

FISIKA

1



Momentum Linier

(Dinamika 4)

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

Semester Ganjil 2022/2023


Pertemuan ke - 10

Learning Objective

Mampu memahami dan menjelaskan konsep momentum dan impuls



Mampu memahami dan menjelaskan sistem pusat massa



Mampu memahami dan menjelaskan konsep tumbukan

Course Material

Impuls dan
Momentum

Sistem
Pusat Massa

Tumbukan



SERI KULIAH FISIKA 1 - **Dinamika 4**

Impuls dan Momentum

Membahas konsep dasar impuls dan Momentum

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

00

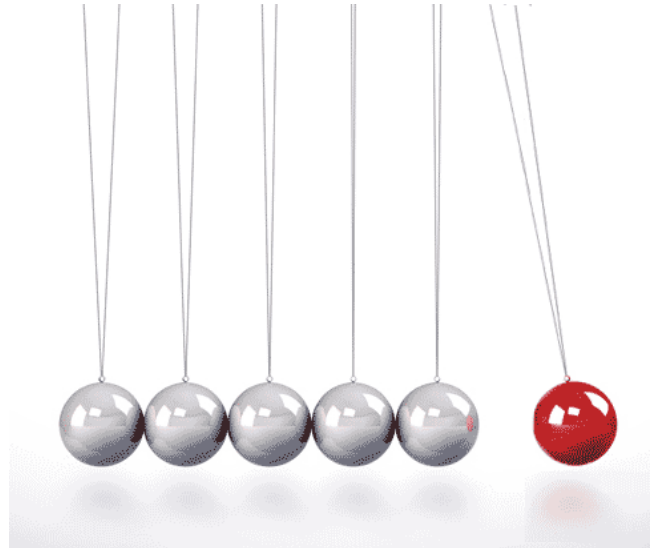
Pendahuluan

Analisis Gerak Benda:

Kinematika

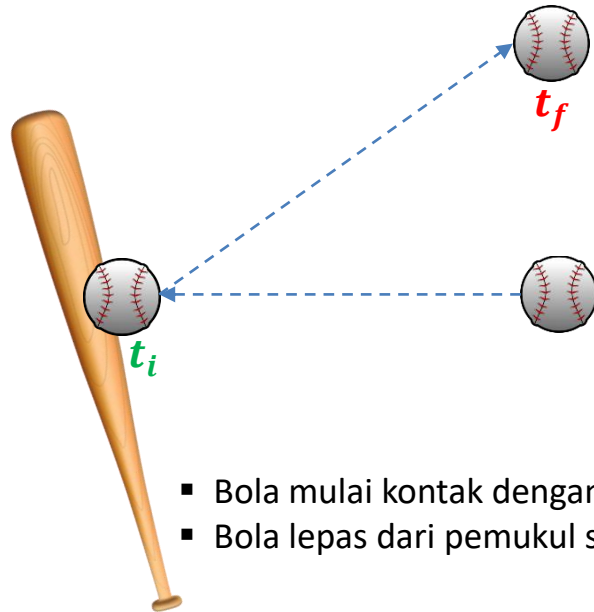
Dinamika

Usaha dan Energi

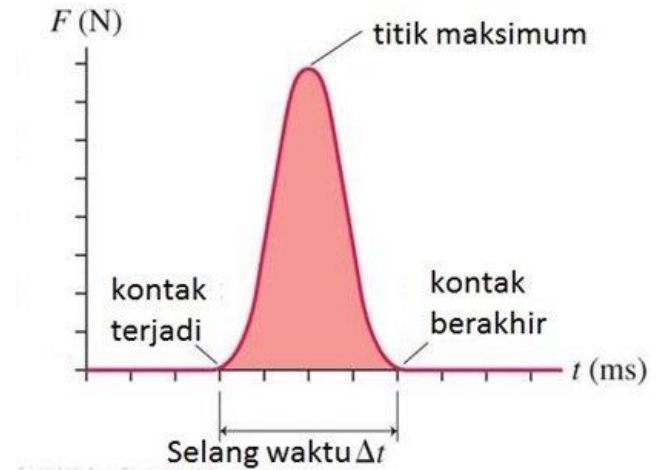


01

Impuls



- Bola mulai kontak dengan pemukul saat t_i
- Bola lepas dari pemukul saat t_f



Definisi Impuls

Impuls

Perkalian antara gaya rata-rata yang bekerja pada bola akibat pemukul dengan selang waktu tertentu.

