Trabajo Práctico Nº7: Modelos Probabilísticos Continuos

1. De una estación parte un tren cada 25 minutos. Un viajero llega de improviso. Halle:

   a) la función de distribución de la variable de tiempo de espera;

   b) la esperanza de la variable de tiempo de espera;

   c) la probabilidad de que el viajero espere más de 10 minutos;

   d) la probabilidad de que espere exactamente 10 minutos.

2. El tiempo que tardan en servir café en el bar del Campus es una variable aleatoria X que se distribuye uniformemente en el intervalo $[a; a+2]$ (a en minutos), con una media de dos minutos.

   a) Calcule la probabilidad de que una persona tenga que esperar;

      I) dos minutos;

      II) menos de un minuto;

      III) entre un minuto y medio y dos minutos;

      IV) más de cuatro minutos.

   b) Calcule la desviación típica de X.

   c) Represente gráficamente la función de distribución de X.

3. El tiempo X que tarda en realizarse cierta tarea clave en la construcción de una casa es una variable aleatoria exponencial con media 10 horas.

   a) Calcule la probabilidad de que transcurran, para realizarse dicha tarea,

      I) menos de 12 horas;

      II) entre 12 y 15 horas.

   b) Si el costo Y (en pesos) para completar la tarea está relacionado con el cuadrado del tiempo que tarda en completarse, mediante la fórmula $Y = 100 + 40X + 3X^2$, encuentre el costo medio en pesos.

4. El número de ambulancias solicitado en un servicio de emergencias médicas sigue la ley de Poisson a un promedio de 7 ambulancias por día. Calcule la probabilidad de que:

   a) se solicite en dos días 9 ambulancias;

   b) se solicite más de 2 ambulancias en 12 horas;

   c) entre dos pedidos consecutivos de ambulancias transcurra a lo sumo 6 horas.

5. La longitud de las barras de acero producidas por una fábrica es una variable aleatoria X, distribuida uniformemente en el intervalo real $[5; 10]$. Se fabricaron independientemente 5 de tales barras. Calcule la probabilidad de que dos tengan longitud entre 6 y 8; una tenga longitud menor que 6 y dos tengan longitud mayor que 8.

6. Sea X una variable aleatoria $N(0,1)$. Calcule:

   a) $P(X \leq 2)$

   b) $P(-1 < X \leq 1)$

   c) $P(|X| \leq 1/4)$

   d) $P(-4 < X \leq 2{,}5)$

   e) $t \in \mathbb{R} / P(X \leq t) = 0{,}7967$

   f) $t \in \mathbb{R} / P(t \leq X \leq 2) = 0{,}1$

   g) $t \in \mathbb{R} / P(-2 \leq X \leq t) = 0{,}4236$

7. El número de horas-hombre que en una compañía de construcción se requieren para ensamblar y terminar su casa prefabricada de un cierto modelo está normalmente distribuida con media 400 horas-hombre y desviación típica de 40 horas-hombre.

   a) Calcule la probabilidad de que el ensamble y acabado de una casa requiera:

      I) entre 389 y 425 horas-hombre;

ii) 390 horas-hombre;

iii) más de 440 horas-hombre.

b) ¿Cuántas horas-hombre se requerirán, como máximo, para ensamblar y terminar una casa con una probabilidad de 0,97?

8. El diámetro de un cable eléctrico está distribuido normalmente con media de 0,8 cm y varianza 0,0004 cm^2.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro sea mayor que 0,81 cm?

   b) Si el cable es considerado defectuoso cuando el diámetro se diferencia de su media en más de 0,025 cm, ¿cuál es la probabilidad de obtener un cable defectuoso?

9. Se sabe que el largo de las varillas producidas en una fábrica tienen distribución $N(10;2)$. En vez de medir la longitud de cada varilla, sólo se verifica si se cumplen ciertas exigencias. Específicamente las varillas se clasifican como sigue: $(X < 8)\,;(8 \leq X < 12)\,;(X \geq 12)$. Se fabricaron independientemente 15 de tales varillas. Calcule la probabilidad de que se obtengan 5 varillas de cada tipo.

10. En cierta población animal se sabe que 30,85 % de los individuos tiene peso inferior a 4800g y un 15,86 % tiene peso superior a 5400g. Suponiendo normal la distribución del peso, halle el peso medio y la dispersión.

11. El peso de cierta especie animal se distribuye normalmente con una media $\mu = 20$ g y una desviación típica $\sigma = 4$ g. Los que superan cierto peso son considerados “muy desarrollados”. Si se sabe que el 2,28 % son “muy desarrollados”, calcule el peso mínimo para que los animales de esa especie sean “muy desarrollados”.

12. Los paquetes a ser distribuidos por una fábrica tienen un peso que se distribuye normalmente con una media $\mu = 300$ kg y una desviación típica $\sigma = 10$ kg. ¿Cuál es la probabilidad de que 25 paquetes tomados en forma aleatoria y cargados en un camión excedan la capacidad del mismo que es de 7580 kg? ¿Y 8000 kg?