

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Общенаучный факультет

Кафедра математики

Отчет по лабораторной работе № 2

Тема «Построение ARMA модели временного ряда курса Биткоина»

Группа ПМИ-102м

Студент	<hr/> (дата)	<hr/> (подпись)	<u>Абдулин И. Н.</u> (Фамилия И.О.)
Проверил	<hr/> (дата)	<hr/> (подпись)	<u>Лакман И. А.</u> (Фамилия И.О.)

Уфа 2017

**Цель работы:** Построение модели ARMA для временного ряда курса Биткоина.

### **Постановка задач**

1. Перевести исходный временной ряд в стационарный в зависимости от того, к какому типу процессов относится моделируемый ряд.
2. На основе анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ, полученного стационарного ряда провести идентификацию порядков моделей ARMA;  
В случае модели определить каким образом (мультипликативно или аддитивно) входит сезонная компонента в структуру ряда.
3. Методом наименьших квадратов найти оценки параметров моделей ARMA.
4. При построении нескольких статистически значимых моделей ARMA провести процедуру их селекции, исходя из минимума информационных критериев.
5. Проведение процедуры адекватности отобранный модели.

## Ход работы

### Задача №1.

Первым этапом построения модели ARMA является определение порядка интеграции процесса. Тип процесса был определен ранее: DS I(1). Следовательно, порядок интеграции процесса  $d=1$ .

### Задача №2.

Следующим этапом, является идентификация модели ARMA, т.е. определение порядков  $p$  - порядка авторегрессии и  $q$  - порядка скользящего среднего. Данные порядки будем находить на основе визуального анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ.

На рисунке 1 представлены коррелограммы АКФ и ЧАКФ ряда первых разностей. По ним можно сделать предположение, что порядки авторегрессии  $p=1,3,6,11$ , порядки скользящего среднего  $q=1,3,5$ .

Date: 03/04/17 Time: 13:56  
Sample: 2/11/2013 2/13/2017  
Included observations: 209

	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.276	0.276	16.122	0.000		
2	0.039	-0.040	16.448	0.000		
3	-0.237	-0.257	28.469	0.000		
4	-0.054	0.094	29.098	0.000		
5	0.099	0.126	31.225	0.000		
6	0.165	0.041	37.130	0.000		
7	0.041	-0.036	37.494	0.000		
8	0.010	0.063	37.518	0.000		
9	-0.012	0.033	37.551	0.000		
10	-0.013	-0.047	37.589	0.000		
11	-0.127	-0.154	41.160	0.000		
12	-0.098	-0.026	43.308	0.000		
13	-0.136	-0.103	47.486	0.000		
14	0.021	0.021	47.588	0.000		
15	0.063	0.039	48.488	0.000		
16	-0.010	-0.079	48.513	0.000		
17	-0.065	0.003	49.491	0.000		
18	-0.145	-0.069	54.348	0.000		
19	-0.041	0.031	54.748	0.000		
20	0.035	0.027	55.026	0.000		
21	0.049	-0.022	55.594	0.000		
22	-0.078	-0.113	57.021	0.000		
23	-0.040	0.044	57.408	0.000		
24	-0.072	-0.068	58.648	0.000		
25	0.100	0.097	61.039	0.000		
26	0.124	0.086	64.741	0.000		
27	0.156	0.101	70.615	0.000		
28	-0.005	-0.027	70.622	0.000		
29	0.020	0.038	70.718	0.000		
30	-0.026	0.005	70.889	0.000		
31	0.064	0.014	71.908	0.000		
32	0.043	-0.005	72.367	0.000		
33	0.037	-0.019	72.711	0.000		
34	0.062	0.075	73.692	0.000		
35	0.063	-0.019	74.701	0.000		
36	0.007	-0.006	74.715	0.000		

Рисунок. 1: Коррелограмма для ряда первых разностей.

### Задачи №3, 4.

Следующим этапом является оценка параметров модели ARMA методом наименьших квадратов (LS –least squared) с определенными ранее порядками.

Результаты оценивания модели ARMA приведены на рисунке 2. Значимость коэффициентов AR и MA-составляющих проверяется на основе соответствующих им вероятностям ошибки отклонения нулевой гипотезы о незначимости модели.

