

作业六：一元二次方程在实数域上的解

常笑

数学与应用数学

3190102223

2022 年 7 月 3 日

1 理论

对于一个一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$, 我们可以对其配方, 作如下等价变换:

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} = 0 \iff \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \quad (1)$$

由此我们知道该一元二次方程在实数域上的解有三种情况

1.1 $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} < 0$

由于等式左式是大于等于 0 的, 而右式却小于 0, 矛盾, 方程没有解, 对应的图像如下:

1.2 $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} = 0$

可知这时在实数域上有二重根 $x = -\frac{b}{2a}$, 对应的图像如下:

1.3 $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} > 0$

可知这时在实数域上有二个根 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 对应的图像如下:

2 算法流程

由上边理论推导过程，我们可以作出求解这样一个一元二次方程的流程图如下：

