

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Общенаучный факультет

Кафедра математики

Отчет по лабораторной работе № 3

Тема «Модели условной гетероскедастичности. Построение  
моделей условной гетероскедастичности ARCH/GARCH  
временного ряда курса Биткоина»

Группа ПМИ-102м

Студент	<hr/> (дата)	<hr/> (подпись)	<u>Абдулин И. Н.</u> (Фамилия И.О.)
Проверил	<hr/> (дата)	<hr/> (подпись)	<u>Лакман И. А.</u> (Фамилия И.О.)

## **Цель работы**

Построение моделей условной гетероскедастичности ARCH/GARCH для временного ряда.

## **Задачи**

1. Проанализировать остатки после модели ARMA на наличие ARCH-эффектов с помощью ARCH LM теста. Результаты теста при нулевой гипотезе об отсутствии ARCH-эффектов принимаются в том случае, если ошибка отклонения этой гипотезы превышает 5%. То есть, если эта ошибка меньше 5%, то ARCH-эффекты статистически значимы и имеется целесообразность построения ARCH/GARCH модели.
2. на основе анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ квадратов стандартизованных остатков модели ARMA проверить наличие ARCH/GARCH и идентифицировать (определить) порядки модели.
3. методом максимального правдоподобия найти оценки параметров моделей ARCH. Проанализировать полученные результаты с точки зрения качества.
4. Подобрать вид распределения под оставшуюся остаточную компоненту. Для этого проверить остатки после построения ARCH модели на нормальность с помощью теста Бера-Жарка, и если распределение не подчиняется нормальному, то перестраиваем модель методом квазимаксимального правдоподобия с подчинением остатков распределению Т-Стьюдента или GED-распределению. Проверить статистическую значимость полученной модели.
5. Проанализировать качество построенной модели. Остатки модели должны соответствовать белому шуму и ARCH LM тест должен подтвердить отсутствие ARCH-эффектов в модели.
6. Проанализировать решение задач 3-5 только для обобщенно GARCH-модели.

7. При необходимости проведение процедуру селекций между ARCH и GARCH.

## Ход работы

### Задача 1

Результаты ARCH LM-теста остатков модели ARMA:

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	7.061942	Prob. F(1,195)	0.0085
Obs*R-squared	6.885030	Prob. Chi-Square(1)	0.0087

Test Equation:

Dependent Variable: WGT\_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/16/17 Time: 18:33

Sample (adjusted): 5/13/2013 2/13/2017

Included observations: 197 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.548412	0.089985	6.094495	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	0.187085	0.070401	2.657431	0.0085
R-squared	0.034949	Mean dependent var	0.673079	
Adjusted R-squared	0.030000	S.D. dependent var	1.094315	
S.E. of regression	1.077775	Akaike info criterion	2.997775	
Sum squared resid	226.5118	Schwarz criterion	3.031107	
Log likelihood	-293.2808	Hannan-Quinn criter.	3.011268	
F-statistic	7.061942	Durbin-Watson stat	1.973509	
Prob(F-statistic)	0.008527			

Рисунок 1. Результаты ARCH LM-теста.

Нулевая гипотеза об отсутствии ARCH-эффектов не подтверждена, так как соответствующий  $F$ -статистике  $p$ -уровень меньше 5%. То есть, целесообразно построение ARCH/GARCH-модели.

## Задача 2

Коррелограммы квадратов остатков имеют следующий вид:

Date: 04/16/17 Time: 18:38

Sample: 2/11/2013 2/13/2017

Included observations: 198

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
		1 0.187	0.187	6.9975	0.008
		2 -0.033	-0.071	7.2210	0.027
		3 0.109	0.134	9.6130	0.022
		4 0.080	0.031	10.911	0.028
		5 0.054	0.049	11.506	0.042
		6 0.012	-0.014	11.537	0.073
		7 0.067	0.066	12.468	0.086
		8 0.027	-0.014	12.622	0.126
		9 0.035	0.040	12.881	0.168
		10 -0.030	-0.064	13.068	0.220
		11 0.024	0.044	13.188	0.281
		12 -0.002	-0.041	13.190	0.355
		13 -0.043	-0.023	13.587	0.404
		14 0.025	0.026	13.723	0.471
		15 0.053	0.047	14.322	0.501
		16 -0.118	-0.144	17.361	0.363
		17 -0.103	-0.038	19.668	0.292
		18 0.002	-0.006	19.668	0.352
		19 0.005	0.024	19.674	0.414
		20 0.097	0.124	21.759	0.354
		21 -0.061	-0.091	22.579	0.367
		22 -0.032	0.012	22.808	0.413
		23 0.015	-0.009	22.859	0.469
		24 -0.041	-0.031	23.238	0.506
		25 -0.132	-0.120	27.232	0.344
		26 -0.041	0.009	27.615	0.378
		27 0.024	0.005	27.747	0.424
		28 -0.027	0.013	27.916	0.469
		29 0.163	0.189	34.160	0.233
		30 0.035	-0.019	34.448	0.263
		31 -0.009	0.029	34.466	0.305
		32 0.111	0.096	37.397	0.235
		33 0.045	-0.026	37.893	0.256
		34 -0.033	-0.067	38.151	0.286
		35 -0.118	-0.154	41.512	0.208
		36 -0.043	0.000	41.966	0.228

Рисунок 2. Коррелограммы АКФ и ЧАКФ квадратов остатков модели.

