

Praca projektowa z przedmiotu
Sztuczna Inteligencja

Bartłomiej Czajka 169522 2 EF-DI P1

Rzeszów, 2023

Spis treści

1	Opis projektu	4
1.1	Założenia projektowe	4
1.2	Zestaw danych	4
1.3	Przygotowanie danych	5
2	Zagadnienia teoretyczne	5
2.1	Matematyczny opis sztucznego neuronu	5
2.2	Funkcja aktywacji	7
2.3	Sieć głęboka	9
2.4	Funkcja kosztu	10
2.5	Algorytm wstecznej propagacji błędu	11
2.6	Metoda optymalizacji ADAM	11
3	Realizacja sieci neuronowej	13
3.1	Opis skryptu	13
3.2	Początek każdego ze skryptów [5]	13
3.3	Skrypt dla zależności poprawności klasyfikacji od liczby neuronów w warstwach [6]	16
3.4	Skrypt dla zależności poprawności klasyfikacji od liczby warstw oraz współczynnika uczenia [6]	19
3.5	Skrypt dla zależności poprawności klasyfikacji od liczby warstw oraz współczynnika uczenia [6]	22
4	Eksperymenty	24
4.1	Eksperyment 1	24
4.2	Eksperyment 2	25
4.3	Eksperyment 3	26
4.4	Eksperyment 4	27
4.5	Eksperyment 5	28
4.6	Eksperyment 6	29

4.7	Eksperyment 7	30
4.8	Eksperyment 8	32
5	Wnioski	34

1 Opis projektu

1.1 Założenia projektowe

Celem projektu jest realizacja sieci neuronowej uczonej za pomocą algorytmu sieci głębokiej, klasyfikującej chorobę Parkinsona oraz zbadanie wpływu parametrów sieci na proces uczenia. Projekt został zrealizowany w języku Python z wykorzystaniem biblioteki PyTorch.

1.2 Zestaw danych

Zestaw danych uczących został pobrany ze strony <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Parkinsons>. Zawiera on 197 instancji, 23 cechy oraz 2 klasy. Dane są nieuporządkowane, nie ma danych nieokreślonych. Dokładniejszy opis cech zestawu:

- name - Nazwa badanego pacjenta w ASCII i numer nagrania.
- MDVP:Fo(Hz) - Średnia częstotliwość podstawowa głosu.
- MDVP:Fhi(Hz) - Maksymalna częstotliwość podstawowa głosu.
- MDVP:Flo(Hz) - Minimalna częstotliwość podstawowa głosu.
- MDVP:Jitter(%), MDVP:Jitter(Abs), MDVP:RAP, MDVP:PPQ, Jitter:DDP - Kilka miar zmienności częstotliwości podstawowej.
- MDVP:Shimmer, MDVP:Shimmer(dB), Shimmer:APQ3, Shimmer:APQ5, MDVP:APQ, Shimmer:DDA - Kilka miar zmienności amplitudy.
- NHR, HNR - Dwie miary stosunku szumu do składowych tonalnych w głosie.
- status - Stan zdrowia badanego (jeden) - chory na Parkinsona, (zero) - zdrowy.
- RPDE, D2 - Dwie miary złożoności dynamicznej nieliniowej.
- DFA - Wykładnik skalowania fraktalnego sygnału.

- spread1, spread2, PPE - Trzy nieliniowe miary zmienności częstotliwości podstawowej.

1.3 Przygotowanie danych

Sieć ma za zadanie sklasyfikować czy pacjent cierpi na chorobę Parkinsona. Wartość '1' oznacza osobę cierpiącą na chorobę Parkinsona, natomiast '0' oznacza osobę zdrową. Dane zostały uporządkowane i znormalizowane. Normalizacja została wykonana dla każdej obserwacji przy użyciu wzoru:

$$x_{\text{norm}} = \frac{x_{\text{norm_max}} - x_{\text{norm_min}}}{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}} \cdot (x - x_{\text{min}}) + x_{\text{norm_min}}$$

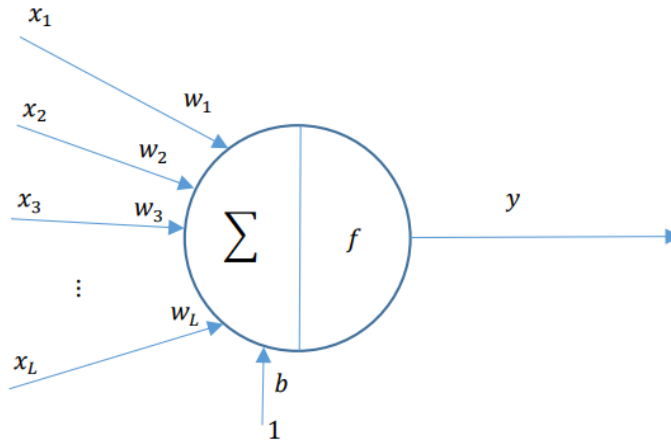
gdzie:

- x_{min} - to wektor zawierający minimalne wartości dla każdej obserwacji.
- x_{max} - to wektor zawierający maksymalne wartości dla każdej obserwacji.
- $x_{\text{norm_min}}$ - to wartość minimalna po normalizacji (-1).
- $x_{\text{norm_max}}$ - to wartość maksymalna po normalizacji (1).
- x_{norm} - to macierz zawierająca znormalizowane dane.
- x - to macierz zawierająca dane wejściowe.

2 Zagadnienia teoretyczne

2.1 Matematyczny opis sztucznego neuronu

Podstawowym elementem budującym strukturę sieci neuronowej jest neuron. Jest to element, który przetwarza informacje. W pewnym, uproszczonym stopniu jest wzorowany na funkcjonowaniu biologicznej komórki nerwowej. Struktura neuronu zawiera wiele wejść oraz jedno wyjście. Jednym z najważniejszych składników neuronu są wagi, których wartości decydują o zachowaniu neuronu. Są one zazwyczaj ustalane w trakcie procesu uczenia.



Rysunek 1: Model neuronu [4]

Każdy pojedynczy neuron przyjmuje sygnały wejściowe, które są następnie przetwarzane. Każde wejście ma przypisany współczynnik wagowy, który określa jak bardzo wpływa ono na wynik neuronu. Ponadto, neuron posiada "bias", czyli dodatkowe wejście, na którym występuje stała wartość. Wszystkie te informacje są sumowane, aby obliczyć łączne pobudzenie neuronu. Następnie wartość pobudzenia przechodzi przez funkcję aktywacji, która określa sygnał wyjściowy neuronu.

Wzór na łączne pobudzenie neuronu:

$$y = \sum_{j=1}^L f(w_j x_j + b)$$

gdzie:

- j – indeks, który przyjmuje wartości od 1 do L ,
- y – wyjście neuronu,
- w_j – współczynnik wagowy przypisany do j -tego wejścia,
- x_j – j -ty sygnał wejściowy,
- b – bias [2].

