Проект: Совершенствование модели расчета отборов углеводородов из скважин, дренирующих пласты баженовской свиты

Содержание:

- Введение
- Математическая модель
- Выбор оптимального решателя модели
- Реализация модели и расчет
- Результаты и выводы

Абдулин Ильдар Накиуллович[1]

[1]исполнитель
математик-аналитик (гидродинамические модели),
магистр прикладной математики и информатики,
nakiullovich@mail.ru

2023 г

Введение

В Компании создается и совершенствуется инструмент, позволяющий прогнозировать объем добычи нефти (пластового флюида) после многостадийного ГРП баженовской свиты с созданием искусственного коллектора. Проект является продолжением проекта, в котором из Excel реализации инструмента было разработано VBA приложение с GUI для прогноза объема добычи.

Осложняющим фактором является переменный характер эффективной проницаемости коллектора, связанный со смыканием гидравлических трещин. Существующий инструмент не позволяют учесть эту особенность, что приводит к необходимости выполнять адаптацию моделей варьированием параметров пласта и свойств трещин ГРП произвольно — это приводит к риску принятию неверных решений с точки зрения технологии МГРП.

Целью данной работы являются разработка прототипа, который прогнозирует дебит скважины используя динамическую модель фильтрации жидкости с учетом геофизических особенностей пористой среды (сжимаемая порода в зоне затронутой МГРП).

Основные задачи:

1. Выбрать оптимальный решатель фильтрационной модели с приемлемыми точностью, быстродействием и сложностью реализации для рассматриваемой задачи;
2. Реализовать оптимальный решатель с вычислением необходимых величин прогноза.

Математическая модель

Модель и краевые условия

$$\frac{\partial p}{\partial t} - div(\alpha(p) grad(p)) = 0,$$

$$0 < t \le T, \vec{l} < \vec{x} < \vec{L},$$

$p -$ давление жидкости,

$\alpha(p)-$коэффициент пьезопроводности, зависящий от вязкости, пористости, проницаемости и плотности жидкости; постоянен в трещине и зоне незатронутой ГРП (ЗНГРП).

Начальные условия

$$p(0, \vec{x}) = P_0 \text{ вне скважины}, p = P_{\text{скв}} \text{в окрестности скважины.}$$

краевые условия

$$\vec{n}\frac{k}{\mu} grad(p) = 0 \text{ на внешних границах ЗНГРП}, p = 0 \text{ в окрестности скважины.}$$

Расчет дебита

$$Q = \sum_i n^i_{\vec{n}_{\text{скв}}} S^i \frac{k}{\mu} grad(p)\,,$$

где $n^i_{\vec{n}_{\text{скв}}}$ – нормаль в направлении поверхности скважины с площадью равной S^i.

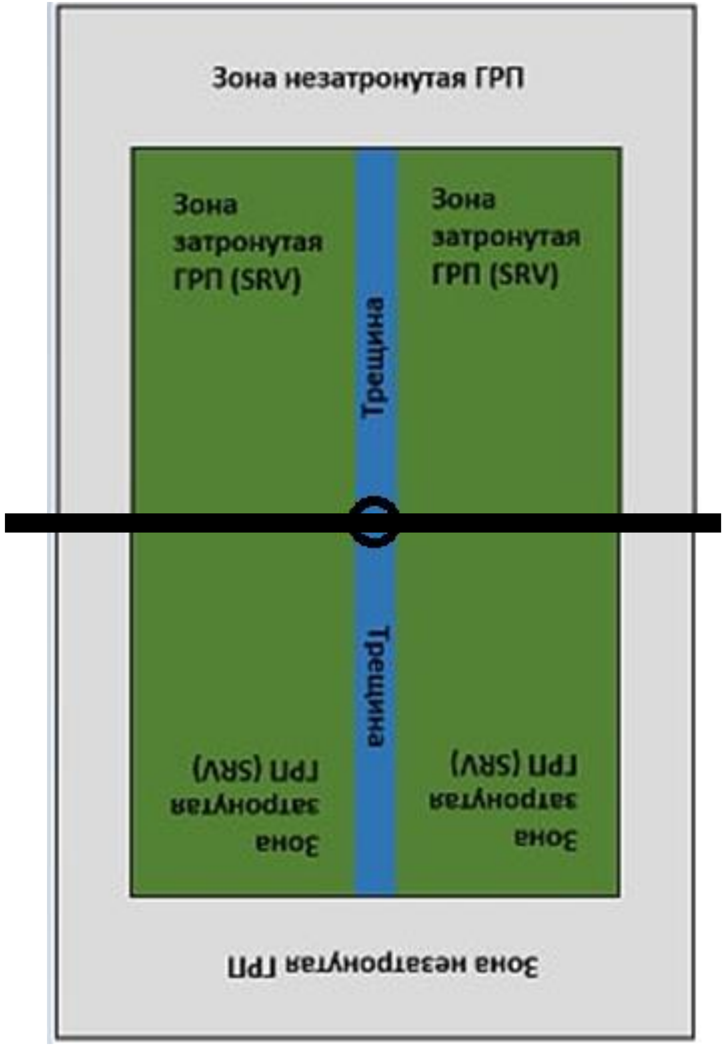


Схема геометрии задачи

Методы решения уравнения модели

Основные методы решения дифференциальных уравнений в прикладных задачах разделяются на численные, аналитические и полуаналитические. Также, иногда модель можно упростить, чтобы воспользоваться более удобным методом решения.
Таким образом рассмотрим следующие методы решения уравнения модели:

- методы основанные на упрощении модели;
- аналитические и приближенные аналитические методы;
- численные методы с простой реализацией (явная конечно-разностная схема);
- численные методы со сложной реализацией (требующие решение СЛАУ): неявная конечно-разностная схема **(КРС),** метод конечных элементов **(МКЭ)** и т.д.

Критерии выбора инструмента:

1. Возможность применения;
2. Точность;
3. Быстродействие;
4. Простота реализации (возможность реализации на VBA).*

Будем рассматривать методы в порядке от простых к сложным в реализации.

