



Aljabar Linear

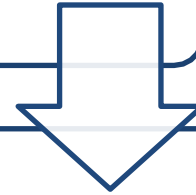
Materi 1: Matriks dan operasinya

Dosen pengampu:

D Jayus Nor Salim, M.Kom.

Learning Objective

Mahasiswa mampu memahami konsep matriks dan bentuk-bentuknya



Mahasiswa mampu melakukan operasi-operasi dasar matriks

Course Material

Konsep
Matriks

Jenis Matriks

Kesamaan
Matriks

Operasi
Dasar Matriks

BAB MATERI



Konsep Matriks

Subbab ini mempelajari bentuk umum dari matriks

01

Matriks ???

Customer	Jumlah Pesanan (P)	Jumlah Traffic Light (TL)	Jarak (J)	Waktu Tempuh (T)
1	3	3	3	16
2	1	7	4	20
3	2	4	6	18
4	4	6	8	36
...				
1000	2	4	2	12

Data direpresentasikan secara **tabular**

Matriks

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 16 \\ 1 & 7 & 4 & 20 \\ 2 & 4 & 6 & 18 \\ 4 & 6 & 8 & 36 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 4 & 2 & 12 \end{bmatrix}$$

Data dalam bentuk **Matriks**

02

Istilah & Notasi Matriks

$$A_{m \times n} =$$

Notasi matriks
dilambangkan
dengan huruf
kapital

	1	2	...	n
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
3	a_{31}	a_{32}	...	a_{3n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Baris ke- m

Matriks **A** berukuran
(ordo) $m \times n$.

Kolom ke- n

Entri/Elemen ke- mn

03

Definisi Matriks

- **Matriks** adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan yang diatur berdasarkan **baris** (m) dan **kolom** (n).
- Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan **entri** dalam matriks atau disebut juga elemen atau unsur.
- Ukuran (**ordo**) matriks menyatakan banyaknya baris dan kolom pada matriks tersebut.

04

Ordo Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [2 \quad -3 \quad -1 \quad 6]$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 7 & 6 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Ordo Matriks A :?

Ordo Matriks B :?

Ordo Matriks C :?

Ordo Matriks D :?

BAB MATERI



Jenis-Jenis Matriks

Subbab ini membahas berbagai macam bentuk matriks

00

Jenis-Jenis Matriks

Matriks Nol

Matriks Baris

Matriks Kolom

Matriks
Persegi

Matriks Skalar

Matriks
Segitiga Atas

Matriks
Segitiga
Bawah

Matriks
Diagonal

Matriks
Identitas

01

Matriks Nol

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks nol adalah

- Matriks yang setiap entri atau elemennya adalah bilangan **nol**
- Ordo **m** x **n**

02

Matriks Baris

$$A = [3 \quad -5]$$

$$B = [-2 \quad 1 \quad 7]$$

$$C = [4 \quad 3 \quad -2 \quad -10]$$

Matriks baris adalah

- Matriks yang memiliki **hanya satu baris**
- Ordo **1** x **n**

03

Matriks Kolom

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Matriks Kolom adalah

- Matriks yang memiliki **hanya satu kolom**
- Ordo **$m \times 1$**

04

Matriks Persegi

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 2 \\ -3 & 1 & 5 \\ 9 & 7 & -8 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & 3 & 9 \\ 4 & 4 & 3 & 1 \\ -1 & 6 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriks Persegi adalah:

- Matriks yang memiliki **jumlah baris dan kolom sama**
- Ordo **$n \times n$**

05

Matriks Diagonal

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriks Diagonal adalah:

- **Matriks persegi** yang jumlah baris dan kolom sama, serta **semua elemen bernilai nol**, **kecuali** elemen – elemen diagonal utamanya.
- Ordo $n \times n$

06

Matriks Identitas

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks Identitas adalah:

- **Matriks persegi** yang jumlah baris dan kolom sama, serta **semua elemen diagonal bernilai 1** dan elemen lainnya **bernilai nol**.
- Ordo $n \times n$

07

Matriks Skalar

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Matriks Skalar adalah:

- **Matriks persegi** yang jumlah baris dan kolom sama, serta **semua elemen diagonal bernilai sama** tetapi bukan nol **dan** elemen lainnya bernilai nol.
- Ordo $n \times n$

08

Matriks Segitiga Atas

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & - \\ 0 & 5 & \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 1 \\ 0 & 7 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Segitiga Atas adalah:

- **Matriks persegi** yang jumlah baris dan kolom sama, serta **semua elemen dibawah diagonal bernilai nol** dan berbentuk segitiga di atas.
- Ordo **$n \times n$**

