klappe und geben Sie die charakteristischen Werte an.
- f) Berechnen Sie die Kraft  $F_2$  in Abhängigkeit von  $F_1$ , damit das System im Ruhezustand ist.
- g) Bestimmen Sie die Kraft  $F_1$ , bei der sich die Klappe öffnet.

# Aufgabe 2 (20 Punkte)

Wasser wird mit einem konstanten Volumenstrom Q von einem Speicher 1 über einen Berg in den Speicher 2 gepumpt.



### Annahmen:

- Der Wasserspiegel in den Speichern ist konstant.
- Reibungsverluste des Freistrahls an der Luft sind zu vernachlässigen.
- Einström- und Krümmerverluste sind zu vernachlässigen.

### Gegeben:

 $\begin{array}{lll} \mbox{Volumenstrom: } Q=2\pi\,\frac{\mbox{m}^3}{\mbox{s}} & \mbox{Dichte Wasser: } \rho=1000\,\frac{\mbox{kg}}{\mbox{m}^3} \\ \mbox{Rohrdurchmesser: } D=2\,\mbox{m} & \mbox{Umgebungsdruck: } p_0=1\,\mbox{bar} \\ \mbox{kin. Viskosit\"at Wasser: } \nu=10^{-6}\,\frac{\mbox{m}^2}{\mbox{s}} & \mbox{Dampfdruck: } p_{vap}=2300\,\mbox{Pa} \\ \mbox{Wandrauhigkeit: } k=10\,\mbox{mm} & \mbox{Erdbeschleunigung: } g=9.81\,\frac{\mbox{m}}{\mbox{s}^2} \\ \mbox{Wirkungsgrad Pumpe: } \eta_P=0.85 & \mbox{Wirkungsgrad Turbine: } \eta_T=0.9 \\ \end{array}$ 

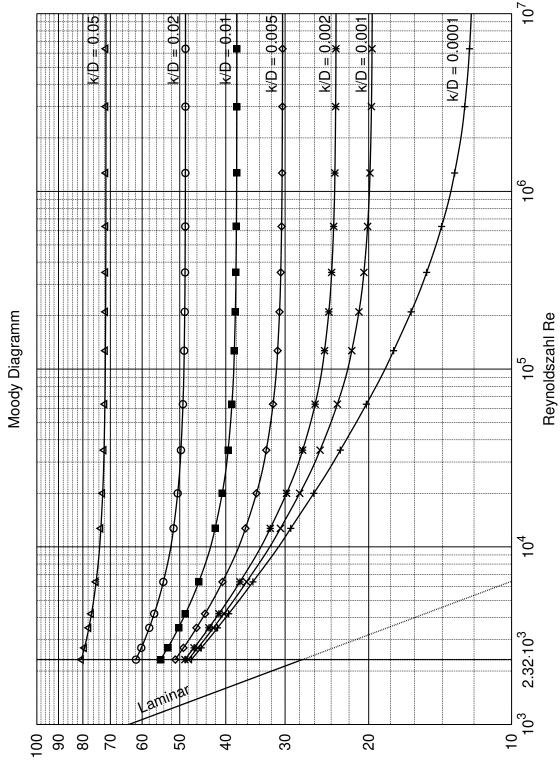
- a) Bestimmen Sie die Strömungsgeschwindigkeit v sowie die Rohrreibungszahl  $\lambda$  unter Verwendung des beiliegenden Moody-Diagramms.
- b) Bestimmen Sie die notwendige Förderhöhe  $h_P$  um den Volumenstrom von Speicher 1 nach Speicher 2 zu pumpen und die dafür nötige Wellenleistung  $P_P$  der Pumpe.

Damit der Dampfdruck auf dem Berg nicht unterschritten wird  $(p_B>p_{vap})$ , muss das Druckniveau erhöht werden. Zur Energierückgewinnung wird eine Turbine unmittelbar vor dem Speicher 2 eingebaut. Der Volumenstrom kann für c), d) und e) als konstant angenommen werden.

