

(ЗО) Самостоятельная работа № 6

Операции в позиционных системах счисления

Цель: приобретение навыков выполнения арифметических операций над числами в позиционных системах счисления с различными основаниями.

Задание. Выполнить операции сложения, вычитания, умножения и деления над числами в заданной системе счисления (таблицы 1, 2). Задание выполнить **подробно** в соответствии с методическими указаниями (по образцу). Методические указания и пример выполнения заданий приведены после таблицы с заданиями.

Решения заданий рекомендуется выполнить на бумаге ручкой, а в docx-файл отчета вставить скан-копии или хорошо читаемые фотографии выполненных заданий.

Отчет следует начать с титульного листа.

Далее привести цель и общее задание на всю работу.

Затем привести индивидуальное задание i и решение индивидуального задания i ($i = 1, 2, \dots, n$; n – количество заданий в данной работе).

После решения каждого задания необходимо произвести проверку правильности выполнения операции. Следует перевести операнды и результат из заданной системы счисления в десятичную (10 СС) и сравнить результат, полученный после выполнения операции в заданной системе счисления, с результатом, полученным после выполнения операции в десятичной системе счисления.

Переводить числа в 10 СС и производить операции над числами, переведенными в 10 СС, разрешается не вручную.

В конце отчета поместить вывод.

Таблица 1 – Задания 1, 2

Вариант	Задание	
	1	2
1	$1022,12_3 + 212,2_3 = __3$	$2210,2_3 - 121,12_3 = __3$
2	$1232,12_4 + 212,2_4 = __4$	$2020,2_4 - 321,03_4 = __4$
3	$1234,32_5 + 141,02_5 = __5$	$4041,04_5 - 312,13_5 = __5$
4	$2345,23_6 + 242,32_6 = __6$	$5221,13_6 - 232,3_6 = __6$
5	$2102,21_3 + 122,1_3 = __3$	$10002,01_3 - 122,1_3 = __3$
6	$1322,31_4 + 112,3_4 = __4$	$2101,21_4 - 112,3_4 = __4$
7	$2143,23_5 + 232,12_5 = __5$	$2430,4_5 - 232,12_5 = __5$
8	$3253,33_6 + 123,13_6 = __6$	$3420,5_6 - 123,13_6 = __6$
9	$1121,22_3 + 112,2_3 = __3$	$2011,12_3 - 112,2_3 = __3$
10	$2231,13_4 + 223,2_4 = __4$	$3120,33_4 - 223,2_4 = __4$
11	$2343,12_5 + 231,41_5 = __5$	$3130,03_5 - 231,41_5 = __5$
12	$1552,12_6 + 123,5_6 = __6$	$2120,02_6 - 123,5_6 = __6$
13	$2201,21_3 + 121,1_3 = __3$	$2101_3 - 201,12_3 = __3$
14	$2133,32_4 + 132,21_4 = __4$	$3023,02_4 - 213,2_4 = __4$
15	$2233,44_5 + 321,12_5 = __5$	$2130,4_5 - 233,32_5 = __5$
16	$2453,32_6 + 103,23_6 = __6$	$2015,4_6 - 122,12_6 = __6$
17	$2121,2_3 + 122,22_3 = __3$	$2111,1_3 - 121,21_3 = __3$
18	$1123,21_4 + 311,2_4 = __4$	$10031,2_4 - 112,31_4 = __4$
19	$3324,13_5 + 130,41_5 = __5$	$3102,11_5 - 212,2_5 = __5$
20	$3253,41_6 + 234,5_6 = __6$	$3043,04_6 - 203,45_6 = __6$
21	$2012,01_3 + 121,12_3 = __3$	$2012,02_3 - 212,2_3 = __3$
22	$1033,11_4 + 321,03_4 = __4$	$2110,32_4 - 212,2_4 = __4$
23	$3223,41_5 + 312,13_5 = __5$	$1430,34_5 - 141,02_5 = __5$
24	$4544,43_6 + 232,3_6 = __6$	$3031,55_6 - 242,32_6 = __6$
25	$1122,11_3 + 201,12_3 = __3$	$10100,01_3 - 121,1_3 = __3$
26	$2203,22_4 + 213,2_4 = __4$	$2332,13_4 - 132,21_4 = __4$
27	$1342,03_5 + 233,32_5 = __5$	$3110,11_5 - 321,12_5 = __5$
28	$1453,24_6 + 122,12_6 = __6$	$3000,55_6 - 103,23_6 = __6$
29	$1212,12_3 + 121,21_3 = __3$	$10021,12_3 - 122,22_3 = __3$
30	$3312,23_4 + 112,31_4 = __4$	$2101,01_4 - 311,2_4 = __4$

