Metodo de Aitken

Daniel Hernandez García, Santiago Caroprese Hidalgo, Juan Carlos Suarez

5 de Septiembre de 2020

1. Introducción

El método de Aitken permite acelerar la convergencia de una sucesión convergente. Por lo tanto, este método puede ser utilizado para acelerar algunos algoritmos iterativos cuyos resultados de cada iteración pueden ser representados como una sucesión que converge en el resultado final. Debido a esto, es posible utilizar este método para acelerar algunos algoritmos que calculan las raíces de ecuaciones no lineales. En este documento se estudiará la aplicación del método de Aitken para acelerar el método de Newton y el método de bisección.

En cada una de sus iteraciones, el método de Aitken utiliza tres valores consecutivos de la sucesión para calcular un siguiente valor. Según la literatura, si se utiliza el resultado de una iteración como el valor inicial del siguiente, es posible acelerar la convergencia. Se identificó que cuando se le realiza esta modificación al método, se presentan comportamientos diferentes con respecto a la versión del método que no lo implementa, por lo que se decidió estudiar ambas versiones del método para realizar una comparación entre ellas. A lo largo del documento, se hará referencia a la versión que implementa esta modificación como el método de Aitken modificado, mientras que la versión que no lo implementa será llamada la versión original. Cabe mencionar que el método de Aitken modificado es la versión del método que es usada generalmente en las diversas implementaciones.

2. Condiciones para aplicar el metodo

El método de Aitken se utiliza para acelerar la convergencia de una sucesión convergente. Por lo tanto, si se quiere utilizar este método para obtener de manera más rápida las raíces de ecuaciones no lineales, se debe utilizar como base un método que calcule de manera iterativa las raíces de la función, cuyos resultados de cada iteración constituyan una sucesión que converge en la raíz. Por consiguiente, las funciones cuyas raíces podrán ser obtenidas a través de este método deberán cumplir con las condiciones requeridas por el método cuya convergencia se está acelerando.

Para el caso del método de Newton, se requiere que la función cuyas raíces se quieren hallar sea continua y derivable, mientras que para el caso del método de bisección se requiere que exista un intervalo [a,b] en el que la función sea continua y se produzca un cambio de signo.

3. Diagrama de flujo

En la figura 1, se muestra el diagrama de flujo correspondiente al método de Aitken original

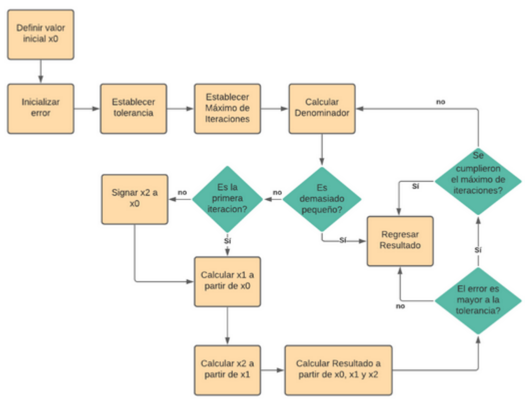

Figura 1: Aitken original

En la figura 2, se muestra el diagrama de flujo de la versión modificada del método de Aitken. Como se mencionó previamente, la diferencia entre estas dos versiones del algoritmo es que la modificada le asigna a x0 el resultado de la iteración anterior, mientras que en la original se le asigna el valor de x2 de la iteración anterior.

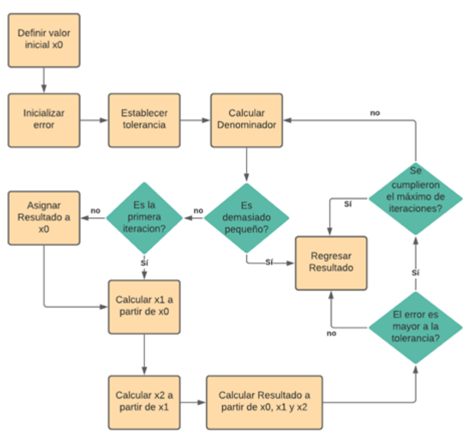

Figura 2: Aitken modificado

Tabla 1: Resultados Aitken con newton y tolerancia -8

Función	Aitken	Número de Iteraciones	Aitken Mejorado	Número de Iteraciones	Newton	Número de Iteraciones
a	-0.514933264 66278716203 27747607495 349918688	2	-0.514933264 66112941380 10592584369 123175752	4	-0.514933264 66112941380 10592584369 067030675	6
b	1.114157140 87193008730 05251781692 03903956	2	1.114157140 87193008730 05251781692 03903956	3	1.114157140 87193008730 05251781692 03900970	4
c	0.666666666 66668393410 41465368794 669226901	2	0.333333333 33331890159 05230955532 689065204	Máximo número de iteraciones	0.666669870 81929470460 56879814454 706289040	32
c.2	0.666666666 66666662965 92325124947 819858848	2	0.666666666 66666662965 92325124947 819858731	1	0.666666680 06484838346 16461368814 721043419	41