Выбор оптимального решателя уравнения модели: **методы основанные на упрощении модели**

Метод 1. Упрощение p≈p(x, t).
В некоторых случаях можно рассматривать процесс одномерным. Так, в случае, если размер области по координате во много раз больше чем по другой, то процесс можно считать одномерным. В нашем случае размер области по координате y в десятки раз больше, чем по y. Поэтому в зонах затронутой и незатронутой ГРП можно считать процесс одномерным ($p(x, y, t) \approx p(x, t)$). Однако при расчете течения через трещину жидкость фильтруется по оси y. Если же рассматривать внутри трещины $p(x, y, t) \approx p(y, t)$, то неясно как сшивать решения на границе трещины и SRV. Поэтому данное упрощение невозможно при текущей геометрии.

Метод 2. Упрощение k(p)≈k(x, y, t).
Данное упрощение позволяет сильно упростить процессы получения аналитических и численных решений. Математическое обоснование возможности такого упрощения требует теоремы вида $\underline{p}\ (x, t) < p(x, y, t) < \bar{p}\ (x, t)$ при $\underline{k}\ (x, t) < k(p) < \bar{k}\ (x, t)$, которые можно получить только для частных случаев. Поэтому модель с k=k(p) в общем случае нельзя заменить на модель с $\mathrm{k} = \mathrm{k}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{t})$.

Вывод: модель в текущей постановке является самой простой, рассматриваемые упрощения возможны только после ее реализации (как аппроксимации модели).

Выбор оптимального решателя уравнения модели: **аналитические и приближенные аналитические методы**

Аналитические методы. Данные методы являются точными, наиболее простыми в реализации и имеют самое высокое быстродействие. Однако получить их возможно только для специфичных нестационарных краевых условий, которые в нашем случае являются стационарными.

Приближенные аналитические методы. Приближенные аналитические методы - метод Фурье и любые другие методы с рядами. Проблема данных методов - низкая скорость сходимости и отсутствие универсальности по начально-краевым условиям. Так как задача обладает сложными геометрией и краевыми условиям, то данный метод не является проще по реализации, чем численные методы.

Вывод: аналитические и полуаналитические методы не подходят по критерию возможности применения.

Выбор оптимального решателя уравнения модели: **численные методы с простой реализацией (явная КРС)**

Явная конечно-разностная схема для задачи (1), (2) при $k \equiv const$ имеет вид

$$\frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n}}{\tau} = k\left(\frac{p_{i+1,j}^{n} - 2p_{i,j}^{n} + p_{i-1,j}^{n}}{h_x} + \frac{p_{i,j+1}^{n} - 2p_{i,j}^{n} + p_{i,j-1}^{n}}{h_y}\right),$$

где τ, h_x, h_y — шаги по координатам t, x, y соответственно, n, i, j — индексы по координатам t, x, y соответственно.

Необходимое условие устойчивости (критерий Куранта — Фридрихса — Леви) для данной схемы

$$\tau \leqslant \frac{1}{2(k/h_x^2 + k/h_y^2)}$$

Апробация численной схемы. Для проверки численной схемы проведем сравнение решений с аналитическим решением уравнения (1) при $k = 0.1$ [7]

$$p = exp\{0.1x + y + 0.101t\}.$$

На рисунке 2 показан график давления, из которго видно что наибольшая погрешность сосредоточена справа. На рисунке 3 показан график невязки $f(t) = max_{\{l_x<x<L_x, l_y<y<L_y\}}((P_{exact} - P_{numer})/P_{exact})$. Из графика видно, что погрешность не превышает 0.02%.

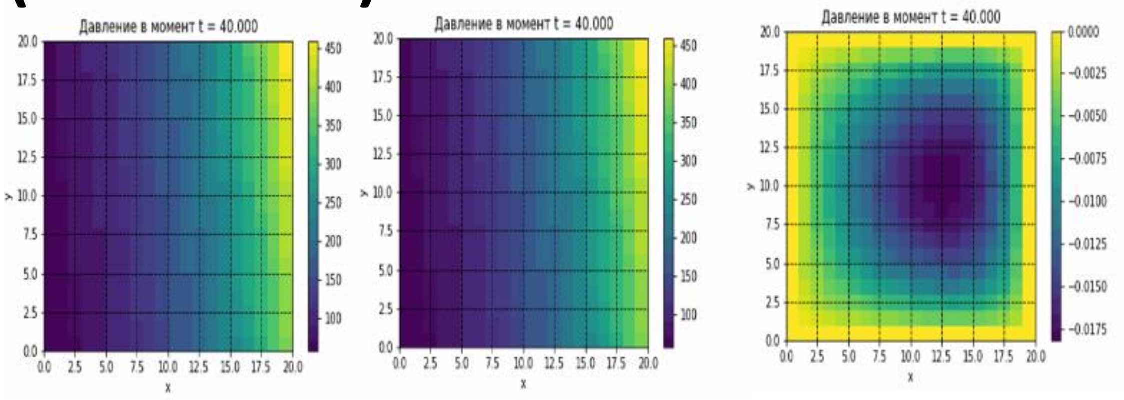


Рис. 2: Численное решение, аналитическое решение и их разность

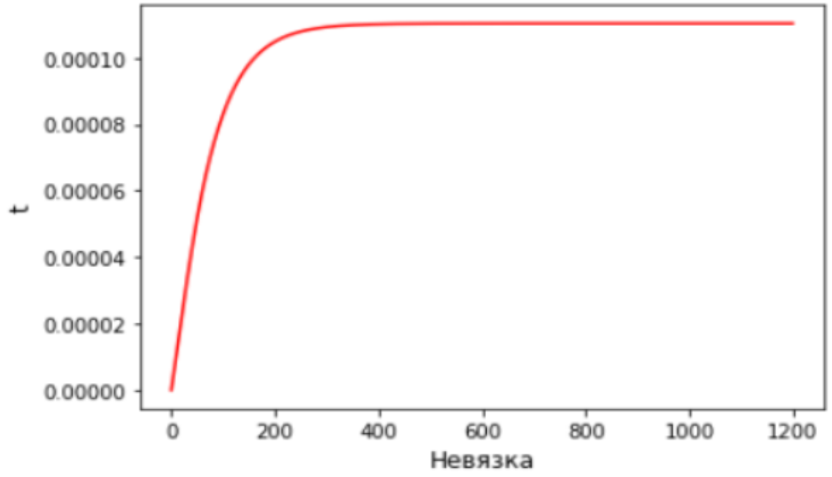


Рис. 3: График невязки

Вывод: Решатель с явной численной схемой возможно применить к задаче и он обладает приемлемой точностью. Более того, решатель легко реализовать в VBA.

