МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и информационных систем

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра автоматики и телемеханики

Расчетная графическая работа №3
по теме
«Переходные процессы в линейных электрических цепях»

Вариант 6

Выполнил:

студент гр. УТб-1301-02-00

Ердяков Р.А.

Проверил:

Вахрушев В.Ю.

Цель работы: освоить основы работы с линейными электрическими ветвями при переходных процессах, применив классический и операторный методы.

Задание: определить закон изменения во времени тока после коммутации в одной из ветвей классическим и операторным методами.

1 Классический метод

Электрическая цепь представлена на рисунке 1.1.

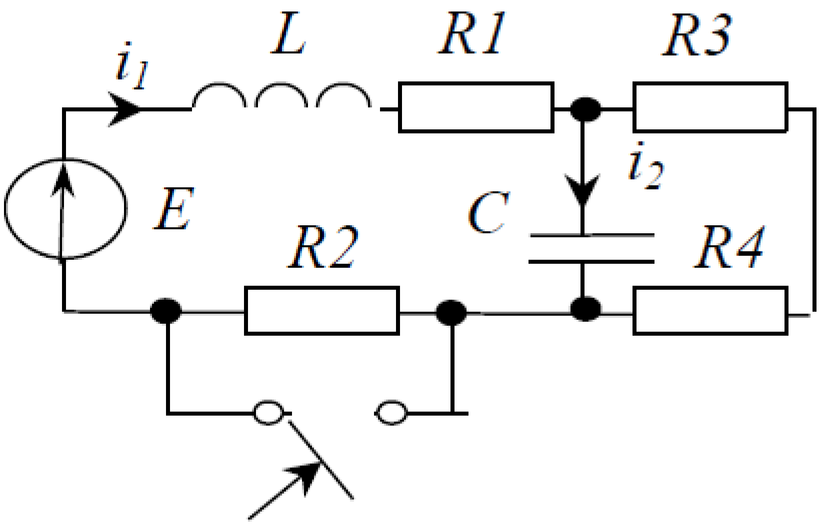

Рисунок 1.1

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

E, В	L, мГн	C, мкФ	R_1	R_2	R_3	R_4	Определитель
			Ом				
50	1	1500	2	13	1	4	i_1

До коммутации ключ разомкнут, следовательно ток идет через R_2. Катушка индуктивности может быть заменена на обычный проводник. Конденсатор ток не проводит. Исходя из этого, найдем параметры цепи до коммутации (t = 0-) формулам 1.1 и 1.2.

$$i1(0-) = \frac{E}{R1 + R2 + R3 + R4} = 2{,}5\ \text{А} \tag{1.1}$$

$$Uc(0-) = i1(0-) * (R3 + R4) = 12{,}5\ \text{В} \tag{1.2}$$

По закону коммутации в момент времени t=0+ ток и напряжение могут быть найдены по формулам 1.3 и 1.4.

$$i1(0-) = i1(0+) = 2{,}5\ \text{А} \tag{1.3}$$

$$Uc(0-) = Uc(0+) = 12{,}5\ \text{В} \tag{1.4}$$

Заменим катушку и конденсатор эквивалентными сопротивлениями $L*p$ и $\frac{1}{c*p}$ соответственно. Составим характеристическое уравнение получившейся цепи, при этом нужно учесть, что после замыкания ключа ток больше не пойдет через R_2 (формула 1.5).

$$Z = R1 + L*p + \frac{\frac{1}{c*p}*(R3+R4)}{\frac{1}{c*p}+(R3+R4)} \tag{1.5}$$

Приравняем получившееся выражение к нулю и найдем неизвестные p (формула 1.6).

$$\begin{gathered} R1*(R3+R4)*c*p + R1 + L*p^2*(R3+R4)*c \\ +L*p + (R3+R4) = 0 \end{gathered} \tag{1.6}$$

Подставим числа и решим уравнение (формула 1.7 и формула 1.8).

$$7{,}5*10^{-6}p^2 + 0.016p + 7 = 0 \tag{1.7}$$

$$p1 = -1{,}519*10^3 \qquad\qquad p2 = -614{,}511 \tag{1.8}$$

Получились целые корни, следовательно переходный процесс апериодический.

