Universidade Federal de Uberlândia

Faculdade de Engenharia Elétrica

Sistemas de Controle

Professor Éder Alves de Moura

Roteiro 01a

Aluno: Renzo Prats Silva Souza

Matrícula: 11921ECP004

Uberlândia

19/03/2023

1. Henri Poincaré foi um matemático francês que contribuiu significativamente para a área de sistemas dinâmicos, um campo da matemática que estuda como os sistemas evoluem no tempo. As equações diferenciais são uma ferramenta matemática fundamental para entender sistemas dinâmicos, pois permitem descrever como uma quantidade muda em relação ao tempo.

   Poincaré foi um dos primeiros matemáticos a perceber que o estudo de sistemas dinâmicos era importante para entender não apenas a matemática pura, mas também para entender fenômenos naturais. Ele se interessou pelo problema dos três corpos, que se refere à interação gravitacional entre três corpos celestes. Este problema tem sido estudado desde o século XVII, mas até Poincaré, os matemáticos não haviam conseguido encontrar uma solução geral para ele.

   Poincaré percebeu que uma das dificuldades no estudo do problema dos três corpos era que ele não podia ser resolvido por equações diferenciais simples. Em vez disso, ele desenvolveu novas técnicas matemáticas para analisar sistemas dinâmicos, incluindo o uso de topologia e geometria para estudar órbitas em espaços de fase.

   Com suas novas técnicas, Poincaré foi capaz de mostrar que o problema dos três corpos não tinha uma solução geral simples, mas que as soluções se comportavam de maneiras interessantes e imprevisíveis. Ele descobriu que esses sistemas dinâmicos podiam ter comportamentos caóticos, que eram altamente sensíveis às condições iniciais.

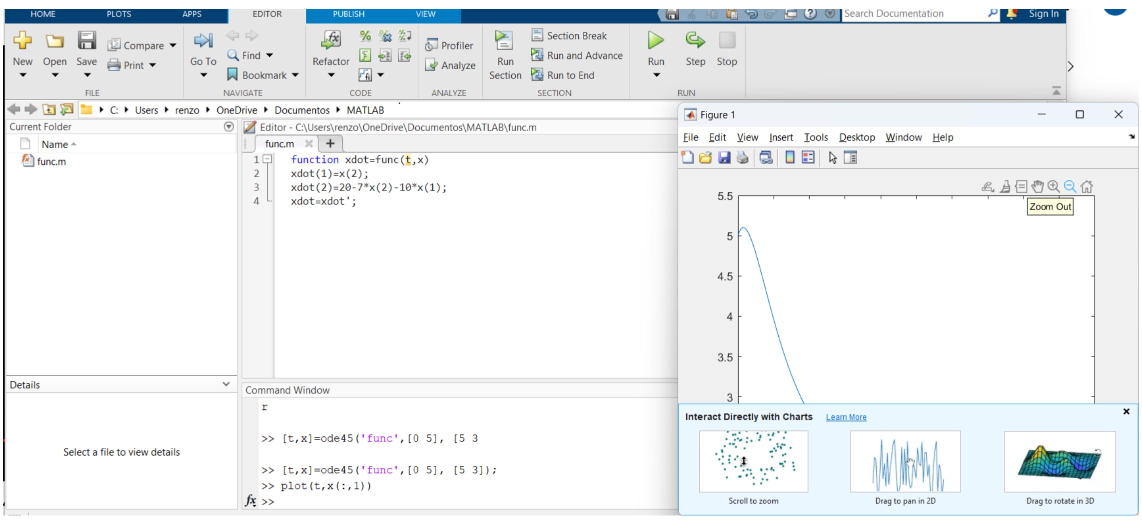
   As ideias de Poincaré sobre sistemas dinâmicos foram fundamentais para o desenvolvimento da área de sistemas dinâmicos, que hoje é uma das áreas mais importantes da matemática aplicada. As equações diferenciais continuam sendo uma ferramenta essencial para estudar sistemas dinâmicos, e muitos dos conceitos desenvolvidos por Poincaré ainda são amplamente utilizados hoje em dia.

2. a. As Equações Diferenciais Ordinárias (ODEs) e Equações Diferenciais Parciais (PDEs) são dois tipos diferentes de equações diferenciais usadas para descrever como as coisas mudam ao longo do tempo ou espaço. As ODEs são usadas para descrever como uma variável muda em relação a uma única variável independente, enquanto as PDEs descrevem como uma variável muda em relação a múltiplas variáveis independentes. As ODEs são frequentemente usadas para descrever o comportamento de um único objeto ou sistema, enquanto as PDEs são usadas para descrever sistemas com múltiplas dimensões. Essas equações são amplamente aplicadas em campos como física, química, biologia, engenharia e economia para entender o comportamento de sistemas naturais e físicos.

