

Obsah

1	Drucker-Pragerův model plasticity	3
1.1	Úvod	3
1.2	Drucker-Pragerova plocha plasticity	4
1.3	Postup výpočtu a implementace	4

Seznam obrázků

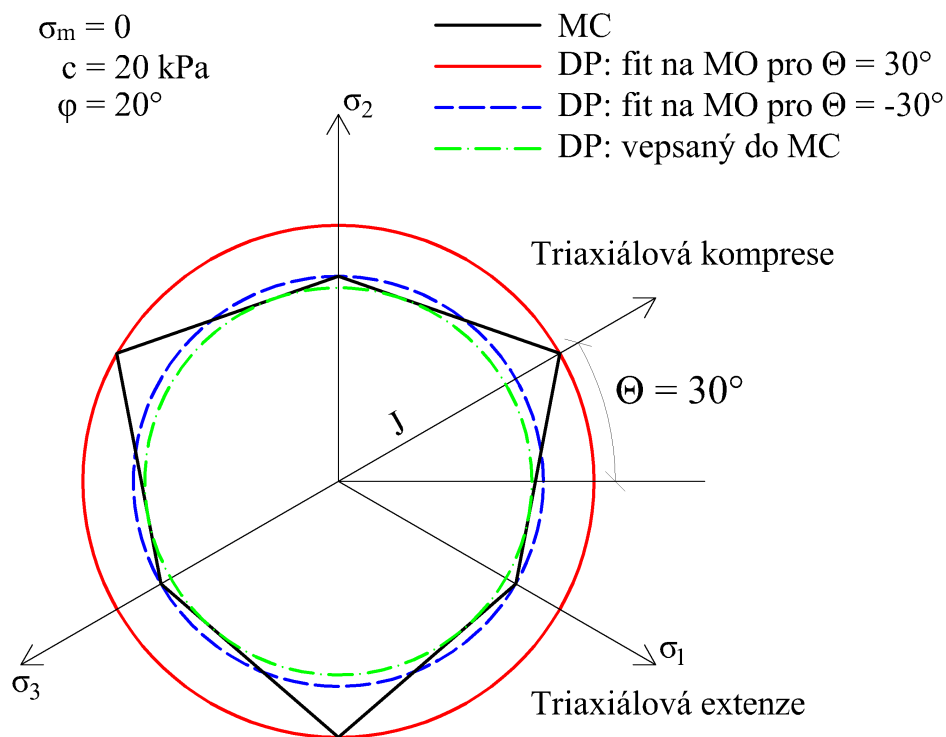
1.1	Drucker-Pragerův a Mohr-Coulombův model T	3
-----	---	---

Seznam tabulek

1 Drucker-Pragerův model plasticity

1.1 Úvod

Drucker-Pragerův model plasticity upravuje abnormality Mohr-Coulombova modelu. Na rozdíl od Mohr-Coulombova modelu je Drucker-Pragerova plocha plasticity hladká a v prostoru hlavních napětí má formu cylindrického kuželu. Pokud jsou laboratorní výsledky v efektivním a ne v totálním napětí, kritérium porušení se stane závislé na hydrostatickém nebo středním napětí.



Obrázek 1.1: Drucker-Pragerova a Mohr-Coulombova plocha plasticity v deviatorické rovině.

1.2 Drucker-Pragerova plocha plasticity

Drucker-Pragerův model vychází z von Misesova modelu tím, že je střední napětí (první invariant tenzoru napětí) obsaženo v rovnici plochy plasticity, která má formu

$$F(\sigma) = J + (\sigma_m - c) * M_{JP}(\varphi) = 0, \quad (1.1)$$

kde J je druhý invariant tenzoru napětí a M_{JP} slouží k fixaci na Mohr-Coulombův model, a je definován rovnicemi

$$M_{JP} = \frac{\sin(\varphi)}{(\cos(\theta) - \frac{(\sin(\theta) * \sin(\varphi))}{\sqrt{3}})}, \quad (1.2)$$

$$\theta = \arctan \frac{\sin \varphi}{\sqrt{3}}, \quad (1.3)$$

kde φ je úhel vnitřního tření. Zvolené vzorce jsou určené vepsaný Drucker-Pragerův model vepsaný do Mohr-Coulombova modelu. Vztahy (1.2) a (1.3) byly převzaty z [1].

1.3 Postup výpočtu a implementace

Model zapracovávám v programu Matlab a používám implicitní postup výpočtu. Rovnice na výpočet napětí má tvar

$$\sigma = D\varepsilon_e, \quad (1.4)$$

kde D je matice tuhosti a ε_e je elastická deformace. Výpočet je děláný přírůstkově, takže se rovnice upraví na

$$\sigma^{n+1} = \sigma^n + Dd\varepsilon_e. \quad (1.5)$$

Dále výpočet pokračuje k funkci (1.1), kde σ_m a J je první respektive druhý invariant tenzoru napětí a jsou definovány jako

$$J = \text{sqrt}(\frac{1}{2}\sigma^T P \sigma), \quad (1.6)$$

$$\sigma_m = m^T \sigma. \quad (1.7)$$

1. DRUCKER-PRAGERŮV MODEL PLASTICITY

Dále, pokud je splněna, výpočet pokračuje dalším přírůstkem deformace. Pokud ne, materiál začíná plasticky téct. Z tohoto důvodu se zavádí $d\lambda$, což je součinitel plastického tečení materiálu. Závislost J a σ_m na $d\lambda$ je převzata z [1] a má tvar

$$F(\sigma) = \overbrace{J - \mu d\lambda}^{J^{n+1}} + \overbrace{(\sigma_m - KM_{JP}(\varphi)d\lambda - c)}^{\sigma_m^{n+1}} * M_{JP} = 0. \quad (1.8)$$