В силу того, что максимальный лаг отклонения равен 3, то предполагаем, что порядок ARCH/GARCH равен 3.

### Задачи 3-5

Результаты оценки ARCH модели, порядок 3:

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution  
 Date: 04/16/17 Time: 18:41  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Convergence achieved after 90 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{GARCH} = C(6) + C(7)*\text{RESID}(-1)^2 + C(8)*\text{RESID}(-2)^2 + C(9)*\text{RESID}(-3)^2$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.735705	1.012189	1.714803	0.0864
AR(1)	0.190035	0.079195	2.399587	0.0164
AR(3)	-0.104712	0.056766	-1.844620	0.0651
AR(5)	-0.105325	0.024142	-4.362648	0.0000
AR(11)	-0.136789	0.037735	-3.624977	0.0003
<b>Variance Equation</b>				
C	41.19909	26.89422	1.531894	0.1255
RESID(-1)^2	1.024618	0.206988	4.950142	0.0000
RESID(-2)^2	0.643699	0.186004	3.460671	0.0005
RESID(-3)^2	0.191956	0.073097	2.626058	0.0086
R-squared	0.086396	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.067461	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	47.16032	Akaike info criterion	9.723218	
Sum squared resid	429250.5	Schwarz criterion	9.872685	
Log likelihood	-953.5986	Hannan-Quinn criter.	9.783718	
Durbin-Watson stat	1.749866			
Inverted AR Roots	.80-.26i .13+.82i -.68-.43i	.80+.26i .13-.82i -.68+.43i	.59+.64i -.32-.76i -.85	.59-.64i -.32+.76i

*Рисунок 3. Результаты построения ARCH-модели 3 порядка.*

При условии того, что остатки подчиняются нормальному распределению, коэффициент ar(3) статистически не значим, поэтому модель плохая. Проведение анализа белого шума для модели со статистически незначимыми коэффициентами смысла не несет.

## Снизим порядок ARCH модели до 2.

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution  
 Date: 04/16/17 Time: 19:07  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Convergence not achieved after 500 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $GARCH = C(6) + C(7)*RESID(-1)^2 + C(8)*RESID(-2)^2$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.364214	1.500783	-0.242683	0.8083
AR(1)	0.328205	0.071237	4.607235	0.0000
AR(3)	-0.261544	0.039054	-6.696933	0.0000
AR(5)	-0.094718	0.023958	-3.953501	0.0001
AR(11)	-0.055497	0.028024	-1.980362	0.0477
Variance Equation				
C	127.6852	50.93977	2.506591	0.0122
RESID(-1)^2	0.678966	0.161899	4.193777	0.0000
RESID(-2)^2	0.842038	0.194408	4.331301	0.0000
R-squared	0.108469	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.089992	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	46.58713	Akaike info criterion	9.802772	
Sum squared resid	418879.6	Schwarz criterion	9.935631	
Log likelihood	-962.4744	Hannan-Quinn criter.	9.856549	
Durbin-Watson stat	1.973134			
Inverted AR Roots	.72-.26i .15+.74i -.62-.37i	.72+.26i .15-.74i -.62+.37i	.59-.62i -.27+.69i -.80	.59+.62i -.27-.69i

Рисунок 4. Результаты теста на нормальность модели

Теперь коэффициенты ARMA модели статистически значимы, но, согласно показателю  $R^2$ , прогнозная способность модели по прежнему плохая (10%).

Проведем анализ белого шума.

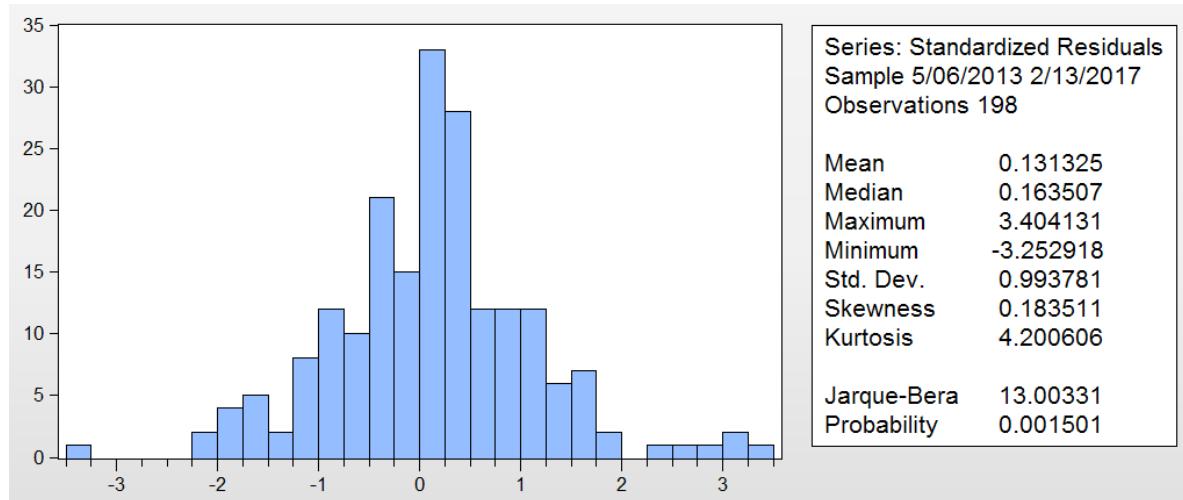


Рисунок 5. Результаты построения ARCH-модели 2 порядка.

