

# Modelo Matemático para Diseño Óptimo de Red de Distribución de Agua: Grupo 6

Javier Sola, Martín Caballero, Bastián Jiménez, Agustín Venegas

## 1. Conjuntos

- $\mathcal{N}$ : conjunto de todos los nodos, con  $|\mathcal{N}| = N$ 
  - $\mathcal{P} \subset \mathcal{N}$ : nodos plantas de tratamiento
  - $\mathcal{T} \subset \mathcal{N}$ : nodos tanques
  - $\mathcal{C}_t \subset \mathcal{N}$ : nodos clientes de transbordo
  - $\mathcal{C}_f \subset \mathcal{N}$ : nodos clientes finales
- $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$ : conjunto de arcos posibles (únicamente entre columnas adyacentes), con  $|\mathcal{A}| = A$
- $\mathcal{D} = \{1, 3, 4\}$ : conjunto de diámetros permitidos para tuberías, con  $|\mathcal{D}| = D$
- $\mathcal{K} = \{a, b\}$ : tipos de costos de instalación, con  $|\mathcal{K}| = K$

## 2. Parámetros

- $\text{Cap}_d$ : capacidad máxima de flujo para diámetro  $d \in \mathcal{D}$  [l/min]

$$\text{Cap}_1 = 353, \quad \text{Cap}_3 = 1414, \quad \text{Cap}_4 = 2036$$

- $\text{Cost}_{dk}$ : costo de instalación para diámetro  $d$  y tipo  $k \in \mathcal{K}$ , según la tabla siguiente:

Diámetro		Costo tipo $a$	Costo tipo $b$
1	(50 mm)	16	45
3	(100 mm)	24	62
4	(120 mm)	27	68

- $c_{ij}$ , para  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, N$ : costo de transporte por unidad de flujo entre nodo  $i$  y nodo  $j$
- $d_j$ , para  $j \in \mathcal{C}_f$ : demanda de agua en nodo cliente final  $j$
- $S_i$ , para  $i \in \mathcal{P}$ : capacidad de suministro en planta  $i$

### 3. Variables de Decisión

- $x_{ij}^d \in \{0, 1\}$ , para  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, N$ ,  $d = 1, \dots, D$ : variable binaria que indica si se instala tubería de diámetro  $d$  en arco  $(i, j)$

$$x_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{si se instala tubería de diámetro } d \text{ en arco } (i, j), \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- $f_{ij} \geq 0$ , para  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, N$ : flujo de agua que circula por el arco  $(i, j)$

### 4. Función Objetivo

Minimizar el costo total de la red, que incluye costos de instalación y transporte:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{d=1}^D \sum_{k=1}^K \text{Cost}_{dk} \cdot x_{ij}^d + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} \cdot f_{ij}$$

### 5. Restricciones

1. **Capacidad máxima por tubería:**

$$f_{ij} \leq \sum_{d=1}^D \text{Cap}_d \cdot x_{ij}^d, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N$$

2. **Una única tubería por arco:**

$$\sum_{d=1}^D x_{ij}^d \leq 1, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N$$

3. **Conservación de flujo (balance nodal):**

- Para tanques y nodos clientes de transbordo  $i \in \mathcal{T} \cup \mathcal{C}_t$ :

$$\sum_{j=1}^N f_{ji} = \sum_{j=1}^N f_{ij}$$

- Para plantas  $i \in \mathcal{P}$ :

$$\sum_{j=1}^N f_{ij} \leq S_i$$

- Para nodos clientes finales  $i \in \mathcal{C}_f$ :

$$\sum_{j=1}^N f_{ji} = d_i$$

4. **Restricción de conectividad:** solo se permiten arcos entre columnas adyacentes:

$$\mathcal{P} \rightarrow \mathcal{T}, \quad \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{C}_t, \quad \mathcal{C}_t \rightarrow \mathcal{C}_f$$

5. **Dominio y no negatividad:**

$$x_{ij}^d \in \{0, 1\}, \quad f_{ij} \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N, \quad d = 1, \dots, D$$

## Código generador de instancias

En el link a continuación puede ver el código para la generación de instancias: <https://github.com/RepublicaDePirque/Codigo-Proyecto-opti.git>