

# Trabajo Práctico Complejidad

## 1. Demuestre que $6n^3 \neq O(n^2)$ .

Para demostrar esta desigualdad vamos a suponer que  $6n^3 = O(n^2)$ .

Esto quiere decir que existe una constante  $C$  y un número  $m$  tal que:

$$6n^3 < C \cdot n^2 \text{ para todo } n \geq m$$

Si  $n \neq 0$  entonces la desigualdad queda como:

$$6n < C$$

En esta expresión podemos ver que mientras  $n$  aumenta  $C$  tendría que también aumentar para mantener la desigualdad, contradiciendo que  $C$  sea una constante, por lo que se llega a la contradicción

Queda demostrado que  $6n^3 \neq O(n^2)$ .

## 2. ¿Cómo sería un array de números (mínimo 10 elementos) para el mejor caso de la estrategia de ordenación Quicksort( $n$ ) ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

## 3.Cuál es el tiempo de ejecución de la estrategia Quicksort( $A$ ), Insertion-Sort( $A$ ) y Mergesort( $A$ ) cuando todos los elementos del array $A$ tienen el mismo valor?

El tiempo del quicksort en un caso donde la lista tenga todos los elementos iguales es de  $O(n^2)$

El tiempo del Insertion-Sort en un caso donde la lista tenga todos los elementos iguales es de  $O(n^2)$

El Mergesort siempre será de  $\Theta(n \log n)$

4. Código

5. Código

6. Investigar otro algoritmo de ordenamiento como BucketSort, HeapSort o RadixSort, brindando un ejemplo que explique su funcionamiento en un caso promedio. Mencionar su orden y explicar sus casos promedio, mejor y peor.

El algoritmo investigado es el Heap Sort, el cual su método de ordenamiento se basa en crear "heaps", los cuales son estructuras que pueden ser representadas como un binary tree pero son implementados como listas.

Su complejidad es de  $\Theta(n \log n)$  en todos sus casos

7. A partir de las siguientes ecuaciones de recurrencia, encontrar la complejidad expresada en  $\Theta(n)$  y ordenarlas de forma ascendente respecto a la velocidad de crecimiento. Asumiendo que  $T(n)$  es constante para  $n \leq 2$ . Resolver 3 de ellas con el método maestro completo:  $T(n) = a T(n/b) + f(n)$  y otros 3 con el método maestro simplificado:  $T(n) = a T(n/b) + n^c$

$$7. a) T(n) = 2T(n/2) + n^2$$

$$a=2, b=2, c=2, f(n)=n^2$$

$$\log_2 2 = \log_2 2 = 1$$

$$\text{Caso 1: } n^{2+\epsilon}, \epsilon > 0 \quad \times, f(n) = n^2 > n^{2+\epsilon}$$

$$\text{Caso 2: } n^1 \quad \times, f(n) > n$$

$$\text{Caso 3: } n^{1+\epsilon}, \epsilon > 0 \quad \checkmark, f(n) = n^2 = n^{1+\epsilon}, \epsilon = 1$$

$$2f\left(\frac{n}{2}\right) \leq cn^2; 2 \cdot \frac{n^2}{4} \leq cn^2; \frac{n^2}{2} \leq cn^2 \quad \text{por } c = \frac{3}{4} \text{ se cumple}$$

Por ende

$$T(n) = \Theta(n^2)$$

$$b) T(n) = 2T(n/10) + n$$

$$a=2, b=10, c=1, f(n)=n$$

$$\log_{10} 2 \approx 1.99$$

$$\text{Caso 1: } n^{1.99+\epsilon}, \epsilon > 0 \quad \checkmark, f(n) = n = n^{1.99+\epsilon}, \epsilon = 0.99$$

$$T(n) = O(n^{1.99})$$

$$c) T(n) = 16T(n/4) + n^2$$

$$a=16, b=4, c=2, f(n)=n^2$$

$$\log_4 16 = 2$$

$$\text{Caso 1: } n^{2+\epsilon}, \epsilon > 0 \quad \times, f(n) = n^2 > n^{2+\epsilon}$$

$$\text{Caso 2: } n^2 \quad \checkmark, f(n) = n^2 = n^2$$

$$\text{Por el caso 2: } T(n) = (n^2 \log n)$$

$$d) T(n) = 7T(n/3) + n^2$$

$$a=7, b=3, c=2$$

$$\log_3 7 = \log_3 7 = 1.77 < c = 2$$

$$\text{Por caso 3: } T(n) = O(n^2)$$

$$e) 7T(n/2) + n^2$$

$$a = 7 \quad b = 2 \quad c = 2$$

$$\log_b a = \log_2 7 = 2,80 > c = 2$$

$$\text{por caso 1: } T(n) = O(n^{2,80})$$

$$f) T(n) = 2T(n/4) + n^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 2 \quad b = 4 \quad c = \frac{1}{2}$$

$$\log_b a = \log_4 2 = \frac{1}{2} = c = \frac{1}{2}$$

$$\text{por caso 2: } T(n) = O(n^{\frac{1}{2}} \lg n)$$