Тест на нормальность не выполняется:

- коэффициент эксцесса не близок к трём (4,2);
- вероятность  $P$  меньше 5% (0%).

Попробуем улучшить модель путем подбора других распределений для остатков.

## Стьюдента распределение.

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution  
 Date: 04/16/17 Time: 19:17  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Convergence achieved after 82 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $\text{GARCH} = C(6) + C(7)*\text{RESID}(-1)^2 + C(8)*\text{RESID}(-2)^2$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.537634	1.210879	2.095695	0.0361
AR(1)	0.204483	0.061809	3.308324	0.0009
AR(3)	-0.019195	0.048700	-0.394147	0.6935
AR(5)	0.011839	0.043630	0.271339	0.7861
AR(11)	-0.173818	0.022856	-7.604999	0.0000
Variance Equation				
C	197.7827	121.2785	1.630814	0.1029
RESID(-1)^2	1.620535	0.873041	1.856197	0.0634
RESID(-2)^2	0.601178	0.349922	1.718033	0.0858
T-DIST. DOF	3.067930	0.951365	3.224766	0.0013
R-squared	0.100625	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.081985	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	46.79162	Akaike info criterion	9.690523	
Sum squared resid	422565.0	Schwarz criterion	9.839990	
Log likelihood	-950.3618	Hannan-Quinn criter.	9.751022	
Durbin-Watson stat	1.833042			
Inverted AR Roots	.84-.24i .14+.84i -.70-.46i	.84+.24i .14-.84i -.70+.46i	.58+.65i -.34+.77i -.84	.58-.65i -.34-.77i

Рисунок 6. Результаты построения ARCH-модели 2 порядка, распределение Стьюдента.

Некоторые коэффициенты (ar(3), ar(5)) снова статистически не значимы.

Проведение анализа белого шума для модели со статистически незначимыми коэффициентами смысла не несет.

Аналогичная ситуация с GED-распределением.

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)  
 Date: 04/16/17 Time: 19:19  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Failure to improve Likelihood after 34 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(6) + C(7)\*RESID(-1)^2 + C(8)\*RESID(-2)^2

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.535668	1.079440	2.349058	0.0188
AR(1)	0.166016	0.055591	2.986367	0.0028
AR(3)	-0.013443	0.035528	-0.378366	0.7052
AR(5)	0.040339	0.015451	2.610733	0.0090
AR(11)	-0.026351	0.033043	-0.797488	0.4252
Variance Equation				
C	242.3686	88.77834	2.730042	0.0063
RESID(-1)^2	1.142909	0.515066	2.218954	0.0265
RESID(-2)^2	0.504131	0.237752	2.120406	0.0340
GED PARAMETER	0.838492	0.118199	7.093882	0.0000
R-squared	0.085300	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.066342	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	47.18860	Akaike info criterion	9.675434	
Sum squared resid	429765.4	Schwarz criterion	9.824901	
Log likelihood	-948.8680	Hannan-Quinn criter.	9.735933	
Durbin-Watson stat	1.755473			
Inverted AR Roots	.71+.19i .13-.72i -.60-.40i	.71-.19i .13+.72i -.60+.40i	.47+.55i -.29+.64i -.69	.47-.55i -.29-.64i

Рисунок 7. Результаты построения ARCH-модели 2 порядка, GED-распределение.

Некоторые коэффициенты (ar(3), ar(5)) снова статистически не значимы.

Проведение анализа белого шума для модели со статистически незначимыми коэффициентами смысла не несет.

## Задача 6

Проверим остатки на наличие чисто GARCH эффектов

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution  
Date: 04/16/17 Time: 19:21  
Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
Included observations: 198 after adjustments  
Convergence achieved after 111 iterations  
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
GARCH = C(6) + C(7)\*GARCH(-1) + C(8)\*GARCH(-2)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4.053896	4.213837	0.962044	0.3360
AR(1)	0.307047	0.035141	8.737484	0.0000
AR(3)	-0.247331	0.041868	-5.907392	0.0000
AR(5)	0.141045	0.065830	2.142569	0.0321
AR(11)	-0.153176	0.071275	-2.149089	0.0316
Variance Equation				
C	398.2561	293.0309	1.359093	0.1741
GARCH(-1)	-0.044502	0.216266	-0.205776	0.8370
GARCH(-2)	0.844291	0.229329	3.681571	0.0002
R-squared	0.182110	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.165159	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	44.62160	Akaike info criterion	10.45698	
Sum squared resid	384279.9	Schwarz criterion	10.58984	
Log likelihood	-1027.241	Hannan-Quinn criter.	10.51075	
Durbin-Watson stat	2.056242			
Inverted AR Roots	.82-.23i .21+.83i .71+.45i	.82+.23i .21-.83i .71-.45i	.57+.68i -.32+.72i -.82	.57-.68i -.32-.72i

Рисунок 8. Результаты построения GARCH-модели 2 порядка, нормальное распределение.

Один из коэффициентов GARCH-модели не значим, так как вероятность ошибки отклонения нулевой гипотезы о значимости модели составляет более 5%.

Проведение анализа белого шума для модели со статистически незначимыми коэффициентами смысла не несет.

Снизим порядок до 1.

