

3) Desarrollar regla de probabilidad total con un ejemplo.

4) Sea X una variable aleatoria con distribución normal de parámetros $N(\mu, \sigma^2)$, escribir:

- Su fórmula de densidad
- La esperanza de una variable aleatoria continua
- La varianza de una variable aleatoria continua
- La función de distribución acumulada de X
- La distribución normal en su pico máximo tiene ... y tiene su punto de simetría es ...

5) Sea X una variable aleatoria que cuenta el número de bocas que pasan por día en un radio de 10 Kilómetros.

• ¿Cuál modelo probabilístico cree apropiado usar este caso? Justifique.

• Si, tuvieras que realizar una estimación puntual del parámetro de la variable aleatoria ¿Cómo lo harías? enuncie en detalle

• Si tuvieras que calcular un intervalo del 95% de confianza para el parámetro de la variable aleatoria ¿Cómo lo harías? Justifique y enuncie peso a peso.

6) **Cualitativas:** Expresan una cualidad que el objeto en estudio tiene o no o bien lo tiene en distinto grado. Pueden ser dicotómicas; dos categorías o clases o Políticas; más de dos categorías.

Cuantitativas: Asumen valores numéricos expresando cantidad.

• **Discretas:** Surgen de contar, solo toman valores dentro de su campo de variación.

• **Continuas:** Surgen de medir. Toman cualquier valor dentro de su rango.

b) Según la variable en estudio es el gráfico correspondiente:

• **Variables Cualitativas Nominales:**

• Diagrama de barras.

• Diagrama de sectores.

Datos en agrupación simple: Variables cuantitativas discretas, cualitativas ordinadas

• Diagrama de barras

• Polígonos de frecuencia

Datos Agrupados en intervalos de clase:

• Histogramas

• Polígonos de frecuencia

c) **Medidas de Dispersion:** Son valores numéricos que nos dan información sobre cuán espaciados o concentrados se encuentran los datos. Algunas medidas son:

• **Rango Intercuartilico:** $IQR = Q_3 - Q_1$. Indica la amplitud del intervalo donde se encuentra el 50% central de las observaciones.

• **Variancia (Var):** Dá información sobre como varían los datos respecto a la media.

• **Datos en agrupación simple:**

$$\text{Var} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

• **Datos agrupados en intervalos**

$$\text{Var} = \frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1}$$

• **Desviación Estándar:** $S = \sqrt{\text{Var}}$

• **Coeficiente de Variación:** $C_V = \frac{S}{\bar{x}}$, independiente de las unidades de medida, muy útil para comparar comportamiento de poblaciones distintas, \Rightarrow menor coeficiente de variación, menor dispersión en torno a la media.

2) El modelo probabilístico más adecuado para este experimento es el Hipergeométrico. Los supuestos son:

- Los N elementos se clasifican en "Éxito" (E) y "Fracaso" (F)
- n_1 los elementos como E
- n_2 los elementos como F . $n_1 + n_2 = N$
- Extraemos una muestra aleatoria de n , sin reposición ($n \leq N$)
- Sez λ - elementos E presentes

X es v.z. con distribución Hipergeométrica parámetros N, n_1, n y escribe
 $X \sim h(N, n_1, n)$

$$P(X=r) = \frac{\binom{n_1}{r} \binom{N-n_1}{n-r}}{\binom{N}{n}}$$

Con $r \in \mathbb{N}_0$: $a) r \leq n_1$ $b) (n-r) \leq (N-n_1)$

$$E(X) = n \cdot \frac{n_1}{N} \quad \text{Var}(X) = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{n_1}{N} \cdot \left(1 - \frac{n_1}{N}\right)$$

(b) Espacio de probabilidad; la descripción de los experimentos aleatorios se representa por la ternza (S, A, P) .

- S : espacio muestral asociado
- A : álgebra (o σ -álgebra) de conjuntos
- P : función de probabilidad.

La función de probabilidad P es una función $P: A \rightarrow [0,1]$ que cuantifica la posibilidad de ocurrencia de un evento aleatorio perteneciente a A .

El espacio de probabilidad del experimento consiste en describir todos los posibles resultados y asignar probabilidades a cada uno (aproximadamente 2 chips defectuosos). Aca consta de $n! = 0,1,2$ con:

$$n_1 \quad P(X=n_1)$$

$$0 \rightarrow 0,6028$$

$$1 \rightarrow 0,3947$$

$$2 \rightarrow 0,0025$$

3) La regla dice que, tenemos un evento A , y queremos encontrar su probabilidad total dada un evento B_i , realizamos la sumatoria del evento A dada B_i y multiplicada por la probabilidad de B_i

$$\sum_{i=1}^n P(A/B_i) \cdot P(B_i)$$

Ejemplo: Si tenemos que buscar gente con el factor O+ y se realizó un test de sangre para identificar el factor

A : pertenece $\geq O+$ A' : no pertenece

B : El test fue correcto B' : El test fue incorrecto

$P(A/B) \cdot P(B) + P(A/B') \cdot P(B')$. Se suman las probabilidades de que la persona si posez el factor O+ y la probabilidad de que tenga ese factor pero no haya sido correcto el test.

$$4) \text{ Fórmula de densidad } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty$$

• Esperanza: $E(x) = \mu$ • Varianza: $V(x) = \sigma^2$ • Función de distribución Acumulada
 $\Phi(z) = P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z^2} e^{-t^2/2} dt$

• La distribución normal en su pico máximo tiene su media μ y su punto de simetría es también μ

5) El modelo probabilístico que más se adecua para el problema, es el de Poisson ya que nos permite contar la cantidad de eventos en un intervalo de tiempo.
 (El conteo se realiza en un espacio o volumen concreto)

⑤ El método de estimación puntual elegido: es el método de estimación por momentos.

1) Recolección de datos: Tenemos que observar y registrar el número de bercos que pasan en un día en varios días diferentes. En este caso, supongamos lo hicimos por 7 días y los resultados fueron: 8, 10, 9, 7, 11, 9, 8.

2) Cálculo del primer momento (media muestral)

• Se calcula la media muestral de bercos, por día (\bar{x})
 • Esta media muestral es una estimación del parámetro (λ) de la distribución de Poisson.

$$\bar{x} = \frac{8+10+9+7+11+9+8}{7} = \frac{62}{7} \approx 8,86$$

3) Usar la estimación para inferir el parámetro: En la distribución de Poisson, el primer momento (la media) es igual al parámetro λ . Por lo tanto, λ se puede estimar directamente como la media muestral. En este caso $\lambda = \bar{x} \approx 8,86$. Que significa que por día en promedio pasan 8,86 bercos en un radio de 10 Km.

⑥ Los pasos a seguir son:

① Estimar: Calculamos la estimación puntual $\hat{\lambda}$ como la media muestral \bar{x} .

② Calcular la varianza: Como es una variable de Poisson, la varianza es igual a su media λ .

③ Usar aproximación normal: La distribución de $\hat{\lambda}$ puede ser aproximada por una distribución normal con media λ y varianza $\frac{\lambda}{n}$

④ Calcular el intervalo: usamos el estadístico correspondiente a la distribución normal estandarizada con nivel de confianza del 95%, es aproximadamente 1,96

$$(\hat{\lambda} - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{n}}, \hat{\lambda} + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{n}})$$