Khoirunisa Fitri Handayani
2330506054

A. Transpos Matriks

Misal $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $K = 2$

1).

$$(AB)^T \qquad = \qquad A^T B^T$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^T \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8+4 & 6+2 \\ 4+6 & 3+3 \end{pmatrix}^T \qquad \begin{pmatrix} 8+3 & 4+1 \\ 8+9 & 4+3 \end{pmatrix} \qquad \lceil (AB)^T \neq A^T B^T \rfloor$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}^T \qquad \begin{pmatrix} 11 & 5 \\ 17 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 10 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$$

2).

$$K \cdot (A)^T \qquad = \qquad (KA)^T$$

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad 2 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}^T \qquad \lceil K \cdot (A)^T = (KA)^T \rfloor$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

3).

$$(A^T)^T \qquad = \qquad A$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^T \qquad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \lceil (A^T)^T = A \rfloor$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

B. Operasi Transpos Matriks

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a). $(AB)^T$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} 4+3+(-2) & (-2)+4+4 \\ 6+6+5 & (-3)+8+(-10) \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 17 & -5 \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 17 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$$

b). $-\frac{1}{2} C^T$

$$-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

c). $B^T A^T$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4+3+(-2) & 6+6+5 \\ (-2)+4+4 & (-3)+8+(-10) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 17 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$$

d). $B^T C + A$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4+(-3)+3 & 2+6+1 & 6+12+0 \\ (-2)+(-4)+(-6) & (-1)+8+(-2) & (-3)+16+0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 18 \\ -12 & 5 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 10 & 16 \\ -9 & 7 & 18 \end{pmatrix}$$

Khoirunisa Fitri Handayani
2330506059

e). $(B^T + A)C$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 2 & 6 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8+(-4)+(-3) & 4+8+(-1) & 12+16+0 \\ 4+(-6)+9 & 2+12+3 & 6+24+0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 11 & 28 \\ 7 & 17 & 30 \end{pmatrix}$$

C. Operasi Baris Elementer (OBE)

$$C = \begin{pmatrix} 2/5 & 1 & 2 \\ 6 & 1/3 & -1 \\ 9 & -4 & 2/3 \end{pmatrix}$$

1). $C1 = H_{13}(c)$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -4 & 2/3 \\ 6 & 1/3 & -1 \\ 2/5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2). $C2 = H_3(-3)(C1)$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -4 & 2/3 \\ 6 & 1/3 & -1 \\ -6/5 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

3). $C3 = H23(-1)(C2)$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -4 & 2/3 \\ 36/5 & 10/3 & 5 \\ -6/5 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

D. Operasi Kolom Elementer

$$C = \begin{pmatrix} 2/5 & 1 & 2 \\ 6 & 1/3 & -1 \\ 9 & -1 & 2/3 \end{pmatrix}$$

1]. C1 = K_{13} (C)

$$= \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2/5 \\ -1 & 1/3 & 6 \\ 2/3 & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

3]. C3 = $K_{23}(-1)$ (C2)

$$= \begin{pmatrix} 2 & 11/5 & -6/5 \\ -1 & 55/3 & -18 \\ 2/3 & 27 & -27 \end{pmatrix}$$

2]. C2 = $K_3(-3)(C1)$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 1 & -6/5 \\ -1 & 1/3 & -18 \\ 2/3 & -1 & -27 \end{pmatrix}$$

E. Matriks Eselon

1. Jika suatu baris mempunyai setidaknya satu entri yang tidak nol, maka entri yang tidak nol pertama adalah 1 (kepala baris / satu utama / leading entry)
2. Jika ada baris nol maka letaknya di baris terakhir
3. Di dalam dua baris tidak nol yang berurutan, kepala baris pada baris yg lebih bawah terletak lebih ke kanan dibanding dengan kepala baris yg lebih atas (kepala baris tersusun menyerupai tangga)
4. Jika di dalam suatu kolom terdapat kepala baris, maka entri-entri yg lain di dalam kolom tersebut bernilai nol semua

Jika poin 1-3 terpenuhi maka termasuk matriks eselon baris
Jika poin 1-4 terpenuhi maka termasuk matriks eselon baris tereduksi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$ => Eselon Baris Tereduksi (memenuhi semua poin)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$ => Eselon Baris (tidak memenuhi poin 4)

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ => Eselon Baris (tidak memenuhi poin 4)

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ => Eselon Baris Tereduksi (memenuhi semua poin)

$$e = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ => Eselon Baris (tidak memenuhi poin 4)

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ => Eselon Baris Tereduksi (memenuhi semua poin)