

# Pertemuan 1

Kalkulus II

# Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

<b>CPMK 1</b>	Mahasiswa mampu memahami, menjelaskan, menghitung dan menyelesaikan persoalan integral: integral tak tentu, integral tertentu, teknik-teknik integrasi dan aplikasinya.
<b>CPMK 2</b>	Mahasiswa mampu memahami, menjelaskan, menghitung, dan menyelesaikan persoalan koordinat tabung, kutub, bola dengan baik.
<b>CPMK 3</b>	Mahasiswa mampu memahami, menjelaskan, menghitung, dan menyelesaikan persoalan integral rangkap: interpretasi geometri, aplikasi dalam fisika (massa, momen, titik berat), integral rangkap dengan koordinat kutub, penerapan dalam fisika.
<b>CPMK 4</b>	Mahasiswa mampu memahami, menjelaskan, menghitung, dan menyelesaikan persoalan aljabar vector: definisi vector, penjumlahan, pengurangan, perkalian scalar, perkalian silang, persamaan garis dan bidang. Turunan parsial, diferensial total.

# Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

## SEBELUM UTS

1. Integral tak tentu
2. Integral tertentu
3. Teknik-teknik integrasi dan aplikasinya
4. Koordinat tabung
5. Koordinat bola
6. Integral rangkap dengan koordinat kutub dan penerapannya dalam fisika
7. Pra-UTS

## SETELAH UTS

1. Vektor aljabar : Bagian 1
2. Vektor aljabar : Bagian 2
3. Vektor aljabar : Bagian 3
4. Turunan parsial
5. Differential total : Bagian 1
6. Differential total : Bagian 2
7. Pra-UAS

# Penilaian



50%



Activeness & Group  
Project



5%



Individual/group  
assignment



5%



Quizzes



40%



Mid-term & Final  
exam

# Integral Tak Tentu

- Pengertian Integral Tak Tentu

Integral Tak Tentu (*undefined integral*) adalah bentuk integral yang variabel integrasinya tidak memiliki batas sehingga integrasi dari sebuah fungsi akan menghasilkan banyak kemungkinan dan hanya dinyatakan sebagai penyelesaian umum. Istilah tak tentu berarti bentuk fungsi  $F(x)$  memuat konstanta real sembarang.

- Rumus Integral Tak Tentu

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, \text{ di mana } n \neq -1$$

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

# Integral Tentu

- Pengertian Integral Tentu (Tertentu)

Integral tentu (*definite integral*) adalah bentuk integral yang variabel integrasinya memiliki batasan (batas atas dan batas bawah) yang ditulis di bagian atas dan bawah notasi integral.

- Notasi Integral Tentu

$$\int_a^b f(x)dx$$

Di mana  $a$  = batas bawah, dan  $b$  = batas atas

Penyelesaian dari integrasi tersebut adalah:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

# Integral Tentu

## CONTOH

- Diberikan fungsi  $f(x) = x^2$ . Tentukanlah integral dari  $f(x)$  untuk batas atas 3 dan batas bawah 2.
- Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &= \int_2^3 x^2 dx = \frac{1}{2+1} x^{2+1} \Big|_2^3 \\ &= \frac{1}{3} x^3 \Big|_2^3 = \frac{1}{3} 3^3 - \frac{1}{3} 2^3 = 9 - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}\end{aligned}$$

# Integral Tentu

1.  $\int (f + g)dx = \int fdx + \int gdx$
2.  $\int Afdx = A \int fdx$
3.  $\int (Af + Bg)dx = A \int fdx + B \int gdx$
4.  $\int uv'dx = uv - \int vu'dx$   
 $\int uvdx = u \int vdx - \int u'(\int vdx) dx$

Sifat 1-3 dinamakan sifat linearitas



# Integral Tentu

Fungsi, f(x)	$\int f(x)dx$	Fungsi, f(x)	$\int f(x)dx$
K, Konstanta	$kx + c$	$\tan ax$	$\frac{\ln  \sec ax }{a} + c$
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$	$\tan(ax+b)$	$\frac{\ln  \sec(ax+b) }{a} + c$
$e^x$	$e^{-x} + c$	$\operatorname{cosec}(ax+b)$	$\frac{1}{a} \{ \ln   \operatorname{cosec}(ax+b) - \cot(ax+b)   \} + c$
$e^{-x}$	$-e^{-x} + c$	$\sec(ax+b)$	$\frac{1}{a} \{ \ln   \sec(ax+b) + \tan(ax+b)   \} + c$
$e^{ax}$	$\frac{e^{ax}}{a} + c$	$\cot(ax+b)$	$\frac{1}{a} \{ \ln   \sin(ax+b)   \} + c$
$x^{-1}$	$\ln  x  + c$	$\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	$\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$	$\frac{1}{a^2 + x^2}$	$\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$
$\sin ax$	$\frac{-\cos ax}{a} + c$		
$\sin(ax+b)$	$\frac{-\cos(ax+b)}{a} + c$		
$\cos x$	$\sin x + c$		
$\cos ax$	$\frac{\sin ax}{a} + c$		
$\cos(ax+b)$	$\frac{\sin(ax+b)}{a} + c$		
$\tan x$	$\ln  \sec x  + c$		

## Latihan

1.  $\int_{-1}^1 (x + y) dx$
2.  $\int_{\pi/2}^{\pi} (y \cos x) dx$
3.  $\int_0^1 (x \sin y) dx$
4.  $\int_0^2 \frac{y}{1 + x^2} dy$