

1. APPLICATION OF THE LAW OF MINIMUM FOR TCP

Annotation. *We present the classical VIKOR multi-criteria decision-making method together with two important extensions: interval VIKOR and fuzzy VIKOR. We discuss their theoretical foundations, applicability, advantages and limitations, and provide comparative insight into decision stability under uncertainty. A computational example illustrates interval VIKOR evaluation and ranking.*

Keywords. *VIKOR, MCDM, interval analysis, uncertainty, fuzzy sets.*

Аннотация. *В работе рассматривается классический метод многокритериального принятия решений VIKOR, а также две его ключевые модификации: интервальный и нечеткий VIKOR. Излагаются теоретические основы методов, области применимости, особенности и ограничения, а также проводится сравнение устойчивости решений в условиях неопределённости. На иллюстративном примере демонстрируется выполнение интервального VIKOR.*

Ключевые слова. *VIKOR, многокритериальное принятие решений, интервальный анализ, нечеткие множества, неопределённость.*

1.1. Введение

Метод VIKOR (*VIseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje*) был предложен Сергием Опричевичем как подход к многокритериальному принятию решений, ориентированный на нахождение *компромиссного решения*, максимально близкого к идеальной точке. В отличие от методов, стремящихся к парето-оптимальным решениям, VIKOR фокусируется на ситуациях, где компромисс между критериями является предпочтительным.

Однако классическая версия метода предполагает, что значения критериев заданы в виде точных чисел. В реальных задачах часто присутствуют различные формы неопределённости: интервальные оценки показателей, экспертные оценки в форме языковых термов, нечеткие треугольные числа и др. Это приводило к необходимости расширить VIKOR.

Существуют две важные модификации:

- **интервальный VIKOR**, предложенный в работе [3], адаптирующий алгоритм к критериям, представленным через интервалы;
- **fuzzy VIKOR**, описанный, например, в работах [2; 4], позволяющий работать с лингвистическими и нечеткими данными.

Сравнительный анализ различных версий VIKOR выполнен в статье [1], где показано, что интервальная и нечеткая модификации позволяют повысить устойчивость решений при наличии неопределенности.

Цель данной работы — систематизировать основные идеи интервальной и нечеткой модификаций VIKOR, показать отличие от классического алгоритма и продемонстрировать работу интервального и нечеткого VIKOR на примере, написанном на языке программирования python.

1.2. Обзор метода VIKOR

Метод VIKOR относится к классу многокритериальных подходов принятия решений и был предложен Опричевичем как способ получения компромиссного решения в ситуациях, где необходимо учитывать несколько конфликтующих критериев. Первоначально метод создавался для инженерных задач, требующих выбора оптимального варианта среди множества альтернатив с разнородными характеристиками. Основная идея метода заключается в нахождении решения, минимизирующего расстояние до идеальной точки и одновременно обеспечивающего баланс между улучшением средних показателей и уменьшением максимального отклонения. Метод основан на компромиссном программировании, но отличается тем, что явно использует процедуру поиска решения, приемлемого для большинства заинтересованных сторон, что делает его особенно полезным в задачах, предполагающих наличие противоречивых критериев.

VIKOR применяется в ситуациях, где требуется учитывать не только максимальную близость альтернативы к идеальному варианту, но и степень её доминирования по самому неблагоприятному критерию. Поэтому метод получил широкое применение в инженерии, инвестиционном анализе, экологии, управлении проектами и других областях, где невозможно достичь одновременной оптимизации всех целей. Преимуществом метода является способность сочетать стратегии

минимизации наихудшего отклонения и максимизации интегральной пользы, что позволяет получить взвешенное компромиссное решение.