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

Keterangan:

- \vec{I} = vektor Impuls ($N \cdot m$)
- \vec{F} = vektor Gaya (N)
- Δt = selisih waktu $t_f - t_i$ (s)
- t_i = waktu awal (s)
- t_f = waktu akhir (s)

Impuls Secara Umum ditulis

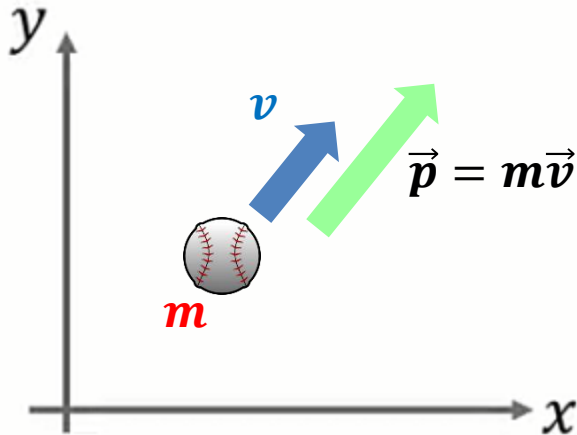
$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

Impuls Secara Grafis:

Impuls adalah **luas daerah** yang diapit kurva gaya dengan sumbu mendatar

02

Momentum Linear



Momentum Linear adalah Perkalian antara massa partikel dengan kecepatannya

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Keterangan:

- \vec{p} = vektor momentum linear ($kg.m/s$)
- \vec{v} = vektor Kecepatan (m/s)
- m = massa benda (kg)

Dalam koordinat 3D dapat dituliskan:

$$\vec{p} = p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j} + mv_z\hat{k}$$

03

Momentum Linear dan Hukum II Newton

Untuk massa partikel konstan:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

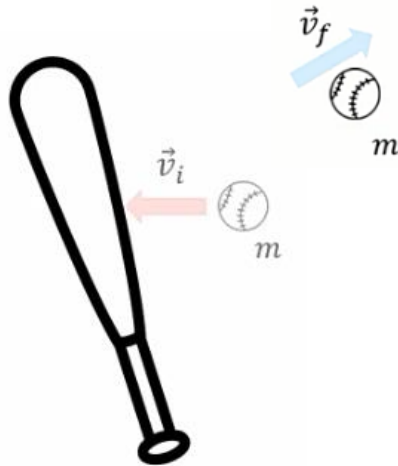
$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Maka

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

04

Toerema Impuls-Momentum



Tinjau Hukum II Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{dengan} \quad \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = m \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$

$$\vec{F}\Delta t = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) \quad \longrightarrow \quad \vec{F}\Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

Diketahui bahwa impuls $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$ dan momentum $\vec{p} = m\vec{v}$

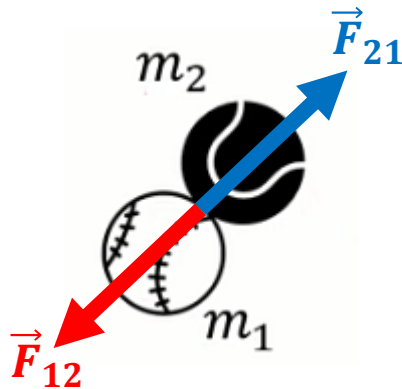
Maka, teorema Impuls-Momentum $\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

“Impuls sama dengan perubahan momentum”

05

Kekekalan Momentum Linear

Sistem yang ditinjau terdiri dari dua benda yaitu m_1 dan m_2



- ☐ Gaya \vec{F}_{12} dan \vec{F}_{21} adalah pasangan gaya aksi-reaksi
- ☐ Gaya yang berasal dari dalam sistem disebut **Gaya Internal**
- ☐ Maka, \vec{F}_{12} dan \vec{F}_{21} adalah **Gaya Internal**
- ☐ Gaya berasal dari luar sistem disebut **Gaya Eksternal**

Pada **kasus terisolasi** (tidak ada gaya eksternal yang bekerja pada sistem)