- c) Bestimmen Sie die notwendige Förderhöhe  $h_{P,neu}$  und Wellenleistung  $P_{P,neu}$  der Pumpe für diese Vorraussetzung.
- d) Bestimmen Sie die Wellenleistung  $P_T$ , die mit der Turbine gewonnen werden könnte, unter der Bedingung von Aufgabenteil c).

Im Folgenden sperrt die Turbine vollständig und die Leitung 2 bricht auf der Höhe  $H_2$ , unmittelbar vor der Turbine . Das Wasser schießt durch ein Leck in einer Fontäne senkrecht nach oben. Der Verlust an der Leckagestelle sei  $\Delta h = 20\,\mathrm{m}$ .

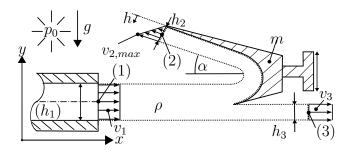
e) Bestimmen Sie die sich einstellende Höhe der Fontäne.



Rohrreibungszahl A · 1000

# Aufgabe 3 (20 Punkte)

Ein Flüssigkeitsstrahl mit einer Dichte  $\rho$  tritt mit konstanter Geschwindigkeit  $v_1$  aus einer quadratischen Düse an der Position (1) aus. Der Strahl trifft dabei auf eine Umlenkvorrichtung, welche in y-Richtung verstellbar ist und den Strahl in zwei Teilströme aufteilt. In dem umgelenkten Strahl (2) lässt sich die Strömung durch ein lineares Geschwindigkeitsprofil  $v_2(h)$  beschreiben. Der zweite Teilstrahl (3) wird nicht abgelenkt und behält eine konstante Geschwindigkeit  $(v_3)$  über seinen Querschnitt bei, wobei die Höhe des Querschnitts  $h_3$  variabel ist.



#### **Annahmen:**

- Die Strömung ist stationär und inkompressibel.
- Volumenkräfte im Fluid sind zu vernachlässigen.
- Die Strahlbreite (senkrecht zur Zeichnungsebene) bleibt konstant.
- Die Aufteilung des Strahles erfolgt verlustfrei.
- Die Reibung des Freistrahls an der Luft ist zu vernachlässigen.
- Der Druck ist über den jeweiligen Querschnitt konstant.

#### Gegeben:

Geschwindigkeit:  $v_1$  Kantenlänge quadratische Düse:  $h_1$ 

Erdbeschleunigung: g Dichte:  $\rho$ 

Winkel:  $\alpha$  Masse Umlenkvorrichtung: m

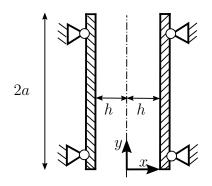
- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit  $v_3$  an der Stelle (3).
- b) Berechnen Sie das Geschwindigkeitsprofil  $v_2(h)$  in Abhängigkeit der unbekannten Strahlhöhe  $h_2$  und der maximalen Geschwindigkeit  $v_{2,max}$ .
- c) Berechnen Sie die Strahlhöhe  $h_2$  an der Position (2), in Abhängigkeit von  $h_3$  und  $v_{2,max}$ .

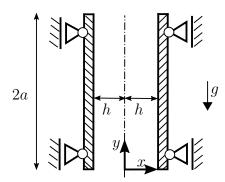
Im Folgenden wird die Umlenkschaufel fixiert, wodurch sich die Strahlhöhe  $h_2$  einstellt. Die Größen  $h_2$ ,  $h_3$  und  $v_{2,max}$  gelten als gegeben, die Reibung zwischen Umlenkvorrichtung und Strahl wird vernachlässigt. Das Geschwindigkeitsprofil  $v_2(h)$  bleibt dabei linear.

- d) Geben Sie die Geschwindigkeitsvektoren  $\underline{v}_1$ ,  $\underline{v}_2(h)$  und  $\underline{v}_3$  an.
- e) Berechnen Sie mit einer Impulsbilanz am eingezeichneten Kontrollvolumen den Vektor der Stützkraft  $\underline{F}_S$  in Abhängigkeit von der Druckkraft auf die freien Oberflächen  $\underline{F}_A$ .
- f) Bestimmen Sie mithilfe eines Kräftegleichgewichts an der Umlenkschaufel den Kraftvektor  $\underline{F}_U$ , der von der Befestigung der Umlenkschaufel aufgebracht werden muss.
- g) Bestimmen Sie den Umlenkwinkel  $\alpha$ , sodass  $F_{U,y}=2mg$  gilt.