1.2.1. Математическая постановка задачи

Пусть задано множество альтернатив $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, каждая из которых оценивается по набору критериев $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$. Определена матрица оценок f_{ij} , где f_{ij} — значение альтернативы A_i по критерию c_j . Для каждого критерия задан тип: выгодный (benefit), для которого большие значения предпочтительны, или затратный (cost), для которого предпочтительны меньшие значения. Также каждому критерию назначен весовой коэффициент w_j , удовлетворяющий условию

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1.$$

Для каждого критерия определяются лучшие и худшие значения среди всех альтернатив. Для выгодных критериев применяются выражения

$$f_j^* = \max_i f_{ij}, \quad f_j^- = \min_i f_{ij},$$

а для затратных критериев

$$f_j^* = \min_i f_{ij}, \quad f_j^- = \max_i f_{ij}.$$

Затем вычисляются две меры отклонения альтернативы от идеального решения. Первая мера представляет собой взвешенную сумму отклонений:

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-}.$$

Вторая мера характеризует максимальное взвешенное отклонение по одному критерию:

$$R_i = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ w_j \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-} \right\}.$$

Для получения компромиссного решения определяется интегральный индекс Q_i :

$$Q_i = v \cdot \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - v) \cdot \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*},$$

где

$$S^* = \min_i S_i, \quad S^- = \max_i S_i, \quad R^* = \min_i R_i, \quad R^- = \max_i R_i,$$

а параметр $v \in [0,1]$ отражает предпочтения относительно стратегий компромисса. Значение $v = 0.5$ соответствует равному учёту обеих мер, приближение $v \rightarrow 1$ подчеркивает ориентацию на минимизацию суммарных отклонений, а $v \rightarrow 0$ — на минимизацию наибольшего отклонения.

Итоговое решение определяется альтернативой с минимальным значением Q_i , однако процедура выбора включает дополнительные условия устойчивости. Если различие между лучшими альтернативами недостаточно велико или ранжирование по метрикам S и R противоречит индексу Q , формируется не одна альтернатива, а набор компромиссных решений.

1.3. Интервальная модификация метода VIKOR

Как уже упоминалось в 1.2, классический метод VIKOR предполагает, что оценки всех альтернатив по каждому критерию представлены точечными значениями. Однако в реальных задачах многокритериального анализа нередко встречаются ситуации, когда значения критериев заданы неточно, являются приближёнными или варьируются в некотором допустимом диапазоне. Такие ситуации типичны для инженерных, экономических и экологических задач, в которых невозможно получить точные числа из-за экспертной неопределённости, вариативности данных и измерительных ошибок.

Для учёта неопределённости авторы [sayadi2009] предложили интервальную модификацию метода VIKOR, в которой вместо точечных значений используются интервальные оценки

$$f_{ij} = [\underline{f}_{ij}, \bar{f}_{ij}],$$

где \underline{f}_{ij} и \bar{f}_{ij} обозначают нижнюю и верхнюю границы возможного значения критерия. Такой подход позволяет работать с более гибкой моделью данных и принимать решения, устойчивые к колебаниям входной информации.

1.3.1. Математическая постановка интервального VIKOR

Пусть задано множество альтернатив $A = \{A_1, \dots, A_m\}$, множество критериев $C = \{c_1, \dots, c_n\}$ и интервальная матрица оценок

$$f_{ij} = [\underline{f}_{ij}, \bar{f}_{ij}].$$

Каждый критерий относится к типу *выгодный* или *затратный*, а веса w_j удовлетворяют условию $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

Для интервальных данных определяются *интервальные идеальные* и *анти-идеальные точки*. Для выгодного критерия:

$$f_j^* = \left[\max_i \underline{f}_{ij}, \max_i \bar{f}_{ij} \right], \quad f_j^- = \left[\min_i \underline{f}_{ij}, \min_i \bar{f}_{ij} \right].$$

Для затратного критерия:

$$f_j^* = \left[\min_i \underline{f}_{ij}, \min_i \bar{f}_{ij} \right], \quad f_j^- = \left[\max_i \underline{f}_{ij}, \max_i \bar{f}_{ij} \right].$$

Далее необходимо определить интервальные меры отклонения. Интервальный нормализованный разрыв альтернативы A_i по критерию c_j определяется как

$$D_{ij} = \left[\frac{f_j^{*(\text{low})} - \bar{f}_{ij}}{f_j^{*(\text{low})} - f_j^{-(\text{high})}}, \quad \frac{f_j^{*(\text{high})} - \underline{f}_{ij}}{f_j^{*(\text{high})} - f_j^{-(\text{low})}} \right],$$

где использование противоположных концов интервалов обеспечивает *наиболее пессимистичную* и *наиболее оптимистичную* оценки, согласуясь с подходом Sayadi et al.