Таблица 2 – Задания 3, 4

Вариант	Задание	
	3	4
1	$1212,1_3 \times 0,22_3 = __3$	$11122,111_3 : 2,1_3 = __3$
2	$1232,12_4 \times 2,2_4 = __4$	$2022,303_4 : 1,3_4 = __4$
3	$1233,4_5 \times 2,1_5 = __5$	$10233,14_5 : 3,3_5 = __5$
4	$1235,5_6 \times 1,2_6 = __6$	$41152,53_6 : 5,1_6 = __6$
5	$1122,12_3 \times 2,2_3 = __3$	$100022,101_3 : 10,2_3 = __3$
6	$1322,31_4 \times 1,2_4 = __4$	$11300,022_4 : 2,1_4 = __4$
7	$3124,1_5 \times 1,2_5 = __5$	$24231,02_5 : 4,1_5 = __5$
8	$3451,2_6 \times 2,1_6 = __6$	$11145,52_6 : 1,5_6 = __6$
9	$2212,22_3 \times 10,2_3 = __3$	$11101,211_3 : 2,2_3 = __3$
10	$2231,13_4 \times 2,1_4 = __4$	$2320,032_4 : 1,2_4 = __4$
11	$2312,3_5 \times 3,1_5 = __5$	$4304,42_5 : 1,2_5 = __5$
12	$2235,3_6 \times 1,3_6 = __6$	$12131,52_6 : 2,1_6 = __6$
13	$1102,21_3 \times 0,21_3 = __3$	$101120,121_3 : 10,2_3 = __3$
14	$2133,32_4 \times 3,3_4 = __4$	$12012,033_4 : 2,1_4 = __4$
15	$1324,2_5 \times 1,3_5 = __5$	$13224,13_5 : 3,1_5 = __5$
16	$4521,4_6 \times 3,1_6 = __6$	$3355,13_6 : 1,3_6 = __6$
17	$2012,22_3 \times 2,1_3 = __3$	$1010,0111_3 : 0,21_3 = __3$
18	$1123,21_4 \times 3,1_4 = __4$	$21113,202_4 : 3,3_4 = __4$
19	$3221,2_5 \times 2,2_5 = __5$	$2333,01_5 : 1,3_5 = __5$
20	$3351,4_6 \times 1,4_6 = __6$	$23301,14_6 : 3,1_6 = __6$
21	$1222,21_3 \times 2,1_3 = __3$	$110010,221_3 : 20,1_3 = __3$
22	$1033,11_4 \times 1,3_4 = __4$	$21220,232_4 : 2,2_4 = __4$
23	$1232,3_5 \times 3,3_5 = __5$	$2334,23_5 : 1,4_5 = __5$
24	$4522,3_6 \times 5,1_6 = __6$	$10420,3_6 : 2,2_6 = __6$
25	$2112,12_3 \times 10,2_3 = __3$	$1122,202_3 : 0,22_3 = __3$
26	$2203,22_4 \times 2,1_4 = __4$	$10103,33_4 : 2,2_4 = __4$
27	$3212,2_5 \times 4,1_5 = __5$	$3201,14_5 : 2,1_5 = __5$
28	$3552,4_6 \times 1,5_6 = __6$	$1531,44_6 : 1,2_6 = __6$
29	$1220,21_3 \times 20,1_3 = __3$	$12011,202_3 : 2,1_3 = __3$
30	$3312,23_4 \times 2,2_4 = __4$	$10221,211_4 : 3,1_4 = __4$

Методические указания

Арифметические операции над числами в любой позиционной СС выполняются по общим правилам с использованием соответствующих таблиц сложения и умножения.

Таблица сложения в K -ичной СС имеет размер $(K + 1) \times (K + 1)$, включая заголовки строк и столбцов. Каждой строке таблицы сложения взаимно однозначно сопоставляется первое слагаемое из диапазона $[0, K - 1]$, а каждому столбцу – второе слагаемое из того же диапазона.