2.2 Funkcja aktywacji

Sam model matematyczny neuronu nie byłby wystarczający do skomplikowanych obliczeń w m.in. sieciach głębokich. Należy wprowadzić funkcje aktywacji, które nadają sieciom neuronowym zdolność modelowania nieliniowych relacji między danymi wejściowymi, a wyjściowymi. Dzięki tej nieliniowej transformacji na wyjściu sztucznego neuronu, możliwe jest wprowadzenie nieliniowości i bardziej skomplikowanych obliczeń.

Istnieje wiele funkcji aktywacji. Szczególnie przydatną w modelach głębokich ze względu na swoją prostotę i skuteczność jest funkcja ReLU, która została przeze mnie wykorzystana jako funkcja aktywacji dla warstw ukrytych. Działa na zasadzie przekazywania wartości dodatnich bez ich zmiany, natomiast dla wartości ujemnych przypisuje zerową wartość. Matematycznie można zdefiniować ją następującym wzorem:

$$f(x) = \max(0, x)$$

Innymi słowy, funkcja ReLU jest zdefiniowana na przedziale:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x \leq 0, \\ x, & \text{gdy } x > 0. \end{cases}$$

gdzie:

- x – wartość wejściowa, na której zostanie zastosowana funkcja aktywacji.

Istnieje również funkcja aktywacji softmax, która dla danego wektora wyników $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, gdzie n oznacza liczbę klas, przekształca każdy element z_i na wartość prawdopodobieństwa p_i .

Funkcję softmax można zdefiniować w następujący sposób:

$$f(z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^n e^{z_j}}$$

gdzie:

- $f(z)_i$ – i -ty element wyniku funkcji softmax dla wektora wyników \mathbf{z} ,

- e^{z_i} – funkcja wykładniczą podniesiona do potęgi z_i ,
- z_i – i -ty element wektora wyników,
- $\sum_{j=1}^n e^{z_j}$ – suma funkcji wykładniczych dla wszystkich elementów wektora wyników,
- n – liczba klas.

Kolejną funkcją aktywacji jest funkcja sigmoidalna. Analogicznie do funkcji softmax, została użyta do aktywacji warstwy wyjściowej. Funkcja sigmoidalna przekształca wartość wejściową na wartość z zakresu $(0, 1)$, co czyni ją przydatną w problemach klasyfikacji binarnej.

Matematycznie funkcję sigmoidalną można zdefiniować jako:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

gdzie:

- x – wartość wejściowa do funkcji sigmoidalnej,
- e – podstawa logarytmu naturalnego, przybliżone do wartości 2.71828,
- $f(x)$ – wartość wyjściowa funkcji sigmoidalnej, przekształcająca x na wartość z przedziału $(0, 1)$.

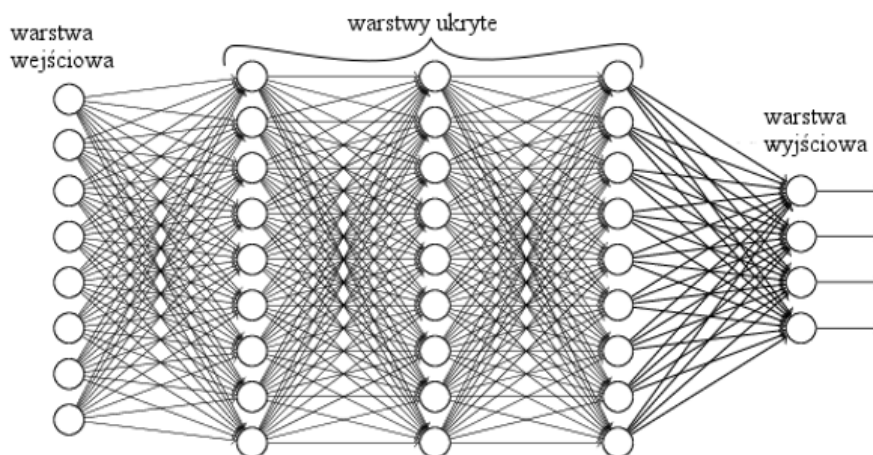
Ostatnią funkcją aktywacji, którą wykorzystałem jest tangens hiperboliczny. Funkcja ta może zostać użyta zarówno do warstw ukrytych jak i warstwy ostatniej. Funkcję można zdefiniować w następujący sposób:

$$\tanh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)}$$

Wartości tej funkcji mieszczą się w zakresie $(-1; 1)$. Funkcja kształtem przypomina funkcję sigmoidalną. Warto wspomnieć o tym, że ta funkcja jest bardziej wrażliwa na duże wartości wejściowe niż funkcja sigmoidalna, co może prowadzić do problemów z gradientem w czasie uczenia sieci.

2.3 Sieć głęboka

Sieci głębokie to rodzaj modeli uczenia maszynowego, które składają się z wielu warstw neuronów, zwanych warstwami głębokimi. Uczenie sieci głębokich opiera się na zasadzie propagacji wstecznej, która jest jednym z kluczowych algorytmów używanych do dostosowania wag sieci neuronowej w procesie uczenia. Propagacja wsteczna umożliwia obliczenie gradientów wag sieci na podstawie funkcji kosztu i propaguje te gradienty wstecz przez sieć, aby zaktualizować wagi w celu minimalizacji błędu.



Rysunek 2: Sieć głęboka [5]

Proces uczenia sieci głębokich rozpoczyna się od inicjalizacji wag, które mogą być inicjalizowane losowo lub przy użyciu innych metod. Następnie dane wejściowe są przekazywane od warstwy wejściowej do warstwy wyjściowej (ang. forward propagation). Każda warstwa na podstawie wag i funkcji aktywacji oblicza swoje wyjście. Na podstawie wyników obliczana jest wartość funkcji kosztu, która mierzy błąd przewidywań sieci. Kolejnym krokiem jest wykorzystanie algorytmu propagacji wstecznej, który oblicza gradienty wag sieci neuronowej. Gradienty oblicza się iteracyjnie, zaczynając od warstwy wyjściowej przecho-

dząc wstecz przez kolejne warstwy sieci. W dalszej kolejności, biorąc pod uwagę obliczone gradienty wag, wagi sieci są aktualizowane w celu zminimalizowania funkcji kosztu mierzącej błąd predykcji sieci. Dokonuje się tego za pomocą optymalizatora (np. ADAM). Wyżej wymienione kroki powtarza się aż do osiągnięcia zdefiniowanej liczby epok lub innych kryteriów zatrzymania.

2.4 Funkcja kosztu

Wykorzystaną funkcją kosztu w programie jest entropia krzyżowa. Funkcja ta mierzy stopień niezgodności między rzeczywistymi etykietami, a przewidywanymi prawdopodobieństwami dla każdej klasy. Im większa niezgodność, tym większa wartość funkcji kosztu. Dąży się do minimalizacji tej funkcji, poprzez zmianę wag sieci.

Entropię krzyżową, w szczególności dla klasyfikacji binarnej, można zdefiniować następującym wzorem:

$$\begin{aligned} H(y, p) &= - \sum_{i=1}^C y_i \log(p_i) = \\ &= - \sum_{i=1}^2 y_i \log(p_i) = \\ &= -[y_1 \log(p_1) + y_2 \log(p_2)] = \\ &= -[y \log(p) + (1 - y) \log(1 - p)] \end{aligned}$$

gdzie:

- $H(y, p)$ – wartość entropii krzyżowej,
- y_i – i -ta rzeczywista etykieta (0 lub 1) dla próbki i ,
- p_i – i -te przewidziane prawdopodobieństwo dla próbki i ,
- C – liczba klas.