Интервальные показатели S_i и R_i вычисляются как:

$$S_i = \left[\sum_{j=1}^n w_j D_{ij}^{(\text{low})}, \quad \sum_{j=1}^n w_j D_{ij}^{(\text{high})} \right],$$

$$R_i = \left[\max_j w_j D_{ij}^{(\text{low})}, \quad \max_j w_j D_{ij}^{(\text{high})} \right].$$

В результате, интервальный интегральный показатель имеет вид:

$$Q_i = \left[v \frac{S_i^{(\text{low})} - S^{*(\text{high})}}{S^{-(\text{low})} - S^{*(\text{high})}} + (1 - v) \frac{R_i^{(\text{low})} - R^{*(\text{high})}}{R^{-(\text{low})} - R^{*(\text{high})}}, \quad v \frac{S_i^{(\text{high})} - S^{*(\text{low})}}{S^{-(\text{high})} - S^{*(\text{low})}} + (1 - v) \frac{R_i^{(\text{high})} - R^{*(\text{low})}}{R^{-(\text{high})} - R^{*(\text{low})}} \right].$$

где $v \in [0, 1]$ — коэффициент компромисса.

1.3.2. Особенности метода

Интервальный VIKOR сохраняет структуру исходного метода, но адаптирует все вычисления к интервальной арифметике. Основные особенности:

- вместо точек используются интервалы значений, что делает метод чувствительным к неопределённости;
- нормализация использует “наиболее широкое” сочетание концов интервалов, что гарантирует корректную оценку в условиях неполных данных;
- результаты ранжирования также представляются интервалами и требуют процедуры сравнения интервальных чисел;
- метод может порождать частичные или нестрогие порядки, когда интервалы Q_i альтернатив пересекаются.

1.3.3. Недостатки и ограничения

Несмотря на преимущества, интервальная модификация имеет ряд недостатков:

- усложнение вычислений из-за необходимости поддерживать интервальную арифметику;
- увеличение числа случаев, когда альтернативы оказываются несравнимыми из-за пересечения интервалов;
- зависимость качества результата от корректного задания интервалов экспертами.

Тем не менее модификация доказала свою эффективность в задачах с высокой неопределённостью и стала основой для дальнейших расширений метода, включая fuzzy модификацию [liu2017; wan2013].

1.4. Обзор существующих подходов к ТСП

Задача приоритизации тестовых случаев активно исследуется на протяжении последних десятилетий. Наиболее распространёнными являются следующие классы методов.

1.4.1. Coverage-based методы

Coverage-based TSP методы используют информацию о покрытии кода тестами. Предполагается, что тесты, покрывающие больше кода (особенно изменённого), с большей вероятностью обнаружат дефекты.

Классический **Total** метод сортирует тесты по убыванию общего покрытия — в первую очередь запускаются тесты, покрывающие наибольшее число элементов (строк, ветвей, методов и т. п.). Аналогично, **Total-Diff** фокусируется на покрытии именно изменённых (impacted) элементов.

Метод **Additional** выбирает тесты итеративно: на каждом шаге выбирается тест, добавляющий максимальное количество *ещё не покрытых* элементов. Его дифф-ориентированный вариант **Additional-Diff** работает только с множеством изменённых элементов программы.

Преимуществом таких методов является простота и широкая поддержка инструментами покрытия. Однако они не учитывают структуру зависимостей между компонентами и предполагают, что все покрытые элементы одинаково важны.

1.4.2. Diff-based методы

Diff-based подходы используют информацию о различиях между версиями программы: на основе diff (например, по байт-коду) выделяются изменённые файлы, классы или методы. Далее тесты сортируются по тому, какое количество изменённых элементов они покрывают.

