

# 変分法に基づく改良型 PIC/FLIP による 3 次元流体解析の境界条件処理に関する研究

Boundary condition treatment in three-dimensional fluid analysis  
using an improved variational PIC/FLIP Method

岡本 連太郎 \*

Rentaro Okamoto

\*応用力学講座

## 1. 序論

流体の解析手法は格子法と粒子法に大別される。格子法と粒子法のハイブリッド手法である PIC/FLIP(Particle-In-Cell/Fluid-Implicit-Particle)<sup>1)</sup> を改良することが本研究の目的である。PIC/FLIP は、流体を表す移動可能な流体粒子と、空間に設定された格子上の点 (ノード) を用いる手法である。ノードで更新された物理量を流体粒子に補間し、その物理量により流体粒子を動かすことで流体の運動を表現する。

PIC/FLIP の利点として、格子法の安定性と粒子法の自由表面追跡能力を兼ね備えていることが挙げられる。しかし、PIC/FLIP には以下のような課題がある。まず、非圧縮性条件を  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$  で定式化した場合、流体領域のトポロジーが変化するようなセルで非物理的に圧力が上昇する。次に、流体粒子が初期配置を維持したまま移動することで、粒子が存在しない空のセルが発生する問題がある。本研究では、これらの課題を解決するために、変分法に基づく圧力 Poisson 方程式の導出と、Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH)<sup>2)</sup> の圧力勾配モデルの導入を提案する。

## 2. 数値計算法

### (1) GIMP を用いた補間

流体粒子からノードへの物理量の補間に、Generalized Interpolation Material Point Method(GIMP)<sup>3)</sup> を用いることで、流体粒子がセルを跨いで移動した際の不連続な補間値の変化を抑制する (図-1)。

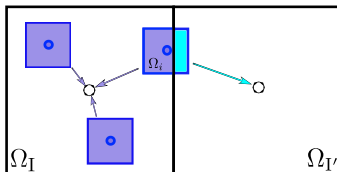


図-1 uniformGIMP の物理量補間

### (2) 変分法に基づく圧力 Poisson 方程式の導出

深川らによる散逸系の変分原理<sup>4)</sup> を参照して、運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー  $U$ 、内部エネルギー  $e$  で構成されたラグランジアン  $\mathcal{L}$  を次で与える。

$$\mathcal{L}[\mathbf{x}, \mathbf{v}, e] = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2 - U - \rho e \right) dV \quad (1)$$

$e$  は熱流がない場合の次の内部エネルギー式

$$\int_{\Omega} \left( \rho \frac{De}{Dt} + \mathbf{t} : \mathbf{d} \right) dV = 0 \quad (2)$$

と、 $n+1$  ステップ目の圧力ノード  $I$  の体積  $V_I^{n+1}$  についての非圧縮性条件

$$V_I^{n+1} \leq V_0 \quad (3)$$

を拘束条件として、式 (1) の作用  $\mathcal{I}$  の停留値条件を未定乗数法を用いて求める。ただし、 $V_0$  はセル体積である。この変分法で得られる圧力 Poisson 方程式により、自由表面近くのノードについて、明示的な処理をしなくても、圧力が 0 に近づく。

### (3) SPH の圧力勾配モデル

非圧縮性条件下の SPH の圧力勾配

$$\langle \nabla p \rangle_i = \sum_j (p_j + p_i) \nabla W_{ij} V_j \quad (4)$$

を用いて、流体粒子  $i$  の速度を更新する。ただし、壁面近くの流体粒子は、圧力勾配の壁寄与分を投影による壁境界積分を用いて評価する。これにより、容器角部において圧力勾配をより正確に評価できる<sup>5)</sup>。

## 3. 解析例

本研究で用いた手法の妥当性と有効性を検証した。

### (1) キャビティ流れ

Ghia らによる解析結果<sup>6)</sup> と、提案手法による解析結果を比較する。図-2 で示すように、正方形容器に流体を満たし、上辺に一定流速  $U$ 、それ以外の辺は流速 0 の境界条件を課す。定常状態の容器の中心線上の流速分布を取得する。