Выбор оптимального решателя уравнения модели: **численные методы с простой реализацией (явная КРС)**

Главная проблема данного метода – это условная устойчивость, которая накладывает ограничение на шаг по времени при использовании решателя, что может привести к долгому расчету. Поэтому протестируем скорость расчета модели в зоне SRV при простых краевых условиях.

Численный эксперимент. Проведем численный эксперимент на промысловых данных зоны SRV: проницаемость $k = 2 * 10^{-18}$ м^2, пористость $m = 0.05$, плотность эмульсии $\rho = 870$ кг/м^3, вязкость эмульсии $\mu = 0.5 * 10^{-3}$ Па*с, полная сжимаемость $1.53 * 10^{-9}$ Па$^{-1}$, давление на границе с трещиной $p(x, y, t)|_{x,y \in \Gamma_{frac-SRV}} = 0$, на остальных границах 23304750 Па, длина зоны SRV 200 метров, ширина зоны SRV 1 метр.

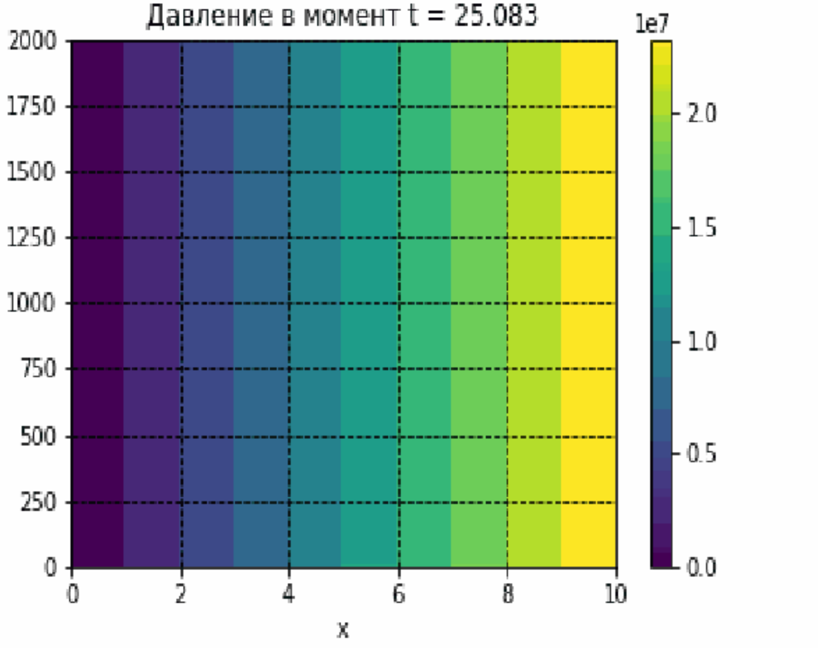


Рис. 4: Решение в зоне SVR с постоянной проницаемостью

Расчет для зоны SRV на 63 часа работы скважины занял 10 мин при 16ГБ RAM и Intel Core i7-4710MQ 3.5GHz. Таким образом расчет только в зоне SRV займет 20 часов. При этом шаг по времени в зоне трещины будет не менее чем в 10^5 раз меньше, что приведет к недопустимой скорости расчета модели.

Вывод: ввиду низкой скорости расчета явная КРС неприменима в зоне трещины, поэтому ее нельзя применить для рассматриваемой задачи.

Выбор оптимального решателя уравнения модели: **численные методы со сложной реализацией (неявная КРС / МКЭ и т.д.)**

Главная проблема данного класса методов – очень сложная реализации в VBA ввиду отсутствия решателей СЛАУ. Однако у этих подходов нет недостатка предыдущего метода. Такие схемы, как правило, безусловно устойчивы, что дает возможность выбирать сетку по времени произвольно. Более того, они реализованы в множестве открытых библиотек Python. Методы конечных элементов более популярны чем конечно-разностные схемы. Одной из наиболее популярных библиотек, которая использует методы конечных элементов, является **библиотека FiPy**.

О библиотеке FiPy (https://www.ctcms.nist.gov/fipy/**).**
Это программное обеспечение было разработано сотрудниками Национального института стандартов и технологий (NIST), агентства Федерального правительства и предоставляется в качестве государственной услуги. В соответствии с разделом 17 Кодекса США Раздел 105, работы сотрудников NIST не подлежат защите авторских прав в Соединенных Штатах. **Это программное обеспечение могут быть предметом иностранного авторского права.** Разрешение в США и других странах в той мере, в какой это разрешено NIST, может владеть авторскими правами, использовать, копировать, изменять, создавать производные работы и распространять это программное обеспечение и документацию к нему без платы настоящим предоставляется на неисключительной основе, при условии, что это уведомление и отказ от гарантии появляются во все копии.

Первый релиз в 2002 году, последнее обновление 15 июня 2022 года.

Выбор оптимального решателя уравнения модели: **Библиотека FiPy (Python 3)**

Тестовый расчет.

Уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial t} - div\big(\alpha grad(p)\big) = 0, \alpha = 1.$$

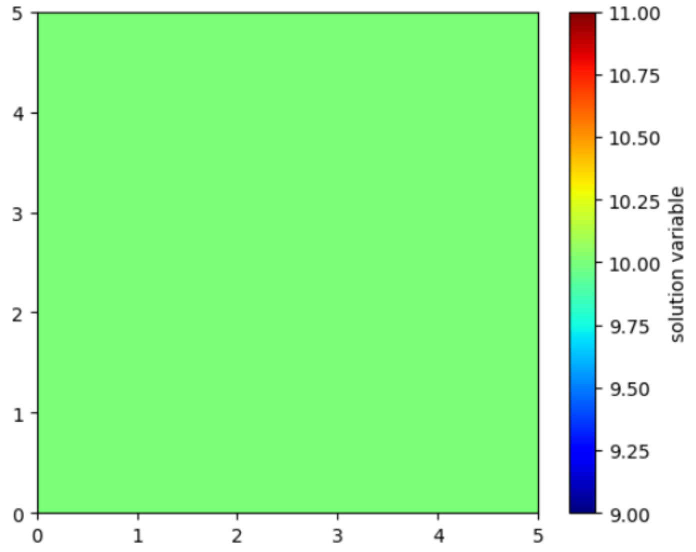
Начальные условия

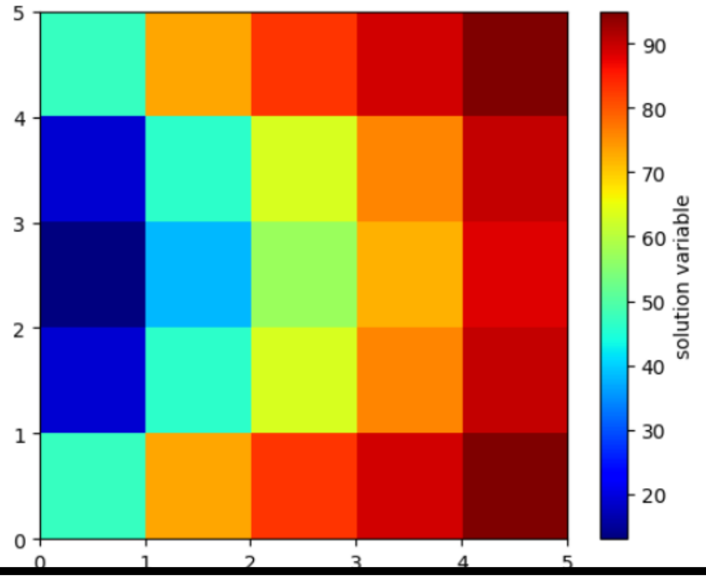
$$p(0, \vec{x}) = 10$$

Краевые условия

$$p = 0 \text{ на левой грани}, p = 100 \text{ на остальных гранях.}$$

Размерность сетки 5x5, шаг по времени 1, конечное время 100.





Вывод: простые расчеты библиотеки Fipy дают физически адекватный результат для уравнения модели. В отличии от явной КРС нет ограничений на шаг по времени.

Оптимальный решатель модели – численные методы со сложной реализацией (FiPy и т.д.)

Методы основанные на упрощении модели.
Обоснование того, что задача с нелинейной проницаемостью будет эквивалентна задаче с проницаемостью как функции от x, t, требует оценки решения для уравнения с k=k(p) которые известны только для частных случаев. Поэтому модель с k=k(p) в общем случае нельзя заменить на модель с k=k(x, t). **Протестировано.**

Аналитические и полуаналитические методы.
Точные и приближенные методы группового анализа дифференциальных уравнений, как правило, дают только частные автомодельные решения. Так как задача обладает сложной геометрией и в зависимости от краевых условий мы можем не получить в некоторых зонах аналитического решения.
Приближенные аналитические методы, например метод Фурье [7], также обладают своими недостатками. Проблемы данного класса методов - зачастую низкая скорость сходимости и необходимость разложения в ряды всех входящих в модель функций, что повышает вычислительную сложность модели. **Протестировано.**

Численные методы с простой реализацией: явная КРС. ?
Расчет для зоны SRV на 63 часа работы скважины занял 10 мин при 16ГБ RAM и Intel Core i7-4710MQ 3.5GHz. Проблемы с измельчением сетки. **Протестировано. Есть перспективы использовать для упрощения реализации модели в зонах SRV и матрицы.**

Численные методы: неявная КРС/МКЭ.
- Нет ключевых элементов вычислительного ядра в VBA (решатели СЛАУ).
+ Хорошо работают при неравномерных сетках.
<u>Реализованы в множестве открытых библиотек Python (**FiPy**, FEniCS, Firedrake, SfePy и т.д.).</u>

FiPy решатель: Пример расчета

Тестовый расчет.

Уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial t} - div\big(\alpha grad(p)\big) = 0,$$

$$\alpha = 32 * 10^{-1}(\text{трещина}), 32 * 10^{-6}\ (SRV), 32 * 10^{-7}(\text{матрица}).$$

Начальные условия

$$p(0, \vec{x}) = 230\ \text{Атм. вне скважины}, p = 0\ \text{в окрестности скважины.}$$

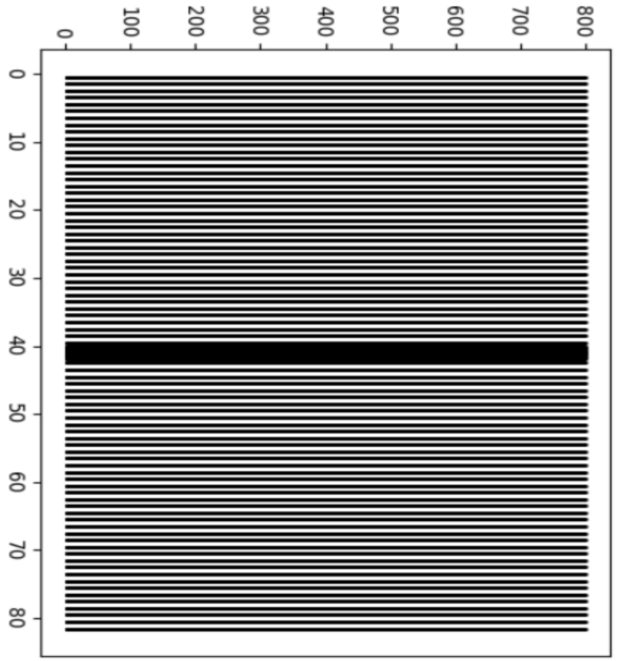
краевые условия

$$\vec{n}\frac{k}{\mu}grad(p) = 0\ \text{на внешних границах ЗНГРП}, p = 0\ \text{в окрестности скважины.}$$