4. Resultados de las raíces

Se utilizaron las dos versiones del método previamente descritas para calcular las raíces de las siguientes funciones.

$$a.f(x) = cos^2(2x) - x^2 \tag{1}$$

$$b.f(x) = x * sin(x) - 1en[1, 2] \tag{2}$$

$$c.f(x) = x^3 - 2 * x^2 + x * 4/3 - 8/27 \tag{3}$$

$$c,2f(x) = ((x - 2)/3)^3 \tag{4}$$

En las siguientes tablas se muestran los resultados obtenidos para cada caso con tres tolerancias diferentes: e= 108;1016;1032.

Newton centro en 1

$$Toleranica = e^-8 \tag{5}$$

Tabla 2: Error Aitken con newton y tolerancia -8

Funcion	Error Relativo Aitken	Reducción de iteraciones Aitken	Error Relativo Aitken Mejorad	Reducción de iteraciones Aitken Mejorad	Error Relativo Newton
a	3.219345778343614883196680279712996402299042e-12	66.6 %	2.429943297557337973065745166906338744107465e-39	33.3 %	2.429943297557337973065745166906338744107465e-39
b	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39	50,00 %	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39	24,00 %	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39
c	1.55431223447506609331123905117744194806322811917735e-15	93.75 %	0.500000000000021647614215356670096640219392170420904	-	1.55431223447506609331123905117744194806322811917735e-15
c.2	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17	95.12 %	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17	97.56 %	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17

Tabla 3: Resultados Aitken con newton y tolerancia -16

Función	Aitken	Número de Iteraciones	Aitken Mejorado	Número de Iteraciones	Newton	Número de Iteraciones
a	-0.51493326466278716203277476074953499 18688	2	-0.514933264661129413801059258436912317 5752	4	-0.514933264661129413801059258436912317 5752	7
b	1.11415714087193008730052517816920390 3956	2	1.11415714087193008730052517816920390 3956	3	1.11415714087193008730052517816920390 0970	4
c	0.666669870819289200081775941116003799 1442	12	0.333333333333318901590523095553268906 5204	Máximo número de iteraciones	0.666669870819289200081775941116003799 1442	34
c.2	0.666666666666666629659232512494781985 8848	2	.66666666666666662965923251249478198 58731	1	0.666666667450830902401211910721346382 3858	49

Tabla 4: Error Aitken con newton y tolerancia -16

Funcion	Error Relativo Aitken	Reduccion de iteraciones Aitken	Error Relativo Aitken Mejorado	Reduccion de iteraciones Aitken Mejorado	Errorn Relativo Newton
a	3.219345778343614883196680279712996402299042e-12	7153,00 %	2.429943297557337973065745166906338744107465e-39	42.86 %	2.429943297557337973065745166906338744107465e-39
b	5.27526283187645968710699598033449789556 35e-39	50,00 %	5.275262831876459687106995980334497895563 5e-39	75,00 %	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39
c	1.55431223447506609331123905117744194806322811917735e-15	64.71 %	0.50000000000002164761421535667009664021939 2170420904	-	1.55431223447506609331123905117744194806322811917735e-15
c.2	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17	95.92 %	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17	97.95 %	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17

Tabla 5: Resultados Aitken con newton y tolerancia -32

Función	Aitken	Número de Iteraciones	Aitken Mejorado	Número de Iteraciones	Newton	Número de Iteraciones
a	-0.514933264661129280155205467510083294727 7	2	-0.514933264661129413801059258436912317575 2	4	-0.514933264661129413801059258436912317575 2	7
b	1.11415714087193008730052517816920390395 6	2	1.11415714087193008730052517816920390395 6	3	1.11415714087193008730052517816920390395 6	5
c	0.666669870819289200081775941116003799144 2	12	0.333333333333318901590523095553268906520 4	Máximo número de iteraciones	0.666669870819289200081775941116003799144 2	35
c.2	0.666666666666666629659232512494781985884 8	2	0.666666666666666629659232512494781985873 1	1	0.666666667450830902401211910721346382385 8	49

Tabla 6: Error Aitken con newton y tolerancia -32

Funcion	Error Relativo Aitken	Reducción de iteraciones Aitken	Error Relativo Aitken Mejorada	Reducción de iteraciones Aitken Mejorad	Error Relativo Newton
a	3.219345778343614883196680279712996402299042e-12	71.43 %	2.429943297557337973065745166906338744107465e-39	42.86 %	2.429943297557337973065745166906338744107465e-39
b	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39	60.00 %	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39	40.00 %	5.2752628318764596871069959803344978955635e-39
c	1.55431223447506609331123905117744194806322811917735e-15	65.71 %	0.500000000000021647614215356670096640219392170420904	-	1.55431223447506609331123905117744194806322811917735e-15
c.2	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17	95.92 %	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17	97.96 %	5.55111512312578270211903996121712419681318130712187e-17

