Работа 5. Циклы с условием окончания

Цель: изучение приемов программирования циклов, заканчивающихся по некоторому условию; знакомство с проведением вычислительного эксперимента.

Задание. Исследовать ряд на выполнение необходимого условия сходимости рядов. Вывести на экран ответ: необходимое условие сходимости для данного ряда выполняется или не выполняется. Вывести полученную приблизительную сумму ряда, если условие сходимости выполняется. Показать процесс предполагаемой сходимости (или расходимости) ряда на экране.

Методические указания по выполнению работы

1. Условие окончания цикла вычисления суммы принять в виде (1).

$$|\boldsymbol{u_i}| < \boldsymbol{e} \text{ или } |\boldsymbol{u_i}| > \boldsymbol{g}, \qquad (1)$$

где u_i – i-й член ряда,

e – малая величина, близкая к нулю (в математике такую величину принято обозначать буквой *ε – эпсилон*), необходимая для прерывания цикла вычисления суммы ряда, для которого выполняется условие сходимости **(*e* = 1E–5* … 1E–20)**,

g – большая величина, необходимая для прерывания цикла вычисления суммы ряда, для которого не выполняется условие сходимости, т. е. расходящегося ряда **(*g* = 1E+2 … 1E+5)**.

При отладке программы диапазон (***e, g***) можно принимать небольшим, например, (1E–2, 1E+2). В программе, которая будет помещена в отчет по лабораторной работе, величины ***e*** и ***g*** должны отвечать требованиям, изложенным при описании формулы (1).

Так как в C# нет штатного оператора цикла с условием окончания, то условие окончания цикла необходимо переработать в условие продолжения цикла.

2. Выполнение условия сходимости рядов $|u_n| < e$ не дает гарантии, что ряд обязательно сходится, поэтому необходимо иметь в виду, что при использовании этого условия можно лишь предполагать, что рассматриваемый ряд сходится (т. е. фактически ряд может и расходиться).

---

* Запись 1E+N и 1E–N означает $1{\times}10^{N}$ и $1{\times}10^{-N}$ соответственно.

Наглядно процесс предполагаемой сходимости (или расходимости) ряда нужно показать на экране, выполнив вывод значений нарастающей суммы с фиксированной позицией запятой и с 15 знаками после запятой (число знаков в машинном слове типа double равно 15).

/ вывести: i – номер итерации суммирования; значение i-го члена ряда; частичная сумма i членов ряда */*

3. Если процесс предполагаемой сходимости (или расходимости) ряда медленный, то вывод данных на экран рекомендуется выполнять с заданным шагом М:

```
if (k % M == 0) …
```

Выводить с шагом (то есть не каждый член ряда, а каждый второй или каждый третий) следует, если по вашему варианту выводится слишком много членов ряда, например, 15–20. Если меньше, то лучше выводить все члены – так вы лучше покажете процесс сходимости/расходимости.

Варианты задания представлены в таблице 1.

Необходимое условие сходимости рядов

Если с ростом *n* предел члена ряда $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ не существует или не равен нулю, то ряд расходится.

Следовательно, условие $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ необходимо (но не достаточно) для сходимости ряда. Другими словами, если это условие не выполнено, то ряд заведомо расходится, однако если оно выполнено, то нет гарантии, что ряд сходится (например, гармонический ряд $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}+\ldots$ расходится, хотя необходимое условие сходимости ряда для него выполняется).

Таблица 1

1.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\sqrt{n}}{(n/2)^{n}}$$
2.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1*5*9...(4n-3)}{(4n-2)!!}$$
3.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)*n}{(2n)!}$$
4.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{3}}{2^{n+1}}$$
5.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n-2)!}{100*102*...(98+2n)}$$
6.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n*n!}{n^{n}}$$
7.	$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{(3n-2)!}{(5n+1)}$$
8.	$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n!}{(1*3*5...(2n-1))*5^{n}}$$
9.	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2}+5}{2^{n}}$$
10	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!-3^{n}}{n^{n}}$$
11	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)!}{1*4...(3n-2)}$$
12	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!*e^{n}}{n^{\sqrt{n}}}$$
13	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n}(2n-1)!}{\sqrt{n}!}$$
14	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}+n^{x}}{n!}$$

Продолжение таблицы 1

15	$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^3+3^n}{(2n+1)!}\right)$$
16	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3e^{2n+1}}{n!}$$
17	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n*(n-1)!}{n^{\sqrt{n}}}$$
18	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi^n*n^3}{n!}$$
19	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n-1}{\sqrt{2^n*n^5}}$$
20	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^n}{n^{\sqrt{n/2}}}$$
21	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{\sqrt{n}\,2^{n-1}}$$
22	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2+n)!}{x^n2^{2n+1}}$$
23	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10*13...(7+3n)}{(4n+3)!}$$
24	$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(2n+1)!}$$
25	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{7*12*17...(5n+2)}$$
26	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(3x-1)^{n-1}}{(\sqrt{n}*x)^3}$$
27	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n*x^{n-1}*\sqrt{3n+1}}{n!}$$
28	$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{2n+1}+n}{\sqrt{n!}}$$

Продолжение таблицы 1

29	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x^n+1}{x^n+n}\right)^{0.5}$
30	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n * n!}{n^{n/2}}$
31	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2+n)^3}{x!2^{2n+1}}$
32	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{\sqrt{n}\,2^{n-1}}$
33	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10*13...(7+3n)}{(4n+3)!}$
34	$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(2n+1)!}$
35	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(3x-1)^{n-1}}{(\sqrt{n}*x)^3}$
36	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{7*12*17...(5n+2)}$
37	$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2*5*8..(3n+2)}{x^n(2n+1)!}$
38	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}+3n}{(2n-1)!}$