Analyse I Huiswerk

Jasper Vos **Huiswerkset 2** 13 september 2025
Studentnr: *s2911159*

1. a)

   b)

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x+4}+x &= \lim_{t\to\infty}\sqrt{t^2-t+4}-t \quad \text{(Vervang } x \text{ met } t \text{ waarbij } t=-x\text{)}\\
&= \lim_{t\to\infty}\frac{(\sqrt{t^2-t+4}-t)(\sqrt{t^2-t+4}+t)}{\sqrt{t^2-t+4}+t} \quad \text{(Gebruik de worteltruc)}\\
&= \lim_{t\to\infty}\frac{\cancel{t^2}-t+4-\cancel{t^2}}{\sqrt{t^2-t+4}+t}\\
&= \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{-t}{t}+\frac{4}{t}}{\sqrt{\frac{t^2}{t^2}-\frac{t}{t^2}+\frac{4}{t^2}}+\frac{t}{t}} \quad \text{(Deel de teller en noemer door } t\text{)}\\
&= \frac{-1+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = \boxed{-\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

   c)

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-2x^2-4x}{(x^2-1)(x-2)} &= \lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-2x^2-4x}{x^3-2x^2-x+2} \quad \text{(Werk de haakjes weg)}\\
&= \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3}{x^3}-\frac{2x^2}{x^3}-\frac{4x}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}-\frac{2x^2}{x^3}-\frac{x}{x^3}+\frac{2}{x^3}} \quad \text{(Deel de teller en noemer door } x^3\text{)}\\
&= \frac{2-0-0}{1-0-0+0} = \boxed{2}
\end{aligned}$$

   d) Als $f(x)$ continu is op $x=-1$ moeten zowel het linker als rechterlimiet gelijk aan elkaar zijn.

$$\begin{aligned}
\lim_{x\uparrow-1}\sqrt{x^2+x+4}+x &= \sqrt{(-1)^2-1+4}-1\\
&= \sqrt{4}-1 = 1\\
&\Leftrightarrow\\
\lim_{x\downarrow-1}\frac{2x^3-2x^2-4x}{(x^2-1)(x-2)} &= \lim_{x\downarrow-1}\frac{2x(x^2-x-2)}{(x-1)(x+1)(x-2)}\\
&= \lim_{x\downarrow-1}\frac{2x\cancel{(x+1)(x-2)}}{(x-1)\cancel{(x+1)(x-2)}}\\
&= \frac{2(-1)}{(-1)-1} = 1
\end{aligned}$$

   Aangezien $\lim_{x\uparrow-1} f(x) = \lim_{x\downarrow-1} f(x)$ moet $f(x)$ continu zijn op het punt $x=-1$.