Tabla 7: Resultados Aitken con bisección y tolerancia -8

Función	Aitken	Número de Iteraciones	Aitken Mejorado	Número de Iteraciones	Bisección	Número de Iteraciones
a	0.514933268229166666666666666666666666676	7	0.5149332612521254858253315043438500228721	15	0.514933265745639801025390625	27
b	1.114157140254974365234375	10	1.114157140990834177276234567901234567928	17	1.11415713839232921600341796875	28
c	0.666666666666666666666666666666666666676	2	0.6666698743613495584705075445816186556949	14	0.666669867932796478271484375	27
c.2	0.666666666666666666666666666666666666676	2	0.6666666651162130709241477417060407458346	16	0.666669867932796478271484375	27

Tabla 8: Error Aitken con bisección y tolerancia -8

Funcion	Error Relativo Aitken	Reducción de iteraciones Aitken	Error Relativo Aitken Mejorad	Reducción de iteraciones Aitken Mejorad	Error Relativo Newton
a	6.929125573609396264591377634880601442019682e-9	74.07 %	6.620282980201612976774482199606959263099054e-9	44444,00 %	2.106118329601473541468471473084856639803291e-9
b	5.53742106417166410636570791117685687161 44e-10	71.43 %	1.067211128608447821628330387187199198852 1e-10	39.29 %	2.225539630214632242410061735330586709395 4e-9
c	4.88858713148218817376498307417301418871 6e-36	92.59 %	4.81154202433770576131687242797865231012 7e-6	48.14 %	4.80189919471740722656249999999510992002 6e-6
c.2	4.88858713148218817376498307417301418871 6e-36	92.59 %	2.32568039361377838744093888613810361544 9e-9	40.74 %	3.72529029846191406250000000048900564812 04e-9

Tabla 9: Resultados Aitken con bisección y tolerancia -16

Función	Aitken	Número de Iteraciones	Aitken Mejorado	Número de Iteraciones	Bisección	Número de Iteraciones
a	0.514933268229166666666666666666666666676	7	0.5149332646611293993646732642884618360632	30	0.5149332646611293751170990162790985777974	54
b	1.114157140254974365234375	10	1.114157140871930099005809186757887100945	31	1.114157140871930157244307224573276471347	54
c	0.666666666666666666666666666666666666676	2	0.6666698708192891862866970479222645648427	35	0.6666698708192892453006095365708461031318	54
c.2	0.666666666666666666666666666666666666676	2	0.6666666666666666233963523207503532905563	30	0.6666666666666666296592325124947819858789	53

Tabla 10: Error Aitken con bisección y tolerancia -16

Funcion	Error Relativo Aitken	Número de Iteraciones Aitken	Error Relativo Aitken Mejorad	Número de Iteraciones Aitken Mejorad	Error Relativo Newton
a	6.929125573609396264591377634880601442019682e-9	92.59 %	2.803545038724355861645450543141591517025668e-17	44.44 %	7.512422074269216703371029102010605899860183e-17
b	5.537421064171664106365707911176856871614 4e-10	81.48 %	1.050595430320378824142101434655604866076 1e-17	42.59 %	6.277730445784932277234480417378880267325 1e-17
c	4.888587131482188173764983074173014188716e-36	96.29 %	4.806228933779430045571883396842373982624e-6	44.44 %	4.806228933867950914304856269149807576635e-6
c.2	4.888587131482188173764983074173014188716e-36	96.22 %	6.490547151887447006905559913566653218943e-17	43.39 %	5.551115123125782702607163990396173138670e-17

Tabla 11: Resultados Aitken con bisección y tolerancia -32

Función	Aitken	Número de Iteraciones	Aitken Mejorado	Número de Iteraciones	Bisección	Número de Iteraciones
a	0.514933268229166666666666666666666666676	7	0.5149332646611294138010592584367347056362	55	0.5149332646611294138010592584369165277199	107
b	1.114157140254974365234375	10	1.114157140871930087300525178143468081799	50	1.114157140871930087300525178169200682337	107
c	0.666666666666666666666666666666666666676	2	0.6666666666666666296592325124946113707174	50	0.6666698708192892000817759410929339149270	93
c.2	0.666666666666666666666666666666666666676	2	0.6666666666666666296592325121999589730917	56	0.6666666666666666296592325124947819858789	53