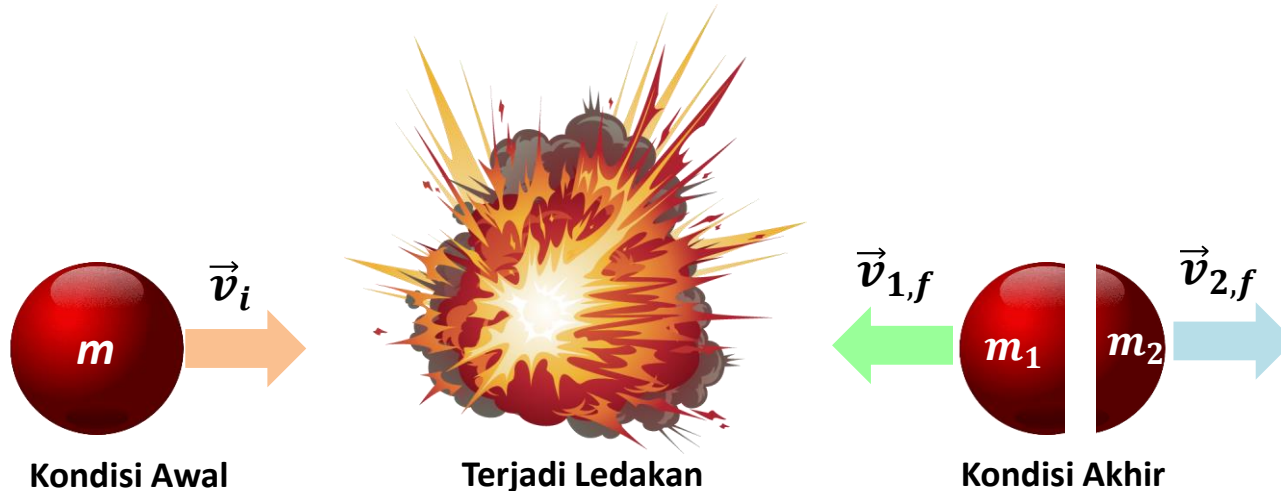
$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 \quad \boxed{\vec{p}_f = \vec{p}_i}$$

Hukum kekekalan momentum linear:

Momentum sistem pada keadaan awal sama dengan momentum sistem pada keadaan akhir.

06

Kekekalan Momentum Pada Ledakan



Hukum kekekalan momentum
linier dapat diterapkan

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m\vec{v}_i = m_1\vec{v}_{1,f} + m_2\vec{v}_{2,f}$$



SERI KULIAH FISIKA 1 - **Dinamika 4**

Sistem Pusat Massa

Membahas konsep dasar sistem pusat massa

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

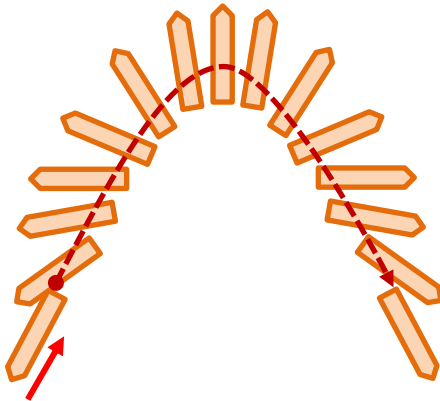
#Fisika1

01

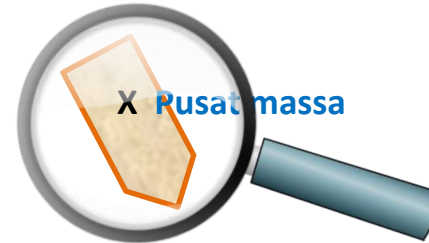
Sistem Partikel

Tantangan dalam analisis gerak benda

- ☐ Gerak benda rumit
- ☐ Bentuk dan ukuran benda diperhitungkan
- ☐ Objek terdiri dari banyak partikel



Untuk menganalisis gerak benda yang bentuknya unik **ada satu titik acuan pada benda** yang dapat digunakan untuk analisis gerak, yaitu **pusat massa benda**.

