

3) Desarrollar regla de probabilidad total con un ejemplo.

4) Sea X una variable aleatoria con distribución normal de parámetros μ y σ^2 , escriba:

- Su fórmula de densidad
- La esperanza de una variable aleatoria continua
- La varianza de una variable aleatoria continua
- La función de distribución acumulada de X
- La distribución normal en su pico máximo tiene ----- y tiene su punto de simetría es -----

5) Sea X una variable aleatoria que cuenta el número de barcos que pasan por día en un radio de 10 kilómetros.

a) ¿Que modelo probabilístico cree apropiado usar este caso? Justifique.

b) Si tuviera que realizar una estimación puntual del parámetro de la variable aleatoria ¿cómo lo haría? enuncie en detalle

c) Si tuviera que calcular un intervalo del 95% de confianza para el parámetro de la variable aleatoria ¿cómo lo haría? Justifique y enuncie paso a paso.

10) **Cualitativas:** Expresan una cualidad que el objeto en estudio tiene o no o bien lo tiene en distinto grado. Pueden ser dicotómicas; dos categorías o clases o Policotómicas; más de dos categorías.

Cuantitativas: Asumen valores numéricos expresando cantidad:

Discretas: Surgen de contar, solo toman valores dentro de su campo de variación.

Continuas: Surgen de medir. Toman cualquier valor dentro de su rango.

b) Según la variable en estudio es el gráfico correspondiente:

Variables Cualitativas Nominales:

- Diagrama de barras.

- Diagrama de sectores.

Datos en agrupación simple: variables cuantitativas discretas, cualitativas ordinales

- Diagramas de barras

- Polígonos de frecuencia

Datos Agrupados en intervalos de clase:

- Histogramas

- Polígonos de frecuencia

c) **Medidas de Dispersión:** Son valores numéricos que nos dan información sobre cuán esparcidos o concentrados se encuentran los datos. Algunas medidas son:

- **Rango intercuartílico:** $Q_3 - Q_1$. Indica la amplitud del intervalo donde se encuentra el 50% central de las observaciones.

- **Varianza (Var):** Da información sobre cómo varían los datos respecto a la media:

- Datos en agrupación simple,

$$Var = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

- Datos agrupados en intervalos

$$Var = \frac{\sum_{i=1}^k (M_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1}$$

d) **Desviación Estándar:** $S = \sqrt{Var}$

e) **Coefficiente de Variación:** $C_v = \frac{S}{\bar{x}}$, independiente de las unidades de medida, muy útil para comparar comportamiento de poblaciones distintas, a menor coeficiente de variación, menor dispersión en torno a la media.

20) El modelo probabilístico más adecuado para este experimento es el Hipergeométrico. Los supuestos son:

- Los N elementos se clasifican en "Éxito" (E) y "Fracaso" (F)
- n_1 los elementos como E
- n_2 los elementos como F . $n_1 + n_2 = N$
- Extraemos una muestra aleatoria n , sin reposición ($n \leq N$)
- Sea X = elementos E presentes

X es v.z. con distribución Hipergeométrica parámetros N, n_1, n y escribe $X \sim h(N, n_1, n)$

$$P(X=r) = \frac{\binom{n_1}{r} \binom{N-n_1}{n-r}}{\binom{N}{n}}$$

Con $r \in \mathbb{N}_0$: (a) $r \leq n_1$ (b) $(n-r) \leq (N-n_1)$

$$E(X) = n \cdot \frac{n_1}{N} \quad \text{Var}(X) = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{n_1}{N} \cdot \left(1 - \frac{n_1}{N}\right)$$

- (b) Espacio de probabilidad: la descripción de los experimentos aleatorios se representa por la terna (S, \mathcal{A}, P) :

- S : espacio muestral asociado
- \mathcal{A} : álgebra (o σ -álgebra) de conjuntos
- P : función de probabilidad.

La función de probabilidad P es una función $P: \mathcal{A} \rightarrow [0,1]$ que cuantifica la posibilidad de ocurrencia de un evento aleatorio perteneciente a \mathcal{A} .

El espacio de probabilidad del experimento consiste en describir todos los posibles resultados y asignar probabilidades a cada uno (aproximadamente 2 chips defectuosos).

Ace consta de $n = 0, 1, 2$ con:

$$n_1 \quad P(X=n_1)$$

$$0 \rightarrow 0,6028$$

$$1 \rightarrow 0,3947$$

$$2 \rightarrow 0,0025$$

- 3) La regla dice que, tenemos un evento A , y queremos encontrar su probabilidad total dado un evento B_i , realizamos la sumatoria del evento A dado B_i y multiplicado por la probabilidad de B_i

$$\sum_{i=1}^n P(A/B_i) \cdot P(B_i)$$

Ejemplo: Si tenemos que buscar gente con el factor O^+ y se realiza un test de sangre para identificar el factor

A : pertenece a O^+ A' : no pertenece

B : El test fue correcto B' : El test fue incorrecto

$P(A/B) \cdot P(B) + P(A/B') \cdot P(B')$. Se suman las probabilidades de que la persona si posea el factor O^+ y la probabilidad de que tenga ese factor pero no haya sido correcto el test.

4). Fórmula de densidad $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty$

• Esperanza: $E(x) = \mu$ • Varianza: $V(x) = \sigma^2$ • Función de distribución Acumulada

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

• La distribución normal en su pico máximo tiene su media μ y su punto de simetría es también μ

5) El modelo probabilístico que más se adecua para el problema, es el de Poisson ya que nos permite contar la cantidad de eventos en un intervalo de tiempo. (El conteo se realiza en un espacio o volumen concreto)

6) El método de estimación puntual elegido: es el método de estimación por momentos.

1) Recolectar datos: Tenemos que observar y registrar el número de barcos que pisen en un día en varios días diferentes. En este caso, supongamos lo hicimos por 7 días y los resultados fueron: 8, 10, 9, 7, 11, 9, 8.

2) Cálculo del primer momento (media muestral)

• Se calcula la media muestral de barcos, por día (\bar{x})

• Este media muestral es una estimación del parámetro (λ) de la distribución de Poisson.

$$\bar{X} = \frac{8+10+9+7+11+9+8}{7} = \frac{62}{7} \approx 8,86$$

3) Usar la estimación para inferir el parámetro: En la distribución de Poisson, el primer momento (la media) es igual al parámetro λ . Por lo tanto, λ se puede estimar directamente como la media muestral. En este caso $\lambda = \bar{X} \approx 8,86$. Que significa que por día en promedio pisen 8,86 barcos en un radio de 10 km.

7) Las pzas a seguir son:

1) Estimar: Calculemos la estimación puntual $\hat{\lambda}$ como la media muestral \bar{X} .

2) Calcular la Varianza: Como es una variable de Poisson, la varianza es igual a su media λ .

3) Usar aproximación normal: la distribución de $\hat{\lambda}$ puede ser aproximada por una distribución normal con media λ y Varianza $\frac{\lambda}{n}$.

4) Calcular el intervalo: usamos el estadístico Z correspondiente a la distribución normal estándar, con nivel de confianza del 95%, es aproximadamente 1,96.

$$\left(\hat{\lambda} - 1,96 \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}, \hat{\lambda} + 1,96 \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}} \right)$$