# Aufgabe 4 (19 Punkte)

In einem Spalt zwischen zwei planparallelen Platten der Masse m befindet sich eine zähe Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität  $\mu$  und der konstanten Dichte  $\rho$ . Aufgrund eines Druckunterschiedes  $\frac{\partial p}{\partial y}$  strömt Flüssigkeit in positive y-Richtung durch den Spalt der Höhe 2h.





#### **Annahmen:**

Die Strömung ist stationär, laminar, homogen, inkompressibel und voll ausgebildet.

• Einlauf- und Randeffekte sind zu vernachlässigen.

• Die Druckverteilung ist in y-Richtung linear.

Der Druck ist über den jeweiligen Querschnitt konstant.

### Gegeben:

Spalthöhe:  $2h \ll a$  Länge: 2a

Spaltbreite: b Dynamische Viskosität:  $\mu$  Erdbeschleunigung: g Masse pro Platte: m

Die Platten sind zunächst in y-Richtung fixiert (linke Skizze). Der Einfluss der Schwerkraft auf die Platten und die Flüssigkeit ist zu vernachlässigen.

a) Geben Sie die entsprechend vereinfachte Impulsgleichung in y-Richtung an.

b) Geben Sie die Randbedingung für die Spaltwände an.

- c) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung v(x) in Abhängigkeit von x, h,  $\mu$  und dem unbekannten Druckgradient  $\frac{\partial p}{\partial u}$ .
- d) Skizzieren Sie die Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilung. Geben sie die charakteristischen Werte an.

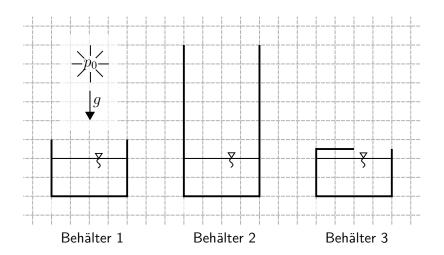
Die Platten sind nun in y-Richtung losgelagert (rechte Skizze). Der Einfluss der Schwerkraft auf die Platten und die Flüssigkeit ist nun zu berücksichtigen. (Hinweis: g ist als negativer Zahlenwert zu betrachten). Die Geschwindigkeitsverteilung ist gegeben als:

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \right) (x^2 - h^2)$$

e) Berechnen Sie den Druckgradienten  $\frac{\partial p}{\partial y}$  und den sich einstellenden Volumenstrom, damit die Platten in derselben Position bleiben.

# Aufgabe 5 (5 Punkte)

Drei unterschiedliche Behälter sind mit Wasser gefüllt. Die Wasseroberfläche in den jeweiligen Behältern ist für den Ruhezustand der Behälter in der nachfolgenden Skizze eingezeichnet.



#### **Annahmen:**

- Das Wasser ist inkompressibel.
- Der sich jeweils einstellende Zustand ist stationär.

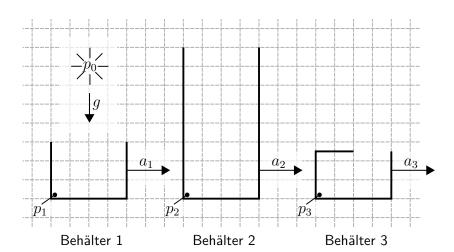
### Gegeben:

Umgebungsdruck:  $p_0$ 

Erdbeschleunigung: *g* 

Die Behälter werden nun jeweils so stark nach rechts beschleunigt, dass gerade noch keine Flüssigkeit verloren geht.

a) Zeichnen Sie für die drei Behälter die Wasseroberfläche für den beschriebenen beschleunigten Zustand ein.



- b) Sortieren Sie die drei Behälter nach der maximal möglichen Beschleunigung, bei der kein Wasser verloren geht.
- c) Sortieren Sie die Drücke  $p_1, p_2, p_3$  der Größe nach.