Konsep Pusat Massa (*Center of Mass*)

- ☐ Massa dari sistem terkonsentrasi
- ☐ Semua Gaya Eksternal dikenakan

02

Konsep Pusat Massa

Sistem Benda Diskrit di R^2

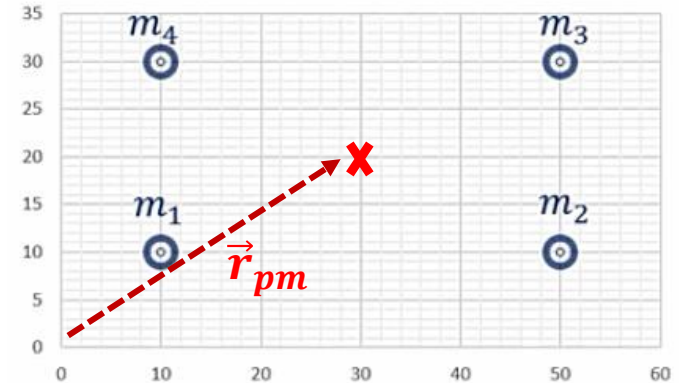
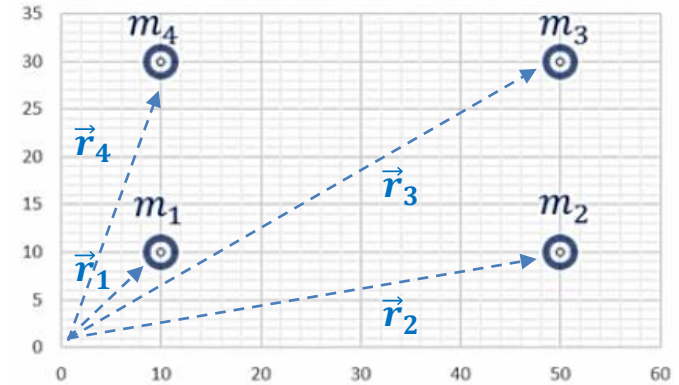
Posisi pusat massa dari sistem 4 partikel $\vec{r}_{pm} = x_{pm}\hat{i} + y_{pm}\hat{j}$

$$x_{pm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_n}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_{pm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4 + \dots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \dots + m_n}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$



03

Konsep Pusat Massa

Sistem Benda Diskrit di R^3

Posisi pusat massa dari sistem

$$\vec{r}_{pm} = x_{pm}\hat{i} + y_{pm}\hat{j} + z_{pm}\hat{k}$$

$$x_{pm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + \cdots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \cdots + m_n}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$y_{pm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4 + \cdots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \cdots + m_n}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$z_{pm} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3 + m_4z_4 + \cdots + m_nz_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \cdots + m_n}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

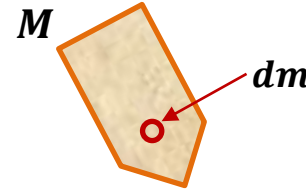
04

Konsep Pusat Massa

Sistem Benda Kontinyu

Sistem Benda Kontinyu:

Suatu **benda kontinyu** dapat dipandang sebagai **kumpulan partikel**. Partikel tersebut ditinjau sebagai elemen massa dm .



$$\vec{r}_{pm} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

1-D 

Rapat massa per satuan panjang

$$\lambda = \frac{dm}{dx}$$

$$\vec{r}_{pm} = x_{pm} \hat{i}$$

$$x_{pm} = \frac{\int \lambda x dx}{\int \lambda dx}$$

2-D 

Rapat massa per satuan luas

$$\sigma = \frac{dm}{dA}$$

$$\vec{r}_{pm} = x_{pm} \hat{i} + y_{pm} \hat{j}$$

$$x_{pm} = \frac{\int \sigma x dA}{\int \sigma dA} \quad y_{pm} = \frac{\int \sigma y dA}{\int \sigma dA}$$

3-D 

Rapat massa per satuan volume

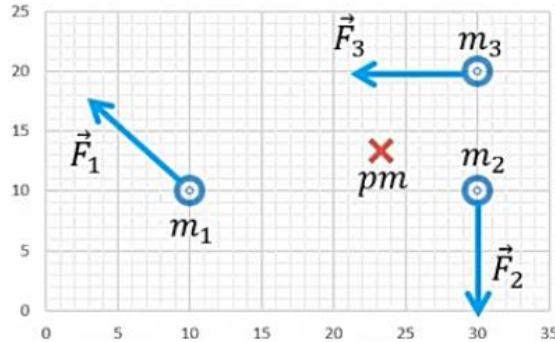
$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\vec{r}_{pm} = x_{pm} \hat{i} + y_{pm} \hat{j} + z_{pm} \hat{k}$$

$$x_{pm} = \frac{\int \rho x dV}{\int \rho dV} \quad y_{pm} = \frac{\int \rho y dV}{\int \rho dV} \quad z_{pm} = \frac{\int \rho z dV}{\int \rho dV}$$

