Wiskundige Structuren

Jasper Vos
Studentnr: *s2911159*

Huiswerkset 4

9 oktober 2025

Opgave 1

a) We hebben eerst een hulpstelling nodig voor het unieke inverse van elk element in $\mathbb{Z}$.

Lemma 1 (Unieke inverse)**.** $\forall x \in \mathbb{Z}\ \exists! y \in \mathbb{Z}$ *zodanig dat* $x + y = 0$

Bewijs. Neem $x, y, y' \in Z$ en laat $x + y = 0$ en $x + y' = 0$ dan:

$$\begin{aligned} x + y &= x + y' \\ y &= y' \quad \text{(Schrapwet)} \end{aligned}$$

Hieruit volgt dus dat er een unieke inverse is. $\square$

Nu beginnen we het bewijs waarom $(-1)a = -a$:

$$\begin{aligned} (-1)a &= 0 + (-1)a \quad \text{(0 is neutraal in optelling)} \\ &= a + (-a) + (-1)a \quad (a + (-a) = 0 \text{ lemma unieke inverse}) \\ &= a + (-1)a + (-a) \quad \text{(Optelling is commutatief)} \\ &= (1)a + (-1)a + (-a) \quad \text{(1 is neutraal in vermenigvuldiging)} \\ &= (1 + (-1))a + (-a) \quad \text{(Ditstributieve eigenschap)} \\ &= (0)a + (-a) \\ &= 0 + (-a) \\ &= -a \end{aligned}$$

b)

c)

Opgave 2

a)

b)

c)