2.5 Algorytm wstecznej propagacji błędu

Algorytm wstecznej propagacji błędu, nazywany również algorytmem największego spadku gradientu, jest jednym z głównych algorytmów stosowanych w procesie uczenia sieci głębokich. Umożliwia on aktualizację wag sieci w celu minimalizacji funkcji kosztu poprzez iterację przez kolejne warstwy sieci. Proces ten można podzielić na dwa kroki: propagację w przód oraz wstecz.

Propagacja w przód polega na przekazywaniu danych wejściowych przez sieć od warstwy wejściowej do warstwy wyjściowej. W każdej warstwie obliczane są aktywacje neuronów na podstawie obecnych wag i danych wejściowych. Wyniki z danej warstwy przekazywane są do kolejnej aż do warstwy wyjściowej gdzie generowany jest wynik predykcji.

W propagacji wstecznej natomiast porównuje się wynik sieci z oczekiwanym wynikiem, obliczając przy tym błąd. Błąd ten jest następnie propagowany wstecz od zacinając od warstwy wyjściowej. Obliczany jest gradient funkcji kosztu względem wag sieci, który informuje o kierunku dostosowania wag w celu minimalizacji błędu. Na podstawie gradientu aktualizowane są wagi sieci przy użyciu odpowiedniej metody optymalizacji, takiej jak metoda spadku gradientu czy też jej wariant, np. ADAM.

2.6 Metoda optymalizacji ADAM

Metoda ADAM jest popularna w optymalizacji sieci głębokich, ponieważ łączy zalety adaptacyjnego skalowania kroku uczenia (RMSProp) i momentu, co prowadzi do efektywniejszej optymalizacji i szybszego zbiegania do optymalnych wag sieci.

Aby obliczyć gradient funkcji kosztu, należy obliczyć pochodne cząstkowe dla każdej warstwy, od ostatniej warstwy do pierwszej. W każdej warstwie oblicza się lokalny gradient na podstawie pochodnej funkcji kosztu oraz gradientu z poprzedniej warstwy.

Wzór na gradient funkcji kosztu H , w kroku t :

$$g_t = \frac{\partial H}{\partial W}$$

gdzie:

- H – funkcja kosztu,
- W – macierz wag sieci neuronowej.

Algorytm ADAM składa się z następujących kroków:

1. Obliczenie gradientów funkcji kosztu względem wag sieci za pomocą propagacji wstecznej błędu.
2. Aktualizacja momentu gradientu m_t i drugiego momentu gradientu v_t na podstawie obliczonych gradientów.
3. Obliczenie wygładzonych estymacji momentu i drugiego momentu: \hat{m}_t i \hat{v}_t .
4. Aktualizacja wag sieci z wykorzystaniem estymacji momentu i drugiego momentu, współczynnika uczenia α oraz małej wartości epsilon ϵ .

Gradient jest używany do aktualizacji wag zgodnie z następującymi wzorami:

$$m_t = \beta_1 \cdot m_{t-1} + (1 - \beta_1) \cdot g_t$$

$$v_t = \beta_2 \cdot v_{t-1} + (1 - \beta_2) \cdot g_t^2$$

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}$$

$$W_{t+1} = W_t - \frac{\eta}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon} \cdot \hat{m}_t$$

gdzie:

- m_t to estymacja momentu gradientu w kroku czasowym t .
- v_t to estymacja drugiego momentu gradientu w kroku czasowym t .
- β_1 i β_2 to współczynniki z zakresu $[0, 1)$ kontrolujące eksponencjalne wygładzanie momentu i drugiego momentu.

- α to współczynnik uczenia (learning rate).
- ϵ to mała wartość (np. 10^{-10}) używana w celu uniknięcia dzielenia przez zero.
- \hat{m}_t i \hat{v}_t to wygładzone estymacje momentu i drugiego momentu.
- W_t i W_{t+1} to wagi w krokach czasowych t i $t + 1$.

Przy użyciu tych wzorów, w metodzie optymalizacji ADAM aktualizuje się wagi sieci neuronowej, wykorzystując estymację momentu i drugiego momentu gradientu. To pozwala na efektywną optymalizację sieci głębokiej, dostosowując krok uczenia (learning rate) dla każdej wagi indywidualnie.

3 Realizacja sieci neuronowej

3.1 Opis skryptu

Główny skrypt został podzielony na kilka innych w zależności od zastosowania. Każdy z nich dotyczy tego jak zmienia się poprawność klasyfikacji w zależności od różnych parametrów. Wszystkie skrypty mają taką samą wspólną, początkową część, która zawiera przetwarzanie danych zawartych w pliku ‘parkinsons.txt’. Dane podlegają normalizacji, sortowaniu i zapisaniu do pliku ‘parkinsons.hkl’. Następnie dane wejściowe są skalowane i dzielone na zbiór treninowy oraz testowy. Wektory ‘y’ są przekształcane tak, aby indeks pierwszej klasy wynosił 0. Dalsza część kodu jest inna dla każdego ze skryptów.

3.2 Początek każdego ze skryptów [5]

```
from torch.autograd import Variable
import torch.nn as nn
import torch.nn.functional as F
import torch
import numpy as np
```

```

import matplotlib.pyplot as plt
import hickle as hkl

from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.preprocessing import StandardScaler

"""Data preparation with manual deletion of the first line (feature names)"""
filename = "parkinsons.txt"
data = np.loadtxt(filename, delimiter=",", dtype=str)
x = np.concatenate((data[:, 1:17], data[:, 18:]), axis=1).astype(float).T
y_t = data[:, 17].astype(float)
y_t = y_t.reshape(1, y_t.shape[0])
np.transpose([np.array(range(x.shape[0])), x.min(axis=1), x.max(axis=1)])

# Normalization
x_min = x.min(axis=1)
x_max = x.max(axis=1)
x_norm_max = 1
x_norm_min = -1
x_norm = np.zeros(x.shape)
for i in range(x.shape[0]):
    x_norm[i, :] = (x_norm_max - x_norm_min) / (x_max[i] - x_min[i]) * (
        x[i, :] - x_min[i]
    ) + x_norm_min
np.transpose([np.array(range(x.shape[0])),
               x_norm.min(axis=1), x_norm.max(axis=1)])

# Before sorting
plt.plot(y_t[0])
# plt.show()

y_t_s_ind = np.argsort(y_t)