# Aufgabe 1 (18 Punkte)

a) Berechnen der Auftriebskraft  $F_{Auftrieb}$  auf den Würfel.

$$F_{Auftrieb} = \frac{\rho g H^3}{8}$$

Die Dichte  $\rho_w$  entspricht der Dichte  $\rho$  damit der Würfel in Öl schweben kann.

b)

$$F_p = p_G A = \frac{3}{2} \rho g H^2 b$$

c) Hebelarm:

$$l_p = \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{p_G A} I_{\tilde{x}\tilde{x}}$$

$$= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{\rho g \frac{3H}{2} H b} \frac{1}{12} H^3 b$$

$$= \frac{5}{9} H$$

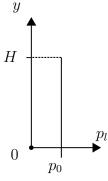
Resultierendes Moment:

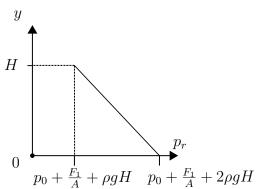
$$M_p = F_p l_p$$

$$= \frac{3}{2} \rho g H^2 b \frac{5}{9} H$$

$$= \frac{5}{6} \rho g H^3 b$$

- d)  $F_o$  und  $F_u$  sind größer.  $F_{Auftrieb}$  bleibt gleich.
- e) Druckverlauf:





f) 
$$p_0 + \frac{F_1}{A} = p_0 + \frac{F_2}{4A}$$
 
$$F_2 = 4F_1$$

g) Druckkraft:

$$F_p = p_G A = \left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2}\rho gH\right)Hb$$

Hebelarm:

$$\begin{split} l_p &= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{p_G A} I_{\tilde{x}\tilde{x}} \\ &= \frac{H}{2} + \frac{\rho g}{\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2}\rho gH\right) H b} \frac{1}{12} H^3 b \end{split}$$

Klappe öffnet ab einem kritischen Moment  $M_{krit}$ :

$$\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2}\rho gH\right)Hb\left(\frac{H}{2} + \frac{\rho g}{\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2}\rho gH\right)Hb}\frac{1}{12}H^3b\right) \stackrel{!}{=} M_{krit}$$

$$\left(\frac{F_1}{A} + \frac{3}{2}\rho gH\right)\frac{H^2b}{2} + \frac{\rho gH^3b}{12} = M_{krit}$$

$$F_1 = \frac{2AM_{krit}}{H^2b} - \frac{5}{3}\rho gHA$$

# Aufgabe 2 (20 Punkte)

a) Strömungsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{Q}{A} = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Bestimmung von  $\lambda$ :

Re = 
$$\frac{vD}{\nu} = 4 * 10^6$$
  $\frac{k}{D} = \frac{10 \text{ mm}}{2000 \text{ mm}} = 0,005$   $\Rightarrow \lambda = 0.03$ 

b) Energiegleichung von Speicher 1 nach Speicher 2:

$$\frac{p_0}{\rho g} + H_1 = \frac{p_0}{\rho g} + H_2 + \left(\lambda \left(\frac{L_1 + L_2}{D}\right) + 1\right) \frac{v^2}{2g} - h_P$$

$$h_P = 117,18 \,\text{m}$$

$$P_P = \frac{\rho g Q h_P}{\eta_P} = 8,5 \,\text{MW}$$

c) Energiegleichung von Speicher 1 nach Berg:

$$\frac{p_0}{\rho g} + H_1 = \frac{p_B}{\rho g} + H_B + \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{L_1}{D} \frac{v^2}{2g} - h_P \qquad \text{mit } p_B = p_{vap}$$

$$h_P = 151,4 \text{ m}$$

$$P_P = \frac{\rho g Q h_P}{\eta_P} = 11 \text{ MW}$$

d) Energiegleichung von Berg nach Speicher 2 (optional auch von Speicher 1 nach 2):

$$\frac{p_B}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + H_B = \frac{p_0}{\rho g} + H_2 + \left(\lambda \frac{L_2}{D} + 1\right) \frac{v^2}{2g} + h_T$$