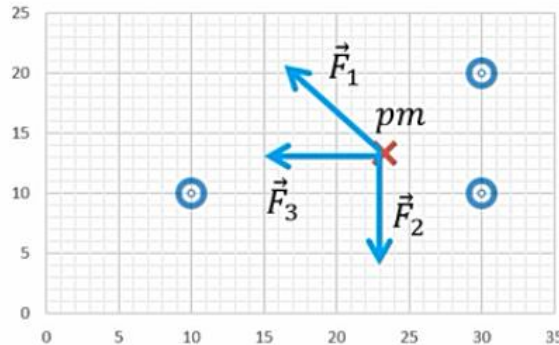
05

Sistem Partikel dan Hukum II Newton



Pusat massa bergerak seperti sebuah partikel, berlaku Hukum II Newton:

$$\sum \vec{F} = M \vec{a}_{pm}$$



Keterangan:

- $\sum \vec{F}$ = total gaya eksternal pada sistem (N)
- \vec{F} = vektor Gaya (N)
- \vec{a}_{pm} = percepatan dari titik pusat massa sistem (m/s^2)

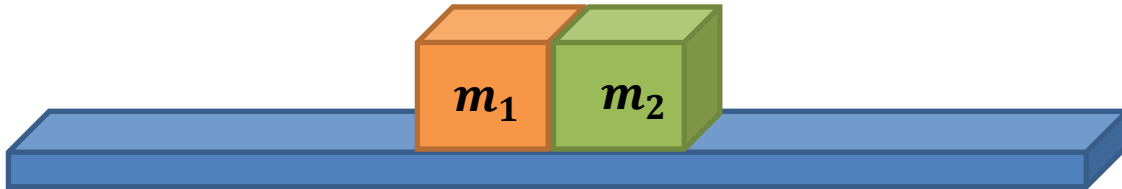


Tumbukan

Membahas konsep dasar tumbukan

01

Tumbukan



Keterangan

- \vec{v}_i = Kecepatan sebelum tumbukan
- \vec{v}_f = Kecepatan setelah tumbukan

02

Momentum dan Energi Kinetik Pada Tumbukan

Elastik

Momentum linier sistem kekal $\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$ Energi kinetik total sistem kekal $K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$

Tumbukan

Non-Elastik

Momentum linier sistem kekal $\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$ Energi kinetik total sistem kekal $K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f} + K_{loss}$ K_{loss} Maksimum pada saat kondisi akhir kedua benda menempel.

03

Tumbukan **Non-Elastik** (1D)

Dalam berbagai kasus tumbukan, total energi kinetik tidak kekal

$$K_{total\ akhir} < K_{total\ awal}$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 < \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 + K_{loss} = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

Momentum sistem tetap kekal

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

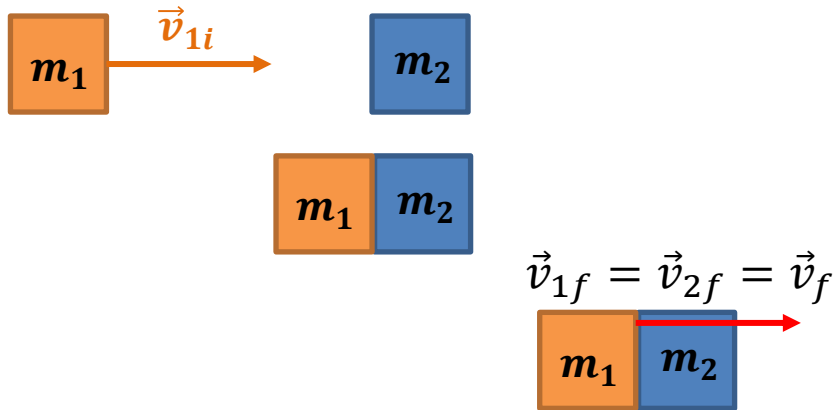
- ❑ Energi kinetik **tidak kekal**, tapi **energi total kekal**.
- ❑ **K_{loss}** = energi kinetik yang terkonversi menjadi bentuk energi dalam bentuk lain, seperti: panas, bunyi, energi potensial elastic, dll

04

Tumbukan **Non-Elastik Sama Sekali** (1D)

Kasus khusus:

- ☐ Kedua benda menempel dan bergerak bersama setelah tumbukan
- ☐ Dikenal sebagai “**Tumbukan tak elastic sama sekali**”