```

```

x_n_s = np.zeros(x.shape)
y_t_s = np.zeros(y_t.shape)
for i in range(x.shape[1]):
    y_t_s[0, i] = y_t[0, y_t_s_ind[0, i]]
    x_n_s[:, i] = x_norm[:, y_t_s_ind[0, i]]

# After sorting
plt.plot(y_t_s[0])
# plt.show()

hkl.dump([x, y_t, x_norm, x_n_s, y_t_s], "parkinsons.hkl")
x, y_t, x_norm, x_n_s, y_t_s = hkl.load("parkinsons.hkl")
if min(y_t.T)[0] > 0:
    y = y_t.squeeze() - 1 # index of first class should equal to 0
else:
    y = y_t.squeeze()
X = x.T

# Scale data to have mean 0 and variance 1
# which is importance for convergence of the neural network
scaler = StandardScaler()
X_scaled = scaler.fit_transform(X)

# Split the data set into training and testing
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    X_scaled, y, test_size=0.2, random_state=2
)

```

3.3 Skrypt dla zależności poprawności klasyfikacji od liczby neuronów w warstwach [6]

```
class Model(nn.Module):
    def __init__(self, input_dim, output_dim, K1, K2):
        super(Model, self).__init__()
        self.layer1 = nn.Linear(input_dim, K1)
        self.layer2 = nn.Linear(K1, K2)
        self.layer3 = nn.Linear(K2, output_dim)

    def forward(self, x):
        x = F.relu(self.layer1(x))
        x = F.relu(self.layer2(x))
        x = F.sigmoid(self.layer3(x))
        return x

lr_vec = np.array([1e-1, 1e-2, 1e-3, 1e-4, 1e-5, 1e-6, 1e-7])
K1_vec = np.arange(2, 30, 2)
K2_vec = K1_vec
PK_2D_K1K2 = np.zeros([len(K1_vec), len(K2_vec)])
max_epoch = 100
PK_2D_K1K2_max = 0
k1_ind_max = 0
k2_ind_max = 0
X_train = Variable(torch.from_numpy(X_train)).float()
y_train = Variable(torch.from_numpy(y_train)).long()
X_test = Variable(torch.from_numpy(X_test)).float()
y_test = Variable(torch.from_numpy(y_test)).long()
for k1_ind in range(len(K1_vec)):
    for k2_ind in range(len(K2_vec)):
        model = Model(X_train.shape[1], int(
```



```

        max(y) + 1), K1_vec[k1_ind], K2_vec[k2_ind])
optimizer = torch.optim.Adam(model.parameters(), lr=lr_vec[0])
loss_fn = nn.CrossEntropyLoss()

for epoch in range(max_epoch):
    y_pred = model(X_train)
    loss = loss_fn(y_pred, y_train)

optimizer.zero_grad()
loss.backward()
optimizer.step()

with torch.no_grad():
    y_pred = model(X_test)
    correct = (torch.argmax(y_pred, dim=1) ==
               y_test).type(torch.FloatTensor)
    PK = correct.mean().item() * 100
    print("K1 {} | K2 {} | PK {}".format(
        K1_vec[k1_ind], K2_vec[k2_ind], PK))
    PK_2D_K1K2[k1_ind, k2_ind] = PK

if PK > PK_2D_K1K2_max:
    PK_2D_K1K2_max = PK
    k1_ind_max = k1_ind
    k2_ind_max = k2_ind

print(K1_vec[k1_ind_max], K2_vec[k2_ind_max], PK_2D_K1K2_max)
fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection="3d")
X, Y = np.meshgrid(K1_vec, K2_vec)
surf = ax.plot_surface(X, Y, PK_2D_K1K2.T, cmap="viridis")

```

```

ax.set_xlabel("K1")
ax.set_ylabel("K2")
ax.set_zlabel("PK")
ax.view_init(30, 200)
plt.savefig("Fig.1_PK_K1K2_pytorch_parkinsons.png", bbox_inches="tight")

```

Na początku skryptu zostaje zdefiniowana klasa ‘Model’, która dziedziczy po module ‘nn.Module’. Jest to model sieci neuronowej. W konstruktorze klasy zostaje zdefiniowana struktura modelu, tzn. warstwy liniowe ‘nn.Linear’ i ich rozmiary. W klasie zostaje również zdefiniowana metoda ‘forward’, która definiuje przepływ danych przez model. Metoda wykorzystuje funkcje aktywacji ReLU oraz funkcję softmax na ostatniej warstwie. Później następuje definicja parametrów uczenia, których definicja znajduje się poniżej:

- `lr_vec` – wektor współczynników uczenia,
- `K1_vec` oraz `K2_vec` – wektory, które odpowiadają rozmiarom warstw w modelu. Generowane są przy wykorzystaniu `np.arange`,
- `PK_2D_K1K2` – macierz, która będzie przechowywać wyniki oceny modelu dla różnych kombinacji,
- `max_epoch` – oznacza maksymalną liczbę epok,
- `PK_2D_K1K2_max` – dotychczasowa maksymalna poprawność klasyfikacji,
- `k1_ind_max`, `k2_ind_max` – indeksy kombinacji rozmiarów warstw odpowiednio K1 oraz K2, dla których uzyskano najwyższą ocenę `PK_2D_K1K2_max`,
- `X_train`, `y_train` – dane treningowe,
- `X_test`, `y_test` – dane testowe.

Zagnieżdżone pętle ‘for’ iterują po rozmiarach ‘K1’ oraz ‘K2’. Tworzony jest model z odpowiednimi rozmiarami warstw i definiowany jest optymalizator ‘ADAM’ oraz funkcja kosztu. W pętli treningowej obliczane są predykcje

modelu, strata oraz aktualizowane są wagi modelu. Po zakończeniu treningu, obliczana jest ocena 'PK' dla danych testowych. Jeżeli aktualna poprawność klasyfikacji jest większa od dotychczasowej, maksymalnej, aktualizowane są odpowiednie zmienne. Na końcu skryptu, tworzony jest wykres 3D, w którym oś X reprezentuje 'K1', oś Y reprezentuje 'K2' oraz oś Z reprezentuje poprawność klasyfikacji 'PK'. Wykres jest zapisywany jako obraz z rozszerzeniem PNG.

3.4 Skrypt dla zależności poprawności klasyfikacji od liczby warstw oraz współczynnika uczenia [6]

```
class Model(nn.Module):
    def __init__(self, input_dim, output_dim, K):
        super(Model, self).__init__()
        layers = [nn.Linear(input_dim, K[0])]
        for i in range(len(K) - 1):
            layers.append(nn.Linear(K[i], K[i + 1]))
        layers.append(nn.Linear(K[-1], output_dim))
        self.layers = nn.ModuleList(layers)

    def forward(self, x):
        for layer in self.layers[:-1]:
            x = F.relu(layer(x))
        x = F.sigmoid(self.layers[-1](x))
        return x

lr_vec = np.array([1e-1, 1e-2, 1e-3, 1e-4, 1e-5, 1e-6, 1e-7])
K1 = 6
K2 = 4
max_layers = 10
PK_3D_K = np.zeros((len(lr_vec), max_layers))
max_epoch = 100
```

```

PK_max = 0
lr_max_ind = 0
layers_for_max_PK = 0

X_train = Variable(torch.from_numpy(X_train)).float()
y_train = Variable(torch.from_numpy(y_train)).long()
X_test = Variable(torch.from_numpy(X_test)).float()
y_test = Variable(torch.from_numpy(y_test)).long()

for lr_ind in range(len(lr_vec)):
    for i in range(3, max_layers + 1):
        layers = []
        for j in range(i):
            if j % 2 == 0:
                layers.append(K1)
            else:
                layers.append(K2)
        model = Model(X_train.shape[1], int(max(y) + 1), layers)
        optimizer = torch.optim.Adam(model.parameters(), lr=lr_vec[lr_ind])
        loss_fn = nn.CrossEntropyLoss()

        for epoch in range(max_epoch):
            y_pred = model(X_train)
            loss = loss_fn(y_pred, y_train)

            optimizer.zero_grad()
            loss.backward()
            optimizer.step()

        with torch.no_grad():
            y_pred = model(X_test)