Tabla 12: Error Aitken con bisección y tolerancia -32

Funcion	Error Relativo Aitken	Número de Iteraciones Aitken	Error Relativo Aitken Mejorad	Número de Iteraciones Aitken Mejorad	Error Relativo Newton
a	6.929125573609396264591377634880601442019682e-9	93.46 %	3.449222500296348692610234295524164758327929e-31	48.59 %	8.176095286726822507970123578779135950305667e-33
b	5.53742106417166410636570791117685687161 44e-10	90.65 %	1.324279297684089371074685710820456913361 0e-31	53.27 %	2.891524540773611971834270599704767996998 0e-33
c	4.8885871314821881737649830741730 14188716e-36	97.85 %	4.806228933800122663911750016937134312829e-6	46.93 %	4.806228933800122663911639400867500456437e-6
c.2	4.888587131482188173764983074173014188716e-36	96.23 %	5.551115123125808294881394360271683378448e-17	39.78 %	5.551115123125782702607163990396173138670e-17

5. Comportamiento del método

5.1. Número de iteraciones y error global

En primer lugar, en cuanto el método de Newton, se puede observar que ambas versiones del método de Aitken reducen en gran medida el número de iteraciones en cada caso. Aquí llama la atención que el método original presenta un número de iteraciones menor que el método modificado.

Se puede observar que el método de Newton gasta un número de iteraciones mucho mayor en la función c, la cual cuenta con raíces repetidas. En relación con la función c, también llama la atención que el método modificado tiene problemas al calcular la raíz, dado que se queda oscilando entre valores cercanos a 0.333 y 0.666, sin lograr la convergencia. En vista de esto, se probó hallar las raíces de la función c.2, que es una expresión equivalente que implica menos operaciones aritméticas y se observó que para esta función el método modificado si presentaba convergencia. También se observó que al utilizar la función c.2 en lugar de la función c, se logra reducir en gran medida el número de iteraciones para el algoritmo original.

En cuanto al error, se puede observar que el método modificado presenta en la mayoría de los casos un error relativo mucho más bajo que el de la versión original. El error de la versión modificada se mantiene, de hecho, muy cercano al del algoritmo de Newton que no es acelerado. Es bastante llamativo que el error de la versión original del algoritmo sea en varias ocasiones mucho mayor a la tolerancia.