Методы Total-Diff и Additional-Diff относятся к этому классу, но существуют и более сложные варианты, интегрирующие дифф-информацию с историей предыдущих запусков тестов, покрытием и другими факторами.

1.4.3. History-based методы

Исторические методы приоритизации используют информацию о прошлых запусках тестов: например, тесты, чаще всего обнаруживавшие дефекты в прошлых версиях, могут запускаться раньше. Такие подходы хорошо работают при наличии длинной истории изменений и запусков, но малоприменимы для новых проектов.

1.4.4. Ограничения традиционных подходов

Основные ограничения классических методов ТСП можно сформулировать следующим образом:

- отсутствие моделирования *распространения изменений* через граф вызовов: изменение в одном методе может косвенно повлиять на поведение множества других методов;
- равное отношение ко всем изменённым элементам без учёта того, насколько логика метода зависит от его входных параметров;
- игнорирование *похожести* тестов: два теста с почти идентичным покрытием вносят мало дополнительной информации, но могут выполняться подряд.

Для преодоления этих ограничений в рассматриваемой статье предложено объединить анализ потока управления, анализ различий, модель цепи Маркова и закон минимума.

1.5. Методология работы

1.5.1. Общая архитектура анализа

Предлагаемый в статье подход можно представить как конвейер, включающий несколько этапов:

- А. анализ изменений (diff) на уровне байт-кода и вычисление *ratio of change* для методов;
- В. построение графа вызовов (Call Graph) и графов потока управления (Control Flow Graph, CFG);
- С. выполнение forward slicing по CFG и оценка чувствительности методов к параметрам;
- Д. построение цепи Маркова на множестве методов и вычисление вектора влияния (impact vector);
- Е. вычисление метрик LoM-Score и Dis-LoM-Score для тестов;
- Ф. упорядочивание тестов в соответствии с полученными метриками.

В качестве инструментов используются:

- **Soot** — фреймворк для анализа Java-байткода, позволяющий строить CFG;
- **java-callgraph** — утилита для построения графа вызовов;
- **reJ** — инструмент для сравнения байт-кода и оценки *ratio of change*.

1.5.2. Forward slicing и оценка чувствительности

Для каждого метода программы строится граф потока управления — CFG. Вершины CFG соответствуют отдельным инструкциям или операторам, а рёбра обозначают возможные переходы управления (следующая инструкция, ветвления, выход из цикла и т. п.).

Далее выполняется *forward slicing* относительно параметров метода. На вход slicing-процедуры подаются:

- начальные узлы (источники) — параметры метода;
- CFG рассматриваемого метода.

Алгоритм находит все инструкции, которые напрямую используют параметры, а затем распространяет зависимость вперёд по CFG, учитывая передачу значений через переменные. В результате получается подграф $pCFG_{m_i} \subseteq CFG_{m_i}$, содержащий только те инструкции, которые зависят от параметров метода m_i .

На основе этого вводится метрика чувствительности метода к параметрам:

$$P(m_i) = \frac{|pCFG_{m_i}|}{|CFG_{m_i}|},$$

где $|pCFG_{m_i}|$ — количество вершин в подграфе, а $|CFG_{m_i}|$ — общее количество вершин CFG. Чем выше $P(m_i)$, тем большая часть тела метода зависит от его параметров, и тем потенциально сильнее влияние изменений входных данных на поведение метода.

1.5.3. Модель цепи Маркова

Следующий элемент методологии — построение модели цепи Маркова на множество методов. Состояния цепи соответствуют методам программы, а переходы описывают возможное распространение влияния изменений по графу вызовов.

Пусть метод A вызывает метод B . Тогда в матрице переходов T вводится элемент $T_{AB} > 0$. Вес перехода может зависеть, в частности, от чувствительности метода B (значения $P(B)$). Далее веса для каждого состояния нормируются таким

образом, чтобы сумма по строке была равна единице, то есть матрица T становится стохастической.

