Matematika Diskret

Pertemuan 1

Apakah Matematika Diskrit itu?

- Apa yang dimaksud dengan kata **diskrit** (*discrete*)?

- Objek disebut diskrit jika:

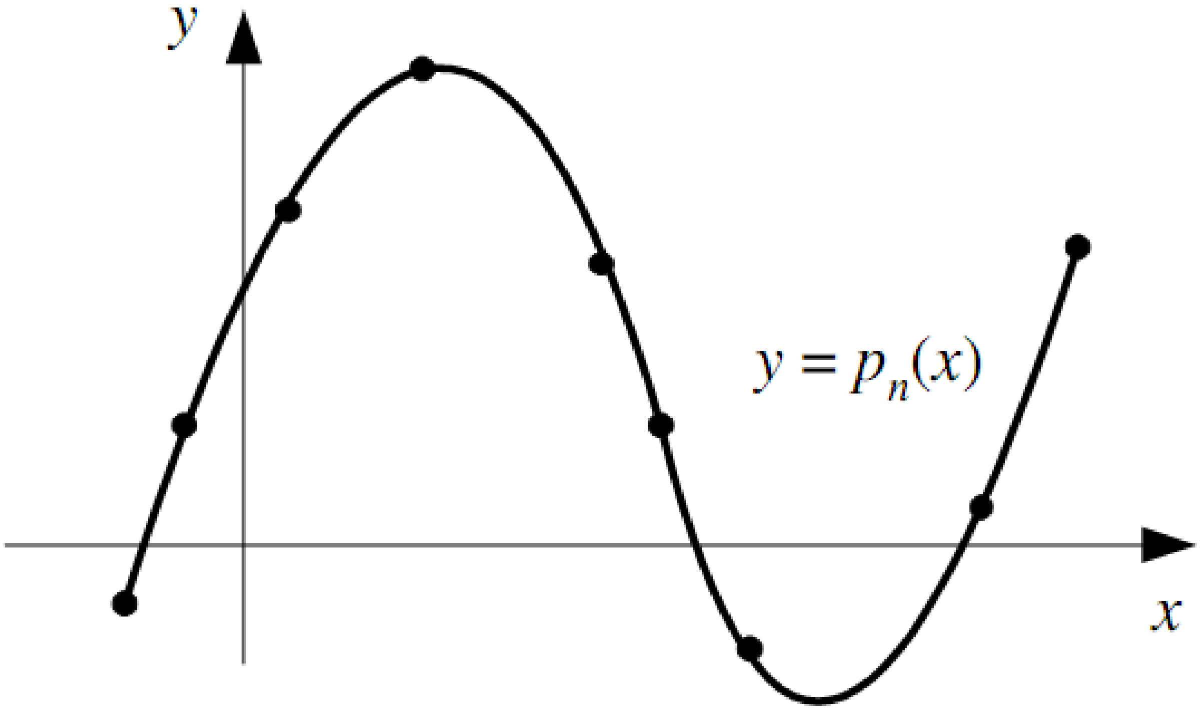
  - terdiri dari elemen yang terpisah (*distinct*) secara individual, atau
  - elemen-elemennya tidak bersambungan (*unconnected*).

  Contoh: himpunan bilangan bulat (*integer*)

- Lawan kata diskrit: **kontinyu** atau **menerus** (*continuous*).

  Contoh: himpunan bilangan riil (*real*)

Diskrit versus kontinu



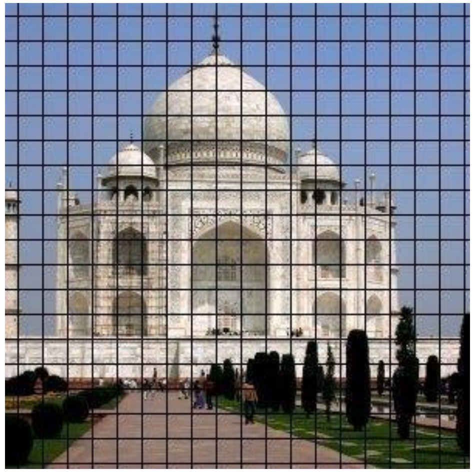
Kurva mulus: himpunan menerus
Titik-titik tebal di kurva: himpunan diskrit

- Matematika Diskrit: cabang matematika yang mengkaji objek-objek yang terpisah secara individual satu sama lain.