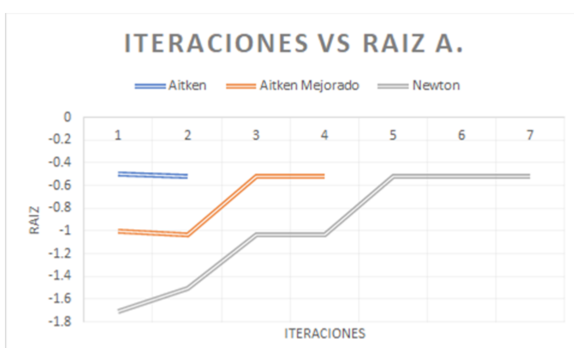

Figura 3: Iteraciones vs Raiz A

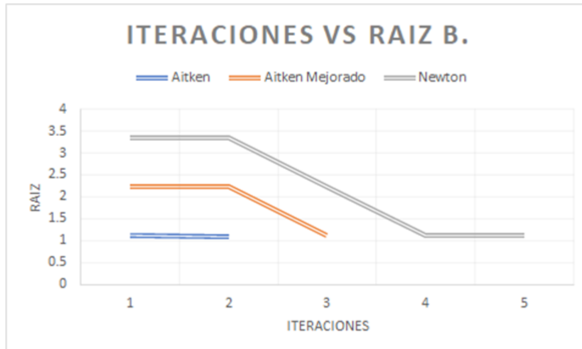

Figura 4: Iteraciones vs Raiz B

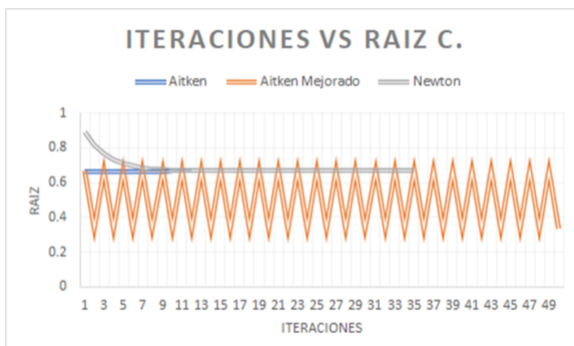

Figura 5: Iteraciones vs Raiz C

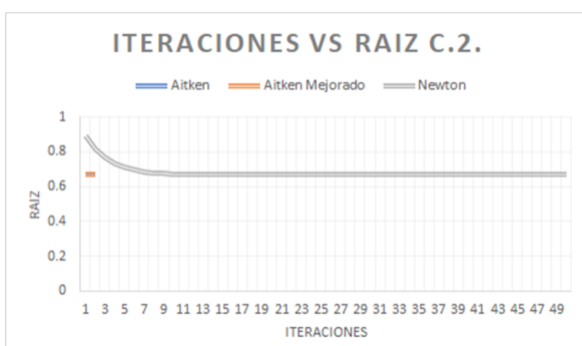

Figura 6: Iteraciones vs Raiz C.2

En lo referente al método de bisección, se puede observar que ambas versiones del algoritmo de Aitken reducen en gran proporción el número de iteraciones, mucho más que para el método de Newton. Nuevamente se evidencia que la reducción del número de iteraciones es más significativa al utilizar le algoritmo original. En cuanto al error, nuevamente se observa que el método modificado presenta menos error que la versión original, aunque esto no se cumple para las funciones c y c.2, en las que la versión original logra un error relativo muy bajo en tan solo dos iteraciones. Se evidencia que, para este caso, utilizar la función c.2 en lugar de la función c mejora, sobre todo, el error global.

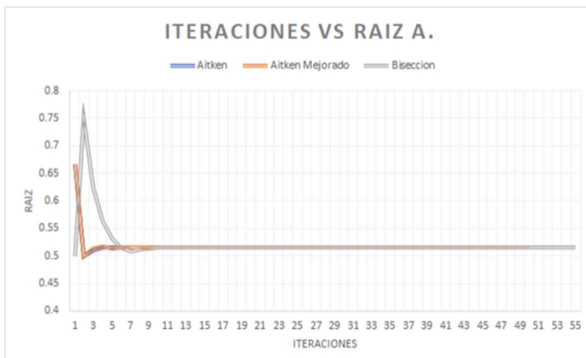

Figura 7: Iteraciones vs Raiz A con bisección

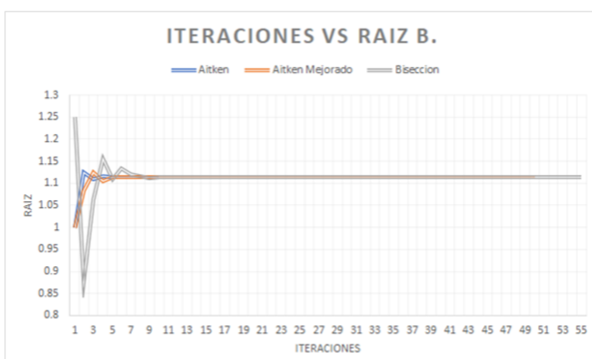

Figura 8: Iteraciones vs Raiz B con bisección

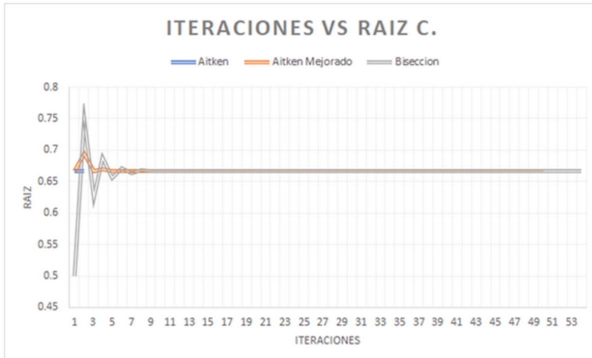

Figura 9: Iteraciones vs Raiz C con bisección

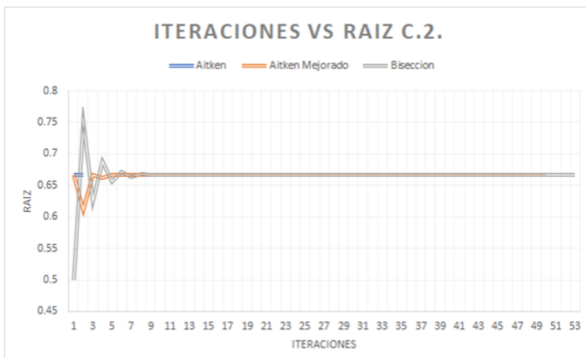

Figura 10: Iteraciones vs Raiz C.2 con bisección

5.2. Pérdida de significancia

En el denominador de uno de los términos de la expresión utilizada para obtener el resultado de cada iteración, se produce una resta entre números muy cercanos cuando la diferencia entre x0, x1 y x2 tiende a cero, lo que constituye un problema de pérdida de significancia. El mismo problema se presenta en el numerador de este término cuando la diferencia entre x2 y x1 tiende a ser cero. La pérdida de significancia resulta más grave en el denominador porque si el resultado de la resta es aproximado a cero, no es posible obtener el resultado de la iteración y, por lo tanto, es imposible continuar con las iteraciones.

