

Trabajo Práctico N°9: Distribuciones Muestrales

1. Sea una población de 4 varones y 3 mujeres dispuesta a formar una comisión. Se extrae una muestra aleatoria sin reemplazo de tamaño 5.
 - a) Obtener la distribución de la proporción muestral \hat{p} de integrantes varones de dicha muestra.
 - b) Calcular: $P(\hat{p} = 0,3); P(\hat{p} \leq 0,8)$.
 - c) Calcular $E(\hat{p})$ y $\text{Var}(\hat{p})$ en base al punto a) y comparar con los valores previstos.
2. Las lámparas de color producidas por una compañía son 50% rojas, 30% azules y 20% verdes. Se extrae una muestra aleatoria con reemplazo de 4 lámparas.
 - a) Obtener la distribución de la proporción muestral \hat{p} de lámparas rojas presentes en la muestra.
 - b) Calcular: $P(1/4 \leq \hat{p} \leq 3/4); P(\hat{p} \leq 1/2)$.
 - c) Calcular $E(\hat{p})$ y $\text{Var}(\hat{p})$ en base al punto a) y comparar con los valores previstos.
3. Se extrae una muestra aleatoria con reemplazo de tamaño 2 de una población que consta de 4 números: 3, 5, 7 y 9 cada uno escrito en una bolilla.
 - a) Obtener la distribución de la media muestral $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$.
 - b) Calcular en base a la distribución de a) $E(\bar{X})$ y $\text{Var}(\bar{X})$.
 - c) Comparar los valores obtenidos en b) con los valores previstos.
4. Ídem del ejercicio anterior para una muestra sin reemplazo.
5. Las estaturas de 3000 estudiantes de una universidad se distribuyen normalmente con $\mu = 160\text{cm}$ y $\sigma^2 = 49\text{cm}^2$. Si se toman 80 muestras de 25 estudiantes cada una, ¿cuál será la media y la desviación típica esperada de la distribución muestral de medias si el muestreo se hizo:
 - a) con reemplazo;
 - b) sin reemplazo.Calcular la probabilidad de que la media muestral \bar{X} de las estaturas de los estudiantes:
 - c) se encuentre entre 150 cm y 163,5 cm;
 - d) sea menor que 148 cm.
6. Se ha encontrado que el 2% de las piezas producidas por cierta máquina son defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una partida de 400 piezas sean defectuosas:
 - a) 3% ó más?
 - b) 2% ó menos?
7. Suponiendo que $p_m = p_v = 0,5$, hallar la probabilidad de que en los próximos 200 nacimientos:
 - a) menos del 40% sean niños.
 - b) entre el 43% y el 57% sean niñas.
 - c) más del 54% sean niños.
8. La duración de ciertos transistores producidos por una máquina tiene distribución normal con media $\mu = 1000\text{hs}$ y $\sigma^2 = 10000\text{hs}^2$. Se desea adquirir una muestra de tales transistores de modo que la *duración media muestral* difiera de 1000 en menos de 50, con una probabilidad de 0,95. Calcular el tamaño n de la muestra.

9. Considere una medición física proporcionada por un instrumento de precisión, en donde el interés recae en la variabilidad de la lectura. Suponga que, con base en la experiencia, la medición es una variable aleatoria normalmente distribuida con media 10 y desviación estándar igual a 0,1 unidades. Si se toma una muestra aleatoria procedente del proceso de manufactura de los instrumentos de tamaño 25, ¿cuál es la probabilidad de que el valor de la varianza muestral sea mayor de 0,014 unidades cuadradas?

10. En un departamento de recursos humanos se admite que la distribución de las calificaciones de un curso de formación es normal. El jefe del departamento pretende que la variabilidad en las calificaciones sea reducida para que no se produzcan desfases formativos entre los sujetos del grupo. Para ello extrae una muestra de 10 alumnos y plantea lo siguiente:

$$P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} \leq t_1\right) = 0,10 \quad \text{y} \quad P\left(\frac{S^2}{\sigma^2} \geq t_2\right) = 0,10$$

Teniendo en cuenta que las probabilidades que plantea, calcule los valores de t_1 y t_2 .

11. Suponiendo que una variable aleatoria sigue una distribución normal, calcular la probabilidad de que en una muestra aleatoria de tamaño 10, la varianza muestral supere a la varianza poblacional en más de un cuarto de su valor.