- Lawannya: Matematika Menerus (*continuous mathematics*), yaitu cabang matematika dengan objek yang sangat mulus (*smoothy*), termasuk di dalamnya *calculus*.

- Komputer digital bekerja secara diskrit. Informasi yang disimpan dan dimanipulasi oleh komputer adalah dalam bentuk diskrit.

- Kamera digital menangkap gambar (analog) lalu direpresentasikan dalam bentuk diskrit berupa kumpulan *pixel* atau *grid.* Setiap *pixel* adalah elemen diskrit dari sebuah gambar



Topik bahasan di dalam Matematika Diskrit:

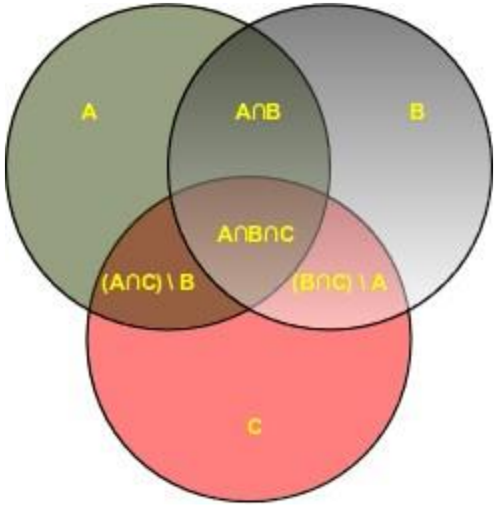
- Logika (*logic*) dan penalaran
- Teori Himpunan (*set*)
- Relasi dan Fungsi (*relation and function*)
- Teori Bilangan Bulat (*integers*)
- Kombinatorial (*combinatorics*)
- Teori Peluang Diskrit (*discrete probability*)
- Teori Graf
- Pohon

1. Logika

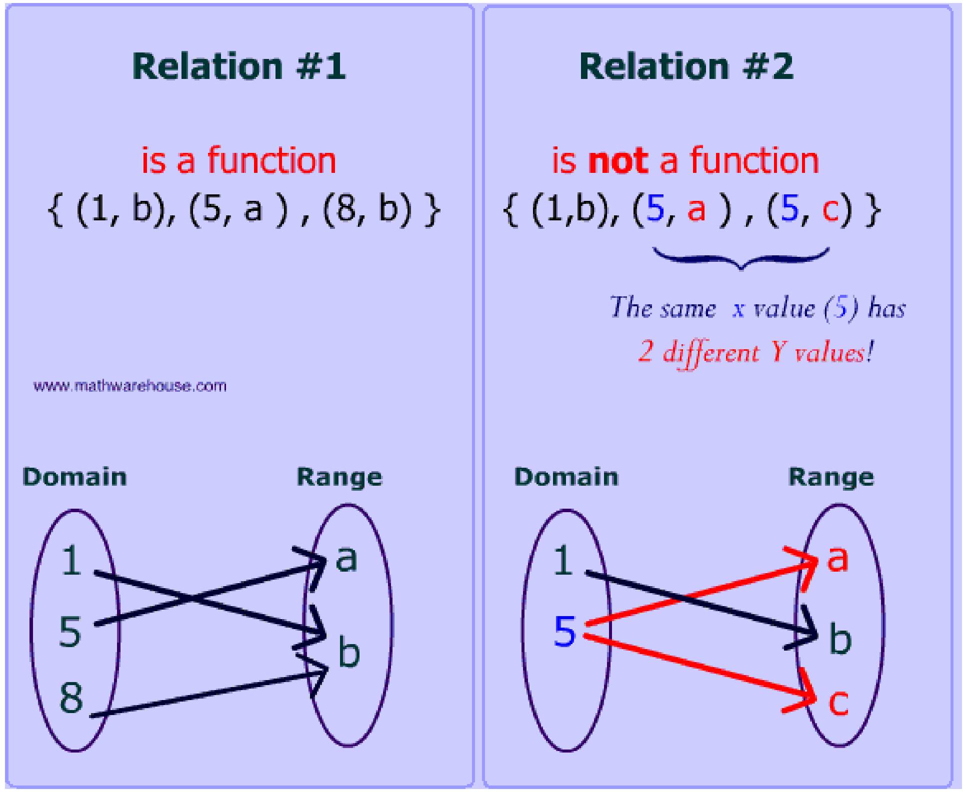
Basic statement	Equivalent
$p \vee q$	$q \vee p$
$p \wedge q$	$q \wedge p$
$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
$p \to q$	$\neg p \vee q$
	$\neg q \to \neg p$
$p \leftrightarrow q$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
	$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$
$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$
$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$
$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \to (q \vee r)$	$(p \wedge \neg q) \to r$