5.3. Convergencia

En cuanto al método de Newton, se pudo observar que la convergencia fue mucho más lenta para la función c, que tenía raíces con multiplicidad mayor a 1. Al obtener el orden de convergencia para el método de Newton aplicado a las diferentes funciones, se puede observar que para la función a el orden de convergencia es cuadrático, mientras que para la función c el orden de convergencia es lineal. En la, se muestra, el comportamiento del valor de la expresión 6, para el método de Newton en los diferentes casos.

$$|x_{i+1} - x^*|/|x_i - x^*|^r \tag{6}$$

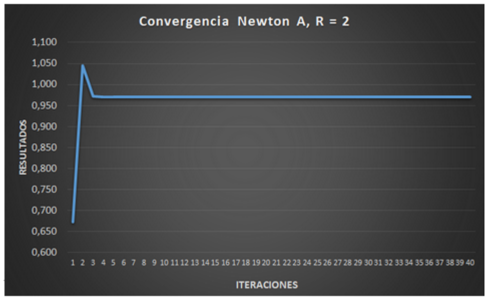

Figura 11: Convergencia de Newton en A

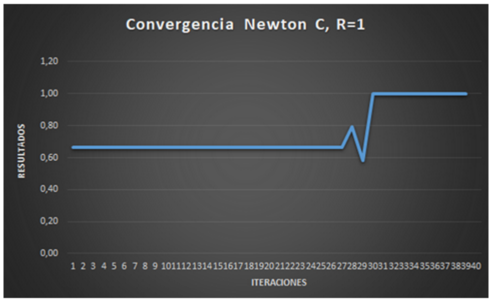

Figura 12: Convergencia de Newton en C

En lo que respecta al método de bisección, se pudo observar que la convergencia de este es siempre lineal, lo que se ve reflejado en el hecho de que su número de iteraciones suele ser mucho mayor que el de Newton. A continuación, se muestra el comportamiento del valor de la expresión 6, para la función b, utilizando r = 1.

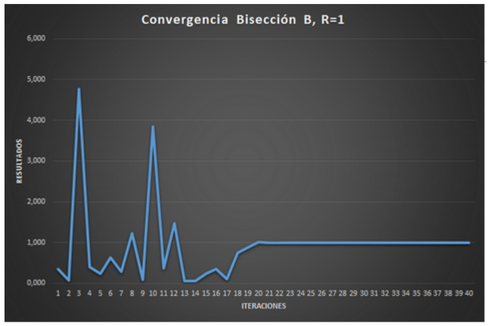

Figura 13: Convergencia de bisección en B

6. Solución para el problema de significancia

El problema de significancia que se presenta en el denominador de uno de los términos de la expresión utilizada para calcular el resultado de cada iteración se presenta cuando x0, x1 y x2 son muy cercanos y esto provoca que sea imposible continuar con más iteraciones. Resulta importante tener en cuenta que el método de Aitken acelera una sucesión convergente, por lo que es normal que, conforme avancen las iteraciones, la diferencia entre x0, x1 y x2 tienda a ser cada vez más pequeña. Por lo tanto, no hay forma de evitar que se produzca esta situación. Sin embargo, por esto mismo, este problema se produce cuando el error es demasiado pequeño, por lo que se espera que el resultado de la iteración anterior "bueno".

Por lo tanto, este problema de significancia se enfrenta calculando primero el valor del denominador para determinar qué tan pequeño es, de tal manera que, si se encuentra que este valor es demasiado pequeño, se detenga la ejecución del método. La razón por la que en algunas ocasiones el error global es mucho mayor que la tolerancia es que el denominador se hace demasiado pequeño y resulta necesario parar la ejecución del algoritmo antes de cumplir con la tolerancia establecida. Esto ocurre, sobre todo, para la versión original del método de Aitken.

7. Propagación del error de redondeo

Se identificó que el método de Aitken mejorado presenta una mayor propagación del error de redondeo porque reutiliza el resultado de una iteración como valor inicial de la siguiente. Como se pudo observar, este problema puede llegar a incluso provocar que la sucesión no converja, como se observó en la tercera ecuación. De hecho, con el comportamiento de las funciones c y c.2 al hallar las raíces a través del método de Newton acelerado por la versión modificada de Aitken se pudo observar que la cantidad de operaciones aritméticas en la función también provoca que la propagación del error de redondeo se produzca en mayor o menor medida.

Asimismo, se considera que la propagación del error de redondeo es lo que provoca que la versión modificada del algoritmo converja más lentamente que la versión original, dado que, al utilizar directamente el resultado de la iteración anterior para calcular el de la iteración actual provoca una propagación del error de redondeo, que se hace más significativo conforme avanzan las iteraciones.

8. Comportamiento del método cuando hay mas de dos raíces

Cuando hay más de dos raíces, el método puede ser utilizado para hallar una de ellas a la vez. La raíz que es hallada en cada ocasión depende en gran medida del valor inicial utilizado. Sin embargo, si hay raíces repetidas, se evidenció que el método de Newton tiene una convergencia más lenta, con orden lineal en lugar de cuadrático, como se pudo observar en el caso de la función c.

