Цель лекции: изучить основные алгоритмы внешних сортировок, научиться решать задачи сортировок массивов различными методами и выполнять оценку *эффективности* алгоритмов внешней сортировки.

Внешние сортировки применяются к данным, которые хранятся во внешней памяти. При выполнении таких сортировок требуется работать с данными, расположенными на внешних устройствах последовательного доступа. Для файлов, расположенных на таких устройствах в каждый момент времени доступен только один компонент последовательности данных, что является существенным ограничением по сравнению ссортировкой массивов, где всегда доступен каждый элемент.

Внешняя сортировка – это *сортировка* данных, которые расположены на *внешних устройствах* и не вмещающихся в *оперативную память*.

Данные, хранящиеся на внешних устройствах, имеют большой объем, что не позволяет их целиком переместить в оперативную память, отсортировать с использованием одного из алгоритмов внутренней сортировки, а затем вернуть их на внешнее устройство. В этом случае осуществлялось бы минимальное количество проходов через файл, то есть было бы однократное чтение и однократная запись данных. Однако на практике приходится осуществлять чтение, обработку и запись данных в файл по блокам, размер которых зависит от операционной системы и имеющегося объема оперативной памяти, что приводит к увеличению числа проходов через файл и заметному снижению скорости сортировки.

К наиболее известным алгоритмам внешних сортировок относятся:

- сортировки слиянием (простое слияние и естественное слияние);
- улучшенные сортировки (многофазная сортировка и каскадная сортировка).

Из представленных внешних сортировок наиболее важным является метод сортировки с помощью слияния. Прежде чем описывать *алгоритм сортировки слиянием* введем несколько определений.

Основным понятием при использовании *внешней сортировки* является понятие серии. **Серия (упорядоченный отрезок)** – это последовательность элементов, которая упорядочена по ключу.

Количество элементов в серии называется **длиной серии**. Серия, состоящая из одного элемента, упорядочена всегда. Последняя серия может иметь длину меньшую, чем остальные серии файлов. Максимальное количество серий в файле N (все элементы не упорядочены). Минимальное количество серий одна (все элементы упорядочены).

В основе большинства методов внешних сортировок лежит процедура слияния и процедура распределения. Слияние – это процесс объединения двух (или более) упорядоченных серий в одну упорядоченную последовательность при помощи циклического выбора элементов, доступных в данный момент. Распределение – это процесс разделения упорядоченных серий на два и несколько вспомогательных файла.

Фаза – это действия по однократной обработке всей последовательности элементов. Двухфазная сортировка – это сортировка, в которой отдельно реализуется две фазы: распределение и слияние. Однофазная сортировка – это сортировка, в которой объединены фазы распределения и слияния в одну.

Двухпутевым слиянием называется *сортировка*, в которой данные распределяются на два вспомогательных файла. **Многопутевым слиянием** называется *сортировка*, в которой данные распределяются на $N \ (N > 2)$ вспомогательных файлов.

Общий алгоритм сортировки слиянием

Сначала серии распределяются на два или более вспомогательных файлов. Данное распределение идет поочередно: первая серия записывается в первый вспомогательный файл, вторая – во второй и так далее до последнего вспомогательного файла. Затем опять запись серии начинается в первый вспомогательный файл. После распределения всех серий, они объединяются в более длинные упорядоченные отрезки, то есть из каждого вспомогательного файла берется по одной серии, которые сливаются. Если в каком-то файле серия заканчивается, то переход к следующей серии не осуществляется. В зависимости от вида сортировки сформированная более длинная упорядоченная серия записывается либо в исходный файл, либо в один из вспомогательных файлов. После того как все серии из всех вспомогательных файлов объединены в новые серии, потом опять начинается их распределение. И так до тех пор, пока все данные не будут отсортированы.

Выделим основные характеристики сортировки слиянием:

- количество фаз в реализации сортировки;
- количество вспомогательных файлов, на которые распределяются серии.

Рассмотрим основные и наиболее важные алгоритмы внешних сортировок более подробно.

Сортировка простым слиянием

Одна из сортировок на основе слияния называется простым слиянием.

Алгоритм сортировки простым слияния является простейшим алгоритмом *внешней сортировки*, основанный на процедуре слияния серией.

В данном алгоритме длина серий фиксируется на каждом шаге. В исходном файле все серии имеют длину 1, после первого шага она равна 2, после второго – 4, после третьего – 8, после k - го шага – 2^k .