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution  
 Date: 04/16/17 Time: 19:22  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Convergence achieved after 81 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $GARCH = C(6) + C(7)*GARCH(-1)$

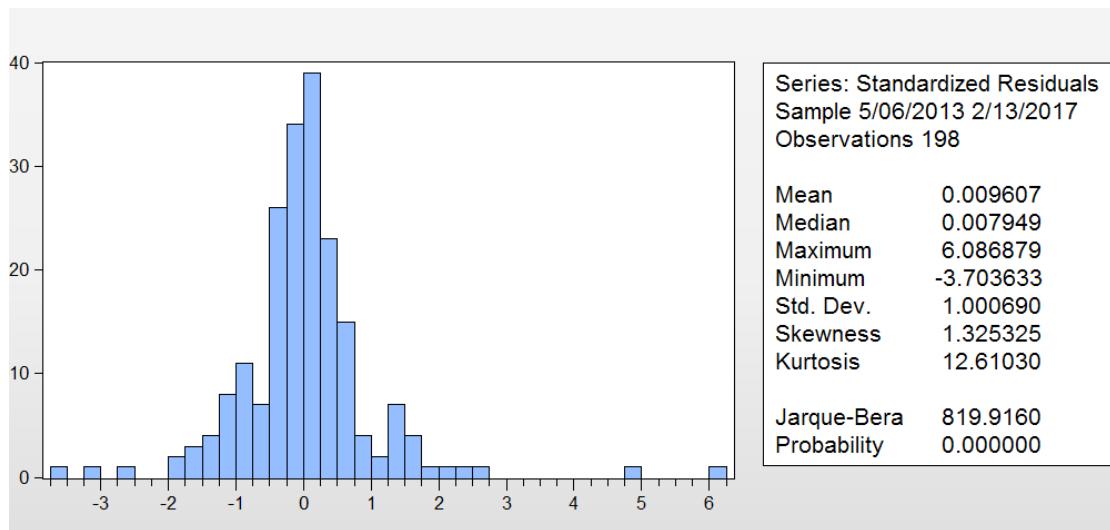
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.885734	4.148066	0.936758	0.3489
AR(1)	0.307273	0.032027	9.594143	0.0000
AR(3)	-0.245500	0.039220	-6.259608	0.0000
AR(5)	0.137446	0.064200	2.140893	0.0323
AR(11)	-0.151971	0.071054	-2.138829	0.0324
Variance Equation				
C	208.9244	155.6978	1.341858	0.1796
GARCH(-1)	0.895142	0.086466	10.35257	0.0000
R-squared	0.181932	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.164977	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	44.62647	Akaike info criterion	10.44362	
Sum squared resid	384363.7	Schwarz criterion	10.55987	
Log likelihood	-1026.918	Hannan-Quinn criter.	10.49067	
Durbin-Watson stat	2.056161			
Inverted AR Roots	.82-.23i .21+.83i -.71-.45i	.82+.23i .21-.83i -.71+.45i	.57+.68i -.32+.72i -.82	.57-.68i -.32-.72i

Рисунок 9. Результаты построения GARCH-модели 1 порядка, нормальное распределение.

Модель улучшилась, все коэффициенты значимы. Проведем анализ белого шума.

Тест на нормальность не выполняется (рисунок 10):

- коэффициент несмещенности не близок к нулю (1,32)
- коэффициент эксцесса не близок к трём (12,6);
- вероятность  $P$  меньше 5% (0%).



*Рисунок 10. Результаты теста на нормальность модели*

Тест на нормальность не выполняется:

- коэффициент несмещенности не близок к нулю (1,32)
- коэффициент эксцесса не близок к трём (12,6);
- вероятность  $P$  меньше 5% (0%).

Попробуем улучшить модель, возьмем распределение Стьюдента.

## Распределение Стьюдента.

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution  
 Date: 04/16/17 Time: 19:26  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Convergence achieved after 365 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 $GARCH = C(6) + C(7)*GARCH(-1)$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.350262	2.221612	1.057909	0.2901
AR(1)	0.298492	0.045131	6.613879	0.0000
AR(3)	-0.058723	0.039560	-1.484421	0.1377
AR(5)	0.080127	0.031905	2.511444	0.0120
AR(11)	-0.126239	0.034309	-3.679462	0.0002
Variance Equation				
C	11565.51	1072475.	0.010784	0.9914
GARCH(-1)	0.940525	0.043657	21.54362	0.0000
T-DIST. DOF	2.004156	0.386788	5.181533	0.0000
R-squared	0.137266	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.119386	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	45.82854	Akaike info criterion	9.950489	
Sum squared resid	405349.3	Schwarz criterion	10.08335	
Log likelihood	-977.0984	Hannan-Quinn criter.	10.00427	
Durbin-Watson stat	2.041661			
Inverted AR Roots	.83-.22i .17+.82i -.68-.45i	.83+.22i .17-.82i -.68+.45i	.56+.64i -.32+.73i -.80	.56-.64i -.32-.73i

*Рисунок 11. Результаты построения GARCH-модели 1 порядка,  
распределение Стьюдента.*

Коэффициент ar(3) статистически не значим.

Проведение анализа белого шума для модели со статистически незначимыми коэффициентами смысла не несет.

Возьмем GED распределение.