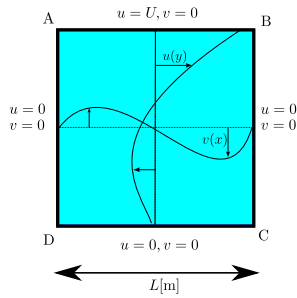


図-2 境界条件と測定する流速分布

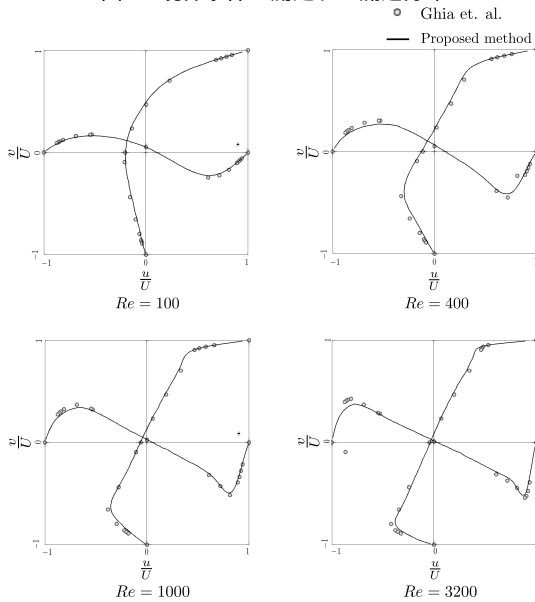


図-3 キャビティ流れの解析結果

辺 BC, CD, DA の壁面近くの流速分布は, Ghia らの解析結果よりも流速が小さくなっている。

## (2) 障害物ありダムブレイク

Kleefsman らによるダムブレイクの実験結果<sup>7)</sup>と比較する。図-4 に初期状態と、障害物上に設置された圧力計測点の配置を示す。圧力計測点における圧力推移について、実験値と本研究で提案した手法による解析結果を比較する。

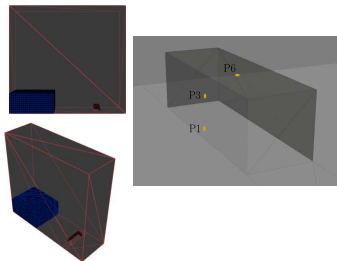


図-4 初期配置と圧力測定する点 P1,P3,P6

図-5 の解析結果より、圧力推移の概形は実験値と一致する。全体として実験値よりも圧力が大きいのは、滑りあり条件で解析したことが要因だと考える。

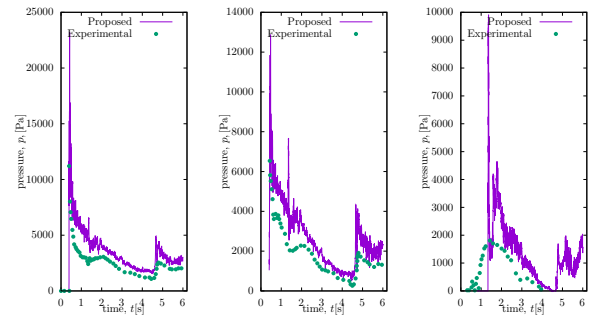


図-5 ダムブレイク圧力推移 (左:P1, 中央:P3, 右:P6)

## 4. 結論

まず、変分法により、明示的な自由表面判定を行わずに、スタッガード格子上的非圧縮性粘性流体の支配方程式と圧力 Poisson 方程式を導出した。その際、非圧縮性条件は  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$  ではなく、セル体積の不等式制約を用いた。次に、SPH の圧力勾配モデルを導入することで、SPH の圧力勾配により流体粒子の不均一な分布を抑制した。

この提案手法を用いて、キャビティ流れ、ダムブレイクの先行研究と比較した結果、次のように考察した。1 セルあたりの流体粒子の配置数を大きくすること、圧力 Poisson 方程式に緩和係数を導入することが、圧力振動を抑制する効果を有する。緩和係数の導入により、僅かな非圧縮性を許容することになり、誤差の原因になると考える。

## 参考文献

- 1) Zhu, Y. and Bridson, R.: Animating sand as a fluid, *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, SIGGRAPH '05, New York, NY, USA, Association for Computing Machinery, p. 965–972, 2005.
- 2) Gingold, R. A. and Monaghan, J. J.: *Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars*, 1977.
- 3) Bardenhagen, S. G. and Kober, E. M.: The Generalized Interpolation Material Point Method, *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 5, No. 6, pp. 477–496, 2004.
- 4) 深川宏樹, Hiroki, F.: 散逸系の変分原理, 日本物理学会誌, Vol. 72, No. 1, pp. 34–38, 2017.
- 5) 松永拓也, Takuya, M., 柴田和也, Kazuya, S., 越塚誠一, Seichi, K.: MPS 法における境界積分を用いたポリゴン壁境界表現, 日本機械学会論文集, Vol. 84, No. 864, pp. 18–00197, 2018.
- 6) Ghia, U., Ghia, K. and Shin, C.: High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, No. 3, pp. 387–411, 1982.
- 7) Kleefsman, K., Fekken, G., Veldman, A., Iwanowski, B. and Buchner, B.: A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, No. 1, pp. 363–393, 2005.

修士論文指導教員

西藤潤准教授

Abbas Khayyer 准教授