

Исследование модификаций метода VIKOR: интервальная и нечеткая версии

Ванчугов С.М., Гамов И.А.

СПбПУ, ИКНТ ВШ ПИ

2025

Выполнили студенты группы 5140903/40401:
Ванчугов С. М, Гамов И. А.

Руководитель:
Старший преподаватель В. А. Пархоменко

Актуальность и цель

- В задачах многокритериального принятия решений часто требования конфликтуют, нужна компромиссная стратегия.
- Классический VIKOR выдаёт компромиссное ранжирование, но требует точных числовых оценок.
- Цель: описать VIKOR, интервальную и нечеткую модификации, показать реализацию и иллюстративный пример.

Классический метод VIKOR — суть

Даны альтернативы $A = \{A_1, \dots, A_m\}$ и критерии $C = \{c_1, \dots, c_n\}$, оценки f_{ij} . Веса w_j , $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

Для каждого критерия определяем идеальное и антиидеальное значения:

$$\text{выгодный: } f_j^* = \max_i f_{ij}, \quad f_j^- = \min_i f_{ij},$$

$$\text{затратный: } f_j^* = \min_i f_{ij}, \quad f_j^- = \max_i f_{ij}.$$

Две меры отклонения:

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-}, \quad R_i = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ w_j \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-} \right\}.$$

Компромиссный индекс:

$$Q_i = \nu \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - \nu) \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*},$$

где $S^* = \min_i S_i$, $S^- = \max_i S_i$, аналогично для R .

Области применимости

- Инженерные и прикладные задачи с конфликтующими критериями.
- Сценарии, где важен компромисс между суммарной пользой (S) и наихудшим отклонением (R).
- Задачи с неопределёнными оценками — требуют расширений (интервалы, нечеткость).

Интервальная модификация — идея

- Оценки даются интервально: $f_{ij} = [\underline{f}_{ij}, \bar{f}_{ij}]$.
- Цель — получить интервальные S_i , R_i , Q_i и корректные процедуры сравнения.
- Подходы: применять интервальную арифметику и выбирать комбинации концов интервалов для пессимистичных/оптимистичных оценок (см. Sayadi et al., 2009).

Интервальные идеал/надир и D_{ij}

Для выгодного критерия:

$$f_j^* = [\max_i f_{ij}, \max_i \bar{f}_{ij}], \quad f_j^- = [\min_i f_{ij}, \min_i \bar{f}_{ij}].$$

Для затратного — аналогично через мин/макс.

Нормализованный интервальный разрыв (пессимистич./оптимистич.):

$$D_{ij} = \left[\frac{f_j^{*(\text{low})} - \bar{f}_{ij}}{f_j^{*(\text{low})} - f_j^{-}(\text{high})}, \frac{f_j^{*(\text{high})} - f_{ij}}{f_j^{*(\text{high})} - f_j^{-}(\text{low})} \right].$$

Агрегация:

$$S_i = \left[\sum_j w_j D_{ij}^{(\text{low})}, \sum_j w_j D_{ij}^{(\text{high})} \right],$$

$$R_i = \left[\max_j w_j D_{ij}^{(\text{low})}, \max_j w_j D_{ij}^{(\text{high})} \right].$$

Реализация интервальной версии — как это связано с Python

Основные моменты реализации (соответствует предоставленному коду):

- Вход: тензор `matrix` размера $(m, n, 2)$: нижняя/верхняя границы.
- Вычисление f_j^* и f_j^- — по компонентам нижних/верхних границ.
- Нормализация: в строгой реализации используем дроби с соответствующими концами интервалов; в упрощённой — можно применять центры интервалов (быстрее).
- Получаем интервальные S_i , R_i ; затем строим интервальные Q_i по границам (левая/правая).
- Ранжирование/выбор — часто по центрам интервалов или методом сравнения интервалов; применяются условия приемлемости (*advantage*, *stability*) как в классическом VIKOR.

Иллюстративный пример — результаты (из iрунб)

Идеальная и надирная точки:

Критерий 1: $f^* = [0.800, 1.000]$, $f^- = [0.500, 0.700]$,

Критерий 2: $f^* = [0.800, 1.000]$, $f^- = [0.500, 0.700]$,

Критерий 3: $f^* = [0.500, 0.700]$, $f^- = [0.800, 1.000]$.