Dependent Variable: D(BITCOIN_OBJECT)				
Method: Least Squares				
Date: 04/16/17 Time: 14:54				
Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017				
Included observations: 198 after adjustments				
Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.414077	3.283490	1.344325	0.1804
AR(1)	0.299782	0.065206	4.597443	0.0000
AR(3)	-0.258089	0.065253	-3.955182	0.0001
AR(5)	0.149416	0.066170	2.258044	0.0251
AR(11)	-0.156935	0.068618	-2.287081	0.0233
R-squared	0.182410	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.165465	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	44.61343	Akaike info criterion	10.45888	
Sum squared resid	384139.1	Schwarz criterion	10.54191	
Log likelihood	-1030.429	Hannan-Quinn criter.	10.49249	
F-statistic	10.76488	Durbin-Watson stat	2.039877	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.82-.23i .21-.83i -.71-.45i	.82+.23i .21+.83i -.71+.45i	.56-.69i -.32-.72i -.83	.56+.69i -.32+.72i

Рисунок 1: Окно результатов оценивания ARMA

Здесь подобран оптимальный набор параметров автогрессионных членов и скользящего среднего с точки зрения значимости коэффициентов и прогнозной способности модели.

Авторегрессионные члены ar(1), ar(3) , ar(5) , ar(11) статистически значимы, так как вероятность ошибки отклонения нулевой гипотезы о

незначимости модели составляет менее 5%. По тем же соображениям, константа не является статистически значимой.

Адекватность модели проверяется при помощи критерия Фишера F-statistic и вероятности Prob(F-statistic). Так как  $\text{Prob}(\text{F-statistic}) = 0 < 0.05$ , то гипотезу о незначимости модели отвергается.

Коэффициент  $R^2$  положителен и равен 18,2%, что говорит о плохой прогнозной способности модели.

Коэффициент Дарбина-Ватсона близок к двум, что означает отсутствие автокорреляции у остатков ряда.

Введение коэффициентов скользящего среднего не приводит к улучшению модели.

Для определения структуры ARMA модели необходимо определить обратные корни ARMA-процесса на комплекснозначной плоскости значений (рис. 3).

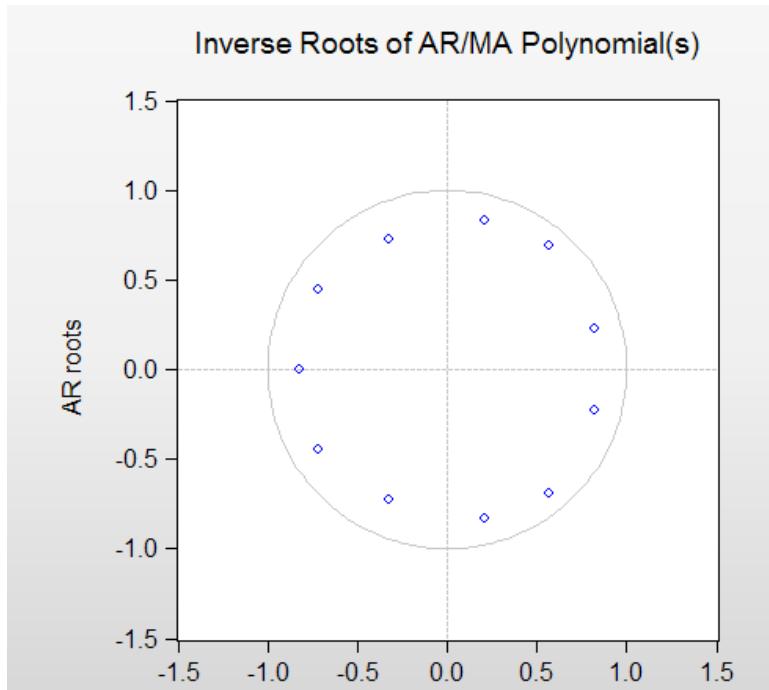


Рисунок 3: Графическое представление обратных единичных корней модели

На рисунке 3 изображены обратные корни характеристического полинома ARMA модели, они не выходят за границы единичного круга. Значит модель является обратимой.

Подробную информацию о корнях на рисунке 4. Тут же указано, что модель ARMA модель стационарна.

