

## Список вопросов к коллоквиуму (2)

1. Линейные операторы
  1. Def(Линейный оператор)
    - Def(Ограниченный линейный оператор)
    - Примеры ограниченных и неограниченных линейных операторов
    - Существование неограниченных линейных операторов (базис Гамеля, оператор  $A : X \mapsto X; Ae_n = ne_n$ )
    - Линейные функционалы: определённый интеграл
    - Интегральный оператор
  2. Def(Норма оператора): 4 эквивалентных определения
  3. Th(О непрерывности ограниченных операторов): i.e. о эквивалентности определений
  4. Банахово пространство  $Hom(X, Y)$  линейных ограниченных (i.e. непрерывных) операторов
    - Определение
    - Полнота
  5. Сопряжённое пространство  $X^* = Hom(X, \mathbb{K})$
2. Фундаментальные принципы функционального анализа
  1. Принцип равномерной ограниченности
    - Th(Baire)
    - Th(Banach-Steinhaus)
    - Th(Open mapping theorem)
      - Оператор, обратный ограниченному
  2. Непрерывное продолжение линейного функционала
    - Th(Hahn-Banach)
    - Язык:
      - Линейно и частично-упорядоченные множества
      - Минимальный и максимальный элемент
      - Лемма Цорна
    - Следствие
3. Элементы функционального анализа
  - Касательные отображения
  - Производная
  - Производная в точке — линейный оператор (линейная часть приращения)
  - Производная — отображение, ставящее в соответствие точке производную в ней
  - Th(о единственности производной)
  - Примеры вычисления производной
  - Свойства производной
    - Производные суммы, произведения, &c
    - Производная суперпозиции
  - Аналитические ФКП:  $\mathbb{C}$ -дифференцируемость и  $\mathbb{R}^2$ -дифференцируемость
  - Ряд Тейлора
  - Th(Fermat)
    - Локальный экстремум
    - Квадратичные формы
    - Достаточные условия локального экстремума