Алгоритм сортировки простым слиянием

- Шаг 1. Исходный файл f разбивается на два вспомогательных файла f1 и f2.
- Шаг 2. Вспомогательные файлы f1 и f2 сливаются в ϕ айл f, при этом одиночные элементы образуют упорядоченные пары.
- Шаг 3. Полученный ϕ айл f вновь обрабатывается, как указано в шагах 1 и 2. При этом упорядоченные пары переходят в упорядоченные четверки.
- Шаг 4. Повторяя шаги, сливаем четверки в восьмерки и т.д., каждый раз удваивая длину слитых последовательностей до тех пор, пока не будет упорядочен целиком весь ϕ айл (рис. 43.1).

После выполнения i проходов получаем два файла, состоящих из серий длины 2^i . Окончание процесса происходит при выполнении условия 2^i >=n. Следовательно, процесс сортировки простым слиянием требует порядка $0(\log n)$ проходов по данным.

Признаками конца сортировки простым слиянием являются следующие условия:

- длина серии не меньше количества элементов в файле (определяется после фазы слияния);
- количество серий равно 1 (определяется на фазе слияния).
- при однофазной сортировке второй по счету вспомогательный файл после распределения серий остался пустым.

Исходный файл f: 5 7 3 2 8 4 1

	Распределение	Слияние
1 проход	f1: 5 3 8 1	f: 57 23 48 1
	f2: 7 2 4	1 1 1
2 прохол		f: 2357 148
	f2: 2 3 1	
3 проход	f1: 2 3 5 7	f: 1234578
	f2: 1 4 8	

Рис. 43.1. Демонстрация сортировки двухпутевым двухфазным простым слиянием

```
//Описание функции сортировки простым слиянием
void Simple_Merging_Sort (char *name){
  int a1, a2, k, i, j, kol, tmp;
  FILE *f, *f1, *f2;
  kol = 0;
  if ((f = fopen(name, "r")) == NULL)
    printf("\nИсходный файл не может быть прочитан...");
  else {
    while ( !feof(f) ) {
      fscanf(f, "%d", &a1);
      kol++;
    fclose(f);
  }
  k = 1;
  while (k < kol)
    f = fopen(name, "r");
    f1 = fopen("smsort_1", "w");
    f2 = fopen("smsort_2", "w");
    if ( !feof(f) ) fscanf(f, "%d", &a1);
    while ( !feof(f) ){
      for (i = 0; i < k \&\& !feof(f); i++){
        fprintf(f1,"%d ",a1);
        fscanf(f, "%d", &a1);
      }
      for (j = 0; j < k \&\& !feof(f); j++){
        fprintf(f2,"%d ",a1);
        fscanf(f, "%d", &a1);
      }
    }
    fclose(f2);
    fclose(f1);
```

```
fclose(f);
  f = fopen(name, "w");
  f1 = fopen("smsort_1", "r");
  f2 = fopen("smsort_2", "r");
  if ( !feof(f1) ) fscanf(f1, "%d", &a1);
  if ( !feof(f2) ) fscanf(f2, "%d", &a2);
 while ( !feof(f1) && !feof(f2) ){
    i = 0;
    j = 0;
    while ( i < k \&\& j < k \&\& !feof(f1) \&\& !feof(f2) ) {
      if ( a1 < a2 ) {
        fprintf(f, "%d ", a1);
        fscanf(f1, "%d", &a1);
        i++;
      }
      else {
        fprintf(f, "%d ", a2);
        fscanf(f2, "%d", &a2);
        j++;
      }
    }
    while ( i < k \&\& !feof(f1) ) {
      fprintf(f, "%d ", a1);
      fscanf(f1, "%d", &a1);
      i++;
    }
    while ( j < k \&\& !feof(f2) ) {
      fprintf(f,"%d ",a2);
      fscanf(f2, "%d", &a2);
      j++;
    }
 while ( !feof(f1) ) {
    fprintf(f, "%d ", a1);
    fscanf(f1, "%d", &a1);
  }
 while ( !feof(f2) ) {
    fprintf(f, "%d ", a2);
    fscanf(f2, "%d", &a2);
  }
  fclose(f2);
 fclose(f1);
  fclose(f);
  k *= 2;
remove("smsort_1");
```

```
remove("smsort_2");
}
Листинг .
```

Заметим, что для выполнения внешней сортировки методом простого слияния в оперативной памяти требуется расположить всего лишь две переменные – для размещения очередных элементов (записей) из вспомогательных файлов. Исходный и вспомогательные файлы будут $O(\log n)$ раз прочитаны и столько же раз записаны.