9. Comportamiento del método cuando la función es periódica, par o impar

Si la función es periódica, par o impar, el comportamiento de los métodos estudiados no es particularmente diferente, pero resulta posible modificar el algoritmo para que, al hallar una raíz, se revise si la función es par o impar, a partir de lo cual se pueden obtener dos raíces de una vez en caso de que la función sea de este tipo.

10. Relación entre $\mathbf{e}_1 + 1ye_i$

Para obtener una función que permita expresar el error en una iteración en función del error en la iteración anterior, se graficó el comportamiento del error para cada caso. Cabe mencionar que cuando el método de Newton es acelerado por Aitken el número de iteraciones es demasiado bajo, lo que provoca que se tengan muy pocos puntos en la gráfica, por lo que la información proporcionada por estas gráficas no es suficiente como para generalizar el comportamiento del error. Por lo tanto, este análisis solo se realizará para los resultados obtenidos con el método de bisección.

Como se muestra en la siguiente gráfica, el comportamiento del error del método de bisección acelerado por la versión original del algoritmo de Aitken se puede representar a través de una función cuadrática, lo que indica que el orden de convergencia en este caso es cuadrático. Esto representa una mejora con respecto al orden de convergencia del método de bisección original que, como se mencionó anteriormente, es lineal.

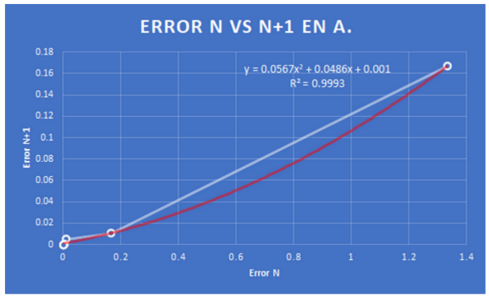

Figura 14: Error N vs N+1 en A, bisección con aitken

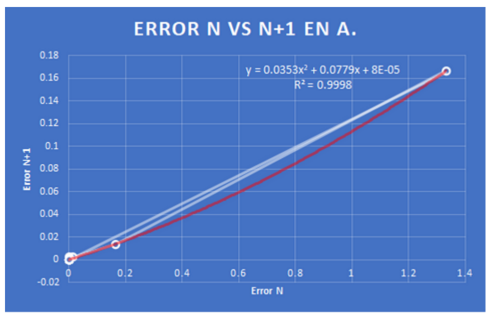

Figura 15: Error N vs N+1 en A, bisección con aitken modificado

11. Comportamiento del método con respecto a la tolerancia y al número de iteraciones.

A continuación, se incluyen las gráficas que muestran el comportamiento del error conforme avanzan las iteraciones de cada uno de los métodos estudiados. Esto se hace con el fin de ilustrar el número de iteraciones que serían necesarias para cada obtener un resultado con una tolerancia determinada.

A continuación, se muestra el comportamiento que presentaron los diferentes métodos utilizados para obtener la raíz de la función A. Como se puede observar, en términos generales, los algoritmos que se basan en el método de Newton reducen el error más rápidamente que los basados en bisección. También se puede observar que para este caso las versiones de los métodos aceleradas por Aitken también presentan una reducción del error más rápida que sus versiones originales.

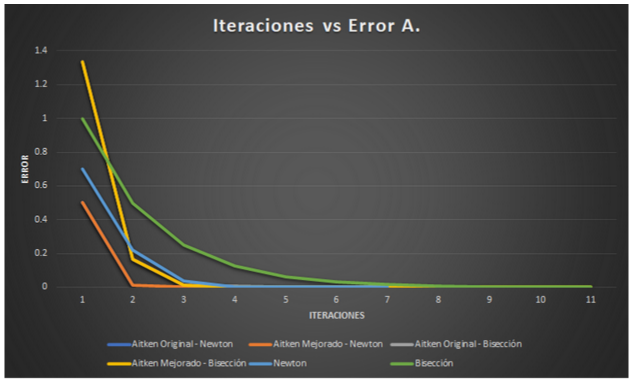

Figura 16: Iteraciones vs Error en A

A continuación, se muestra el comportamiento que presentaron los diferentes métodos utilizados para obtener la raíz de la función B. Como se puede observar, para este caso resulta evidente, sobre todo, que el algoritmo de bisección reduce el error mucho más lentamente que los demás. Esta vez, todos los algoritmos basados en Newton redujeron el error a ritmos muy similares, resultando difícil distinguirlos. Para este caso, las aceleraciones de Aitken aplicadas a bisección presentaron comportamientos cercanos a los de los métodos basados en Newton, mejorando en gran medida el comportamiento de bisección original.

