

Probabilidad y Estadística Examen Final

1. Supongamos un experimento aleatorio consiste en medir el tiempo que tarda un cliente desde que llega a la cola de un cajero automático hasta que se retira del mismo.
 - (a) Defina espacio muestral (definición formal), y diga si el espacio muestral asociado al experimento planteado es continuo o discreto, justificando su respuesta. 0.25p
 - (b) Defina un espacio muestral (numérico) apropiado para el experimento planteado anteriormente. Sobre este mismo espacio defina dos eventos aleatorios que sean complementarios sobre dicho espacio y dos que sean excluyentes. 1p
2. 2.25p
 - (a) Alumnos Matemática:
 - i. Enuncie y demuestre el Teorema de DeMoivre Laplace.
 - ii. ¿En que situaciones en que se aplica este teorema, y porqué, se debe hacer una “corrección por continuidad”? ¿En que consiste dicha corrección?
 - (b) Alumnos Sistemas: Enuncie (detallada y cuidadosamente) el Teorema de Bayes. Dé un ejemplo donde pueda aplicarlo, indicando en el mismo cuál sería el espacio muestral, la colección de eventos, etc.
3. (a) Defina función de distribución de una variable aleatoria (tanto discreta como continua), enuncie sus propiedades y relaciónelas con el cálculo de la probabilidad de un suceso descrito por la variable aleatoria. 1p
 - (b) Pruebe que si F es función de distribución de una variable aleatoria X y $a < b \in \mathbb{R}$, entonces $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ 0.5p
4. Para cada una de las siguientes situaciones indique: que modelo de distribución sería conveniente para modelar a la variable aleatoria en cuestión (especificando los parámetros del modelo cuando esto fuera posible), y si la variable es continua o discreta. Luego elija uno de los modelos y describa dicho modelo con todo el detalle posible. 3x0.5p + 1p modelo
 - (a) Un producto electrónico contiene 40 circuitos integrados, que funcionan independientemente uno de otro. La probabilidad que alguno de ellos falle es 0.01. Sea X = número de circuitos integrados defectuosos.
 - (b) El recuento de glóbulos blancos de un individuo sano puede presentar un promedio de hasta 6000 por milímetro cúbico de sangre. Para detectar una deficiencia de glóbulos blancos se determina su número en una gota de sangre de 0.001 milímetros cúbicos. Sea X = número de glóbulos blancos en 0.001 mm³ de sangre
 - (c) Se ha comprobado que el tiempo de vida útil de cierto tipo de marcapasos sigue tiene una duración media de 16 años. Sea X la variable aleatoria que mide la duración de un marcapasos en una persona.
5. (a) ¿Qué significa que un estimador puntual sea insesgado? 0.25p
 - (b) Demuestre que la media muestral es un estimador insesgado de la media de la correspondiente variable justificando todos los pasos. 0.75p
 - (c) Sea X_1, \dots, X_n muestra aleatoria de una variable aleatoria X con distribución de Poisson de parámetro λ . ¿Bajo qué condiciones podría dar una estimación por intervalos de confianza para λ ? Justifique cada paso en la construcción de un intervalo de confianza del 95% para λ , y dé la expresión de dicho intervalo. 1.5p