Hukum kekekalan momentum:

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

Kecepatan akhir kedua benda sama:

$$\vec{v}_{1f} = \vec{v}_{2f} = \vec{v}_f$$

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

$$v_f = \frac{m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

05

Tumbukan Elastik (1D)

- ❑ Jika K_{loss} sangat kecil, anggap $K_{loss} = 0$, maka “**kekekalan momentum dan energi kinetik**” berlaku:

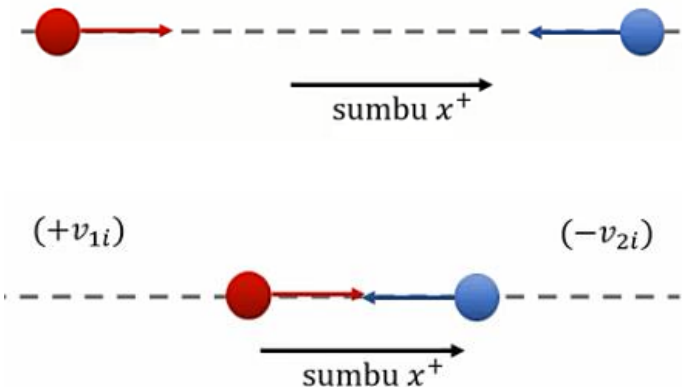
$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

- ❑ Kasus tumbukan elastik umumnya **memiliki dua variable yang tidak diketahui**, maka selesaikan kedua persamaan secara simultan

- ❑ **Momentum** merupakan **besaran vektor**, maka:

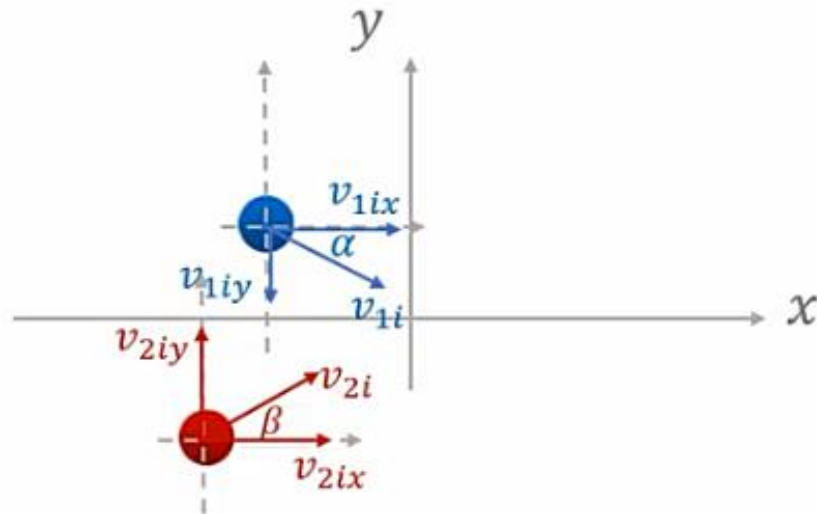
- **Arah** perlu diperhatikan
- Pastikan menggunakan tanda (+ dan -) yang tepat



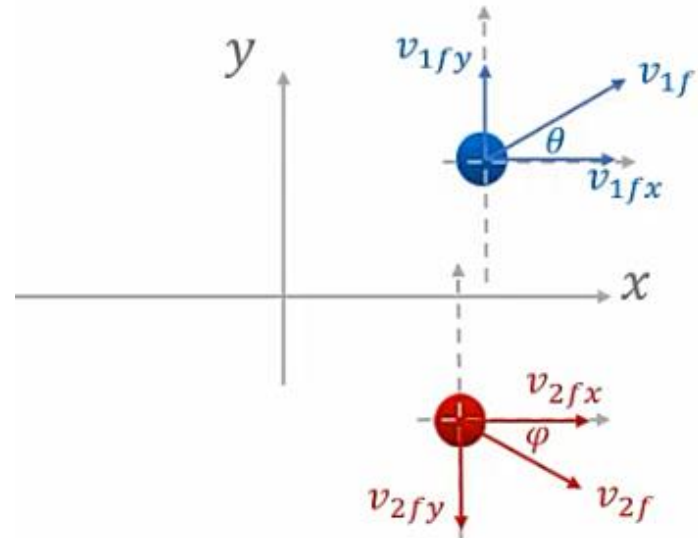
06

Tumbukan dalam 2D

Kondisi sebelum tumbukan



Kondisi Setelah Tumbukan



07

Tumbukan **Non-Elastik** pada 2D

- ❑ Hukum kekekalan momentum:

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} \quad \text{Total momentum sistem pada tiap arah (sumbu) kekal}$$

- ❑ Pada sumbu x: $m_1 \vec{v}_{1ix} + m_2 \vec{v}_{2ix} = m_1 \vec{v}_{1fx} + m_2 \vec{v}_{2fx}$

$$m_1 \vec{v}_1 \cos \alpha + m_2 \vec{v}_2 \cos \beta = m_1 \vec{v}_1 \cos \theta + m_2 \vec{v}_2 \cos \varphi$$

- ❑ Pada sumbu y: $m_1 \vec{v}_{1iy} + m_2 \vec{v}_{2iy} = m_1 \vec{v}_{1fy} + m_2 \vec{v}_{2fy}$

$$m_1 \vec{v}_1 \sin \alpha + m_2 \vec{v}_2 \sin \beta = m_1 \vec{v}_1 \sin \theta + m_2 \vec{v}_2 \sin \varphi$$

08

Tumbukan Elastik pada 2D

□ Hukum kekekalan momentum:

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

□ Pada sumbu x:

$$\square m_1 \vec{v}_{1ix} + m_2 \vec{v}_{2ix} = m_1 \vec{v}_{1fx} + m_2 \vec{v}_{2fx}$$

$$m_1 \vec{v}_1 \cos \alpha + m_2 \vec{v}_2 \cos \beta = m_1 \vec{v}_1 \cos \theta + m_2 \vec{v}_2 \cos \varphi$$

$$\square \frac{1}{2} m_1 v_{1ix}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2ix}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1fx}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2fx}^2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 \cos \alpha + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \cos \beta = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \cos \theta + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \cos \varphi$$

□ Pada sumbu y:

$$\square m_1 \vec{v}_{1iy} + m_2 \vec{v}_{2iy} = m_1 \vec{v}_{1fy} + m_2 \vec{v}_{2fy}$$

$$m_1 \vec{v}_1 \sin \alpha + m_2 \vec{v}_2 \sin \beta = m_1 \vec{v}_1 \sin \theta + m_2 \vec{v}_2 \sin \varphi$$

$$\square \frac{1}{2} m_1 v_{1iy}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2iy}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1fy}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2fy}^2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 \sin \alpha + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \sin \beta = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \sin \theta + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \sin \varphi$$

Latihan di kelas

- 1) Sebuah truk berbobot 6750 kg bergerak dengan kecepatan $\vec{v} = (4.5\hat{i} - 2\hat{j}) \text{ m/s}$. Berapakah momentum rata-rata mobil tersebut?
- 2) Sebuah balon udara bermassa 175 gram bergerak naik dengan kecepatan 1.5 m/s. Hitung momentumnya!
- 3) Sebuah tronton bermassa 1.2 ton bergerak ke arah kiri dengan kecepatan 10 m/s. Hitung momentumnya!



Latihan di kelas

- 4) Sebuah kereta mainan A bermassa 0.8 kg bergerak ke kanan dengan kecepatan 2.5 m/s menumbuk kereta mainan B bermassa 1.2 kg yang bergerak dari arah berlawanan dengan kecepatan 5.5 m/s . Setelah bertumbukan keduanya menempel dan bergerak bersama. Hitung besar dan arah kecepatan kedua kereta setelah tumbukan!

- 5) Sebuah bola kasti ($m = 0.13 \text{ kg}$) memiliki kecepatan awal $\vec{v}_0 = -38\hat{i} \text{ m/s}$ Ketika mendekat ke tongkat pemukul. Setelah itu terjadi kontak antara keduanya memberikan sebuah gaya kepada bola sehingga bola berubah kecepatannya menjadi $\vec{v}_f = (62\hat{i} + 50\hat{j}) \text{ m/s}$.
 - a) Hitung momentum awal dan akhir bola!
 - b) Hitung impuls yang diberikan pemukul kepada bola?
 - c) Asumsikan kontak antara pemukul dan bola terjadi dalam waktu $1.6 \times 10^{-3} \text{ s}$. Hitung gaya rata-rata pemukul terhadap bola!





TERIMA KASIH

Dinamika⁴

#FISIKA1