2. Teori Himpunan

1). if $A \subset B$ and $B \subset C$, then $A \subset C$ (transitivity),
2). if $A \subset B$ and $B \subset A$, then $A = B$,
3). $A \cup A = A$,
4). $A \cup \varnothing = A$,
5). $A \cap A = A$,
6). $A \cap \varnothing = \varnothing$,
7). $A - A = \varnothing$,
8). $A \cup B = B \cup A$ (commutability of addition),
9). $A \cap B = B \cap A$ (commutability of multiplication),
10). $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (associativity of addition),
11). $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (associativity of multiplication),
12). $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (distributivity of multiplication over addition),
13). $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ (distributivity of multiplication over subtraction),
14). $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (distributivity of addition over multiplication).



3. Relasi dan Fungsi



Sumber: www.mathwarehouse.com

5. Teori Bilangan

$$\begin{cases} N \equiv 4 \pmod 7 \\ N \equiv 6 \pmod{11} \end{cases}$$

$$N = 7k + 4$$

$$7k + 4 \equiv 6 \pmod{11}$$

$$7k \equiv 2 \pmod{11}$$

$$-21k \equiv -6 \pmod{11}$$

$$k \equiv -6 \pmod{11}$$

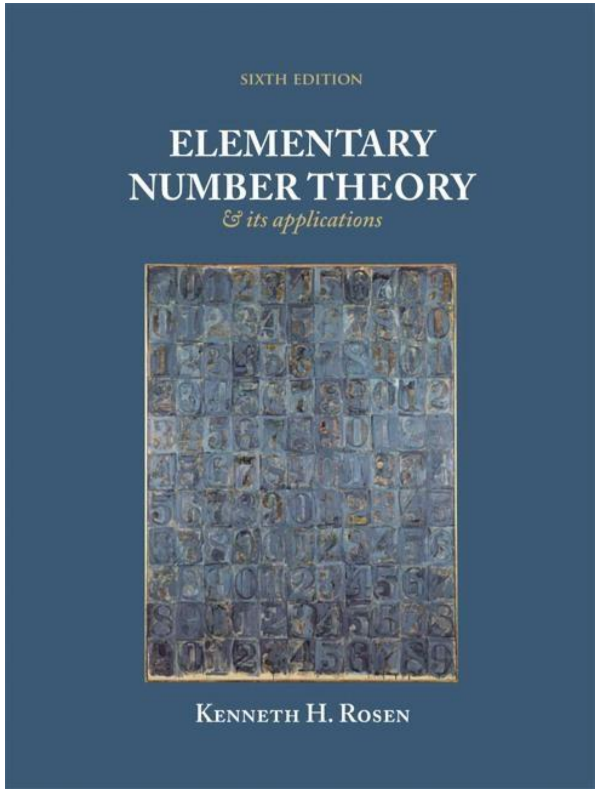
$$k = 11m - 6$$

$$N = 77m - 38$$

$$1000 < 77m - 38 < 2000 \Rightarrow 13 < m < 27$$

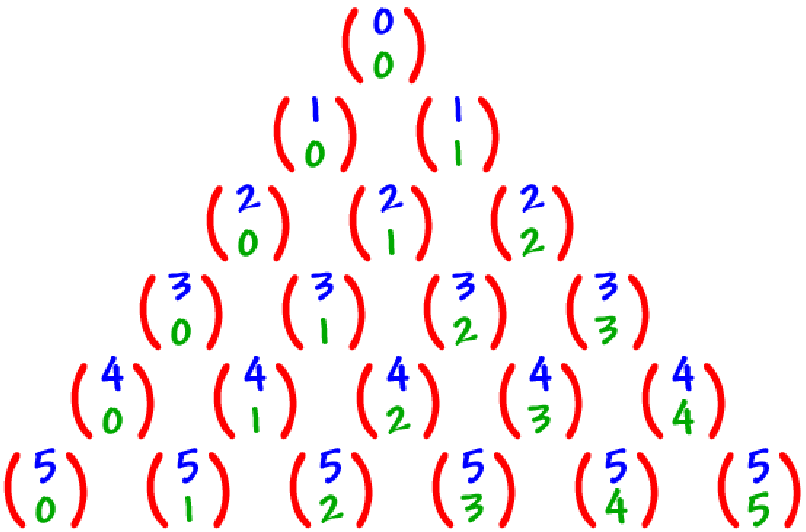
$$77m - 38 \equiv -m + 1 \equiv 27 - m \pmod{13}$$