Součinitel plastického tečení materiálu $d\lambda$ se dopočítává iterační metodou tečen (Newton-Raphsonova metoda) a dopočítává se tak dlouho, dokud není rovnice (1.8) splněna a dokud nejsou přírůstky velmi malé. Popsána je vztahem

$$d\lambda^{n+1} = d\lambda^n + \frac{F^n}{F'^n}. \quad (1.9)$$

Návrat na plochu plasticity probíhá po normále na rovnici (1.1). Normála se dopočítává rovnicí [1]

$$n = \frac{\delta F}{\delta \sigma} = \frac{1}{2J} P\sigma + M_{JP}m, \quad (1.10)$$

a její derivace podle rovnice

$$\frac{\delta n}{\delta \sigma} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \frac{\sigma^T P \sigma P - P \sigma \sigma^T}{(\sigma^T P \sigma)^{3/2}}. \quad (1.11)$$

Reference

- [1] W. Florkowski, *Phenomenology of ultra-relativistic heavy-ion collisions*, London: World Scientific, 2010, ISBN 98-142-8066-6.
- [2] Fázový diagram QCD:
<https://cds.cern.ch/record/1955819/files/TUOAA2f1-eps-converted-to.png>
 [online 24/07/2017].
- [3] S. Sarkar, H. Satz, B. Sinha, *The Physics of the Quark-Gluon Plasma: Introductory Lectures*, Lect. Notes Phys. **785**, Springer, Berlin Heidelberg 2010, ISBN 978-3-642-02286-9.
- [4] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz and K. K. Szabo, *The order of the quantum chromodynamics transition predicted by the standard model of particle physics*, Nature **443** (2006) 675.
- [5] Y. Aoki, Z. Fodor, S. D. Katz and K. K. Szabo, *The QCD transition temperature: Results with physical masses in the continuum limit*, Phys. Lett B **643** (2006) 46.
- [6] A. Bazavov et. al., *QCD equation of state to $O(\mu_B^6)$ from lattice QCD*, Phys. Rev. D **95** (2017) 054504.
- [7] Malý třesk: <https://u.osu.edu/vishnu/physics/> [online 11/04/2017].
- [8] Velký třesk: https://www.nikhef.nl/~i93/img/universe_original.jpg [online 11/04/2017].
- [9] Časoprostorový vývoj:
https://www.physics.ohio-state.edu/~ntg/6805/figures/RHIC_timescales_Strickland.png
 [online 11/04/2017].
- [10] P. Alba, W. Alberico, R. Bellwied, M. Bluhm, V. Mantovani Sarti, M. Nahrgang and C. Ratti, *Freeze-out conditions from net-proton and net-charge fluctuations at RHIC*, Phys. Lett. B **738** (2014) 305, arXiv:1403.4903.
- [11] Francois Gelis, *Color Glass Condensate and Glasma*, International Journal of Modern Physics A **28** (2012) 1330001, arXiv:1211.3327v2.
- [12] B. Tomášik, F. Sannino, I. Bearden a T. Dossing, *Topics in modern nuclear physics: Flow and Sizes*, Kobenhavns Universitet, Niels Bohr Institutet, 2004.

REFERENCE

- [13] C. M. Ko, V. Koch, Z.-W. Lin, K. Redlich, M. Stephanov, X.-N. Wang, *Kinetic Equation with Exact Charge Conservation*, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 5438.
- [14] S. Jeon, V. Koch, K. Redlich, X.-N. Wang, *Fluctuations of rare particles as a measure of chemical equilibration*, Nucl. Phys. A **697** (2002) 546-562.
- [15] C. M. Ko and L. Xia, *K^+/π^+ enhancement in heavy-ion collisions*, Phys. Rev. C **38** (1988) 179.
- [16] B. Tomášik and E. E. Kolomeitsev, *Strangeness dynamics in heavy-ion collisions: The K/π ratios and the lifetime of a fireball*, arXiv:nucl-th/0512088v1 (2005).
- [17] Koeficienty: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35b.htm> [online 17/04/2017].
- [18] Modifikované Besselovy funkce: http://people.math.sfu.ca/~cbm/aands/page_376.htm [online 17/04/2017].
- [19] Particle Data Group:
http://pdg.lbl.gov/2016/tables/contents_tables.html [online 17/04/2017].
- [20] "Columbia plot":
<https://quark.phy.bnl.gov/~htding/usqcd/scaling.html> [online 17/04/2017].
- [21] J. D. Bjorken, *Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region*, Phys. Rev. D **27** (1983) 140.
- [22] S. Borsanyi, Z. Fodor, S. D. Katz, S. Krieg, C. Ratti and K. K. Szabo, *Freeze-out Parameters from Electric Charge and Baryon Number Fluctuations: Is there Consistence?*, Phys. Rev. Lett. **113** (2014) 052301.