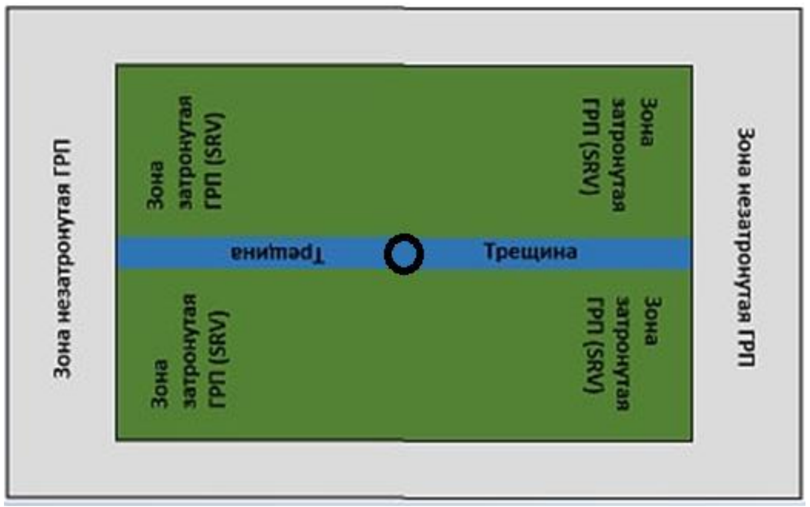
Геометрия и параметры сеток.

Положение центра трещины (скважины) по вертик. оси 5м, по гориз. оси 400м.
Размер «скважины» 7мм х 2м.
Ширина (по гориз. оси) трещины 1 см, зоны SRV 2м, матрицы 3м.
Высота (по вертик. оси) трещины и зоны SRV 400м,
высота матрицы 800м.

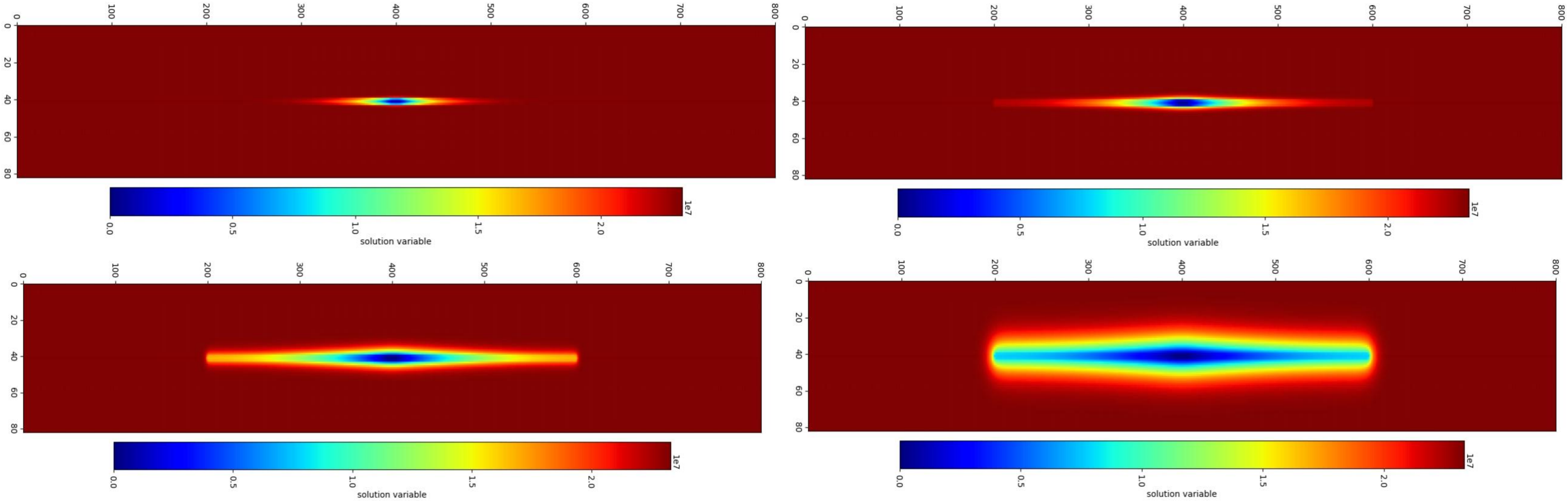
Шаг по вертикальной оси 1м (800),
шаг горизонтальной оси в зоне трещины 1мм, в зоне SRV и матрице 20см.