Заполняется таблица сложения следующим образом: в первую строку таблицы необходимо записать числа $0, 1, 2, \dots, (K - 1)$; во вторую – числа $1, 2, 3, \dots, K$; в третью – числа $2, 3, 4, \dots, (K + 1)$ и т.д. до тех пор, пока не будет заполнена вся таблица.

Таблица умножения строится аналогично. В таблице умножения целесообразно заполнить сначала её нижнюю треугольную часть, включая главную диагональ: в первый столбец таблицы записать нули, а в каждую ячейку (i, j) – результат сложения значения в ячейке $(i, j - 1)$ со значением сомножителя, соответствующего i -й строке таблицы. Затем выполнить симметричное отображение матрицы относительно главной диагонали, поскольку операция умножения удовлетворяет закону коммутативности.

Пример выполнения задания

1. Выполнить операцию сложения над числами в заданной системе счисления $1202,12_3 + 112,02_3 = \underline{\hspace{1cm}}_3$.

Решение.

Построим таблицу сложения в троичной системе счисления:

$+_3$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

С её помощью выполним сложение:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & & & 1 & & & 1 & & \\
 1 & 2 & 0 & 2 & , & 1 & 2 & & \\
 + & & & & & & & & \\
 & 1 & 1 & 2 & , & 0 & 2 & & \\
 \hline
 2 & 0 & 2 & 1 & , & 2 & 1 & & \\
 \begin{array}{l} | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{array} & & & & & & & & \\
 & & & & & & 2+2=11=10+1 & & \\
 & & & & & 1+1+0=2+0=2 & & & \\
 & & & 2+2=11=10+1 & & & & & \\
 & & 1+0+1=1+1=2 & & & & & & \\
 & 2+1=10=10+0 & & & & & & & \\
 1+1=2 & & & & & & & &
 \end{array}$$

Ответ: 2021,21₃.

2. Выполнить операцию вычитания над числами в заданной системе счисления $2011,12_3 - 212,01_3 = __3$.

Решение.

Вычитание выполним с помощью таблицы сложения в троичной системе счисления:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & \bullet & & 10 & & \\
 & \bullet & 10 & \bullet & 10 & & \\
 2 & 0 & 1 & 1 & , & 1 & 2 \\
 - & & & & & & \\
 & 2 & 1 & 2 & , & 0 & 1 \\
 \hline
 1 & 0 & 2 & 2 & , & 1 & 1
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{2-1=1} \\
 \boxed{1-0=1} \\
 \boxed{10+1-2=11-2=2} \\
 \boxed{10-1+1-1=10-1=2} \\
 \boxed{-1+10+0-2=2+0-2=2-2=0} \\
 \boxed{-1+2-0=1-0=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $1022,11_3$.

3. Выполнить операцию умножения над числами в заданной системе счисления $1221,1_3 \times 1,02_3 = __3$.

Решение.

С помощью таблицы сложения в троичной системе счисления построим троичную таблицу умножения:

\times_3	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11

С её помощью выполним умножение:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 1 & 2 & 2 & 1, & 1 & \\
 \times & & & & & & \\
 & & & & 1, & 0 & 2 \\
 \hline
 1 & 0 & 2 & 1 & 2 & 2 & \\
 + & & & & & & \\
 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & & \\
 \hline
 2 & 1 & 0 & 0, & 2 & 2 & 2
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 2 \times 1 = 2 \\
 2 \times 1 = 2 \\
 2 \times 2 = 11 = 10 + 1 \\
 1 + 2 \times 2 = 1 + 11 = 12 = 10 + 2 \\
 1 + 2 \times 1 = 1 + 2 = 10 = 10 + 0 \\
 1 + 0 = 1
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $2100,222_3$.

4. Выполнить операцию деления над числами в заданной системе счисления $2000,11_3 : 1,2_3 = __3$.

Решение.

Сначала умножим делимое и делитель на 10_3 для того, чтобы делить на целое число:

$$2000,11_3 : 1,2_3 = (2000,11_3 \times 10_3) : (1,2_3 \times 10_3) = 20001,1_3 : 12_3.$$

Затем выполним подготовительные операции умножения для того, чтобы легче было подбирать цифры получаемого частного:

$$12 \times 1 = 12, 12 \times 2 = 101.$$

И, наконец, выполним деление:

[illegible]

Ответ: $1012,2_3$.