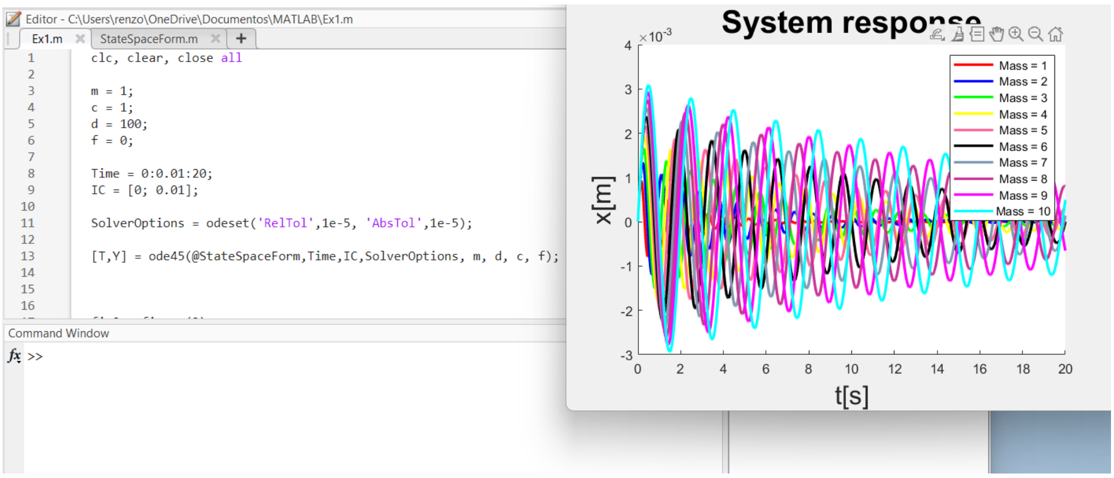
   b. Um gráfico de espaço fase é uma representação visual das possíveis trajetórias de um sistema dinâmico no espaço multidimensional. Ele pode ser usado para analisar o comportamento de um sistema ao longo do tempo e prever seu futuro. As informações que podem ser obtidas a partir do gráfico incluem a estabilidade do sistema, a existência de ciclos limites e sua sensibilidade às condições iniciais. Em suma, o gráfico de espaço fase é uma ferramenta poderosa para a análise de sistemas dinâmicos.

c. A expressão matemática e^A, onde e é a constante de Euler e A é uma matriz, representa a exponenciação de uma matriz. Esta operação é muito importante em matemática, especialmente em áreas como álgebra linear, análise e cálculo diferencial, e tem aplicações em física, engenharia, economia, entre outras áreas.
Uma das principais aplicações da exponenciação de matrizes é na resolução de sistemas diferenciais lineares. Em particular, se considerarmos um sistema de equações diferenciais lineares da forma $x'(t) = Ax(t)$, onde x é um vetor de n dimensões e A é uma matriz n x n, podemos encontrar uma solução para o sistema na forma $x(t) = e^{(At)}\, x(0)$, onde $x(0)$ é o vetor de condições iniciais. Essa solução pode ser usada para prever o comportamento do sistema ao longo do tempo.
Um exemplo de aplicação física da exponenciação de matrizes é na modelagem de processos de difusão. Considere um sistema em que uma substância se difunde em um meio poroso. Podemos modelar o processo de difusão por meio de uma equação diferencial parcial que envolve uma matriz de coeficientes de difusão. A solução para essa equação envolve a exponenciação dessa matriz, que representa a propagação da substância ao longo do tempo e do espaço.