Запишем свободную составляющую тока (формула 1.9).

$$i1\text{св}(t) = A1*e^{p1*t} + A2*e^{p2*t} \tag{1.9}$$

Рассчитаем параметры цепи после коммутации (формула 1.10 и 1.11).

$$i1\text{пр} = \frac{E}{R1+R3+R4} = 7{,}143\ A \tag{1.10}$$

$$U\text{спр} = i1\text{пр}*(R3+R4) = 35{,}715\ \text{В} \tag{1.11}$$

Найдем значения A1 и A2 из формулы 1.9 по формуле 1.12.

$$\begin{gathered} i1\text{св}(t) = \text{A}1 + \text{A}2 \\ \frac{d(i1\text{св}(t))}{dt} = A1*p1 + A2*p2 \end{gathered} \tag{1.12}$$

Подставив значения и решив систему, получим A1 = 28,136 и A2 = 32,779.

Ток i1 можно найти как сумму свободной и принужденной его составляющих по формуле 1.13.

$$i1(t) = 7{,}143 + 28{,}136 * e^{(-614{,}511)*t} - 32{,}779 * e^{(-1{,}519*10^3)*t} \qquad (1.13)$$

График зависимости тока от времени представлен на рисунке 1.2.

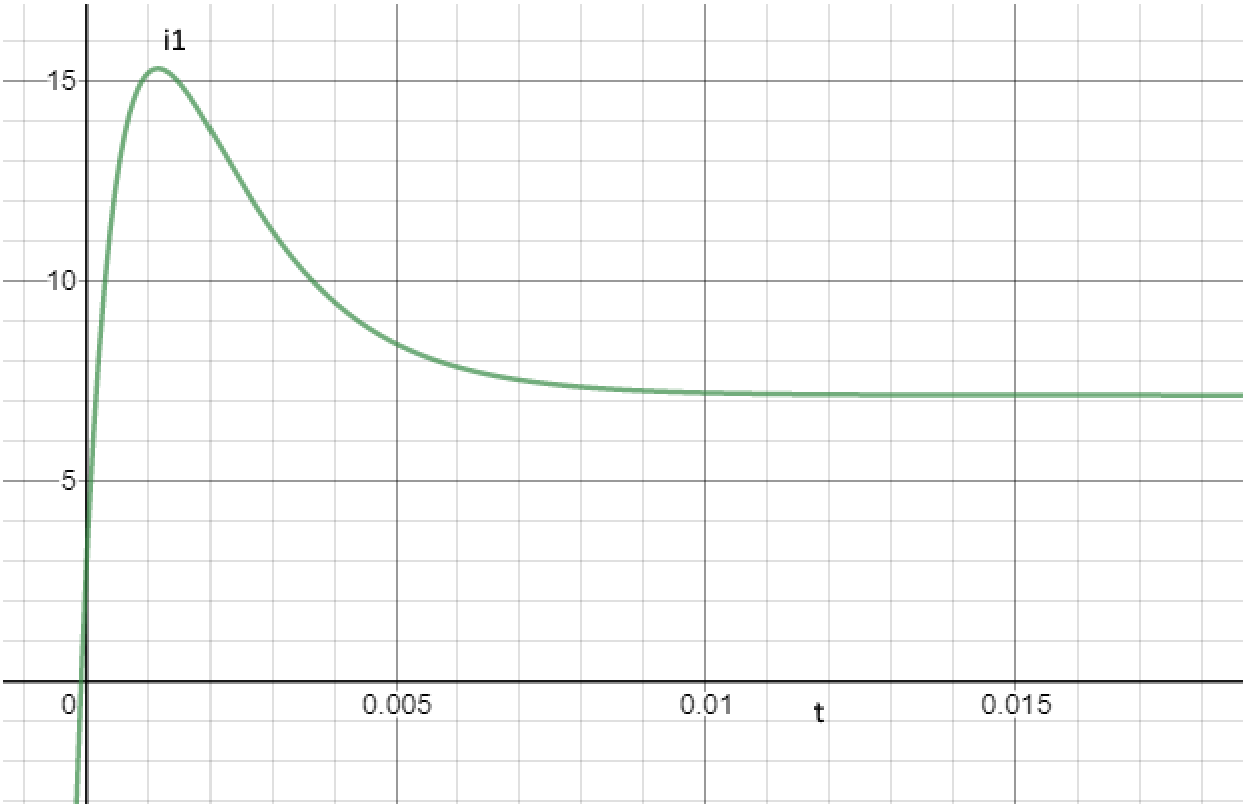

Рисунок 1.2

2 Операторный метод

Параметры цепи до коммутации уже найдены.