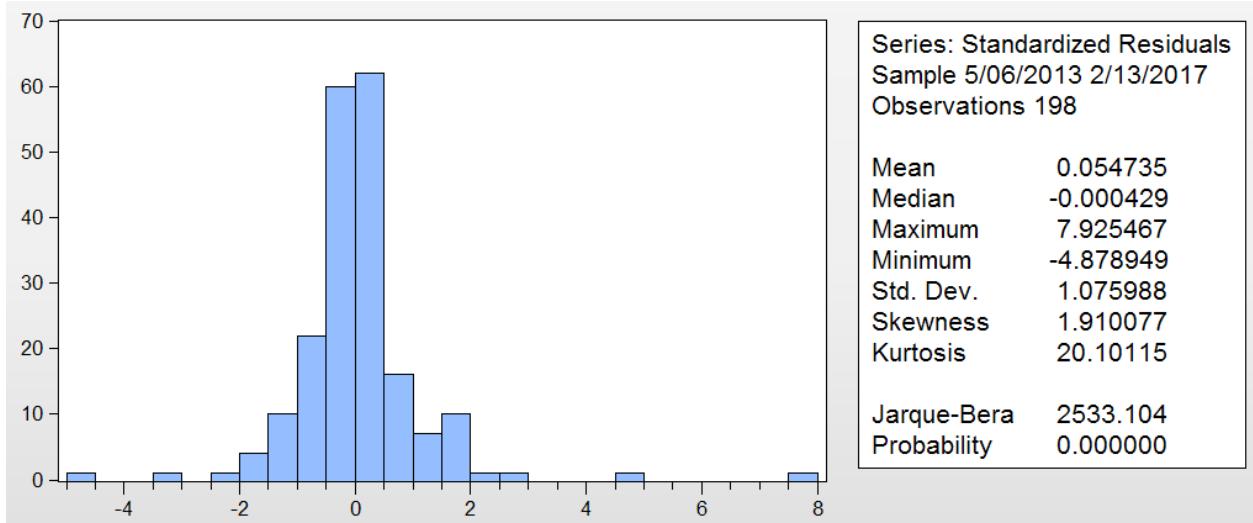
Dependent Variable: D(BITCOIN_OBJECT)				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)				
Date: 04/16/17 Time: 19:28				
Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017				
Included observations: 198 after adjustments				
Failure to improve Likelihood after 25 iterations				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(6) + C(7)*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.261315	0.719302	3.143762	0.0017
AR(1)	0.087486	0.029070	3.009533	0.0026
AR(3)	-0.064606	0.024291	-2.659686	0.0078
AR(5)	0.154220	0.024243	6.361284	0.0000
AR(11)	-0.125838	0.023953	-5.253636	0.0000
Variance Equation				
C	3704.626	764.1191	4.848231	0.0000
GARCH(-1)	-0.951044	0.033116	-28.71862	0.0000
GED PARAMETER	0.650588	0.067386	9.654648	0.0000
R-squared	0.099962	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.081309	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	46.80886	Akaike info criterion	9.964643	
Sum squared resid	422876.3	Schwarz criterion	10.09750	
Log likelihood	-978.4997	Hannan-Quinn criter.	10.01842	
Durbin-Watson stat	1.615212			
Inverted AR Roots	.81+.21i .16-.83i -.71-.46i	.81-.21i .16+.83i -.71+.46i	.52-.64i -.34+.72i -.80	.52+.64i -.34-.72i

*Рисунок 12. Результаты построения GARCH-модели 1 порядка, распределение GED.*

Все значимо, но прогнозная способность низкая. Проведем анализ белого шума для модели.

Тест на нормальность (рисунок 13) не выполняется:

- коэффициент несмещенности не близок к нулю (1,91)
- коэффициент эксцесса близок к трём (20);
- вероятность  $P$  меньше 5% (0%).



*Рисунок 13. Результаты теста на нормальность модели*

Перебирая распределения и возмущая параметры GARCH/ARCH, было получено, что лучший выбор (относительно высокая прогнозная способность, значимость коэффициентов и, самое главное, нормальное распределение в остатках) параметров GARCH и ARCH соответственно 2 и 1 и GED-распределение с фиксированным показателем, равным 6 (рисунок 17).

Тест на нормальность (рисунок 15) выполняется:

- коэффициент несмещенности близок к нулю (0,2)
- коэффициент эксцесса близок к трём (3,6);
- вероятность  $P$  больше 5% (10%).

Dependent Variable: D(BITCOIN\_OBJECT)  
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)  
 Date: 04/16/17 Time: 19:35  
 Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017  
 Included observations: 198 after adjustments  
 Failure to improve Likelihood after 29 iterations  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GED parameter fixed at 6  
 $GARCH = C(6) + C(7)*RESID(-1)^2 + C(8)*RESID(-2)^2 + C(9)*GARCH(-1)$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.539416	3.074608	1.151176	0.2497
AR(1)	0.321177	0.032264	9.954727	0.0000
AR(3)	-0.167597	0.056134	-2.985655	0.0028
AR(5)	0.256230	0.032512	7.881202	0.0000
AR(11)	-0.189781	0.042755	-4.438808	0.0000
Variance Equation				
C	898.9551	74.71109	12.03242	0.0000
RESID(-1)^2	0.285322	0.080264	3.554805	0.0004
RESID(-2)^2	1.144239	0.128471	8.906600	0.0000
GARCH(-1)	-0.089906	0.029529	-3.044692	0.0023
R-squared	0.161749	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.144376	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	45.17361	Akaike info criterion	10.27101	
Sum squared resid	393846.5	Schwarz criterion	10.42048	
Log likelihood	-1007.830	Hannan-Quinn criter.	10.33151	
Durbin-Watson stat	2.117908			
Inverted AR Roots	.86+.21i .22-.86i .73+.48i	.86-.21i .22+.86i .73-.48i	.55-.69i -.33-.73i -.82	.55+.69i -.33+.73i

Рисунок 14. Результаты построения ARCH/GARCH-модели порядка (2,1), распределение GED с фиксированным параметром 6.

