

Trabajo Práctico N°2: Fenómenos aleatorios. Probabilidad

- Una caja contiene: una lámpara eléctrica de 75 W, otra de 60 W, otra de 40 W y una cuarta de 25 W. Construya un espacio muestral para los siguientes experimentos aleatorios:
 - Se extrae aleatoriamente una lámpara.
 - Se extraen dos lámparas con reposición.
 - Se extraen dos lámparas, una seguida de la otra.
 - Se extraen tres lámparas juntas.
- En esta asignatura se utilizan frecuentemente expresiones tales como "Halle la probabilidad de que el número de bolillas rojas de la muestra sea más de 2", lo que escribiremos simbólicamente $P(X > 2)$. Proporcione las expresiones simbólicas que se corresponden con las probabilidades de las siguientes situaciones, utilizando los signos $>$, $<$, $=$, \leq , \neq y tomando a r , a y b como constantes.

1.	más de r		13.	como mucho r	
2.	tantas como r		14.	menos o igual que r	
3.	menor que r		15.	r o menos	
4.	entre a y b		16.	ni menor ni mayor que r	
5.	entre a y b , ambos inclusive		17.	como máximo r	
6.	por lo menos r		18.	a lo sumo r	
7.	no más de r		19.	al menos r	
8.	como mínimo r		20.	ni más, ni menos que r	
9.	mayor o igual que r		21.	no menos que r	
10.	r o más		22.	menos que r	
11.	exactamente r		23.	mayor que r	
12.	no es menor que r		24.	igual que r	

- Sea el experimento aleatorio que consiste en arrojar una moneda corriente tres veces y observar el resultado obtenido. Determine:
 - Un espacio muestral apropiado
 - Por extensión los siguientes eventos:
 - El número de caras es igual a 1.
 - El número de caras sucesivas es igual a 2.
 - Hay por lo menos una ceca.
 - Hay más cecas que caras.
 - Hay a lo sumo una ceca.
 - No hay más de una cara.
 - ¿Qué pares de sucesos de la lista anterior son: mutuamente excluyentes, compatibles u opuestos?
- S es un espacio muestral correspondiente a un experimento aleatorio. Escriba por extensión S :
 - $S = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 4x - 5 = 0\}$
 - $S = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 > 0 \wedge x < 1\}$
- Un programador escribe un bloque de código y decide compilarlo. Las posibles salidas después de la compilación son: compilación exitosa, error de sintaxis, error de lógica y error desconocido.
 - Defina el espacio muestral para el resultado de la compilación.
 - Si el programador compila el código tres veces seguidas, ¿cuál es el espacio muestral para las secuencias de resultados?
- Sean A , B y C sucesos compatibles de un mismo espacio muestral. Dibuje el diagrama de Venn correspondiente a las siguientes situaciones:

- a) Solamente ocurre A.
- b) Los tres sucesos ocurren.
- c) Por lo menos ocurren dos sucesos.
- d) Ocurren exactamente dos sucesos.
- e) No ocurre más de un suceso.
- f) Ocurren A y B, pero no C.
- g) Ocurre al menos uno de los sucesos.
- h) Ocurre exactamente uno de los sucesos.
- i) No ocurre ninguno de los sucesos.

7. Expresé los eventos del ejercicio anterior como operaciones entre conjuntos.

8. Un experimento consiste en seleccionar al azar un dígito del 0 al 9. El dígito seleccionado se denota con A y se ejecutan las líneas de código siguientes:

```
IF A < 2 THEN B = 12; ELSE B = 17
IF B = 12 THEN C = A; ELSE C = 0
```

- a) Elabore un árbol para ilustrar las formas en que pueden asignarse valores a las variables A, B y C.
- b) Encuentre el espacio muestral generado con el árbol.
- c) ¿Son igualmente probables los 10 posibles resultados de este experimento?
- d) Calcule la probabilidad de que:

- i) A sea un número par;
- ii) C sea negativo;
- iii) $C = 0$;
- iv) $C \leq 1$.

9. Una caja contiene 10 bolillas numeradas del 0 al 9. Se extraen al azar 5 bolillas. Calcule la probabilidad de que:

- a) Juntando los de cada una en el orden de extracción resulte el número 80314 si las extracciones se realizan con reposición.
- b) Ídem al ítem anterior, pero las extracciones se realizan sin reposición.
- c) Todas las cifras son diferentes.
- d) El número resulte capicúa.

10. Una compañía tiene 10 programadores, 8 analistas de sistemas, 4 ingenieros en sistemas y 3 licenciados en estadística. Se sabe que 3 de los programadores, 2 de los analistas y un ingeniero son extranjeros.

Se elegirá un equipo para un nuevo proyecto a largo plazo compuesto por 8 personas. Si la selección se realiza al azar, calcule la probabilidad de que formen parte del equipo:

- a) 3 programadores, 2 analistas, 2 ingenieros y un licenciado en estadística;
- b) Todos los extranjeros;
- c) Todos los extranjeros y 3 ingenieros.

11. De un grupo de 5 personas, entre las cuales se encuentra un matrimonio, se eligen al azar 3 personas. Calcule la probabilidad de que entre las personas elegidas se encuentren:

- a) Los esposos.
- b) Sólo uno de los esposos.
- c) Por lo menos uno de los esposos.

12. Un ingeniero químico está a cargo de un proceso específico en una planta de refinería. La experiencia indica que el 10% de los paros de la planta se deben únicamente a fallas del equipo; el 5% a fallas del equipo y a errores de los operadores y el 40% a errores de los operadores. Si ocurre un paro de la planta, calcule la probabilidad de que:

- a) se deba a fallas del equipo o errores de los operadores;
- b) se deba sólo a errores de los operadores;
- c) no se deba a fallas del equipo ni a errores de los operadores.

13. En un grupo de 9 alumnos de Probabilidad y Estadística hay 6 de la carrera Licenciatura en Sistemas, 5 alumnos recursantes, de los cuales 3 son de Licenciatura en Sistemas. Se eligen al azar 5 alumnos para realizar un trabajo práctico. Calcule la probabilidad de que:
- Todos sean recursantes;
 - 3 sean de Licenciatura en Sistemas y 4 sean recursantes;
14. Se sabe que en una plantación de arbustos, el 45 % de los mismos tienen hojas aserradas. Se revisan al azar 575 de tales arbustos. Calcule el número aproximado de arbustos que no tienen hojas aserradas.
15. De los 300 clientes que asisten a un restaurante en un día determinado, el 15 % es fumador. La probabilidad de que consigan lugar en el sector fumadores es $1/10$. ¿Cuántas personas cabe esperar que consigan lugar ese día?
16. Se ha identificado recientemente un riesgo ambiental en la sobreexposición al asbesto en el aire. De una muestra de 10 edificios públicos de más de 20 años de antigüedad, en 3 se encontró una cantidad excesiva de asbesto en el aislamiento utilizado. ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que otro edificio del mismo tipo presente una cantidad excesiva de asbesto? ¿Qué enfoque probabilístico utiliza Ud. para responder a esta pregunta?

Ejercicios Complementarios:

17. Sea $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$ cualquier conjunto numerable y sean $a_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \dots$ una sucesión tal que

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = 1.$$

Se define $\forall A \subseteq S$,

$$P(A) = \sum_{\{i: x_i \in A\}} a_i$$

¿Es P una función de probabilidad?

18. Decimos que un espacio finito $S = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ es equiprobable si, y sólo si, $P(\{\omega_i\}) = P(\{\omega_j\}), \forall i, j$.
¿Puede un espacio de probabilidad infinito ser equiprobable?