Lineaire Algebra

Jasper Vos **Huiswerkset 8** 4 november 2025
Studentnr: *s2911159*

Opgave 7.1.8

We kunnen een matrix opstellen waarbij de rijen de functie f_i voorstellen en a_j de kolommen.

$$\begin{pmatrix} f_0(a_0) & f_0(a_1) & f_0(a_2) & \dots & f_0(a_n) \\ f_1(a_0) & f_1(a_1) & f_1(a_2) & \dots & f_1(a_n) \\ f_2(a_0) & f_2(a_1) & f_2(a_2) & \dots & f_2(a_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n(a_0) & f_n(a_1) & f_n(a_2) & \dots & f_n(a_n) \end{pmatrix}$$

Met de voorwaarde die we hebben gekregen voor elke f:

$$f_i(a_j) = \begin{cases} 1 & \text{als j} \geq \text{i} \\ 0 \end{cases}$$

krijgen we:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Met rij-reductie kunnen we $R_2 = R_2 - R_1$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Met rij-reductie kunnen we $R_3 = R_3 - R_2 - R_1$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Merk op dat je dit n keer kan doen en dan krijg je de identiteitsmatrix waaruit volgt dat het linear onafhankelijk is.