Sumber: mymathforum.com



Sumber: www.pearsonhighered.com

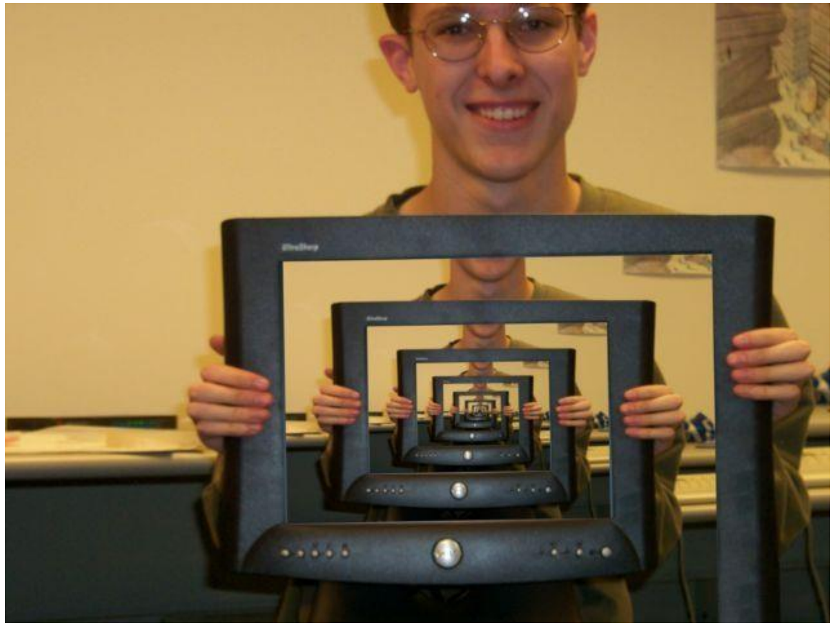
6. Kombinatorial



Sumber: www.coolmath.com

Sumber: ronsden.com

7. Rekursif dan relasi rekurens

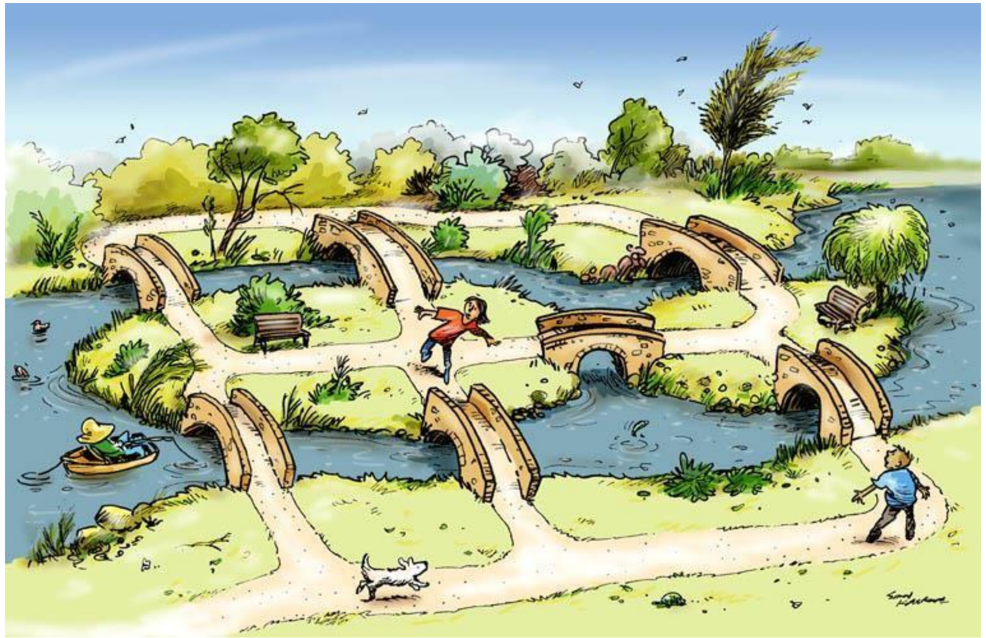


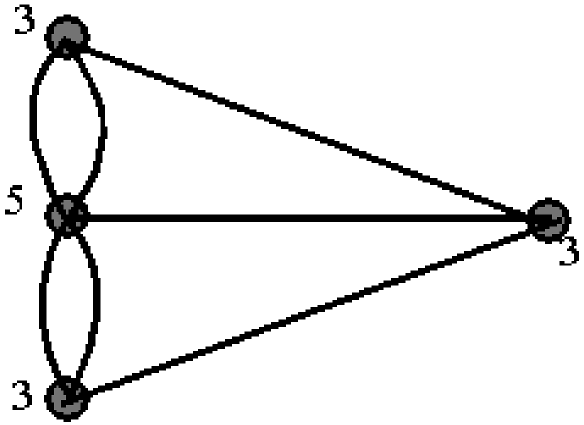
Sumber: www.ilxor.com

$$
\begin{aligned}
g(n) &= 4g(n-1)+4\\
&= 4(4g(n-2)+4)+4\\
&= 4^2g(n-2)+4^2+4\\
&= 4^2(4g(n-3)+4)+4^2+4\\