$$h_T = 34.2 \text{ m}$$

$$P_T = \eta_T \rho g Q h_T = 1.9 \text{ MW}$$

Alternativ:

$$P_T = (11\text{MW} - 8.5\text{MW}) \eta_P \eta_T = 1.9 \text{MW}$$

e) Energiegleichung von Berg über Leckage zur Oberseite der Fontäne (optional auch von Speicher 1 nach 2):

$$\frac{p_B}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+H_B=\frac{p_0}{\rho g}+H_F+\lambda\frac{L_2}{D}\frac{v^2}{2g}+\Delta h$$
 
$$H_F=264,4\,\mathrm{m(bezogen~auf~NN)}$$
 oder  ${H_F}'=14,4\,\mathrm{m(bezogen~auf~die~Leckstelle)}$ 

# Aufgabe 3 (20 Punkte)

a) Energiebilanz von (1) nach (3):

$$p_0 + \frac{\rho}{2}v_1^2 = p_0 + \frac{\rho}{2}v_3^2$$
$$v_3 = v_1$$

b) Lineare Gleichung:

$$v_2(h) = mh + c$$

Randbedingungen:

$$v_2(0) = 0$$
$$v_2(h_2) = v_{2,max}$$

Damit ergibt sich für das lineare Geschwindigkeitsprofil:

$$v_2(h) = v_{2,max} \frac{h}{h_2}$$

c) Konti:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$h_1^2 v_1 = \frac{v_{2,max}}{2} h_1 h_2 + h_1 h_3 v_1$$

Daraus erhält man die Strahlhöhe  $h_2$ :

$$h_2 = \frac{2v_1(h_1 - h_3)}{v_{2,max}}$$

d)

$$\underline{v}_1 = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_2(h) = v_{2,max} \frac{h}{h_2} \begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_3 = v_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e) Impulsbilanz am Kontrollvolumen:

$$\rho h_1^2 \underline{v}_1(\underline{v}_1 \cdot \underline{n}_1) + \rho h_1 \int_0^{h_2} \underline{v}_2(\underline{v}_2 \cdot \underline{n}_2) dh + \rho h_1 h_3 \underline{v}_3(\underline{v}_3 \cdot \underline{n}_3) = \underline{F}_S + \underline{F}_A$$

$$\rho h_1^2 \underline{v}_1^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 \frac{\underline{v}_{2,max}^2}{h_2^2} \frac{h_2^3}{3} \begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} + \rho h_1 h_3 \underline{v}_3^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{F}_S + \underline{F}_A$$

$$\underline{F}_S = -\underline{F}_A + \rho h_1^2 \underline{v}_1^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 \frac{h_2}{3} \underline{v}_{2,max}^2 \begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} + \rho h_1 h_3 \underline{v}_1^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

f) Kräftegleichgewicht an der Umlenkschaufel:

$$\underline{F}_K + \underline{F}_P + \underline{F}_G + \underline{F}_U = \underline{0}$$

Umstellen und Einsetzen von  $\underline{F}_K = -\underline{F}_S$  sowie  $\underline{F}_P = -\underline{F}_A$  ergibt:

$$\underline{F}_U = \underline{F}_S + \underline{F}_A - \underline{F}_G$$

Für die Gewichtskraft gilt:

$$\underline{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

Durch Einsetzen erhält man für  $\underline{F}_U$ :

$$\underline{F}_{U} = \rho h_1^2 v_1^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 h_3 v_1^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ mg \end{pmatrix}$$

g) Es muss gelten:

$$F_{U,y} \stackrel{!}{=} 2mg$$
 
$$2mg = \rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \sin \alpha + mg$$
 
$$\rho h_1 \frac{h_2}{3} v_{2,max}^2 \sin \alpha = mg$$

Somit ergibt sich:

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{3mg}{\rho h_1 h_2 v_{2,max}^2} \right)$$