Inverse Roots of AR/MA Polynomial(s)		
Specification: D(BITCOIN_OBJECT) AR(1) AR(3) AR(5)		
AR(11) C		
Date: 04/16/17 Time: 14:56		
Sample: 2/11/2013 2/13/2017		
Included observations: 198		
AR Root(s)	Modulus	Cycle
0.564180 ± 0.688307i	0.889981	7.106228
0.209714 ± 0.834620i	0.860564	4.743372
0.822573 ± 0.231137i	0.854430	22.93727
-0.714200 ± 0.448111i	0.843140	2.434166
-0.825473	0.825473	
-0.319639 ± 0.722730i	0.790258	3.161828

No root lies outside the unit circle.  
ARMA model is stationary.

*Рисунок 4: Табличное представление единичных корней модели*

### **Задача №5**

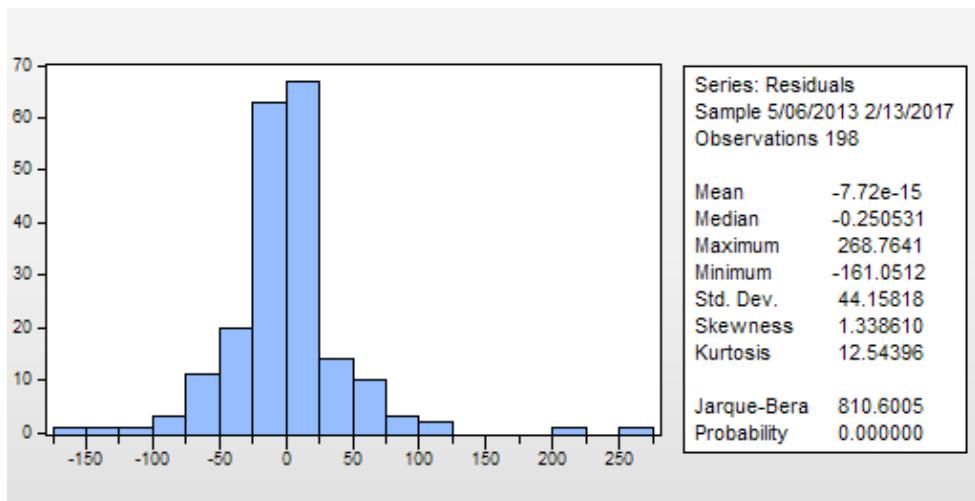
Далее, проведем процедуру проверки на адекватность (нормальность) отобранный модели. Проверяется достоверность параметров построенной модели (эффективность, несмещенност и состоятельность оценок коэффициентов моделей) на основе соответствия остатков (ошибок) модели процессу белого шума (на основе анализа коррелограмм). Тестируется остаточная компонента на нормальность распределения с помощью теста Бера-Жарка.

На рисунке 5 видно, что остатки являются белым шумом, так как нет автокорреляции.

Date: 04/16/17 Time: 14:58  
 Sample: 2/11/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198  
 Q-statistic probabilities adjusted for 4 ARMA terms

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.021	-0.021	0.0897
		2	0.063	0.063	0.8950
		3	-0.009	-0.007	0.9131
		4	0.050	0.046	1.4176
		5	-0.022	-0.019	1.5176 0.218
		6	0.087	0.081	3.0920 0.213
		7	-0.055	-0.050	3.7292 0.292
		8	0.026	0.012	3.8693 0.424
		9	0.037	0.047	4.1539 0.527
		10	0.006	-0.004	4.1605 0.655
		11	-0.013	-0.010	4.1945 0.757
		12	0.017	0.007	4.2597 0.833
		13	-0.130	-0.125	7.8591 0.548
		14	0.001	-0.008	7.8595 0.643
		15	0.029	0.041	8.0425 0.709
		16	-0.013	-0.012	8.0809 0.779
		17	0.027	0.036	8.2420 0.827
		18	-0.093	-0.103	10.150 0.751
		19	-0.038	-0.027	10.467 0.789
		20	0.013	0.016	10.507 0.839
		21	0.009	0.006	10.525 0.880
		22	-0.127	-0.106	14.136 0.720
		23	0.068	0.061	15.168 0.712
		24	-0.080	-0.060	16.641 0.676
		25	0.085	0.079	18.280 0.631
		26	0.066	0.071	19.282 0.628
		27	0.145	0.143	24.153 0.395
		28	-0.048	-0.016	24.696 0.422
		29	0.076	0.029	26.036 0.406
		30	-0.045	-0.020	26.517 0.435
		31	0.037	-0.010	26.838 0.473
		32	0.069	0.070	27.970 0.466
		33	-0.051	-0.068	28.591 0.487
		34	0.041	0.057	29.001 0.518
		35	0.015	-0.037	29.056 0.566
		36	-0.005	-0.005	29.063 0.616

