

# Probabilitas dan Statistika

## Materi 4: Distribusi Peluang Diskret

Dosen pengampu:

Restu Rakhmawati, S.Kom., M.Kom.



# PROBABILITAS DAN STATISTIKA

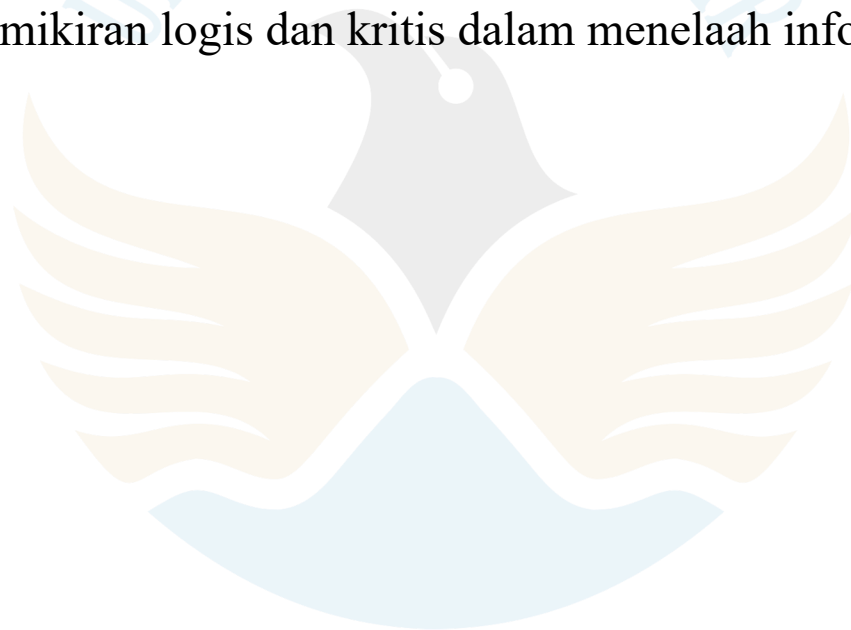
---

## Capaian Pembelajaran Probabilitas dan Statistika:

CPMK0701

•

Mahasiswa mampu menggunakan pemikiran logis dan kritis dalam menelaah informasi dan data dalam ruang lingkup bidang Teknologi Informasi



# POKOK BAHASAN

---

1. **Distribusi Binomial**
2. **Distribusi Poisson**



# Distribusi Peluang Diskret

---

- Distribusi Bernoulli
- **Distribusi Binomial**
- Distribusi Hipergeometrik
- Distribusi Geometri
- Distribusi Negatif Binomial
- **Distribusi Poisson**
- Distribusi Uniform Diskrit



The logo of Universitas Tidar is a circular emblem. It features a stylized bird, possibly a phoenix or eagle, with its wings spread wide. The bird is rendered in a light blue color. Above the bird, the words "UNIVERSITAS TIDAR" are written in a semi-circular arc in a light blue, serif font. The background of the emblem is a light yellow or cream color.

# **DISTRIBUSI BINOMIAL**

# DISTRIBUSI BINOMIAL

---

- Suatu percobaan sering kali terdiri atas ulangan-ulangan, dimana masing-masing mempunyai dua kemungkinan hasil yang biasa dikenal dengan **berhasil** atau **gagal**.
- Sebuah percobaan dikategorikan kedalam percobaan binomial apabila dalam percobaan tersebut memiliki ciri-ciri sebagai berikut:
  1. Percobaan terdiri atas  $n$  ulangan
  2. Dalam setiap perulangan, hasilnya dapat digolongkan sebagai berhasil atau gagal
  3. Apabila peluang berhasil ( $p$ ) maka setiap ulangannya adalah sama dan tidak berubah-ubah
  4. Ulangan-ulangan tersebut bersifat bebas satu sama lain

