

# Aturan Rantai

Teknologi Informasi Universitas Tidar

# Aturan Rantai

Jika  $u = g(x)$  dan  $y = f(u)$  masing-masing terdiferensial pada  $x$  dan  $g(x)$  maka komposisi  $f \circ g$ , di definisikan sebagai

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$  terdiferensial di  $x$  dan

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

atau

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

# Aturan Rantai

Contoh:

Carilah  $dy/dx$  apabila  $y = (x^3 - 2x)^{12}$

Jawab

$$\begin{aligned}u &= x^3 - 2x \\y &= u^{12} \\u' &= 3x^2 - 2 \\y' &= 12u^{11}\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\&= (12u^{11})(3x^2 - 2) \\&= 12(x^3 - 2x)^{11}(3x^2 - 2)\end{aligned}$$

Jika  $y = f(u)$ ,  $u = g(v)$  dan  $v = h(x)$ , maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$$

# Aturan Rantai

Andaikan  $x = x(t)$  dan  $y = y(t)$  dapat di diferensialkan di  $t$  dan andaikan  $z = f(x, t)$  dapat di diferensialkan di  $(x(t), y(t))$ .

Maka  $z = f(x(t), y(t))$  dapat di diferensialkan di  $t$  dan

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dt}$$

# Aturan Rantai

Contoh:

Misalkan  $z = x^3 y$  dengan  $x=2t$  dan  $y = t^2$ , tentukan  $dz/dt$

Jawab

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dt} \\ &= (3x^2 y)(2) + (x^3)(2t) \\ &= 6x^2 y + 2x^3 t \\ &= 6(4t^2)t^2 + 2(8t^3)t \\ &= 24t^4 + 16t^4 = 40t^4\end{aligned}$$

# Aturan Rantai

## Latihan

Carilah  $dy/dx$  apabila diketahui:

1.  $y = \cos^3(x^2 + 1)$

2.  $f(x) = (x^2 + 5x - 8)^{75}$

3.  $f(t) = \sin(\cos t + 2t)^7$

4.  $y = (3x + 10)^{10}$

5.  $z = 3x^2 - y^2; x = 2s + 7t; y = 5st$

6.  $w = e^x \sin y + e^y \sin x; x = 3t; y = 2t$

7.  $w = x^2 y; x = st; y = s - t$

8.  $w = x^2 - y \ln x; x = \frac{s}{t}; y = s^2 t$

9.  $z = x^2 y; x = 2t + s; y = 1 - st^2$