Для инициализации цепи используется вектор I , основанный на данных diff. Инструмент reJ позволяет оценить *ratio of change* для каждого метода:

$$roc(m_i) = \frac{\text{\#изменённых инструкций}}{\text{\#всех инструкций}}.$$

После нормирования значений $roc(m_i)$ получается начальный вектор I , отражающий исходную “силу” изменений.

Вектор влияния (impact vector) определяется как:

$$Impact = I \times T,$$

где произведение понимается в обычном матричном смысле. Компонента $Impact(m_i)$ интерпретируется как вероятность того, что метод m_i будет затронут изменениями напрямую или через транзитивные зависимости.

1.5.4. Метрика LoM-Score

Основой LoM-Score является *закон минимума*, известный из биологии (закон Либиха): рост организма ограничен фактором, находящимся в дефиците. Перенося эту идею на тестирование, можно сказать, что эффективность теста ограничивается его “самым слабым” покрытием.

Для каждого теста t рассматривается множество покрываемых им методов M_t . Для всех $m \in M_t$ берутся значения $Impact(m)$. Далее выполняются следующие шаги:

- А. значения $Impact(m)$ сортируются по возрастанию;
- В. из отсортированного набора выбирается нижний квартиль (first quartile, Q_1);
- С. LoM-Score определяется как среднее значение элементов нижнего квартиля.

Таким образом, если среди покрываемых тестом методов есть “слабые” с точки зрения вероятности влияния, LoM-Score будет ниже. Тесты с высоким LoM-Score считаются более перспективными для раннего запуска.

1.5.5. Метрика Dis-LoM-Score

Несмотря на полезность LoM-Score, возможна ситуация, когда несколько тестов с высокими значениями LoM имеют почти одинаковое покрытие методов. Запуск таких тестов подряд приводит к дублированию работы и задержке обнаружения дефектов в других частях системы.

Для учёта непохожести тестов вводится Dis-LoM-Score. Для оценки сходства двух тестов t_i и t_j используется коэффициент Жаккара:

$$Sim(t_i, t_j) = \frac{|Cover_i \cap Cover_j|}{|Cover_i \cup Cover_j|},$$

где $Cover_i$ и $Cover_j$ — множества методов, покрываемых соответствующими тестами.

При выборе следующего теста в порядке запуска для теста t рассчитывается:

$$DisLoM(t) = LoM(t) \cdot \left(1 - \max_{t' \in Selected} Sim(t, t')\right),$$

где *Selected* — множество уже выбранных тестов. Тесты, сильно похожие на уже выполненные (имеющие высокое сходство по Жаккару), получают дополнительный штраф и смещаются вниз в порядке исполнения.

1.6. Экспериментальная часть

1.6.1. Данные и настройки экспериментов

Экспериментальная оценка метода проведена авторами статьи на основе набора Defects4J, включающего реальные Java-проекты с искусственно сохранёнными дефектными версиями. В частности, рассматривались следующие проекты:

- Jsoup, Gson, Csv;
- JacksonDatabind, JacksonXml, JacksonCore;
- Compress, Time, Codec, Lang.

Для генерации искусственных дефектов применялось мутационное тестирование с использованием инструмента Major. Качество различных стратегий приоритизации оценивалось по метрике APFD (Average Percentage of Faults Detected), показывающей, насколько быстро по порядку тестов обнаруживаются дефекты.

В качестве базовых методов сравнения (baseline) использовались:

- Total и Additional;
- Total-Diff и Additional-Diff;
- случайные порядки (Random).

1.6.2. Результаты для LoM и Dis-LoM

В таблице 1.1 приведены значения APFD для методов LoM и Dis-LoM для части проектов Defects4J (по данным оригинальной статьи).