# Aufgabe 4 (19 Punkte)

a) Impulsgleichung in Y-richtung:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial(\rho v v)}{\partial y}}_{=0} = \underbrace{\rho g_y}_{=0} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial y}}_{=0} + \mu \left(\underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}_{=0}\right)$$
$$\underbrace{\frac{\partial p}{\partial y}}_{=0} = \mu \underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}_{=0}$$

b) Randbedingungen:

c) 
$$v(x=h)=0 \qquad | \qquad v(x=-h)=0$$
 
$$\frac{\partial p}{\partial y}=\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$
 
$$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y}x+C_1$$

Bei doppelter Integration ergibt sich:

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} x^2 + C_1 x + C_2$$

Mit Randbedingungen  $v(x = \pm h) = 0$ :

$$C_1 = 0$$

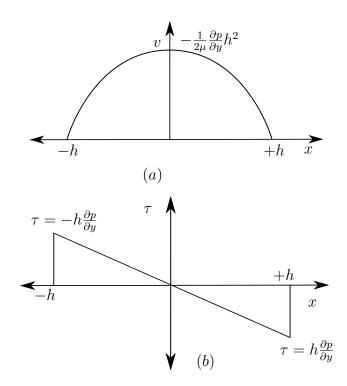
$$C_2 = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} h^2$$

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} (x^2 - h^2)$$

d) Schubspannungsverteilung:

$$\tau(x) = \mu \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} x$$
$$\tau(h) = \frac{\partial p}{\partial y} h$$
$$\tau(-h) = \frac{\partial p}{\partial y} (-h)$$

Geschwindigkeits und Schubspannungsverteilung:



e) Schubspannungsverteilung:

$$\tau(x) = \mu \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g\right) x$$

Übertragene Kraft auf rechte Platte:

$$F_{\tau,r} = \tau(h) \cdot A \cdot n = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g\right) h \cdot 2ab \cdot (-1)$$

Übertragene Kraft auf linke Platte:

$$F_{\tau,l} = \tau(-h) \cdot A \cdot n = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g\right) (-h) \cdot 2ab \cdot (1)$$

Gleichsetzen von Reibungskraft der Flüssigkeit und Gewichtskraft der Platten.

$$F_{\tau,r} + F_{\tau,l} = -2mg$$
$$-4ab\left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g\right)h = -2mg$$

Umformen:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{2mg}{4abh} + \rho g$$

Berechnen des Volumenstroms: Einsetzen des Druckgradienten in Geschwindigkeitsverteilung:

$$v(x) = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{2mg}{4abh} + \rho g - \rho g \right) (x^2 - h^2) = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{mg}{2abh} \right) (x^2 - h^2)$$

Integrieren:

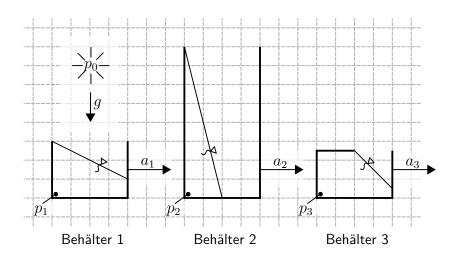
$$Q = b \int_{-h(t)}^{+h(t)} \left( \frac{1}{2\mu} \frac{mg}{2abh} (x^2 - h^2) \right) dx$$

$$Q = b \left[ \frac{1}{6\mu} \frac{mg}{2abh} x^3 - \frac{1}{2\mu} \frac{mg}{2abh} h^2 x \right]_{-h}^{h}$$

$$Q = -b \left( \frac{2}{3\mu} \frac{mg}{2abh} h^3 \right) = -\frac{2}{3\mu} \frac{mg}{2a} h^2$$

# Aufgabe 5 (5 Punkte)

a) Wasseroberflächen im beschleunigten Zustand:



- b)  $a_2 > a_3 > a_1$
- c)  $p_2 > p_3 > p_1$

Hinweis zur Lösung: Der Druck in den Punkten  $p_1,p_2,p_3$  ergibt sich für Behälter 1 und 2 aus der Wasserhöhe am linken Rand und der Dichte. Für Behälter 3 ist der Schnittpunkt der verlängerten Linie der Wasseroberfläche mit der verlängerten Linie des linken Randes entscheidend. Die Höhe dieses Schnittpunktes muss hier mit der Dichte multipliziert werden.