&= 4^3g(n-3)+4^3+4^2+4\\
&= \vdots\\
&= 4^ng(0)+4^n+4^{n-1}+\cdots+4^3+4^2+4\\
&= 4^n+4^{n-1}+\cdots+4^3+4^2+4\\
&= 4\left(\frac{4^n-1}{3}\right)\\
&= \frac{4^{n+1}-4}{3}
\end{aligned}
$$

Sumber: cas.bethel.edu

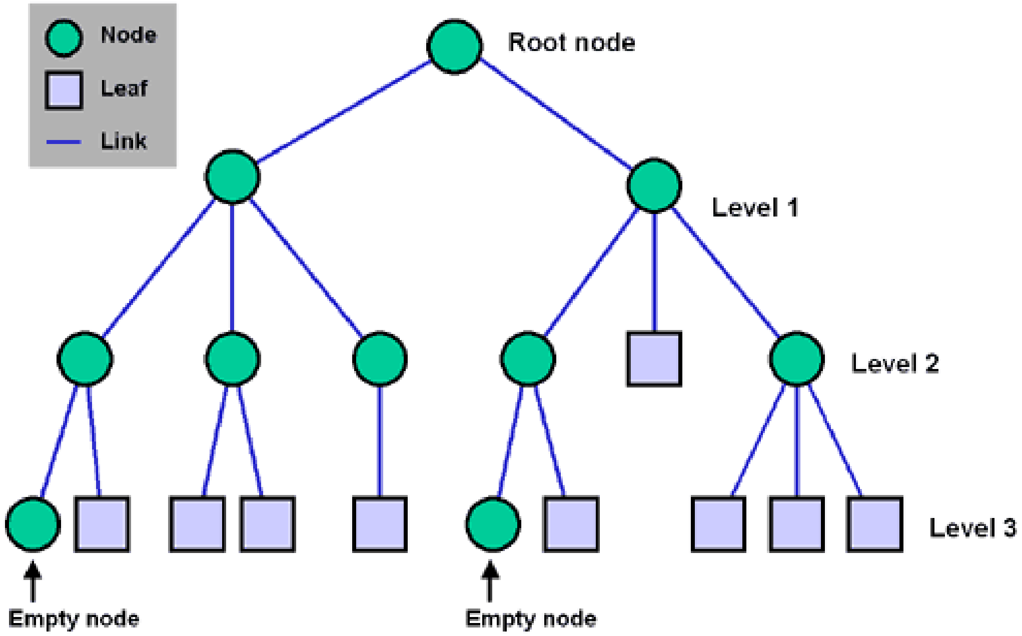
8. Teori Graf

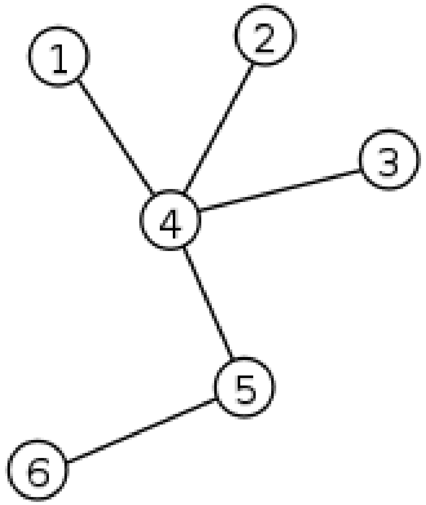




Sumber: simonkneebone.com

9. Pohon





Sumber: ubuntuforums.org

Contoh-contoh persoalan di dalam Matematika Diskrit:

- Berapa banyak kemungkinan jumlah *password* yang dapat dibuat dari 26 huruf alfabet dan 10 angka?
- ISBN sebuah buku adalah 978-602-6232-42-7. Verifikasilah apakah nomor ISBN tersebut valid?
- Berapa banyak *string* biner yang panjangnya 8 bit yang mempunyai bit 1 sejumlah ganjil?
- Bagaimana menentukan lintasan terpendek dari satu kota *a* ke kota *b*?
- Buktikan bahwa perangko senilai n ($n \geq 8$) rupiah dapat menggunakan hanya perangko 3 rupiah dan 5 rupiah saja
- Berapa banyak operasi perbandingan yang dilakukan di dalam algoritma pengurutan *Selection Sort*?

- Bagaimana rangkaian logika untuk membuat peraga digital yang disusun oleh 7 buah batang (*bar*)?

- Dapatkah kita melalui semua jalan di sebuah kompleks perumahan tepat hanya sekali dan kembali lagi ke tempat semula?

- "Makanan murah tidak enak", "makanan enak tidak murah". Apakah kedua pernyataan tersebut menyatakan hal yang sama?

Mengapa Mempelajari Matematika Diskrit?

Ada beberapa alasan:

1. Mengajarkan mahasiswa untuk berpikir secara matematis

   → mengerti argumen matematika

   → mampu membuat argumen matematika.

Contoh: Jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut. Akibatnya, untuk sembarang graf G, banyaknya simpul berderajat ganjil selalu genap.

2. Mempelajari fakta-fakta matematika dan cara menerapkannya.

Contoh: *(Chinese Remainder Problem)* Pada abad pertama, seorang matematikawan China yang bernama Sun Tse mengajukan pertanyaan sebagai berikut:

Tentukan sebuah bilangan bulat yang bila dibagi dengan 5 menyisakan 3, bila dibagi 7 menyisakan 5, dan bila dibagi 11 menyisakan 7.

3. Matematika diskrit memberikan landasan untuk kuliah-kuliah lain di Teknologi Informasi.

→ algoritma, struktur data, basis data, jaringan komputer, keamanan jaringan dll

- Matematika diskrit adalah matematika yang khas informatika

→ **Matematika-nya orang Informatika**!

Lima pokok kuliah di dalam Matematika Diskrit

1. Penalaran matematika (*Mathematical reasoning*)
   Mampu membaca dan membentuk argumen matematika
   (Materi: logika)

2. Analisis kombinatorial (*Combinatorial analysis*)
   Mampu menghitung atau mengenumerasi objek-objek
   (materi: kombinatorial → permutasi, kombinasi, dll)

3. Sruktur diskrit

   Mampu bekerja dengan struktur diskrit. Yang termasuk struktur diskrit: Himpunan, Relasi, Permutasi dan kombinasi, Graf, Pohon, *Finite-state machine*

4. Berpikir algoritmik

   Mampu memecahkan persoalan dengan menspesifikasikan algoritmanya

   (Materi: pada sebagian besar kuliah ini dan kuliah Algoritma dan Struktur Data)

5. Aplikasi dan pemodelan

   Mampu mengaplikasikan matematika diskrit pada hampir setiap area bidang studi, dan mampu memodelkan persoalan dalam rangka *problem-solving skill*.