```

```

        correct = (torch.argmax(y_pred, dim=1) == y_test).type(torch.FloatTensor)
        PK = correct.mean().item() * 100
        print(
            "LR {} | K1 {} | K2 {} | PK {} | layers {} | layers_count {}".format(
                lr_vec[lr_ind], K1, K2, PK, layers, len(layers)
            )
        )
        PK_3D_K[lr_ind, i - 3] = PK

    if PK > PK_max:
        PK_max = PK
        lr_max_ind = lr_ind
        layers_for_max_PK = len(layers)

print(
    "Max PK: {} for LR: {} | K1: {} | K2: {} | layers_count {}".format(
        PK_max, lr_vec[lr_max_ind], K1, K2, layers_for_max_PK
    )
)

PK_3D_K = PK_3D_K[:, : max_layers - 2]
fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection="3d")
Y, X = np.meshgrid(np.log10(lr_vec), np.array([range(3, max_layers + 1)]))
ax.plot_surface(X, Y, PK_3D_K.T, cmap="viridis")
ax.set_xlabel("Liczba warstw")
ax.set_ylabel("Współczynnik uczenia (10^x)")
ax.set_zlabel("PK")
plt.savefig("Fig.1_PK_layers_lr_pytorch_parkinsons.png", bbox_inches="tight")
plt.show()

```

Względem poprzedniego skryptu, klasa Model uległa zmianie. Konstruktor

tej klasy inicjalizuje kolejne warstwy sieci, na podstawie przekazanej listy 'K'. Lista 'K' zawiera liczbę neuronów dla poszczególnych warstw. Występują również dwie zagnieżdżone pętle, które iterują po liczbie warstw z zakresu 3 - 10 oraz po współczynniku uczenia z zakresu 10^{-1} - 10^{-7} . Założono, że liczba neuronów w danej warstwie będzie wynosić 'K1', jeżeli numer warstwy jest parzysty oraz 'K2' w przeciwnym wypadku. Na końcu rysowany jest wykres zależności poprawności klasyfikacji od liczby warstw sieci i współczynniku uczenia.

3.5 Skrypt dla zależności poprawności klasyfikacji od liczby warstw oraz współczynnika uczenia [6]

```
class Model(nn.Module):
    def __init__(self, input_dim, output_dim, K, activation):
        super(Model, self).__init__()
        layers = [nn.Linear(input_dim, K[0])]
        for i in range(len(K) - 1):
            layers.append(nn.Linear(K[i], K[i+1]))
        layers.append(nn.Linear(K[-1], output_dim))
        self.layers = nn.ModuleList(layers)
        self.activation = activation

    def forward(self, x):
        for layer in self.layers[:-1]:
            x = self.activation(layer(x))
        x = F.softmax(self.layers[-1](x), dim=1)
        return x

activations = [F.relu, F.tanh, F.sigmoid]
PK_activations = []
X_train = Variable(torch.from_numpy(X_train)).float()
y_train = Variable(torch.from_numpy(y_train)).long()
```

```

X_test = Variable(torch.from_numpy(X_test)).float()
y_test = Variable(torch.from_numpy(y_test)).long()

layers = 2
K = [6, 4]
max_epoch = 100
lr_vec = np.array([1e-1, 1e-2, 1e-3, 1e-4, 1e-5, 1e-6, 1e-7])
for activation in activations:
    model = Model(X_train.shape[1], int(max(y) + 1), K, activation)
    optimizer = torch.optim.Adam(model.parameters(), lr=lr_vec[0])
    loss_fn = nn.CrossEntropyLoss()

    for epoch in range(max_epoch):
        y_pred = model(X_train)
        loss = loss_fn(y_pred, y_train)

        optimizer.zero_grad()
        loss.backward()
        optimizer.step()

    with torch.no_grad():
        y_pred = model(X_test)
        correct = (torch.argmax(y_pred, dim=1) == y_test).type(torch.FloatTensor)
        PK = correct.mean().item() * 100
        PK_activations.append(PK)
        print("PK {} FUNCTION {}".format(PK, activation))

fig = plt.figure(figsize=(8, 8))
ax = fig.add_subplot()
ax.bar(['ReLU', 'Tanh', 'Sigmoid'], PK_activations)
ax.set_xlabel('Funkcja aktywacji')

```

```
ax.set_ylabel('PK')
plt.savefig("Fig.2_PK_activations_pytorch_parkinsons.png", bbox_inches="tight")
plt.show()
```

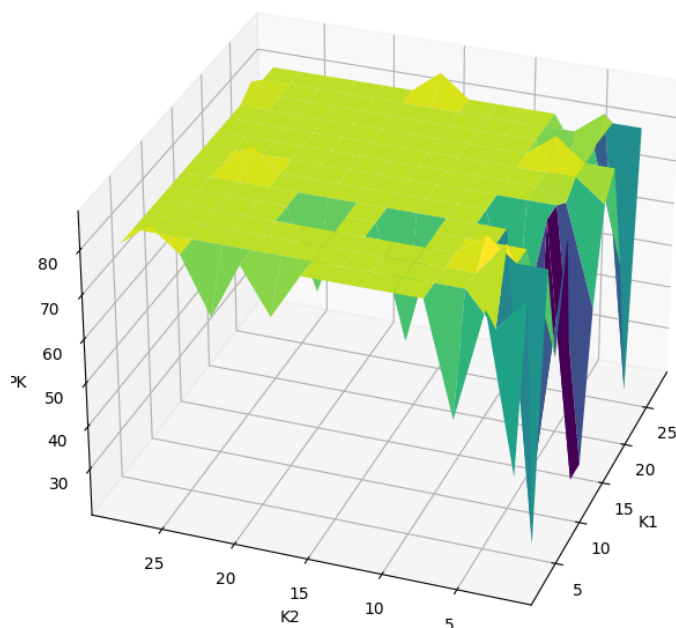
Konstruktor klasy 'Model' został uzupełniony o przekazywaną funkcję aktywacji. W kodzie pojawiła się również lista 'activations', która zawiera funkcje aktywacji takie jak ReLU, tangens hiperboliczny oraz funkcję sigmoidalną. Dalejsza część skryptu polega na iteracji po tej liście. Obliczana jest maksymalna poprawność klasyfikacji w zależności od użytej funkcji aktywacji oraz na końcu rysowany jest wykres tej zależności.