Точки – центры элементов сетки



FiPy решатель: Пример расчета

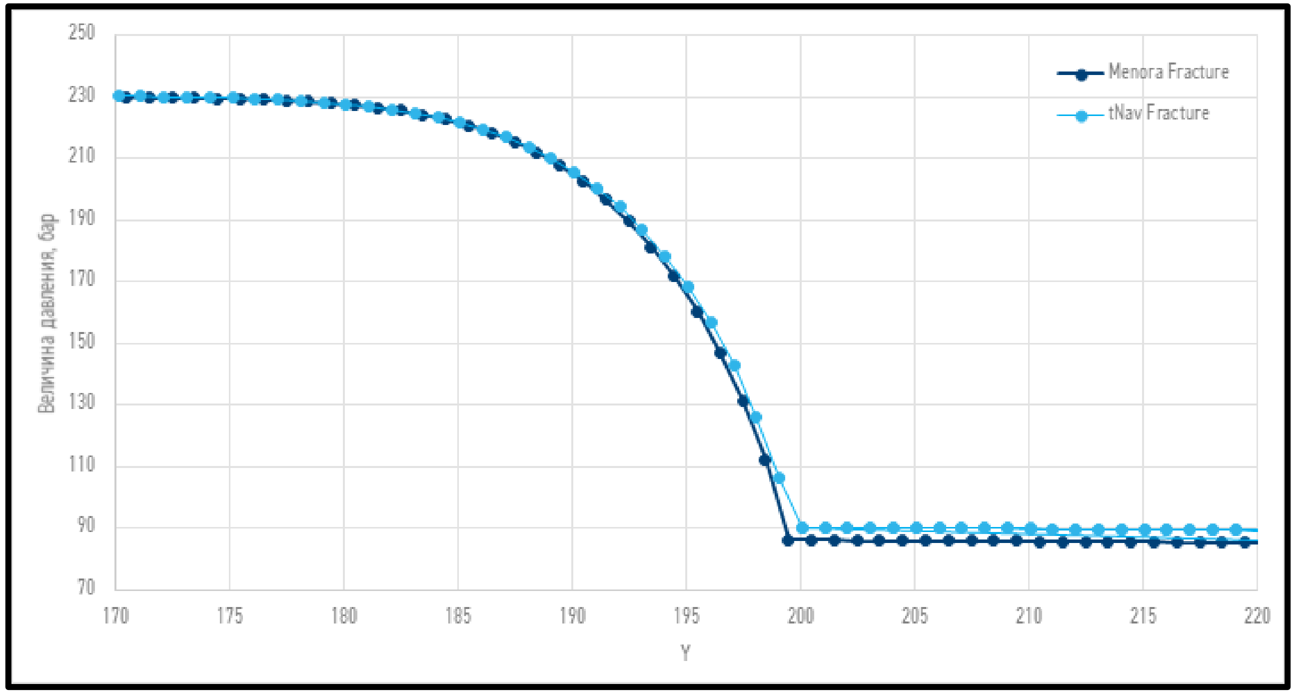


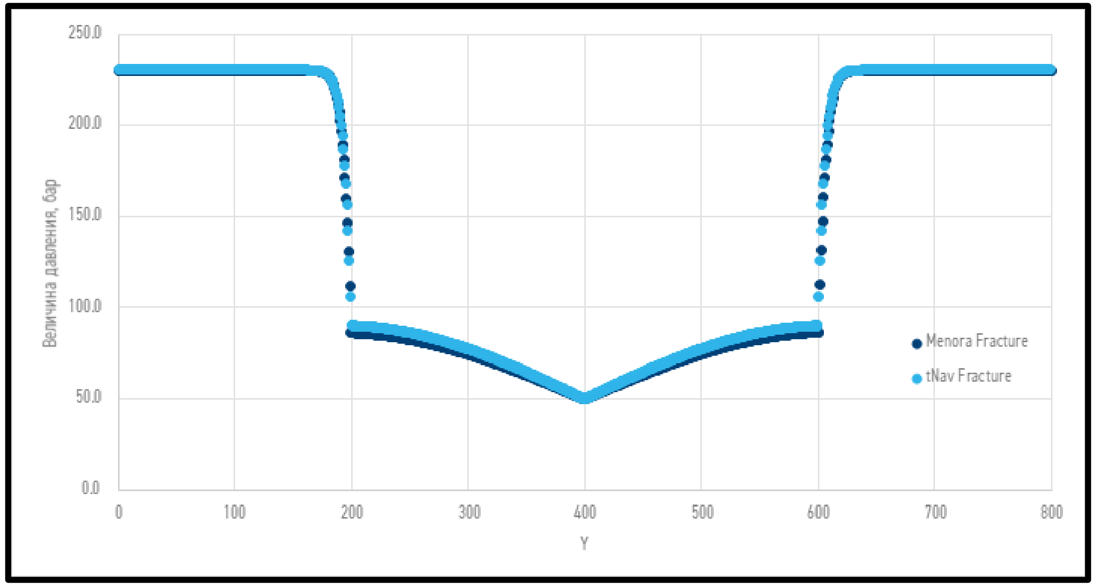
Распределения давления в пласте при t=1, 5, 25, 180 дней.
P.S.: для наглядности 2D графика полуширина зона незатронутой ГРП увеличена до 40м.

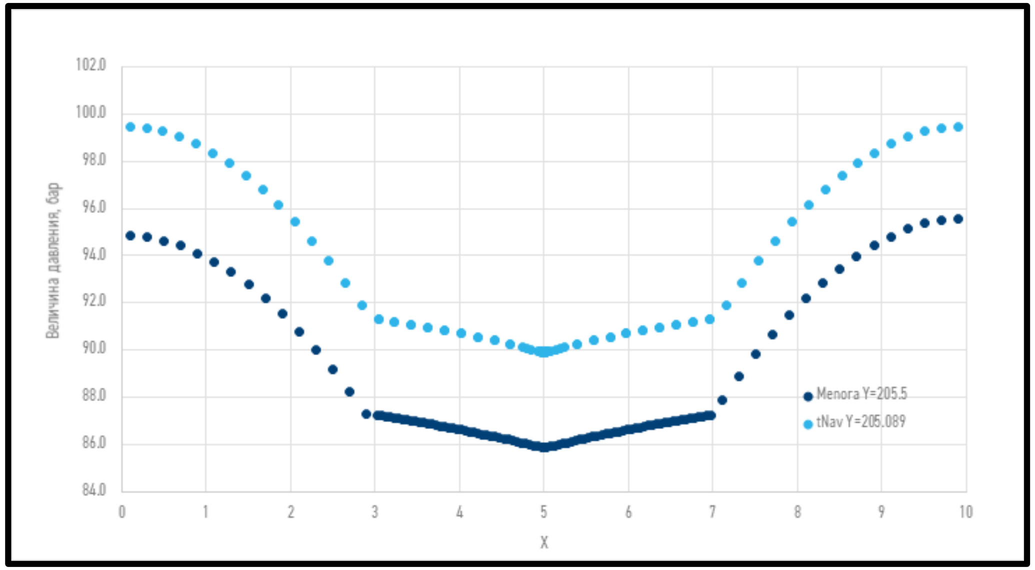
Вывод: расчеты библиотеки Fipy дают качественно физически адекватный результат для уравнения модели с рассматриваемой геометрией.

FiPy решатель: сравнение с коммерческим симулятором tNavigator

Давления в области максимальных расхождений – это вблизи кончика трещины. Максимальные расхождения на уровне 5%.

