

Probabilidad y Estadística
Examen Final

1. (a) ¿Qué es un espacio de probabilidad? Describa detalladamente como está compuesto.
 (b) Defina un espacio de probabilidad discreto y finito, y una función de probabilidad sobre el mismo.
2. (a) Enuncie y demuestre el Teorema de Bayes. Si la colección de eventos mutuamente excluyentes no son una colección exhaustiva de eventos (o partición aleatoria del espacio muestra), ¿dónde deja de ser válido el teorema?.
 (b) Dé un ejemplo donde se pueda aplicar el Teorema de Bayes
 (c) **Alumnos Sistemas:** De una definición de eventos independientes.
 (d) **Alumnos Matemática:** Demuestre que si $A \in \mathcal{A}$ y $P(A) = 0$ o $P(A) = 1$ entonces A es independiente de cualquier otro evento $B \in \mathcal{A}$.
3. Lea atentamente las siguientes situaciones y diga que distribución (modelo) utilizaría para calcular las probabilidades que en ellas se preguntan. Justifique sus respuestas y aclarando si la(s) variables en cuestión es continua o discreta.
 - (a) Los alumnos de un colegio asisten a clases diariamente utilizando distintos medios de transporte. El 30% llega en auto, el 40% en colectivo, el 15% caminando y el 15% restante en bicicleta. Se toma una muestra aleatoria de 15 alumnos y se quiere calcular la probabilidad que 5 lleguen al colegio en auto, 3 en colectivo, 5 caminando y 2 en bicicleta
 - (b) La línea de colectivos 105C llega a la parada del campus Libertad con una frecuencia promedio de 3 colectivos por hora. Si X es la v.a. que cuenta la cantidad de colectivos que llegan en la próxima media hora, ¿cuál es la distribución de la v.a. X ?
 - (c) Sea Y la v.a. que mide el tiempo entre llegadas sucesivas del colectivo 105C a la parada del campus Libertad (ejemplo anterior). Cuál es la distribución de probabilidades de Y .
4. Suponga que desea estimar la media poblacional de una distribución utilizando un intervalo del $(1 - \alpha)\%$ de confianza.
 - (a) Si tiene una muestra de sólo 6 observaciones, qué tipo de estadístico utilizaría y que hipótesis debe hacer sobre las observaciones para poder usar ese estadístico? ¿Cuál es la expresión del intervalo?
 - (b) Si tiene más de 100 observaciones para calcular ese intervalo, ¿qué tipo de estadístico utilizaría? ¿Cuál es la expresión del intervalo?
5. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.
 - (a) Si A y B son eventos disjuntos, con $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, entonces A y B son independientes.
 - (b) Si X e Y son variables aleatorias, entonces $C_{X+Y}(t) = C_X(t) \cdot C_Y(t)$.
 - (c) Si X es una v.a. discreta entonces $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$
 - (d) Si $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ entonces $P(X \leq \mu) = P(X \geq \mu)$