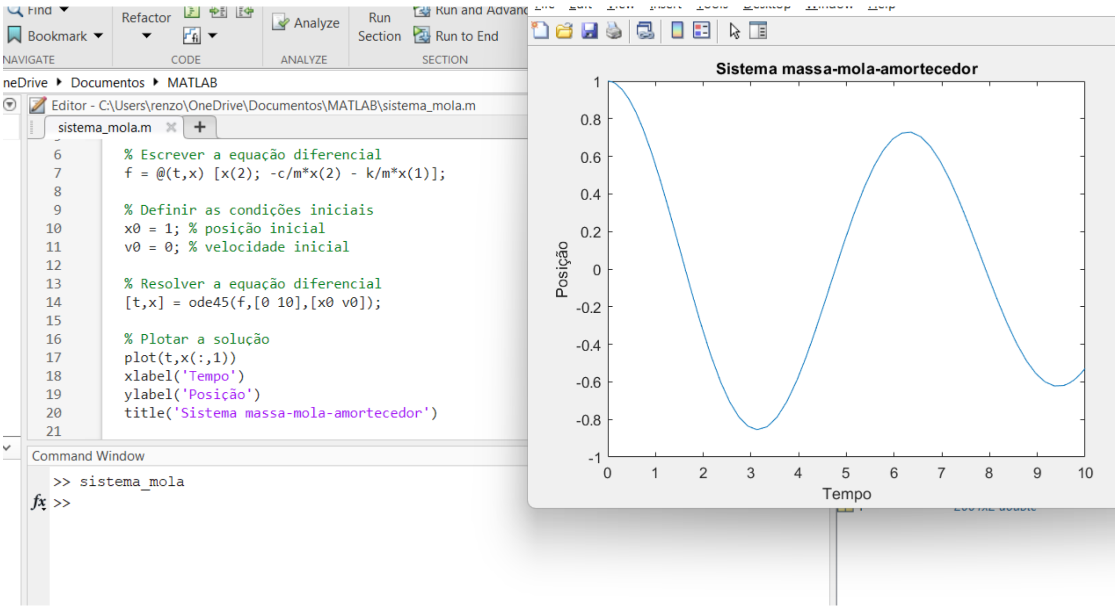
3. b-1



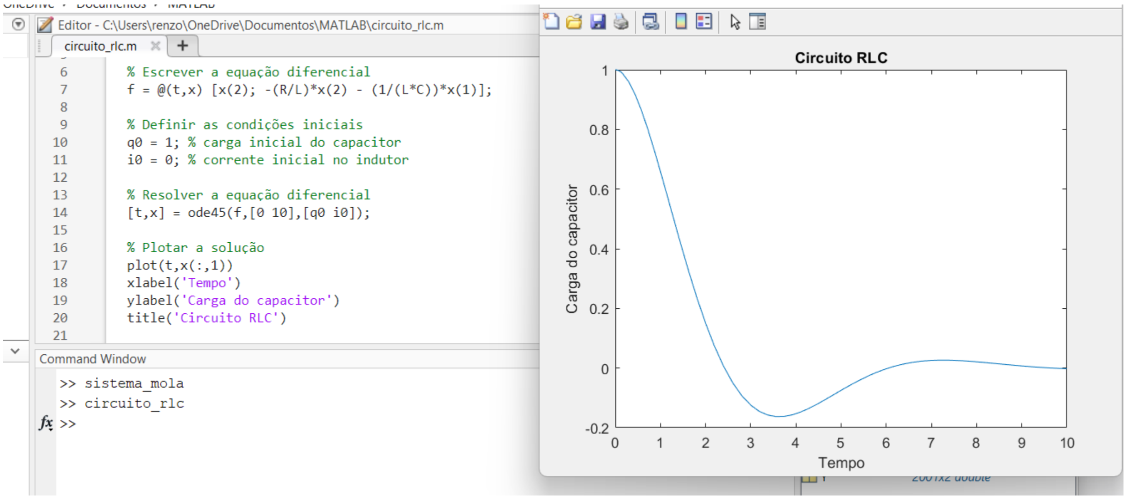
b-2



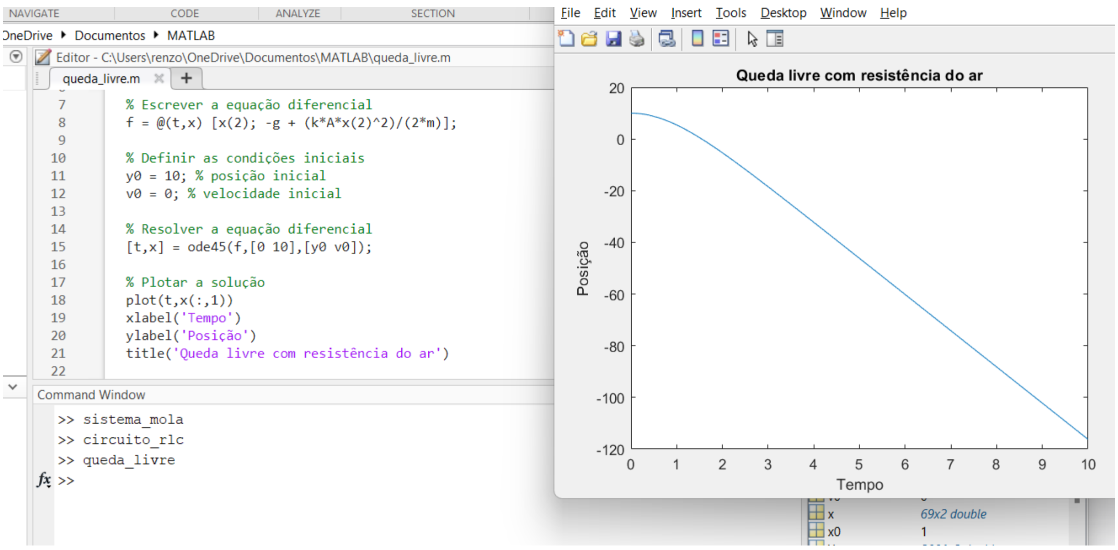
4. Exemplo 1.3 - Sistema massa, mola e amortecedor



Exemplo 1.4 - Circuito RLC



1.6 - Queda livre com resistência do ar



Exemplo 1.7 - Pêndulo