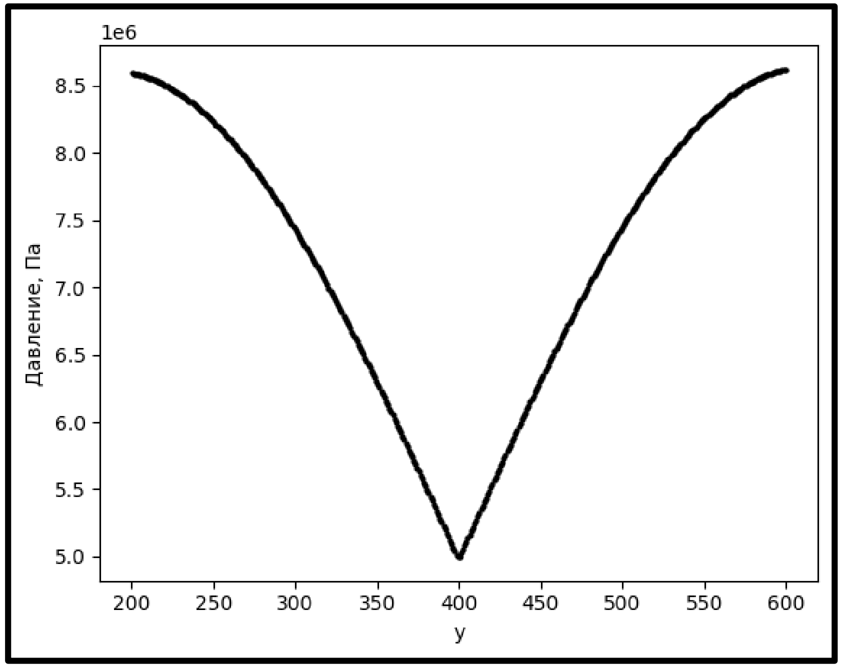


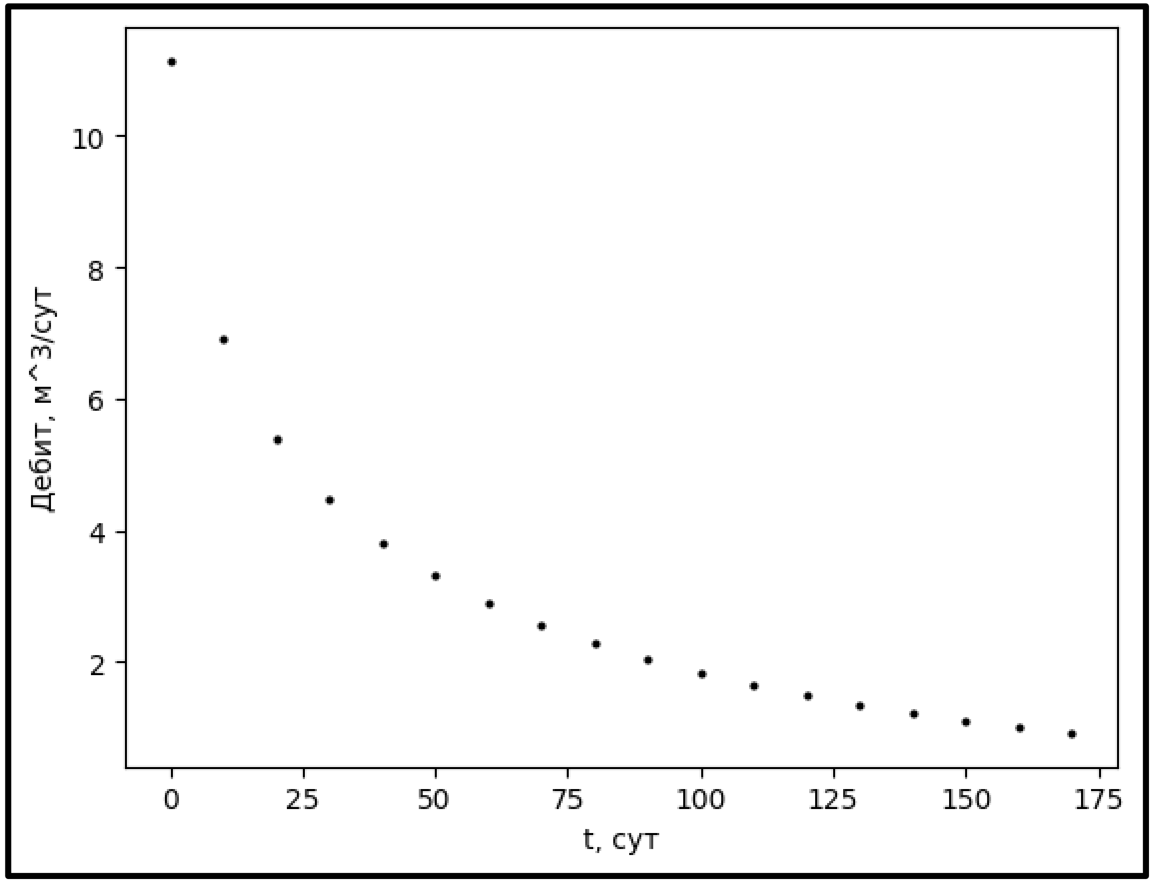




Вывод: расхождения не существенны.