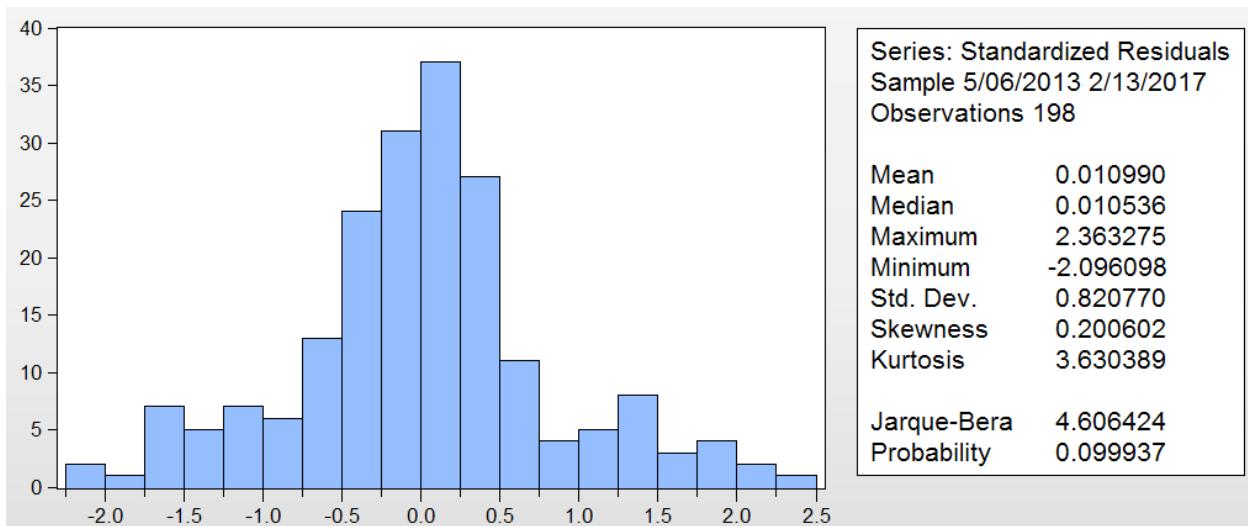


Рисунок 15. Результаты теста на нормальность модели

Следующим этапом является построение моделей условной гетероскедастичности с асимметричной составляющей TARCH/E-GARCH.

Для этого сохраним остатки, полученные после построения обычной GARCH модели, как отдельный ряд и привести их к стандартизованному виду.

Построим кросс-коррелограмму между стандартизованными остатками и ими же возведенными в квадрат (рисунок 16).

Date: 04/16/17 Time: 19:46  
Sample: 2/11/2013 2/13/2017  
Included observations: 198  
Correlations are asymptotically consistent approximations

	OSTATOSTAT22,OSTATO...	OSTATOSTAT22,OSTATO...	i	lag	lead
			0	0.1399	0.1399
			1	0.1577	0.1107
			2	0.1034	0.0294
			3	0.0755	-0.1364
			4	0.0661	-0.0983
			5	0.0477	0.0806
			6	0.0495	-0.0066
			7	-0.0069	-0.0544
			8	0.0353	-0.0042
			9	0.0554	-0.0645
			10	0.0068	-0.1513
			11	0.0343	-0.0895
			12	0.0268	-0.0336
			13	-0.0305	-0.0883
			14	0.0334	-0.0870
			15	0.0965	0.0631
			16	0.0416	-0.0310
			17	0.0376	0.0058
			18	0.0003	-0.1392
			19	0.0836	-0.0642
			20	-0.0066	0.0346
			21	-0.0169	-0.0634
			22	-0.0669	-0.0552
			23	-0.0434	-0.0361
			24	0.0755	-0.0562
			25	-0.0056	-0.0085
			26	0.0064	0.0251
			27	0.0853	0.0432
			28	0.0708	0.0499
			29	-0.0262	0.0024
			30	0.1053	0.0502
			31	0.0530	0.0126
			32	0.0783	-0.0350
			33	0.0723	-0.0651
			34	0.0556	0.0162
			35	0.0580	-0.0571
			36	0.0682	-0.0558