Добавим к катушке и конденсатору источники напряжения $L * i1(0)$ и $\frac{Uc(0)}{p}$, сопротивления катушки и конденсатора будут равны $L * p$ и $\frac{1}{c*p}$.

Найдем изображение тока I1(p) по закону Кирхгофа (формула 2.1).

$$\begin{aligned} I1(p) * \left(R1 + L * p + \frac{1}{c * p}\right) - 12(p) * \frac{1}{c * p} &= \frac{E}{p} + L * i1(0) - \frac{Uc(0)}{p} \\ -I1(p) * \frac{1}{c * p} + I2(p) * \left(R3 + R4 + \frac{1}{c * p}\right) &= \frac{Uc(0)}{p} \end{aligned} \qquad (2.1)$$

Подставим числа и найдем I1, решив систему аналитически (таблица 2).

Таблица 2 – Нахождение I1

$$M := \begin{pmatrix} R1 + p \cdot L + \dfrac{1}{p \cdot C} & \dfrac{-1}{p \cdot C} \\ \dfrac{-1}{p \cdot C} & R3 + R4 + \dfrac{1}{p \cdot C} \end{pmatrix}$$ $$M := \begin{pmatrix} \dfrac{E - p \cdot L \cdot I1 - Uc}{p} & \dfrac{-1}{p \cdot C} \\ \dfrac{Uc}{p} & R3 + R4 + \dfrac{1}{p \cdot C} \end{pmatrix}$$ $$|M| \rightarrow \frac{3 \cdot p^2 + 6400 \cdot p + 2800000}{600 \cdot p}$$ $$|M1| \rightarrow \frac{3.333e - 18 \cdot (5.575e19 \cdot p - 3.75e15 \cdot p^2 + 1.0e22)}{p^2}$$ $$I1 := \left|\frac{M1}{M}\right| \rightarrow \frac{223000.0 \cdot p - 15.0 \cdot p^2 + 4.0e7}{6.0 \cdot p^3 + 12800.0 \cdot p^2 + 5.6e6 \cdot p}$$

Найдем значения p1 и p2. Для этого нужно знаменатель получившейся дроби поделить, на p и решить получившееся квадратное уравнение (таблица 3).

Таблица 3 – Нахождение значений p1 и p2

$$I11 := \left|\frac{M1}{M}\right| \rightarrow \frac{223000.0 \cdot p - 15.0 \cdot p^2 + 4.0e7}{6.0 \cdot p^3 + 12800.0 \cdot p^2 + 5.6e6 \cdot p} \rightarrow$$ $$p1 := \frac{-12800.0}{2 \cdot 6.0} + \sqrt{\frac{12800.0^2}{4 \cdot 6.0^2} - \frac{5.6e6}{6.0}}$$ $$p1 := \frac{-12800.0}{2 \cdot 6.0} + \sqrt{\frac{12800.0^2}{4 \cdot 6.0^2} - \frac{5.6e6}{6.0}}$$ $$p1 = -614.511$$ $$p2 = -1.519 \times 10^3$$

Полученные значения p совпали с классическим методом.

Теперь необходимо перейти от изображения тока к оригиналу по формуле 2.2.

$$i1(t) := \frac{F1(0)}{F3(0)} + \frac{F1(p1)}{p1 \cdot F3(p1)} \cdot e^{p1 \cdot t} + \frac{F1(p2)}{p2 \cdot F3(p2)} + e^{p2 \cdot t} \qquad 2.2)$$

F1(p) – это числитель дроби получившейся в таблице 2, F3(p) – это производная от знаменателя дроби, получившейся в таблице 2, предварительно разделенного на p.

Получившиеся F1(p) и F3(p) представлены в таблице 4.