Метрики (S-интервал, R-интервал, Q_center):

Альтер	S	R	Q_center
A1	[0.6667,0.6667]	[0.3000,0.3000]	0.7500
A2	[0.4000,0.4000]	[0.3000,0.3000]	0.3500
A3	[0.6000,0.6000]	[0.4000,0.4000]	0.9000
A4	[0.3333,0.3333]	[0.2000,0.2000]	0.0000

Ранжирование и краткий анализ

Ранжирование (по центрам Q): $A_4 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_3$.

Лучшая альтернатива: **A_4** . Условия приемлемости: выполнены.

Анализ чувствительности по параметру v :

- При $v = 0.3 / 0.5$ лучшая A_4 .
- При больших v (ориентация на S) может формироваться компромиссный набор (A_4+A_2).

Краткий вывод: интервальная версия даёт устойчивое ранжирование и позволяет видеть неопределённость результатов (пересечения интервалов \rightarrow частичные порядки).

Нечеткая (fuzzy) модификация — идея

- Оценки и/или веса задаются треугольными нечеткими числами (TFN): $\tilde{x} = (x^L, x^M, x^U)$.
- Операции (нормализация, суммирование, максимум) выполняются покомпонентно.
- Получаем нечеткие \tilde{S}_i, \tilde{R}_i , затем дефазификация (например, $(L + M + U)/3$) и классическое вычисление Q .
- Классический пример и формулировка: Opricovic (2011).

Основные формулы для Fuzzy VIKOR (TFN)

Идеальные/надирные TFN (выгодный критерий):

$$\tilde{f}_j^* = (\max_i f_{ij}^L, \max_i f_{ij}^M, \max_i f_{ij}^U),$$

аналогично для \tilde{f}_j^- (по миниму/максиму соответственно).

Нормализованные расстояния (пример по Opricovic):

$$\tilde{d}_{ij} = \left(\frac{f_j^{*L} - f_{ij}^U}{f_j^{*U} - f_j^{-L}}, \frac{f_j^{*M} - f_{ij}^M}{f_j^{*M} - f_j^{-M}}, \frac{f_j^{*U} - f_{ij}^L}{f_j^{*L} - f_j^{-U}} \right).$$

Далее: $\tilde{S}_i = \sum_j \tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}$, $\tilde{R}_i = \max_j (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij})$, дефаззификация $\rightarrow S_i, R_i, Q_i$.

Сравнение и рекомендации

- Интервальная и нечеткая модификации повышают устойчивость ранжирования при неопределённости входных данных.
- Интервальная версия даёт наглядные интервалы для Q_i — удобно при экспертных диапазонах.
- Fuzzy версия удобна при лингвистических оценках и нечетких весах.
- Практически: если большая выборка/скорость важна — допускается аппроксимация центрами интервалов; при критичных решениях — использовать полную интервальную/нечеткую арифметику.

Список источников |

-  Sayadi M. K., Heydari M., Shahanaghi K. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers // Applied Mathematical Modelling. 2009. Vol.33, No.5. P.2257–2262. DOI:10.1016/j.apm.2008.06.002.
-  Chatterjee P., Chakraborty S. A comparative analysis of VIKOR method and its variants // Decision Science Letters. 2016. Vol.5, No.4. P.469–486. DOI:10.5267/j.dsl.2016.5.004.
-  Liu P., Qin X. An Extended VIKOR Method for Decision Making Problem with Interval-Valued Linguistic Intuitionistic Fuzzy Numbers Based on Entropy // Informatica. 2017. Vol.28, No.4. P.665–685. DOI:10.15388/Informatica.2017.151.

Список источников II

-  Wan S.-P. The extended VIKOR method for multi-attribute group decision making with triangular intuitionistic fuzzy numbers // Knowledge-Based Systems. 2013. Vol.52. P.65–77.
DOI:10.1016/j.knosys.2013.06.019.
-  Opricovic S. Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning // Expert Systems with Applications. 2011. Vol.38, No.10. P.12983–12990. DOI:10.1016/j.eswa.2011.04.097.