# DISTRIBUSI BINOMIAL

- Bila suatu ulangan binomial mempunyai peluang keberhasilan  $p$  dan peluang kegagalan  $q = 1 - p$ , maka sebaran peluang bagi peubah acak binomial  $X$ , yaitu banyaknya keberhasilan dalam  $n$  ulangan yang bebas yaitu:

$$b(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$b$  = distribusi binomial

$x$  = nilai peluang dgn  $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

$n$  = banyaknya perulangan yang terjadi

$p$  = peluang keberhasilan

$q = 1 - p$

# DISTRIBUSI BINOMIAL

Contoh:

Tentukan peluang mendapatkan tepat 3 bilangan 2 apabila sebuah dadu setimbang dilemparkan sebanyak 5 kali.

Jawab:

$$x = 3$$

$$n = 5$$

$$p = 1/6$$

$$q = 1 - 1/6 = 5/6$$

$$\begin{aligned} b(x, n, p) &= b\left(3, 5, \frac{1}{6}\right) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-3} \\ &= \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{5^2}{6^5} \\ &= 0,032 \end{aligned}$$



# DISTRIBUSI BINOMIAL

- Selain contoh kasus sebelumnya terkadang terdapat kasus lain yang mengharuskan untuk mengetahui nilai  $P(X < r)$  atau  $P(a \leq X \leq b)$ .
- Perlu diketahui juga  $p + q = 1$ , sehingga akan diperoleh  $\sum_{x=0}^n b(x; n, p) = 1$  , suatu syarat yang harus berlaku untuk sebaran peluang binomial.
- Dalam beberapa kasus juga terdapat nilai-nilai yang sudah disediakan dan disajikan dalam bentuk Tabel Binomial.

# DISTRIBUSI BINOMIAL

---

Contoh:

Peluang Seorang sembuh dari suatu penyakit darah adalah 0,4. Bila 15 orang diketahui menderita penyakit ini, berapa peluang bahwa

- (a) sekurang-kurangnya 10 orang dapat sembuh,
- (b) ada 3 sampai 8 orang yang sembuh,
- (c) tepat 5 orang yang sembuh?

# DISTRIBUSI BINOMIAL

Jawab:

Jika X adalah banyaknya orang yang sembuh, maka:

a.  $P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10)$

$$= 1 - \sum_{x=0}^9 b(x; 15, 0.4) = 1 - 0,9662 = 0,0338$$

Nilainya lihat di Tabel  
Binomial  
n=15, x=9

b.  $P(3 < X < 8) = P(3 \leq X \leq 8)$

$$= \sum_{x=3}^8 b(x; 15, 0.4) = \sum_{x=0}^8 b(x; 15, 0.4) - \sum_{x=0}^2 b(x; 15, 0.4) = 0,9050 - 0,0271 = 0,8779$$

Nilainya lihat di Tabel  
Binomial  
n=15, x=8

Nilainya lihat di Tabel  
Binomial  
n=15, x=2

# DISTRIBUSI BINOMIAL

Jawab:

$$c. P(X=5) = b(5;15,0.4)$$

$$= \sum_{x=0}^5 b(x;15,0.4) - \sum_{x=0}^4 b(x;15,0.4) = 0,4032 - 0,2173 = 0,1859$$

Nilainya lihat di Tabel  
Binomial  
n=15, x=5

Nilainya lihat di Tabel  
Binomial  
n=15, x=4

# DISTRIBUSI BINOMIAL

---

## Latihan

1. Peluang bahwa sebuah start-up tertentu mendapatkan funding dari investor adalah 75%. Tentukanlah peluang dimana 2 dari 8 start-up yang selanjutnya dapat dinyatakan mendapatkan funding dari investor!
2. Suatu ujian terdiri atas 10 pertanyaan pilihan berganda, masing-masing dengan 4 kemungkinan jawaban dan hanya satu yang benar. Berapa peluang seseorang yang menjawab secara menebak-nebak saja memperoleh (a) 5 sampai 10 jawaban yang benar, (b) tepat 5 jawaban benar

The logo of Universitas Tidar is a circular emblem. It features a stylized bird, possibly a Garuda, in the center with its wings spread. The bird is rendered in a light blue and grey color. Above the bird, the words "UNIVERSITAS TIDAR" are written in a light blue, semi-circular arc. Below the bird, there are stylized waves or a base in a light blue color. The entire logo is faded and serves as a background watermark for the slide.