Таблица 4 – F1(p) и F3(p)

$F1(p) := 223000.0 \cdot p - 15.0 \cdot p^2 + 4.0e7$
$F3\_1_{(p)} := 12 \cdot p + 12800.0$

Подставим числовые значения в формулу 2.2. Результат представлен в формуле 2.3.

$$i1(t) := 7.143 + 30.802 \cdot e^{-614.511 \cdot t} - 40.444 \cdot e^{-1.519 \times 10^3 \cdot t} \qquad (2.3)$$

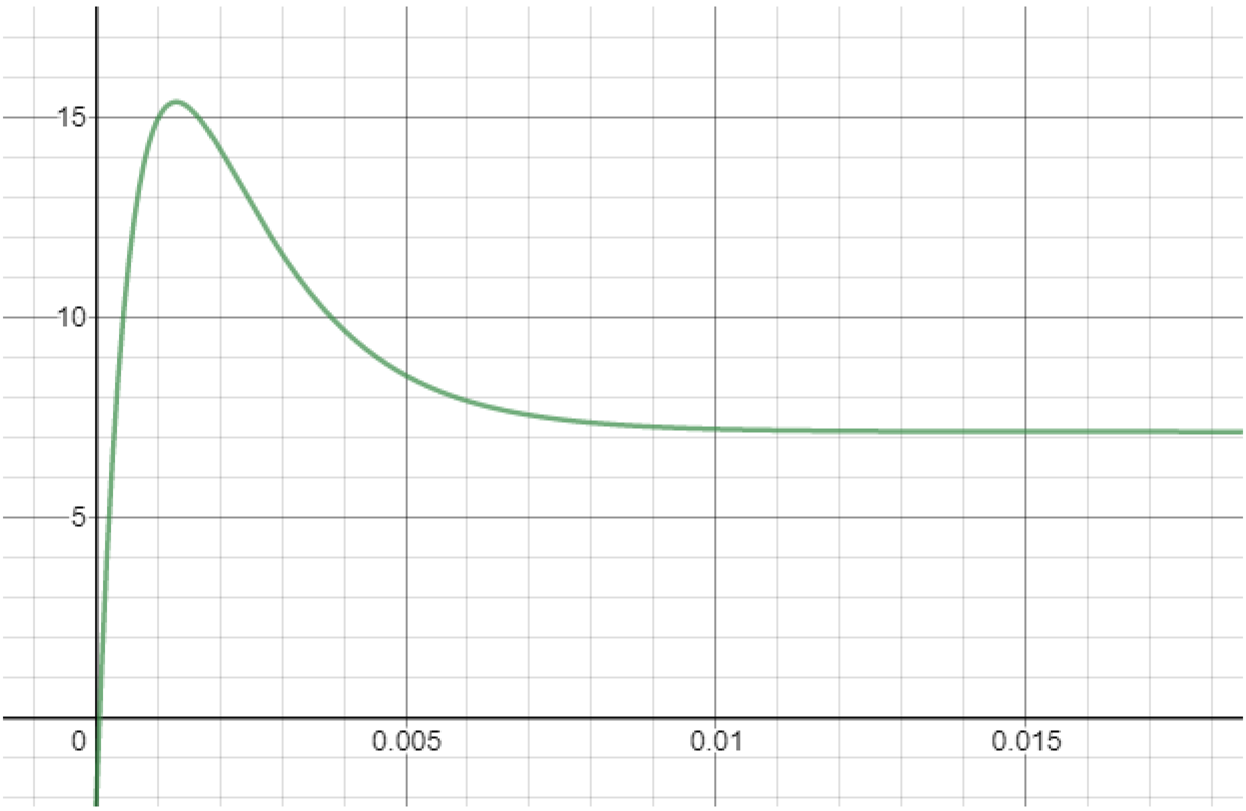

График зависимости тока от времени представлен на рисунке 2.1.

Рисунок 2.1

Расхождение между графиками, полученными классическим и операторными методами незначительное и оно вызвано из-за погрешности вычислений.

Вывод: был произведен расчет параметров переходного процесса линейной электрической цепи. В ходе работы использовался классический и операторный метод расчета цепей. Определен закон изменения во времени тока после коммутации