   (Materi: pada sebagian besar kuliah ini)

ISU PENELITIAN MATEMATIKA DISKRIT

Beberapa contoh judul penelitian yang terkait dengan teori graf pada komputer:

1. Analisis efisiensi algoritma pencarian jalur terpendek pada graf berbobot untuk jaringan komputer;
2. Deteksi komunitas dalam jaringan social berdasarkan analisis graf pada data media sosial;
3. Pengembangan algoritma pemetaan jaringan pada sistem komunikasi nirkabel menggunakan teori graf;
4. Model prediksi keberhasilan penerapan algoritma graf dalam rute pengiriman data pada jaringan sensor nirkabel;
5. Analisis kompleksitas algoritma pencarian terbaik pada graf terarah dalam pengolahan data besar;
6. Pengembangan metode pencarian optimal dalam rute pengiriman paket pada jaringan internet menggunakan teori graf;
7. Pemodelan dan analisis struktur jaringan komputer skala besar menggunakan graf terarah;
8. Studi tentang properti dan karakteristik graf yang mewakili interaksi pelanggan dalam bisnis ecommerce;
9. Pengembangan algoritma terdistribusi untuk pemecahan masalah penjadwalan dalam lingkungan komputasi terdistribusi menggunakan teori graf, dan
10. Analisis dan pengembangan model prediksi kerentanan jaringan komputer berdasarkan analisis graf dan pola serangan.

ISU PENELITIAN MATEMATIKA DISKRIT

Beberapa contoh judul penelitian yang terkait dengan Himpunan pada komputer:

1. Analisis Efisiensi Operasi Himpunan dalam Algoritma Pencarian dan Pengurutan;
2. Penerapan Teori Graf dalam Pemodelan Jaringan Komputer menggunakan Konsep Himpunan;
3. Perancangan dan Analisis Struktur Data Himpunan untuk Sistem Basis Data;
4. Pemrosesan Logika dan Operasi Himpunan pada Bahasa Pemrograman dalam Ilmu Komputer;
5. Pengembangan Algoritma Efisien untuk Operasi Himpunan pada Kecerdasan Buatan;
6. Desain Struktur Data Himpunan untuk Manajemen Data Terdistribusi dalam Jaringan Komputer, dan
7. Analisis dan Perbandingan Metode Operasi Himpunan dalam Sistem Pemrosesan Bahasa Alami.

ISU PENELITIAN MATEMATIKA DISKRIT

Beberapa contoh judul penelitian yang terkait dengan teori kombinatorial pada komputer:

1. Pengembangan algoritma optimisasi kombinatorial untuk permasalahan penjadwala tugas pada sistem komputasi terdistribusi;
2. Analisis dan perancangan sistem desain kode error yang efisien dengan pendekatan kombinatorial;
3. Pemodelan dan analisis struktur desain sirkuit digital menggunakan teori kombinatorial;
4. Pengembangan metode kombinatorial untuk optimisasi rute pada jaringan komunikasi data;
5. Pengembangan algoritma kombinatorial untuk penyelesaian masalah penempatan sumber daya pada lingkungan cloud computing;

ISU PENELITIAN MATEMATIKA DISKRIT

Beberapa contoh judul penelitian yang terkait dengan teori bilangan pada komputer:

1. Pengembangan algoritma faktorisasi bilangan besar untuk keperluan keamanan data pada sistem kriptografi;
2. Analisis kompleksitas algoritma pencarian prima pada bilangan besar dalam konteks keamanan komputer;
3. Studi tentang pola bilangan dalam data kuantum untuk pengembangan metode pemrosesan data kuantum yang efisien;
4. Analisis dan perancangan generator bilangan acak kuat untuk aplikasi keamanan pada komputer;
5. Pemodelan dan analisis struktur bilangan dalam sistem keamanan kode qr pada aplikasi mobile;

ISU PENELITIAN MATEMATIKA DISKRIT

Beberapa contoh judul penelitian yang terkait dengan kecerdasan buatan pada komputer:

1. Pengembangan algoritma pembelajaran mesin berbasis matematika diskrit untuk klasifikasi data multikelas;
2. Pemodelan dan analisis jaringan saraf tiruan berdasarkan teori graf dalam konteks pengenalan pola;
3. Optimisasi kombinatorial pada algoritma genetika untuk pencarian solusi optimal dalam masalah kecerdasan buatan;
4. Studi tentang representasi data diskret dalam pengembangan sistem rekomendasi berbasis filtrasi kolaboratif;
5. Penerapan logika matematika diskrit dalam pemrosesan bahasa alami pada sistem chatbot;
6. Pengembangan metode pengambilan keputusan berbasis algoritma graf dalam lingkungan kecerdasan buatan;
7. Analisis dan perancangan model matematika diskrit untuk pengambilan keputusan pada sistem pendeteksian intrusi;
8. Penggunaan algoritma pencarian terbaik dalam optimisasi parameter model deep learning untuk pengenalan citra;