Сортировка естественным слиянием

В случае простого слияния *частичная упорядоченность* сортируемых данных не дает никакого преимущества. Это объясняется тем, что на каждом проходе сливаются серии фиксированной длины. При естественном слиянии *длина* серий не ограничивается, а определяется количеством элементов в уже упорядоченных подпоследовательностях, выделяемых на каждом проходе.

Сортировка, при которой всегда сливаются две самые длинные из возможных последовательностей, является естественным слиянием. В данной сортировке объединяются серии максимальной длины.

Алгоритм сортировки естественным слиянием

Шаг 1. Исходный файл f разбивается на два вспомогательных файла f1 и f2. Распределение происходит следующим образом: поочередно считываются записи a_i исходной последовательности (неупорядоченной) таким образом, что если значения ключей соседних записей удовлетворяют условию $f(a_i) <= f(a_{i+1})$, то они записываются в первый вспомогательный файл f1. Как только встречаются $f(a_i) > f(a_{i+1})$, то записи a_{i+1} копируются во второй вспомогательный файл f2. Процедура повторяется до тех пор, пока все записи исходной последовательности не будут распределены по файлам.

Шаг 2. Вспомогательные файлы f1 и f2 сливаются в файл f, при этом серии образуют упорядоченные последовательности.

Шаг 3. Полученный ϕ айл f вновь обрабатывается, как указано в шагах 1 и 2.

Шаг 4. Повторяя шаги, сливаем упорядоченные серии до тех пор, пока не будет упорядочен целиком весь файл.

Символ "`" обозначает признак конца серии.

Признаками конца сортировки естественным слиянием являются следующие условия:

- количество серий равно 1 (определяется на фазе слияния).
- при однофазной сортировке второй по счету вспомогательный файл после распределения серий остался пустым.

Естественное слияние, у которого после фазы распределения количество серий во вспомогательных файлах отличается друг от друга не более чем на единицу, называется *сбалансированным слиянием*, в противном случае – *несбалансированное слияние*.

Исходный файл f: 2 3 17 7 8 9 1 4 6 9 2 3 1 18

	Распределение	Слияние
1 проход	f1: 2 3 17 ` 1 4 6 9 ` 1 18	f: 2378917123469118
	f2: 789`23	
2 проход	f1: 2 3 7 8 9 17 ` 1 18	f: 1223346789917118
	f2: 123469`	
3 проход	f1: 1 2 2 3 3 4 6 7 8 9 9 17	f: 1122334678991718
	f2: 1 18	

Рис. 43.2. Демонстрация сортировки двухпутевым двухфазным естественным слиянием //Описание функции сортировки естественным слиянием void Natural Merging Sort (char *pame)/

```
void Natural_Merging_Sort (char *name){
  int s1, s2, a1, a2, mark;
  FILE *f, *f1, *f2;
  s1 = s2 = 1;
  while (s1 > 0 \&\& s2 > 0){
    mark = 1;
    s1 = 0;
    s2 = 0;
    f = fopen(name, "r");
    f1 = fopen("nmsort_1", "w");
    f2 = fopen("nmsort_2", "w");
    fscanf(f, "%d", &a1);
    if ( !feof(f) ) {
      fprintf(f1, "%d ", a1);
    }
    if ( !feof(f) ) fscanf(f, "%d", &a2);
    while ( !feof(f) ){
      if ( a2 < a1 ) {
        switch (mark) {
          case 1:{fprintf(f1,"' "); mark = 2; s1++; break;}
          case 2:{fprintf(f2,"' "); mark = 1; s2++; break;}
        }
      }
      if ( mark == 1 ) { fprintf(f1, "%d ", a2); s1++; }
      else { fprintf(f2, "%d ", a2); s2++;}
      a1 = a2;
      fscanf(f, "%d", &a2);
    }
    if ( s2 > 0 \&\& mark == 2 ) { fprintf(f2,"'");}
    if ( s1 > 0 \&\& mark == 1 ) { fprintf(f1,"'");}
    fclose(f2);
```

```
fclose(f1);
fclose(f);
cout << endl;
Print_File(name);
Print_File("nmsort_1");
Print_File("nmsort_2");
cout << endl;</pre>
f = fopen(name, "w");
f1 = fopen("nmsort_1", "r");
f2 = fopen("nmsort_2", "r");
if ( !feof(f1) ) fscanf(f1, "%d", &a1);
if ( !feof(f2) ) fscanf(f2, "%d", &a2);
bool file1, file2;
while ( !feof(f1) && !feof(f2) ){
  file1 = file2 = false;
  while ( !file1 && !file2 ) {
    if ( a1 <= a2 ) {
      fprintf(f, "%d ", a1);
      file1 = End_Range(f1);
      fscanf(f1, "%d", &a1);
    }
    else {
      fprintf(f, "%d ", a2);
      file2 = End_Range(f2);
      fscanf(f2, "%d", &a2);
    }
  }
  while (!file1) {
    fprintf(f, "%d ", a1);
    file1 = End_Range(f1);
    fscanf(f1, "%d", &a1);
  }
  while ( !file2 ) {
    fprintf(f, "%d ", a2);
    file2 = End_Range(f2);
    fscanf(f2, "%d", &a2);
  }
}
file1 = file2 = false;
while ( !file1 && !feof(f1) ) {
  fprintf(f, "%d ", a1);
  file1 = End_Range(f1);
  fscanf(f1, "%d", &a1);
while ( !file2 && !feof(f2) ) {
```

```
fprintf(f, "%d ", a2);
      file2 = End_Range(f2);
      fscanf(f2, "%d", &a2);
    }
    fclose(f2);
    fclose(f1);
    fclose(f);
  }
  remove("nmsort_1");
  remove("nmsort_2");
//определение конца блока
bool End_Range (FILE * f){
  int tmp;
  tmp = fgetc(f);
  tmp = fgetc(f);
  if (tmp != '\'') fseek(f,-2,1);
  else fseek(f,1,1);
  return tmp == '\'' ? true : false;
}
Листинг .
```