4 Eksperymenty

Dla każdego eksperymentu został użyty nieco inny skrypt. Pierwsze eksperymenty dotyczą rozmiaru warstw dla sieci trójwarstwowej, natomiast kolejne dotyczą zmian współczynnika uczenia, liczby warstw oraz funkcji przejścia.

4.1 Eksperyment 1

Eksperyment pierwszy został przeprowadzony dla przykładowych liczb neuronów będących wielokrotnościami liczby 2. Warstwy pierwsza i druga zawierają liczbę neuronów z zakresu 2 - 30. Współczynnik uczenia wynosi 0.1, natomiast liczba epok to 100.



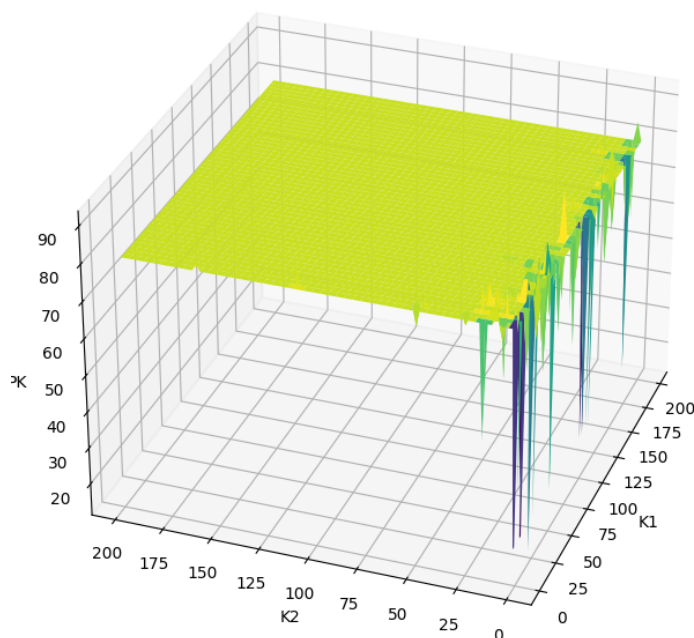
Rysunek 3: Zależność poprawności klasyfikacji od liczby neuronów z zakresu 2-30 z krokiem 2

Dla danych metaparametrów wykres jest płaski. Poza punktami dla małej liczby neuronów w warstwie K2, dominującą wartością poprawności klasyfikacji jest 79.48%. Oznacza, to że rozmiary warstw mogą mieć minimalny wpływ na wydajność sieci dla takich metaparametrów. Powyższa hipoteza zostanie zweryfikowana w drugim eksperymencie.

Semioptymalne wartości to: 'K1' = 6, 'K2' = 4, $PK(K1, K2) = 87.17\%$.

4.2 Eksperyment 2

Tym razem warstwa pierwsza i druga zawierają liczbę neuronów z zakresu 2 - 200. Pozostałe parametry są niezmiennione.

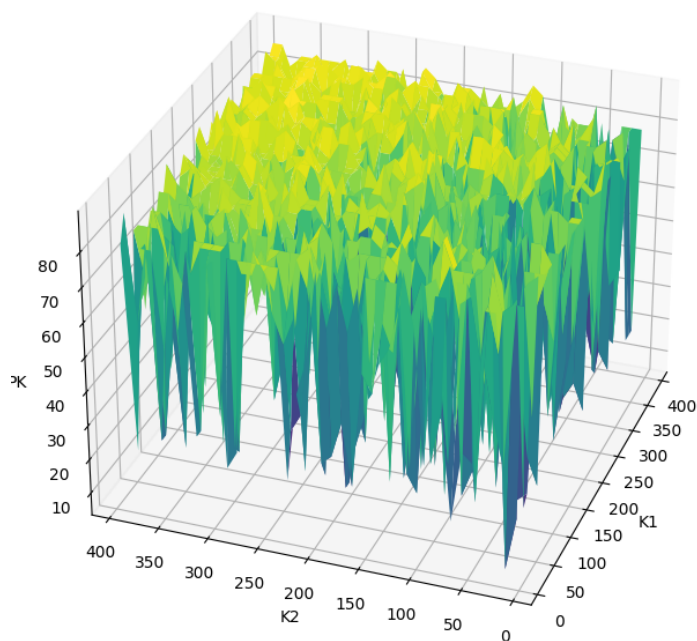


Rysunek 4: Zależność poprawności klasyfikacji od liczby neuronów z zakresu 2-200 z krokiem 2

Sieć uczyła się zdecydowanie dłużej. Okazało się jednak, że hipoteza z eksperymentu pierwszego jest prawdziwa. Wykres jest płaski również dla większej liczby neuronów. Minimalnie wzrosła maksymalna poprawność klasyfikacji z 87.17% do 92.30% dla $K1 = 90$ oraz $K2 = 8$.

4.3 Eksperyment 3

Plan trzeciego eksperymentu zakłada poszukiwanie takich metaparametrów aby wzbogacić wykres o większą głębię. Zmienione zostaną pozostałe parametry, nie tylko liczba neuronów w danej warstwie. Tym razem współczynnik uczenia będzie wynosić 0.001, a maksymalna liczba epok to 1000. Warstwa pierwsza i druga będą zawierać liczbę neuronów z zakresu 10 - 400 z krokiem 10.

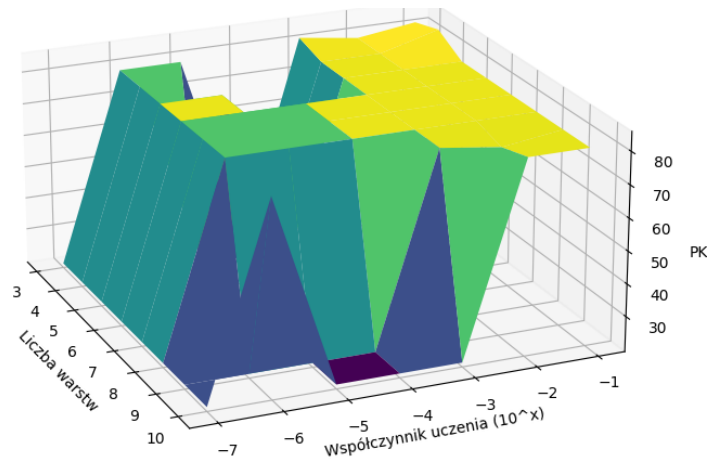


Rysunek 5: Zależność poprawności klasyfikacji od liczby neuronów z zakresu 10-400 z krokiem 10

Jak widać na powyższym rysunku, sieć zachowuje się chaotycznie utrzymując jednak wciąż dość wysoki poziom poprawności klasyfikacji. Dla takich parametrów wykres nie jest już tak płaski jak w poprzednich eksperymentach.

4.4 Eksperyment 4

Eksperyment czwarty będzie polegał na zmianie liczby warstw oraz współczynnika uczenia sieci. W tym celu użyto innego skryptu niż ten wykorzystany w poprzednich eksperymentach. Liczba neuronów wynosi 6, jeżeli indeks warstwy jest parzysty oraz 4 w przeciwnym wypadku. Liczba epok została ustawiona na 100, a maksymalna liczba warstw, na których będą przeprowadzane testy, wynosi 10.

