

04/10/22

| Parte 1 | Parte 2 |
|---------|---------|
| | |
| | |
| | |

Nota:

Probabilidad y Estadística - Recuperatorio 1^{er} Parcial - Alumnos LSI

Nombre:..... LU:.....

1. Los siguientes datos corresponden a la cantidad de reclamos por día presentados en una sucursal de una compañía de seguros de la ciudad de Corrientes, durante 25 días del año 2021. 25p
- Número de reclamos por día: 3, 4, 2, 0, 5, 3, 3, 2, 4, 3, 0, 1, 4, 1, 1, 2, 5, 2, 0, 2, 4, 1, 2, 3, 2.

- (a) Construya la tabla de distribución de frecuencias simples y acumuladas.
- (b) Confeccione el gráfico de frecuencias absolutas acumuladas.
- (c) Calcule e interprete las medidas de tendencia central (media, mediana y moda).
- (d) Calcule e interprete: ¿Qué porcentaje de días se presentaron:
 - i. al menos dos reclamos?
 - ii. más de dos reclamos, pero menos de cinco reclamos?

2. En una empresa de auditorías se ha contratado a tres personas para inspeccionar a las empresas bancarias realizando las correspondientes auditorías. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30% ; la segunda el 45%; y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que el 1% de las inspecciones que realiza la primera persona son erróneas, mientras que 3% de las inspecciones que realiza la segunda persona son erróneas y un 2% de las que realiza la tercer persona son erróneas. 25p

- a) Halle la probabilidad de realizar una auditoría correctamente.
- b) Al elegir una inspección correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?
- c) Si la inspección presenta errores, ¿qué persona es más probable que la haya realizado?

3. El tiempo de activación de los sensores fabricados por una empresa es una variable aleatoria (T) con función de densidad: 25p

$$f(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 < t < 0.5 \\ \frac{2}{3}(2-t) & \text{si } 0.5 < t < k \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases},$$

donde el tiempo t se mide en segundos. Un sensor se dice rápido si su tiempo de activación es inferior a 0.2 segundos y lento si su tiempo de activación es superior a 1 segundo.

- a) calcule el valor k para que $f(t)$ sea función de densidad.
 - b) Obtenga la función de distribución de la variable aleatoria T .
 - c) ¿En cuántos segundos se espera que se active un sensor?
 - d) Sabiendo que un sensor no es lento, ¿cuál es la probabilidad que el tiempo de activación sea superior al tiempo de activación esperado?
4. Se lanzan dos dados (numerados y equilibrados) simultáneamente. Sea X = “número obtenido por el primer dado” e Y = “ mayor número obtenido entre los dos dados”. Se pide:
- (a) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X e Y . 7.5p
 - (b) Obtenga la función de probabilidad de masa de la variable X condicionada a $Y = 4$. 5p
 - (c) Calcule $F(4, 2)$ y $P(X = 3)$. 5p
 - (d) ¿Son independientes las variables X e Y ? 7.5p

| Parte 1 | Parte 2 |
|---------|---------|
| | |
| | |
| | |

Nota:

Probabilidad y Estadística - Recuperatorio 1^{er} Parcial - Alumnos Matemática

Nombre:..... LU:.....

1. a) Sea \mathcal{A} una clase no vacía de subconjuntos de Ω y sea $X \subset \Omega$. Sea $\mathcal{A}_X : \{X \cap E : E \in \mathcal{A}\}$. Probar que \mathcal{A} es una σ -álgebra sobre X . 20p
- b) Sean \mathcal{A} una σ -álgebra de conjuntos; $f : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ una medida; $A_1, A_2, A_3 \in \mathcal{A}$. Pruebe que: 15p

$$f\left(\bigcup_{i=1}^3 A_i\right) = \sum_{i=1}^3 f(A_i) - \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^3 f(A_i \cap A_j) + f\left(\bigcap_{i=1}^3 A_i\right)$$

2. En una empresa de auditorías se ha contratado a tres personas para inspeccionar a las empresas bancarias realizando las correspondientes auditorías. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30% ; la segunda el 45%; y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que el 1% de las inspecciones que realiza la primera persona son erróneas, mientras que 3% de las inspecciones que realiza la segunda persona son erróneas y un 2% de las que realiza la tercer persona son erróneas. 15p

- a) Halle la probabilidad de realizar una auditoría correctamente.
- b) Al elegir una inspección correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?
- c) Dados los eventos A, B y C de un mismo espacio de probabilidad $(\mathbf{S}, \mathcal{A}, P)$, con $P(C) > 0$, pruebe que

$$A \subset B \Rightarrow P(A/C) \leq P(B/C)$$

3. El tiempo de activación de los sensores fabricados por una empresa es una variable aleatoria (T) con función de densidad: 25p

$$f(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 < t < 0.5 \\ \frac{2}{3}(2-t) & \text{si } 0.5 < t < k \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases},$$

donde el tiempo t se mide en segundos. Un sensor se dice rápido si su tiempo de activación es inferior a 0.2 segundos y lento si su tiempo de activación es superior a 1 segundo.

- a) Calcule el valor k para que $f(t)$ sea función de densidad.
- b) Obtenga la función de distribución de la variable aleatoria T .
- c) ¿En cuántos segundos se espera que se active un sensor?
- d) Demuestre que si $a, b \in \mathbb{R}$, y X es una variable aleatoria, entonces $Var(aX + b) = a^2 Var(X)$
4. Se lanzan dos dados (numerados y equilibrados) simultáneamente. Sea X = “número obtenido por el primer dado” e Y = “mayor número obtenido entre los dos dados”. Se pide:
- (a) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X e Y . 7.5p
- (b) Obtenga la función de probabilidad de masa de la variable X condicionada a $Y = 4$. 5p
- (c) Calcule $F(4, 2)$ y $P(X = 3)$. 5p
- (d) ¿Son independientes las variables X e Y ? 7.5p