Parte 1	Parte 2

27/09/22

Nota:

Probabilidad y Estadística - 1^{er} Parcial - Alumnos Matemática

Nombre:.. LU:.................................

1. Demuestre las siguientes afirmaciones: 35p

   a) Si $\{\mathcal{A}_i\}_{i=1}^{n}$ es una familia de σ- álgebras sobre un conjunto no vacío S, $\mathcal{A} = \bigcap_{i=1}^{n} \mathcal{A}_i$ es también una σ-álgebra sobre S.

   b) Sea $\mathcal{A}$ una σ- álgebra de conjuntos y $A \in \mathcal{A}$. Entonces

   $$I_A : \mathcal{A} \to \mathbb{R} / I_A(B) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad A \cap B = \emptyset \\ 1 & \text{si} \quad A \cap B \neq \emptyset \end{cases}$$

   es una función medida.

2. Un médico ha observado que el 40% de sus pacientes fuma y de estos, el 75% son hombres. Entre los que no fuman, el 60% son mujeres. 15p

   a) Calcule la probabilidad que un paciente sea mujer.

   b) Sabiendo que el paciente es hombre, ¿qué probabilidad hay de que sea fumador?

   c) Dados los eventos A y B de un mismo espacio de probabilidad $(\mathbf{S}, \mathcal{A}, P)$, con $P(B) > 0$, pruebe que

   $$P(A'/B) = 1 - P(A/B).$$

3. Algunas regiones de Mendoza son particularmente propensas a los terremotos. En un área metropolitana, 30% de todos los propietarios de casas están asegurados contra daños provocados por terremotos. Se seleccionan al azar cuatro propietarios de casas, y se define la variable X como el número entre los cuatro que están asegurados contra terremotos. 25p

   a) Obtener la distribución de probabilidades de la variable X

   b) Definir la función de distribución de la variable X.

   c) Entre esos cuatro propietarios, ¿cuántos se espera que tengan su casa asegurada contra terremotos?

   d) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos de los cuatro seleccionados estén asegurados contra terremotos?

4. Un restaurante tiene que vender sus comidas dando un servicio a los clientes que retiran en el local y en repartos con delivery. El tiempo de llegada de la comida a los clientes (en horas), en un día elegido al azar, están representados por las variables X para los que retiran en el local e Y para los repartos con delivery, representados por la siguiente función de densidad conjunta: 25p

   $$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x + 2y) & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

   (a) Calcular $P(X \leq 0.5; Y \leq 0.25)$

   (b) Obtenga las funciones de densidad marginales de las variables aleatorias X e Y. ¿Son X e Y v.a independientes?

   (c) Obtenga la función de densidad condicionada de Y por X.

   (d) ¿Cuánto se tiempo se espera que tarde en llegar un pedido por delivery, sabiendo que un retiro en tienda demoró 1 hora?