# DISTRIBUSI POISSON

# DISTRIBUSI POISSON

---

- Percobaan yang menghasilkan nilai-nilai tinggi bagi suatu peubah acak  $X$ , yaitu **banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama suatu selang waktu tertentu atau suatu daerah tertentu disebut sebagai *percobaan Poisson*.**
- Adapun contoh selang waktu yang dimaksud misalnya: berdasarkan lama waktu (semenit, sehari, seminggu, dst),
- Sedangkan daerah tertentu disini yaitu dapat berupa suatu garis, luasan, daerah, wilayah dsb.

# DISTRIBUSI POISSON

---

- Suatu percobaan Poisson dapat saja membangkitkan pengamatan-pengamatan bagi peubah acak  $X$  yang menyatakan banyaknya suatu kejadian dalam suatu waktu di sebuah daerah tertentu.

Contoh:

$X$  mungkin saja menyatakan banyaknya kejadian tikus sawah per hektar, banyaknya bakteri dalam suatu kultur yang dikembangbiakkan dll



# DISTRIBUSI POISSON

---

Percobaan Poisson mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

- Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah
- Peluang terjadinya satu hasil percobaan selama suatu selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut
- Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah yang kecil tersebut dapat diabaikan

# DISTRIBUSI POISSON

- Distribusi peluang bagi peubah acak Poisson  $X$  yang menyatakan banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama suatu selang waktu atau daerah tertentu adalah:

Untuk  $x = 1, 2, 3, \dots$

$$p(x, \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

$\mu$  = rata-rata banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu

$e = 2.71828\dots$

# DISTRIBUSI POISSON

Contoh:

Rata-rata jumlah hari sekolah ditutup karena salju selama musim dingin disuatu kota adalah 4 hari. Berapakah peluang bahwa sekolah-sekolah dikota ini akan ditutup selama 6 hari dalam suatu musim dingin?

Jawab:

$$p(x, \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \Leftrightarrow p(6, 4) = \frac{e^{-4} 4^6}{6!}$$

$$\Leftrightarrow p(6, 4) = \sum_{x=0}^6 p(x, 4) - \sum_{x=0}^5 p(x, 4) \leftarrow \text{Cek di tabel distribusi poisson}$$

$$\Leftrightarrow p(6, 4) = 0,8893 - 0,7851 = 0,1042$$

# TABEL DISTRIBUSI POISSON

$\lambda =$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
$x =$	0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653
	1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628
	2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306
	3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913
	4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

# TABEL DISTRIBUSI POISSON

$\lambda =$	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.5	5.0	5.5
$x = 0$	0.1353	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183	0.0111	0.0067	0.0041
1	0.4060	0.3546	0.3084	0.2674	0.2311	0.1991	0.1712	0.1468	0.1257	0.1074	0.0916	0.0611	0.0404	0.0266
2	0.6767	0.6227	0.5697	0.5184	0.4695	0.4232	0.3799	0.3397	0.3027	0.2689	0.2381	0.1736	0.1247	0.0884
3	0.8571	0.8194	0.7787	0.7360	0.6919	0.6472	0.6025	0.5584	0.5152	0.4735	0.4335	0.3423	0.2650	0.2017
4	0.9473	0.9275	0.9041	0.8774	0.8477	0.8153	0.7806	0.7442	0.7064	0.6678	0.6288	0.5321	0.4405	0.3575
5	0.9834	0.9751	0.9643	0.9510	0.9349	0.9161	0.8946	0.8705	0.8441	0.8156	0.7851	0.7029	0.6160	0.5289
6	0.9955	0.9925	0.9884	0.9828	0.9756	0.9665	0.9554	0.9421	0.9267	0.9091	0.8893	0.8311	0.7622	0.6860
7	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9881	0.9832	0.9769	0.9692	0.9599	0.9489	0.9134	0.8666	0.8095
8	0.9998	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9943	0.9917	0.9883	0.9840	0.9786	0.9597	0.9319	0.8944
9	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973	0.9960	0.9942	0.9919	0.9829	0.9682	0.9462
10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9972	0.9933	0.9863	0.9747
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9976	0.9945	0.9890
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9992	0.9980	0.9955
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9983
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000