Рисунок 5: График остатков ARMA модели

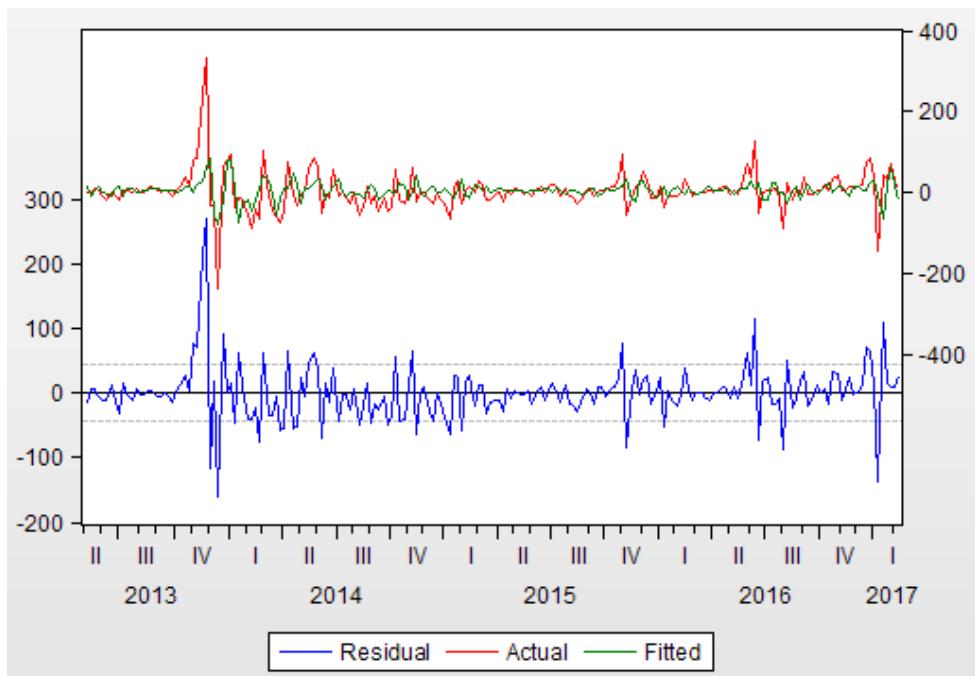


*Рисунок 6: Результаты теста на нормальность модели*

По рисунку 6 видно, что отобранная модель не удовлетворяют условиям нормального распределения по следующим параметрам:

- коэффициент несмещенности не близок к нулю (1,33)
- коэффициент эксцесса не близок к трём (12,54);
- вероятность  $P$  меньше 5% (0%).

Так же можно проверить ряд остатков на случайность. Для этого построим график показателя подгонки модели  $R^2$  (рисунок 7).



*Рисунок 7: График  $R^2$*

На рисунке 7 Actual - исходные значения (экспериментальные данные), Fitted - значение (вычислено из уравнения регрессии), Residual - оценки остатков.

Исходя из этого графика можно сказать, что прогнозная способность исследуемой модели мала.

В результате отобранная адекватная модель ARMA выглядит следующим образом:

$$y_t = \underbrace{4.41}_{(1.34)} + \underbrace{0.29}_{(4.59)} \cdot y_{t-1} - \underbrace{0.26}_{(-3.95)} \cdot y_{t-3} + \underbrace{0.15}_{(2.26)} \cdot y_{t-5} - \underbrace{0.16}_{(-2.29)} \cdot y_{t-11} + \varepsilon_t.$$

В скобках значения t-статистик коэффициентов.