Таблица 1.1

Сравнение LoM и Dis-LoM по APFD			
Проект	LoM	Dis-LoM	Δ
Csv	0,9643	0,9643	0,0000
JacksonDatabind	0,9921	0,9924	+0,0003
JacksonXml	0,8795	0,9399	+0,0604
Time	0,9791	0,9915	+0,0124
Codec	0,7549	0,9540	+0,1991
JacksonCore	0,9715	0,9729	+0,0014
Lang	0,9938	0,9938	0,0000

Можно отметить, что Dis-LoM никогда не показывает результаты хуже, чем LoM. На некоторых проектах (Csv, Lang) значения APFD совпадают, на других наблюдается небольшое улучшение. Наиболее заметный прирост достигается на проектах Codec и JacksonXml, где Dis-LoM значительно смещает полезные тесты вверх по порядку, устраняя дублирование покрытия.

1.6.3. Сравнение с базовыми методами

В среднем по рассматриваемым проектам значения APFD для различных методов приоритизации распределились следующим образом (по данным статьи):

Из таблицы 1.2 видно, что методы, учитывающие diff (Additional-Diff, Total-Diff), демонстрируют более высокие значения APFD по сравнению с классическими Total и Additional. Предложенный метод Dis-LoM оказывается близок к лучшему

Средние значения APFD для разных методов

Метод	Средний APFD
Additional-Diff	0,9805
Dis-LoM	0,9727
Total-Diff	0,9625
LoM	0,9336
Additional	0,8656
Random (avg)	0,8236
Total	0,8062

baseline Additional-Diff и превосходит остальные методы, в том числе стандартные coverage-based и случайный порядок.

1.6.4. Краткий анализ результатов

Результаты показывают, что:

- интеграция информации о распространении изменений (через цепь Маркова) и закона минимума позволяет более точно оценивать важность тестов по отношению к изменённому коду;
- учёт различий между тестами (Dis-LoM) уменьшает дублирование и ускоряет обнаружение дефектов в разных частях системы;
- Dis-LoM демонстрирует стабильное улучшение по сравнению с LoM и конкурентоспособен с лучшими diff-ориентированными baseline.

1.7. Выводы

В работе рассмотрен подход к приоритизации регрессионных тестов, основанный на сочетании анализа различий, закона минимума и модели цепей Маркова. В отличие от классических coverage-based методов, данный подход:

- моделирует распространение влияния изменений по графу вызовов;
- учитывает чувствительность методов к параметрам через forward slicing;
- опирается на закон минимума для выявления “узких мест” в покрытии;

- снижает избыточность тестов за счёт анализа непохожести покрытия.

Экспериментальные результаты, полученные авторами исходной статьи на наборе Defects4J, показывают, что метрика Dis-LoM обеспечивает высокие значения APFD и сопоставима с лучшими diff-ориентированными методами, превосходя при этом классические Total и Additional, а также случайный порядок.

Перспективными направлениями развития подхода являются:

- расширение анализа на другие языки программирования и типы проектов;
- интеграция исторической информации о сбоях тестов;
- оптимизация вычислительной стоимости построения графов и модели цепи Маркова для очень больших систем.

Библиографический список

1. *Chatterjee P., Chakraborty S.* A comparative analysis of VIKOR method and its variants // *Decision Science Letters*. — 2016. — Т. 5, № 4. — С. 469—486. — DOI 10.5267/j.dsl.2016.5.004.
2. *Liu P., Qin X.* An Extended VIKOR Method for Decision Making Problem with Interval-Valued Linguistic Intuitionistic Fuzzy Numbers Based on Entropy // *Informatica*. — 2017. — Т. 28, № 4. — С. 665—685. — DOI 10.15388/Informatica.2017.151.
3. *Sayadi M. K., Heydari M., Shahanaghi K.* Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers // *Applied Mathematical Modelling*. — 2009. — Т. 33, № 5. — С. 2257—2262. — DOI 10.1016/j.apm.2008.06.002.
4. *Wan S.-P.* The extended VIKOR method for multi-attribute group decision making with triangular intuitionistic fuzzy numbers // *Knowledge-Based Systems*. — 2013. — Т. 52. — С. 65—77. — DOI 10.1016/j.knosys.2013.06.019.