09

Matriks Segitiga Bawah

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & - \\ 4 & 5 & \\ 1 & 3 & - \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Segitiga Bawah adalah:

- **Matriks persegi** yang jumlah baris dan kolom sama, serta **semua elemen diatas diagonal bernilai nol** **dan** berbentuk segitiga di bawah
- Ordo **$n \times n$**

BAB MATERI



Kesamaan Matriks

Subbab ini membahas mengenai kesamaan suatu matriks

01

Kesamaan Matriks

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

Jika $A = B$,

Maka: $a=p$, $b=q$, $c=r$, $d=s$

Dua buah matriks dikatakan sama, jika:

- Memiliki jumlah baris dan kolom sama (ordo sama), dan
- Memiliki nilai yang sama pada elemen-elemen yang bersesuaian.

Contoh: Kesamaan Matriks

Jika matriks **A** dan **B** berikut merupakan dua matriks yang sama, maka tentukan nilai **x** dan **y**:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ x - y & x + y \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Dikarenakan $A = B$ maka

i. $a_{21} = b_{21}$

$$x - y = 1$$

ii. $a_{22} = b_{22}$

$$x + y = -5$$

iii. Poin (i) dan (ii):

$$x - y = 1$$

$$x + y = -5 \quad +$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$y = -3$$

Jadi,

nilai $x = -2$

nilai $y = -3$

BAB MATERI



Operasi-Operasi Matriks

Subbab ini membahas berbagai macam operasi-operasi dasar matriks

00

Operasi Matriks

Penjumlahan

Pengurangan

Perkalian
Skalar

Perkalian
Matriks

01

Penjumlahan Matriks (Addition)

Matriks A dapat dijumlahkan dengan matriks B ($A+B$), **apabila** jumlah baris dan kolom kedua matriks sama (ordo sama).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} \end{bmatrix}$$

Contoh: Operasi Penjumlahan

Jika dua buah matriks A dan B seperti di bawah:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & -6 & 4 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 7 \\ 0 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

Hitunglah nilai **A + B** !

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 + 4 & 2 + (-6) & 5 + 7 \\ 1 + 0 & -6 + 8 & 4 + 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & -4 & 12 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

02

Pengurangan Matriks (Subtraction)

Matriks A dapat dikurangkan dengan matriks B (A-B), **apabila** jumlah baris dan kolom kedua matriks sama (ordo sama).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow A - B = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & a_{13} - b_{13} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & a_{23} - b_{23} \\ a_{31} - b_{31} & a_{32} - b_{32} & a_{33} - b_{33} \end{bmatrix}$$

Contoh: Operasi Pengurangan

Jika dua buah matriks A dan B seperti di bawah:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & -6 & 4 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 7 \\ 0 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

Hitunglah nilai **A - B** !

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 - 4 & 2 - (-6) & 5 - 7 \\ 1 - 0 & -6 - 8 & 4 - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 8 & -2 \\ 1 & -14 & 2 \end{bmatrix}$$

03

Perkalian Matriks dengan Skalar

Jika **A** adalah suatu matriks dan **k** adalah bilangan riil, maka **kA** adalah matriks baru yang elemen-elemennya diperoleh dari hasil perkalian **k** dengan setiap elemen pada matriks **A**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow kA = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{bmatrix}$$

Contoh: Perkalian Matriks \times Skalar

Jika matriks A seperti di bawah dan nilai $k=2$:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 & 12 \\ -1 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$

Hitunglah nilai kA !

$$kA = \begin{bmatrix} 2(7) & 2(-4) & 2(12) \\ 2(-1) & 2(2) & 2(-6) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 14 & -8 & 24 \\ -2 & 4 & -12 \end{bmatrix}$$

04

Perkalian Matriks dengan **Matriks**

Jika $A_{m \times n}$ dan $B_{p \times r}$ adalah suatu matriks,
maka perkalian matriks AB dapat terjadi, jika:
jumlah kolom matriks **A** == **jumlah baris** matriks **B**

Misal matriks A dan B:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}$$

Maka $AB = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \end{bmatrix}$

Contoh: Perkalian Matriks \times Matriks

Jika dua buah matriks A dan B seperti di bawah:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Hitunglah nilai **AB** !

$$AB = \begin{bmatrix} (2)(1) + (1)(-1) + (4)(4) & (2)(2) + (1)(3) + (4)(-1) \\ (-1)(1) + (3)(-1) + (2)(4) & (-1)(2) + (3)(3) + (2)(-1) \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 + (-1) + (16) & (4) + (3) + (-4) \\ (-1) + (-3) + (8) & (-2) + (9) + (-2) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 17 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$



TERIMA KASIH

ALJABAR LINEAR

#MATRIKS&OPERASINYA