Таким образом, число чтений или перезаписей файлов при использовании метода естественного слияния будет не хуже, чем при применении метода простого слияния, а в среднем – даже лучше. Но в этом методе увеличивается число сравнений за счет тех, которые требуются для распознавания концов серий. Помимо этого, максимальный размер вспомогательных файлов может быть близок к размеру исходного файла, так как длина серий может быть произвольной.

Ключевые термины

Внешняя сортировка – это *сортировка* данных, которые расположены на *внешних устройствах* и не вмещающихся в *оперативную память*.

Двухпутевое слияние – это *сортировка*, в которой данные распределяются на два вспомогательных файла.

Двухфазная сортировка – это *сортировка*, в которой отдельно реализуется две фазы: распределение и слияние.

Длина серии - это количество элементов в серии.

Естественное слияние – это *сортировка*, при которой всегда сливаются две самые длинные из возможных серий.

Многопутевое слияние – это *сортировка*, в которой данные распределяются на N (N > 2) вспомогательных файлов.

Несбалансированное слияние – это естественное слияние, у которого после фазы распределения количество серий во вспомогательных файлах отличается друг от друга более чем на единицу.

Однофазная сортировка – это *сортировка*, в которой объединены фазы распределения и слияния в одну.

Простое слияние – это одна из сортировок на основе слияния, в которой *длина* серий фиксируется на каждом шаге.

Распределение – это процесс разделения упорядоченных серий на два и несколько вспомогательных файла.

Сбалансированное слияние – это естественное слияние, у которого после фазы распределения количество серий во вспомогательных файлах отличается друг от друга не более чем на единицу.

Серия (упорядоченный отрезок) – это последовательность элементов, которая упорядочена по ключу.

Слияние – это процесс объединения двух (или более) упорядоченных серий в одну упорядоченную последовательность при помощи циклического выбора элементов доступных в данный момент.

Фаза - это действия по однократной обработке всей последовательности элементов.

Краткие итоги

- 1. Внешние сортировки применяются к данным, которые хранятся во внешней памяти. Внешние сортировки применяются, если объем сортируемых данных превосходит допустимое место в ОЗУ.
- 2. Внешние сортировки, по сравнению с внутренними, характеризуются проигрышем по времени за счет обращения к внешним носителям.
- 3. К наиболее известным алгоритмам внешних сортировок относятся: *сортировки слиянием* (простое слияние и естественное слияние); *улучшенные сортировки* (многофазная сортировка и каскадная сортировка).
- 4. Алгоритмы внешних сортировок отличаются по реализации числом фаз и путей.
- 5. Простое слияние является одной из сортировок на основе слияния, в которой длина серий фиксируется на каждом шаге.
- 6. Естественное слияние является сортировкой, при которой всегда сливаются две самые длинные из возможных серий.
- 7. Число чтений или перезаписей файлов при использовании метода естественного слияния будет не хуже, чем при применении метода простого слияния, а в среднем даже лучше. Однако в данном методе увеличивается число сравнений за счет распознавания концов серий.