Рисунок 16: Кросскоррелограмма

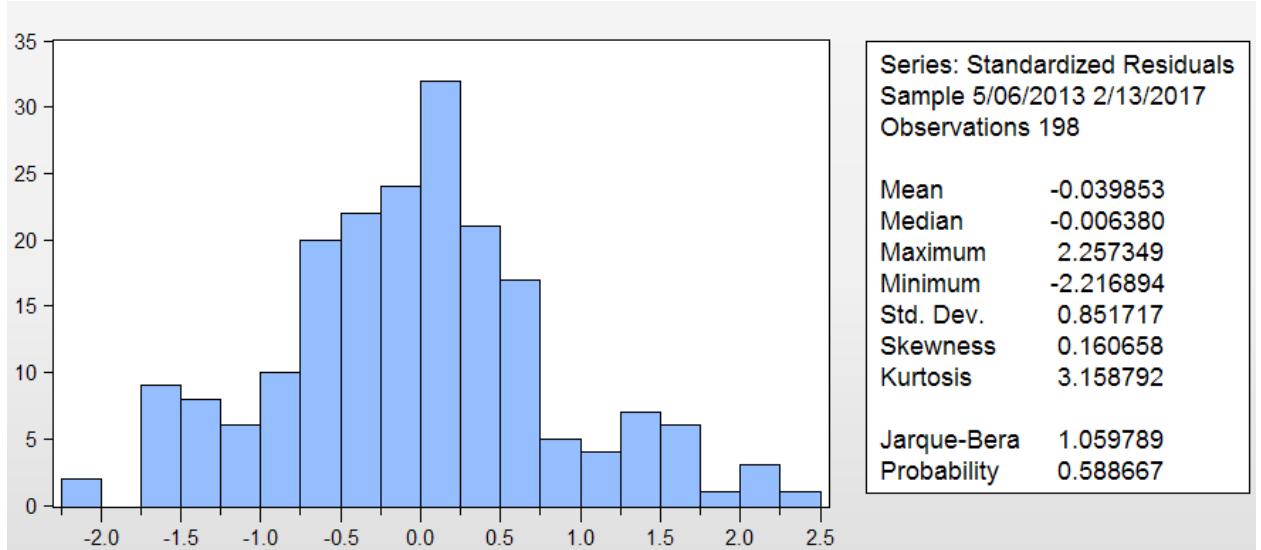
Можно предположить, что асимметричная составляющая в модели EGARCH/TARCH равна 3.

Попробуем улучшить последнюю модель за счет учета асимметричной составляющей.

Dependent Variable: D(BITCOIN_OBJECT)				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)				
Date: 04/17/17 Time: 14:46				
Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017				
Included observations: 198 after adjustments				
Convergence achieved after 107 iterations				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GED parameter fixed at 6				
LOG(GARCH) = C(6) + C(7)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(8)				
*ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(9)*RESID(-1)				
/@SQRT(GARCH(-1)) + C(10)*RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2)) + C(11)				
*RESID(-3)/@SQRT(GARCH(-3)) + C(12)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.247338	1.185901	2.738288	0.0062
AR(1)	0.176017	0.090799	1.938542	0.0526
AR(3)	-0.174377	0.055315	-3.152468	0.0016
AR(5)	-0.190622	0.057177	-3.333886	0.0009
AR(11)	-0.048951	0.040676	-1.203440	0.2288
Variance Equation				
C(6)	-0.169348	0.283748	-0.596824	0.5506
C(7)	1.243734	0.149284	8.331310	0.0000
C(8)	-0.039632	0.170732	-0.232129	0.8164
C(9)	0.422398	0.093732	4.506423	0.0000
C(10)	-0.152560	0.144576	-1.055226	0.2913
C(11)	0.221527	0.118263	1.873176	0.0610
C(12)	0.918751	0.033902	27.09996	0.0000
R-squared	0.051270	Mean dependent var	4.567475	
Adjusted R-squared	0.031607	S.D. dependent var	48.83636	
S.E. of regression	48.05838	Akaike info criterion	9.919461	
Sum squared resid	445754.3	Schwarz criterion	10.11875	
Log likelihood	-970.0266	Hannan-Quinn criter.	10.00013	
Durbin-Watson stat	1.682330			

Рисунок 17: Результаты оценки модели EGARCH(2, 1, 3), распределение GED с фиксированным параметром 6.

Учет асимметричной составляющей ухудшил модель: некоторые коэффициенты ARMA и EGARCH моделей статистически не значимы, прогнозная способность (показатель  $R^2$ ) уменьшилась. Тест на нормальность по-прежнему выполняется (Рисунок 18).



*Рисунок 18: Результаты теста на нормальность модели.*

Подбор других распределений не улучшает модель (рисунок 19) (согласно схожим рассуждениям).