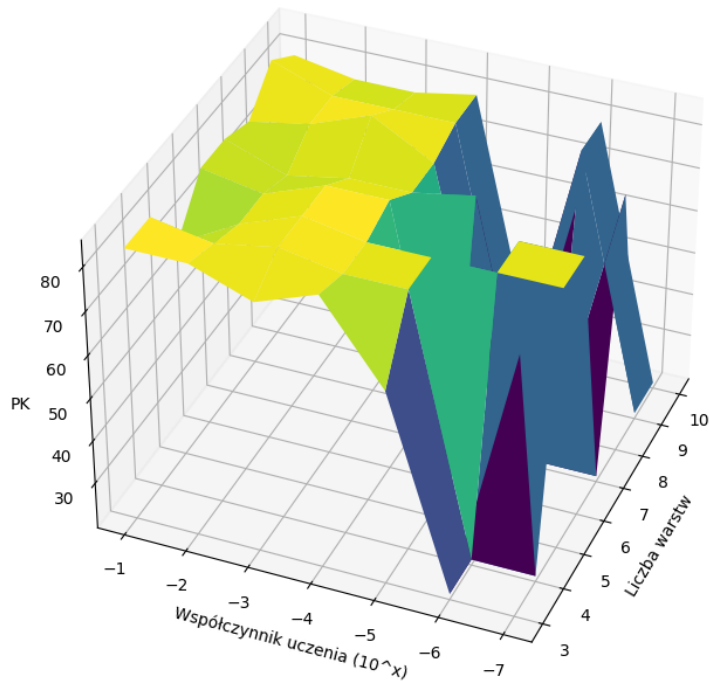


Rysunek 6: Zależność poprawności klasyfikacji od liczby warstw i współczynnika uczenia

Dla zmniejszającego się współczynnika uczenia, sieć zachowuje się bardziej nieprzewidywalnie. Z wykresu wynika, że liczba warstw nie ma tak dużego wpływu na uczenie się sieci. Znowu dominuje poprawność klasyfikacji na poziomie około 79%. Możliwe, że liczba 100 epok jest niewystarczająca. Kolejny eksperyment to zweryfikuje.

4.5 Eksperyment 5

Eksperyment będzie przeprowadzony w sposób analogiczny do poprzedniego, ale liczba epok zostanie zwiększona do 3000.

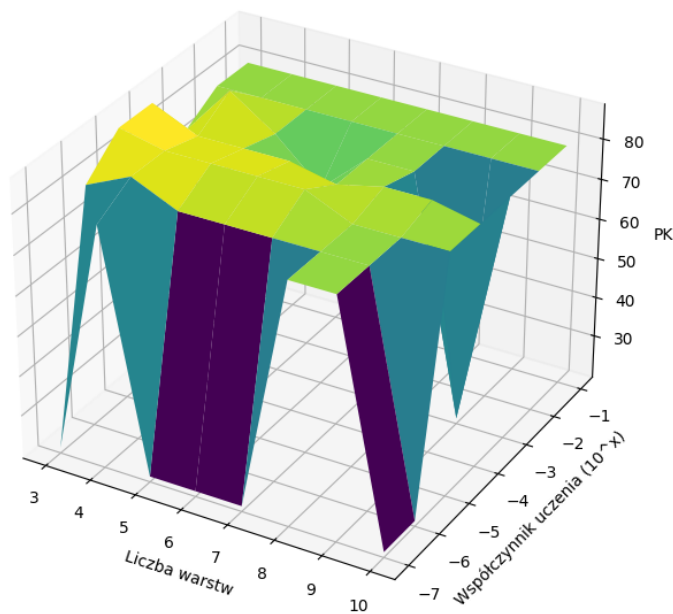


Rysunek 7: Zależność poprawności klasyfikacji od liczby warstw i współczynnika uczenia

Przy liczbie warstw większej od 5 oraz współczynniku uczenia mniejszym od 10^{-6} sieć wykazuje niestabilne zachowanie. To zjawisko jest podobne do obserwowanego w poprzednim eksperymencie. Liczba epok nie ma tu zbyt wielkiego znaczenia. Najlepszy wynik poprawności klasyfikacji uzyskano przy użyciu 9 warstw i współczynnika uczenia wynoszącego 0.1, co dało wynik na poziomie 84%.

4.6 Eksperyment 6

Eksperyment ten sprawdzi co się stanie, gdy zwiększymy liczbę neuronów dla 'K1' do 1500 oraz 'K2' do 1000. Liczba epok zostanie przywrócona do 100.



Rysunek 8: Zależność poprawności klasyfikacji od liczby warstw i współczynnika uczenia

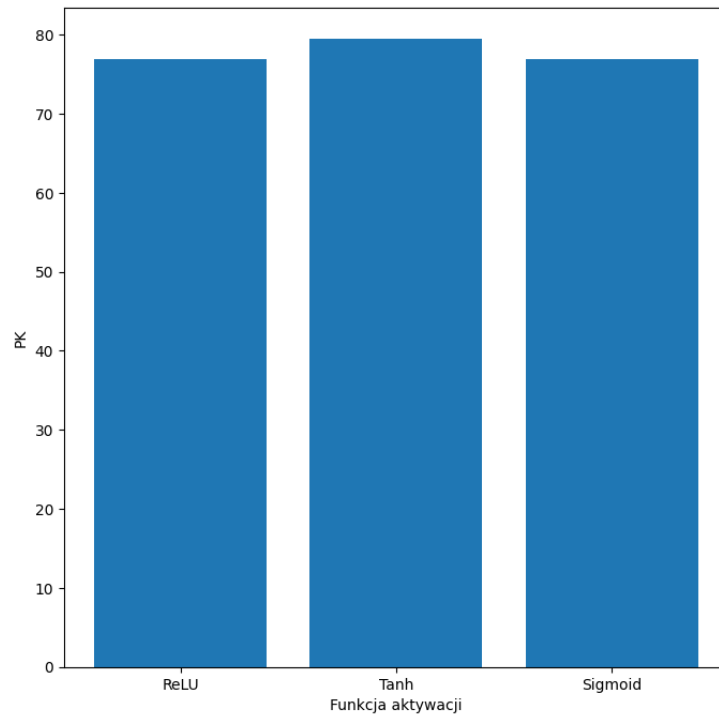
Wyniki okazały się być podobne. W przypadku liczby warstw większej niż 5 oraz współczynnika uczenia mniejszego od 10^{-6} , sieć nadal wykazuje niestabilne zachowanie. Dla pozostałych wartości, poprawność klasyfikacji utrzymuje się na identycznym poziomie, wynoszącym 79%. Najlepszy wynik poprawności klasyfikacji uzyskano przy użyciu 4 warstw i współczynnika uczenia wynoszącego 0.001, co dało rezultat na poziomie 87%.

4.7 Eksperyment 7

Tym razem badany będzie wpływ różnych funkcji aktywacji na poprawność klasyfikacji. Dotychczas w warstwie pierwszej oraz w warstwach ukrytych używana była funkcja ReLU. W celu porównania, zostaną wykorzystane funkcje aktywacji sigmoidalna oraz tangens hiperboliczny.