FiPy решатель: Пример расчета

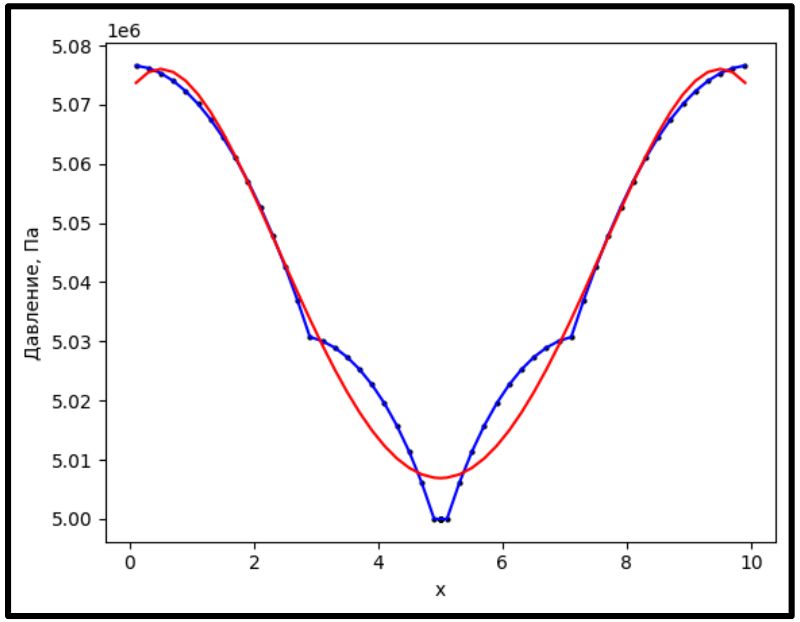


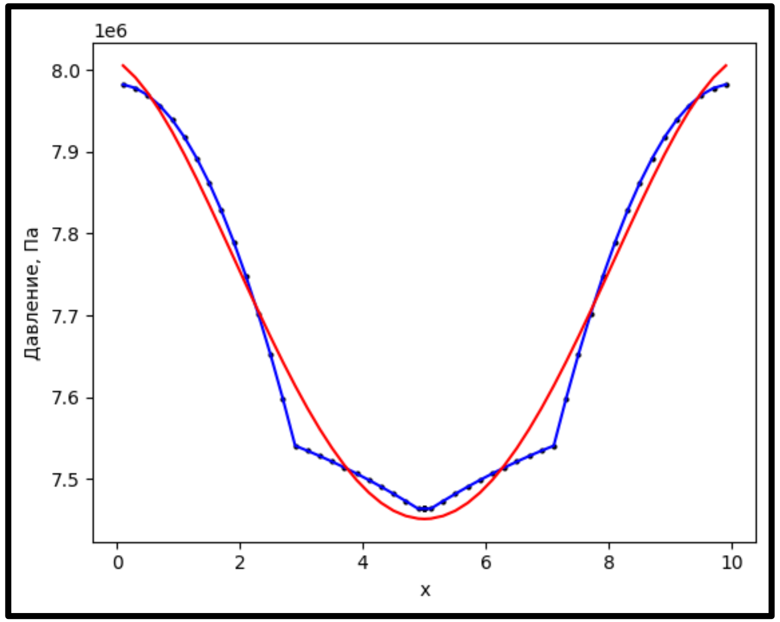


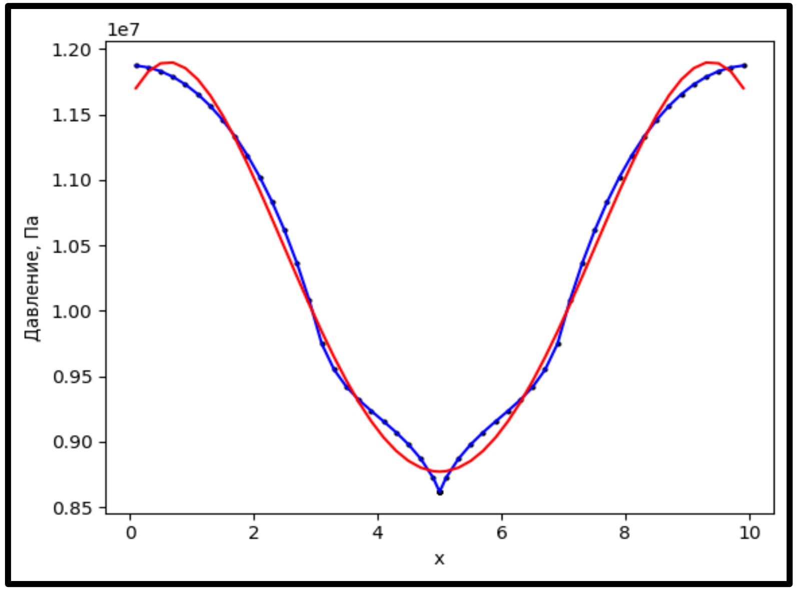
На рисунках представлены график распределения давления внутри трещины при $x = 5$ (слева) и график дебита скважины.

Вывод: расчеты библиотеки Fipy дают количественно физически адекватный результат для уравнения модели с рассматриваемой геометрией.

FiPy решатель: Пример расчета







На рисунках представлены графики распределения давления при $y = 400.5$(слева), 500.5(справа), 600.5 (снизу). Реализован полиномиальный аппроксиматор давления, что позволяет упростить внедрение модели в VBA прототип (красный график - аппроксимация).

FiPy решатель: обзор прототипа приложения

Инструкция по запуску:
1. Установить Jupyter Notebook, Python 3, библиотеки fipy, numpy, pandas, matplotlib,
2. Ввести данные в блоке "Ввод данных",
3. Нажать кнопку перезапустить ядро и перезапустить все блокноты.

Ввод данных

```
#-----------------------------------------------------------------
#----------------Блок ввода входные параметров модели------------
#-----------------------------------------------------------------

#ВНИМАНИЕ: степень задается через **, а не ^

k_Frac = 2*10**(-13) #Проницаемость в трещине
k_SRV = 2*10**(-18) #Проницаемость в зоне SRV
k_Matrix = 2*10**(-19) #Проницаемость в матрице

m = 0.05 #Пористость
C = 2.5*10**(-9) #Общая сжимаемость
mu = 0.5*10**(-3) #Вязкость жидкости
H = 35 #высота трещины
Pstart = 230*100000 #Начальное давление в пласте
Pwell = 50*100000 #Давление в скважине
```

Входные данные: параметры пласта и жидкости.

FiPy решатель: обзор прототипа приложения

Результат:
График дебита
График давления в срезах и внутри трещины
График проницаемости в срезах в зоне СРВ
Аппроксимация
Выгрузка массива решений в формате excel

2д давление

Результаты и выводы

1. Проведен обзор и выбран оптимальный решатель модели в соответствии с условиями задачи и требуемой скорости расчета, проведено тестирование основных методов решения.
2. Проведена реализация выбранного решателя модели (библиотека FiPy), которая качественно и количественно дала физически адекватный результат. Сравнительный анализ работы решателя и коммерческого симулятора tNavigator показал хорошее соответствие распределений давления.
3. Проведен прогноз поля давления для одной из скважин баженовской свиты. Проведена аппроксимация полей давления для упрощения дальнейшего внедрения результатов расчета.

Возможные перспективы развития решателя:

1. Моделирование группы трещин с учетом их взаимодействия друг с другом,
2. Использование моделей-аппроксимаций для упрощения реализации решателя,
3. Выбор нелинейной функции проницаемости и автоматизация выбора ее параметров.