Dependent Variable: D(BITCOIN_OBJECT)										Dependent Variable: D(BITCOIN_OBJECT)									
Method: ML - ARCH (Markwardt) - Student's t distribution					Method: ML - ARCH (Markwardt) - Generalized error distribution (GED)					Date: 04/17/17 Time: 15:03					Date: 04/17/17 Time: 15:04				
Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017					Sample (adjusted): 5/06/2013 2/13/2017					Included observations: 198 after adjustments					Included observations: 198 after adjustments				
Convergence achieved after 30 iterations					Convergence achieved after 50 iterations					Convergence achieved after 21 iterations					Convergence achieved after 21 iterations				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)					Presample variance: backcast (parameter = 0.7)					Presample variance: backcast (parameter = 0.7)					Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
$\text{LOG}(GARCH) = C(6) + C(7)*\text{ABS}(RESID(-1)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(8)$					$\text{LOG}(GARCH) = C(6) + C(7)*\text{ABS}(RESID(-1)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(8)$					$\text{LOG}(GARCH) = C(6) + C(7)*\text{ABS}(RESID(-1)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(8)$					$\text{LOG}(GARCH) = C(6) + C(7)*\text{ABS}(RESID(-1)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(8)$				
$*\text{ABS}(RESID(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(9)*\text{RESID}(-1)$					$*\text{ABS}(RESID(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(9)*\text{RESID}(-1)$					$*\text{ABS}(RESID(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(9)*\text{RESID}(-1)$					$*\text{ABS}(RESID(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(9)*\text{RESID}(-1)$				
$(@(\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(10)*\text{RESID}(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(11)$					$(@(\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(10)*\text{RESID}(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(11)$					$(@(\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(10)*\text{RESID}(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(11)$					$(@(\text{SQRT}(GARCH(-1))) + C(10)*\text{RESID}(-2)) @ (\text{SQRT}(GARCH(-2))) + C(11)$				
$*\text{RESID}(-3) @ (\text{SQRT}(GARCH(-3))) + C(12)*\text{LOG}(GARCH(-1))$					$*\text{RESID}(-3) @ (\text{SQRT}(GARCH(-3))) + C(12)*\text{LOG}(GARCH(-1))$					$*\text{RESID}(-3) @ (\text{SQRT}(GARCH(-3))) + C(12)*\text{LOG}(GARCH(-1))$					$*\text{RESID}(-3) @ (\text{SQRT}(GARCH(-3))) + C(12)*\text{LOG}(GARCH(-1))$				
Variance Equation										Variance Equation									
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.600595	1.267348	2.051997	0.0402	C	2.585883	1.130359	2.287666	0.0222	C	2.820154	1.184541	2.380798	0.0173					
AR(1)	0.178223	0.087714	2.031854	0.0422	AR(1)	0.183499	0.079911	2.296302	0.0217	AR(1)	0.176967	0.075713	2.337345	0.0194					
AR(3)	-0.106141	0.077334	-1.372511	0.1699	AR(3)	-0.071602	0.070374	-1.017452	0.3089	AR(3)	-0.067209	0.058836	-1.142312	0.2553					
AR(5)	-0.081682	0.050513	-1.484763	0.1376	AR(5)	-0.035124	0.048547	-0.723493	0.4694	AR(5)	-0.030187	0.047624	-0.633853	0.5262					
AR(11)	-0.087589	0.042441	-2.063763	0.0390	AR(11)	-0.081038	0.041741	-1.941459	0.0522	AR(11)	-0.047658	0.042433	-1.123140	0.2614					
Variance Equation										Variance Equation									
C(6)	-0.050372	0.269457	-0.188938	0.8517	C(6)	0.016049	0.278318	0.05666	0.9540	C(6)	0.022847	0.320350	0.071315	0.9431					
C(7)	0.868030	0.170454	5.092467	0.0000	C(7)	0.899810	0.286063	3.145496	0.0017	C(7)	0.831009	0.276133	3.009451	0.0026					
C(8)	-0.042743	0.164763	-0.259423	0.7953	C(8)	-0.144179	0.236949	-0.608479	0.5429	C(8)	-0.108603	0.241968	-0.448830	0.6536					
C(9)	0.210607	0.115357	1.826705	0.0679	C(9)	0.181264	0.187604	0.966203	0.3339	C(9)	0.209124	0.188378	1.110130	0.2669					
C(10)	-0.013018	0.134450	-0.103518	0.9176	C(10)	0.000981	0.185922	0.004738	0.9962	C(10)	-0.002906	0.197029	-0.014749	0.9882					
C(11)	0.076043	0.127534	0.596258	0.5510	C(11)	-0.013520	0.151623	-0.089166	0.9289	C(11)	0.006178	0.169979	0.036346	0.9710					
C(12)	0.917279	0.036857	24.88721	0.0000	C(12)	0.921767	0.043316	21.27995	0.0000	C(12)	0.920530	0.047815	19.25178	0.0000					
R-squared										R-squared									
Adjusted R-squared	0.096603	Mean dependent var	4.567475	T-DIST.DOF	4.236285	2.128858	1.989934	0.0466	GED PARAMETER	1.154476	0.196213	5.883778	0.0000						
S.E. of regression	0.077880	S.D. dependent var	48.83336							4.567475	R-squared	0.098496	Mean dependent var	4.567475					
Sum squared resid	46.896113	Akaike info criterion	9.662953	R-squared	0.103570	Mean dependent var	48.83336	Adjusted R-squared	0.079812	S.D. dependent var	48.83336	Akaike info criterion	46.84697	S.D. dependent var	48.83336				
Log likelihood	-944.6225	Schwarz criterion	9.862142	Adjusted R-squared	0.084991	S.D. dependent var	9.634236	S.E. of regression	46.71495	Akaike info criterion	46.84697	Schwarz criterion	42.35653	S.E. of regression	49.67828				
Durbin-Watson stat	1.737883	Hannan-Quinn criter.	9.743519	S.E. of regression	42.1181.2	Sum squared resid	9.850133	Sum squared resid	9.721624	Hannan-Quinn criter.	9.721624	Log likelihood	-939.1650	Hannan-Quinn criter.	9.8333725				
						Log likelihood	-940.7894	Hannan-Quinn criter.	17.768628	Durbin-Watson stat	17.768628	Durbin-Watson stat	17.768628	Durbin-Watson stat	17.768628				

Рисунок 19: Результаты оценки модели EGARCH(2, 1, 3), распределения Гаусса, Стьюдента и GED.