

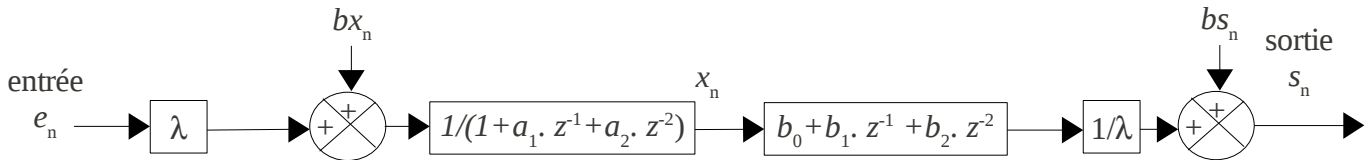
# 1 Problème: Décomposition cascade d'un filtre IIR

On se propose de programmer sous forme df2 un filtre de fonction de transfert sous forme DF2

$$F(z) \approx \frac{5,1487482 - 9,5204561 \cdot z^{-1} + 4,3844229 \cdot z^{-2}}{1 - 1,7999576 \cdot z^{-1} + 0,8084343 \cdot z^{-2}} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} \quad .$$

Pour cela on emploie le schéma d'analyse standard de la DF2, rappelé ci-après :

## Schéma d'analyse standard de la DF2



$bx_n, bs_n$  représentent les bruits de quantification de signal

$x_n$  représente la variable interne, qui ne doit pas dépasser la pleine échelle de codage

$\lambda$  est un facteur d'échelle en puissance entière de 2

Pour répondre aux questions suivantes, on pourra se reporter au tableau en annexe, donnant les valeurs des différentes normes à employer [pour chaque calcul, préciser quelle norme de quelle fonction de transfert est employée, par exemple :

$$\left\| \frac{1}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} \right\|_{H_\infty} ]$$

## 1.1 détermination du facteur d'échelle $\lambda$

On suppose que  $e_n$  occupe la pleine échelle de codage sur  $N_B$  bits, et on néglige l'effet du bruit  $bx_n$

- En déduire la plus grande valeur de  $\lambda = 2^L$  (en puissance entière de 2) pour que  $x_n$  ne dépasse pas la pleine échelle de codage sur  $N_B$  bits. Expliquer votre raisonnement et précisez la norme employée.

## 1.2 Effet des bruits sur la sortie

On s'intéresse uniquement à l'effet des bruits  $bx_n$  et  $bs_n$  sur la sortie  $s_n$  : l'entrée  $e_n$  est donc supposée identiquement nulle.

- Déterminez tout d'abord l'expression de  $S(z)$  dans ce cas

- En déduire la puissance maximale de sortie  $P_s$ , en fonction de la puissance  $P_b$  des bruits. (rappeler tout d'abord la définition de la puissance, et préciser la norme utilisée)

- En déduire la variance  $var_s$  de la sortie, lorsque  $bx_n$  et  $bs_n$  sont des bruits blancs indépendants, de même variance  $var_b$ . (rappeler tout d'abord la définition de la variance, et préciser la norme utilisée)

- En déduire la valeur absolue maximale  $\sup |s_n|$  de la sortie, lorsque  $bx_n$  et  $bs_n$  sont des bruits de même module maximal  $max_b$ . (préciser la valeur de  $max_b$  selon que l'on quantifie par arrondi ou par troncature, ainsi que la norme utilisée)

## 1.3 codage du filtre en nombres entiers

pour la suite du problème, on supposera  $N_B = 14$ , et  $\lambda = 2^{-7}$

### 1.3.1 quantification des coefficients

On donne dans le tableau ci-après les coefficients entiers / décalages correspondant aux coefficients du filtre, quantifiés sur 14 bits :

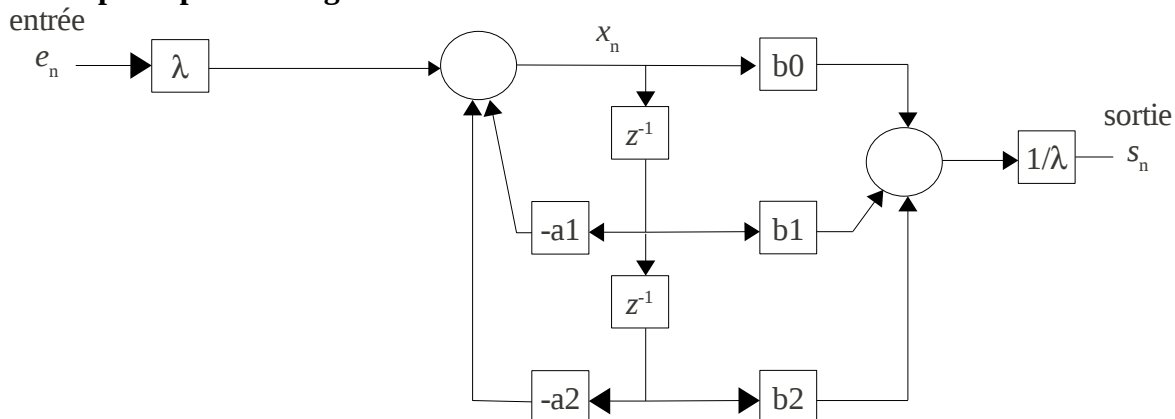
- Ce tableau contient 2 coefficients mal quantifiés, de manière évident. Expliquer les erreurs commises, et corriger les 2 lignes correspondantes

Coefficient réel $C_{reel}$	Coefficient entier $C_{14}$	Décalage $LC$
$b0 \approx 5,1487482$	$B0_{14} = 5272$	$L_{B0} = 10$
$b1 \approx -9,5204561$	$B1_{14} = -4874$	$L_{B1} = 9$
$b2 \approx 4,3844229$	$B2_{14} = 8979$	$L_{B2} = 11$
$a1 \approx -1,7999576$	$A1_{16} = -7373$	$L_{A1} = 12$
$a2 \approx 0,8084343$	$A2_{16} = 3311$	$L_{A2} = 12$

### 1.3.2 Schéma naïf d'implémentation

- En raisonnant sur le schéma de principe ci-après, représenter le schéma naïf correspondant [sur lequel ne doivent apparaître que des coefficients entiers, et des décalages à droite ou à gauche...]. Faire également apparaître les bruits de quantification sur ce schéma, et préciser le nombre de bits de codage de chaque variable.

Schéma de principe de codage d'un filtre d'ordre 2 sous forme df2



### 1.3.3 Schéma optimisé d'implémentation

- En appliquant les règles d'optimisation du cours, en déduire un schéma optimisé d'implémentation.

## 1.4 programmation du filtre

écrire un pseudo-programme correspondant au codage du filtre optimisé, en respectant les règles suivantes

- les seules opérations autorisées sont

- les multiplications entières [résultat 28 bits] = [variable 14 bits] X [coefficient 14 bits]
- les additions + , soustractions -, décalages à droite >>, ou à gauche <<, (sur 14 ou 28 bits)

- Les quantifications de signal doivent s'effectuer par arrondi (pas par troncature)

- le nombre de bits des variables doit être précisé dans leur nom

- autant que possible, les lignes de programme doivent être associées à des points du schéma optimisé

ANNEXE : NORMES DES DIFFERENTES FONCTIONS DE TRANSFERT

$G(z)$	$\ G\ _1$	$\ G\ _2$	$\ G\ _\infty$
$F(z) = N(z)/D(z)$	8,7	5,2	5,2
$1/D(z)$	120	18	120
$N(z)$	19,1	11,7	19,1