# TABEL DISTRIBUSI POISSON

$\lambda =$	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	11.0	10.0	12.0	14.0	15.0
$x = 0$	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019	0.0012	0.0008	0.0005	0.0002	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000
2	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093	0.0062	0.0042	0.0028	0.0012	0.0028	0.0005	0.0001	0.0000
3	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301	0.0212	0.0149	0.0103	0.0049	0.0103	0.0023	0.0005	0.0002
4	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744	0.0550	0.0403	0.0293	0.0151	0.0293	0.0076	0.0018	0.0009
5	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496	0.1157	0.0885	0.0671	0.0375	0.0671	0.0203	0.0055	0.0028
6	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562	0.2068	0.1649	0.1301	0.0786	0.1301	0.0458	0.0142	0.0076
7	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856	0.3239	0.2687	0.2202	0.1432	0.2202	0.0895	0.0316	0.0180
8	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231	0.4557	0.3918	0.3328	0.2320	0.3328	0.1550	0.0621	0.0374
9	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530	0.5874	0.5218	0.4579	0.3405	0.4579	0.2424	0.1094	0.0699
10	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634	0.7060	0.6453	0.5830	0.4599	0.5830	0.3472	0.1757	0.1185
11	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487	0.8030	0.7520	0.6968	0.5793	0.6968	0.4616	0.2600	0.1848
12	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091	0.8758	0.8364	0.7916	0.6887	0.7916	0.5760	0.3585	0.2676
13	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486	0.9261	0.8981	0.8645	0.7813	0.8645	0.6815	0.4644	0.3632
14	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726	0.9585	0.9400	0.9165	0.8540	0.9165	0.7720	0.5704	0.4657
15	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862	0.9780	0.9665	0.9513	0.9074	0.9513	0.8444	0.6694	0.5681
16	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9963	0.9934	0.9889	0.9823	0.9730	0.9441	0.9730	0.8987	0.7559	0.6641
17	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9984	0.9970	0.9947	0.9911	0.9857	0.9678	0.9857	0.9370	0.8272	0.7489
18	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9957	0.9928	0.9823	0.9928	0.9626	0.8826	0.8195
19	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9989	0.9980	0.9965	0.9907	0.9965	0.9787	0.9235	0.8752
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991	0.9984	0.9953	0.9984	0.9884	0.9521	0.9170
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9977	0.9993	0.9939	0.9712	0.9469
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9990	0.9997	0.9970	0.9833	0.9673
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9995	0.9999	0.9985	0.9907	0.9805
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	1.0000	0.9993	0.9950	0.9888
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	1.0000	0.9997	0.9974	0.9938
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9967
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9983
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9991
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

# DISTRIBUSI POISSON

---

## Latihan

1. Rata-rata banyaknya tikus per hektar dalam suatu ladang gandum seluas 5 hektar diduga sebanyak 10 ekor. Hitunglah peluang bahwa dalam suatu luasan per hektar terdapat lebih dari 15 ekor tikus
2. Secara rata-rata di suatu persimpangan terjadi 3 kecelakaan lalu lintas setiap bulannya. Berapakah peluang pada suatu bulan tertentu di simpangan tersebut terjadi
  - a. Tepat 5 kecelakaan
  - b. Kurang dari 3 kecelakaan
  - c. Sekurang-kurangnya 2 kecelakaan