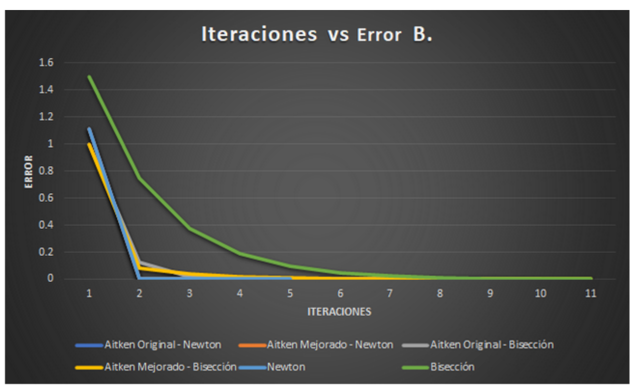

Figura 17: Iteraciones vs Error en B

A continuación, se muestra el comportamiento que presentaron los diferentes métodos utilizados para obtener la raíz de la función C. En este caso, el comportamiento observado es en gran medida similar a lo observado previamente, con la diferencia que el método de Newton acelerado por Aitken modificado no logra continuar reduciendo el error después de cierto punto y que el método de bisección acelerado por Aitken original presenta una reducción del error más rápida de los normal.

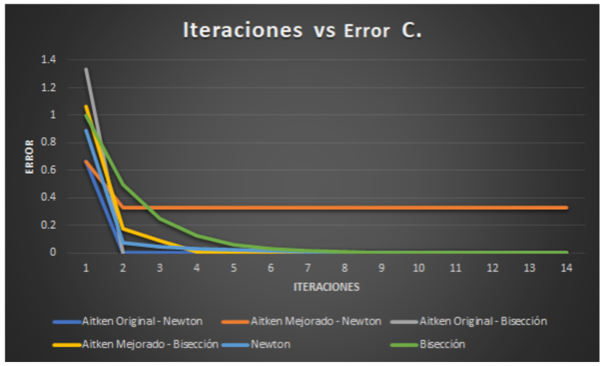

Figura 18: Iteraciones vs Error en C

Por último, en la gráfica que ilustra el comportamiento correspondiente a la ecuación c.2 incluida continuación, se presenta un comportamiento bastante similar al de la anterior, con la principal diferencia de que esta vez el método de Newton acelerado por Aitken modificado sí logra reducir el error rápidamente, evitando el problema que se presentaba para la ecuación c.

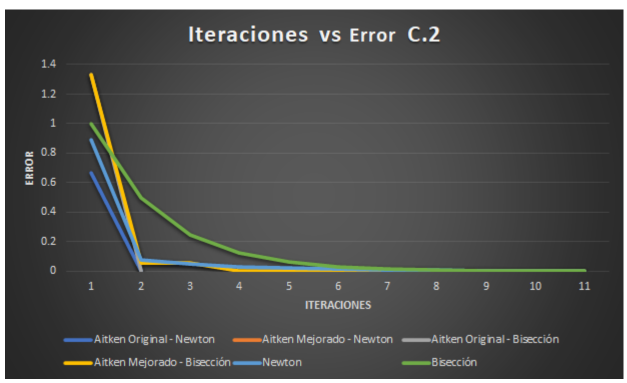

Figura 19: Iteraciones vs Error en C2

12. Comportamiento del método con respecto al de bisección

En primer lugar, como se puede observar en las gráficas de la sección anterior, el método de Newton converge mucho más rápido que el método de bisección, lo que se debe a que la convergencia del primero es cuadrática, siempre y cuando no haya raíces repetidas, mientras que la convergencia del segundo es lineal.

En las gráficas anteriores también resulta evidente que el método de Aitken en sus dos versiones logra acelerar en gran medida el método de bisección, lo que también se vio reflejado en los altos porcentajes de reducción que se indicaron en las tablas.

13. Conclusiones

Fue posible identificar que ambas versiones del método de Aitken permiten acelerar la convergencia de los métodos de Newton y de bisección. Sin embargo, contrario a lo que se esperaba, el método original presentó una convergencia más rápida que el mejorado. Se identificó que esto se debe seguramente a que en el método modificado se presenta una mayor propagación del error de redondeo, al reutilizarse el resultado de la iteración anterior para el cálculo de la siguiente, una y otra vez.

También fue posible identificar una de las grandes limitaciones de este algoritmo, que consiste en que es afectado en gran medida por el problema de pérdida de significancia que se produce en la fórmula utilizada para calcular la raíz de cada iteración, dado es un problema destinado al fracaso. Esto resulta sobre todo problemático en el denominador del segundo término, dado que cuando el denominador es aproximado a cero no es posible continuar con las iteraciones, causando que en algunas ocasiones el error obtenido no cumpla con la tolerancia. Esto se observó, sobre todo, en los resultados del método original.