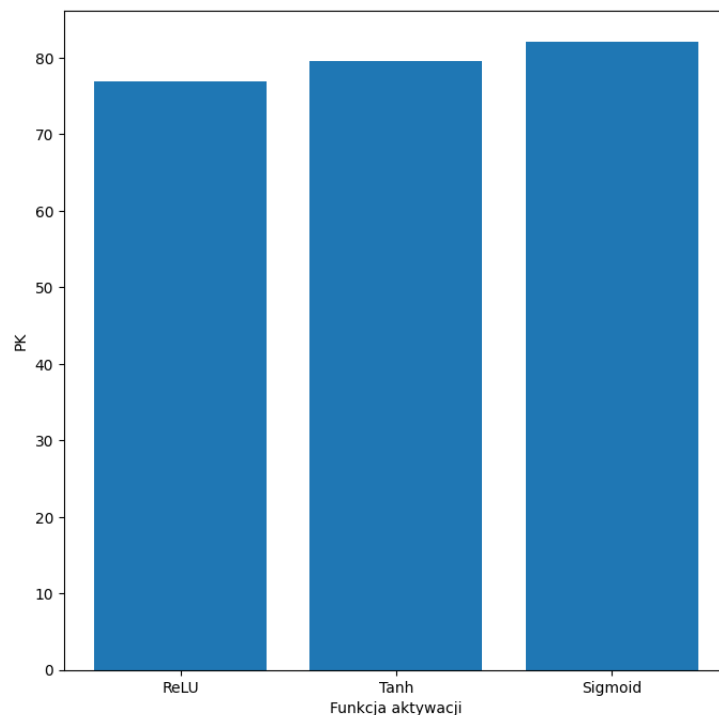
Eksperyment zostanie przeprowadzony dla suboptymalnych wartości z pierw-

szego eksperymentu: $K1 = 6$, $K2 = 4$, współczynnik uczenia to 0.1, a liczba epok to 100.



Rysunek 9: Zależność poprawności klasyfikacji od użytej funkcji przejścia

Po zastosowaniu funkcji tangens hiperboliczny jako funkcji aktywacji, sieć osiągnęła najwyższą poprawność klasyfikacji wynoszącą 79.48%. Różnica w wynikach między pozostałymi funkcjami aktywacji nie była jednak znacząca (wyniosła 2.56%). Skrypt został uruchomiony ponownie, używając tych samych parametrów, jednak wynik okazał się inny.

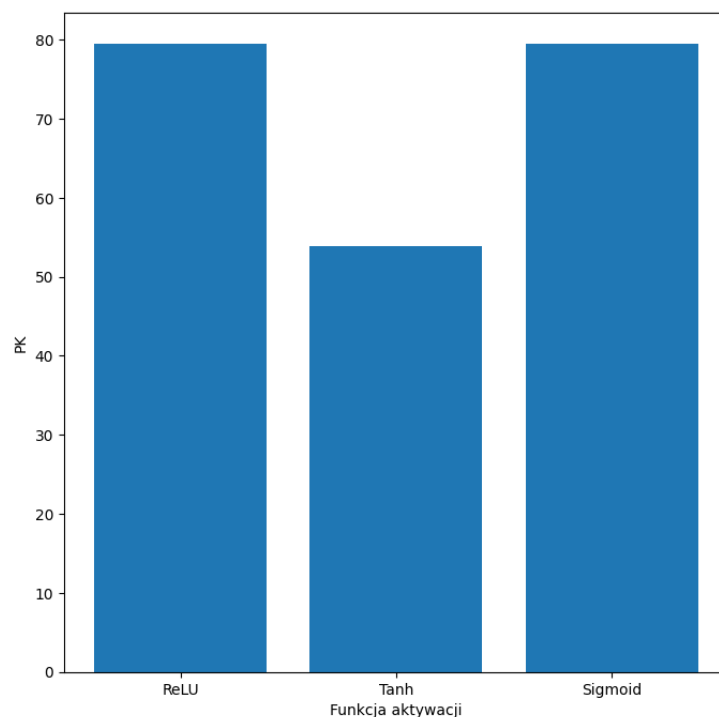


Rysunek 10: Zależność poprawności klasyfikacji od użytej funkcji przejścia

Najwyższą poprawność klasyfikacji osiągnięto przy użyciu funkcji sigmoidalnej, która wynosiła 82%. Tangens hiperboliczny miał poprawność klasyfikacji na poziomie 79.48%, natomiast funkcja ReLU osiągnęła wynik 76.92%. Powodem zmiany względem poprzedniego wyniku może być losowy początkowy dobór wag, który ma miejsce podczas inicjalizacji sieci. To sugeruje, że w tym przypadku funkcja aktywacji nie odgrywa tak istotnej roli.

4.8 Eksperyment 8

Możliwe, że wynik ulegnie zmianie, gdy zwiększona zostanie liczba warstw i liczba neuronów w sieci. W ósmym eksperymencie liczba warstw wynosić będzie 5, a liczba neuronów dla każdej warstwy będzie wynosić 100. Współczynnik uczenia będzie wynosił 0.1, a liczba epok zostanie zwiększona do 1000.



Rysunek 11: Zależność poprawności klasyfikacji od użytej funkcji przejścia

W tym przypadku użyta funkcja aktywacji ma ogromne znaczenie. Tangens hiperboliczny osiągnął bardzo niski wynik poprawności klasyfikacji na poziomie 53.84%. Natomiast funkcja ReLU oraz sigmoidalna uzyskały identyczny wynik wynoszący 79.48%. Po ponownym uruchomieniu skryptu, tangens hiperboliczny znowu uzyskał najniższą poprawność klasyfikacji. Wynika z tego, że dla tych parametrów, dla warstw ukrytych najlepiej użyć funkcji ReLU lub funkcji sigmoidalnej.

5 Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów można było dostrzec różne zachowania sieci w zależności od dobranych parametrów. Parametry można było dobrać w taki sposób, że liczba neuronów w sieci nie miała dużego wpływu na poprawność klasyfikacji. Miała jednak ogromny wpływ jeżeli chodzi o szybkość nauki, gdyż m.in. w eksperymencie drugim na koniec działania skryptu czas oczekiwania wzrósł kilkunastokrotnie względem pierwszego.

Literatura

- [1] Michael Nielsen, *Neural Networks and Deep Learning*. Determination Press, 2015.
- [2] Ryszard Tadeusiewicz, Maciej Szaleniec, *Leksykon sieci neuronowych*. Wrocław, 2015.
- [3] Zajdel R., *Ćwiczenie 4 Model Neuronu*, Rzeszów, KIIA, PRz.
- [4] Paweł Gora, *Głębokie uczenie maszyn*, [dostęp: 17.05.2023].
- [5] Zajdel R., *Procedura przygotowania danych dla sieci neuronowych na potrzeby projektu z modułu sztuczna inteligencja - Listing1*, Rzeszów, KIIA, PRz.
- [6] Zajdel R., *Procedura przygotowania danych dla sieci neuronowych na potrzeby projektu z modułu sztuczna inteligencja - Listing2*, Rzeszów, KIIA, PRz.