

FISIKA

1



Rotasi Benda Tegar

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

Semester Ganjil 2022/2023

Pertemuan ke - 11

Learning Objective

Mampu memahami dan menjelaskan konsep besaran-besaran pada gerak rotas



Mampu memahami dan menjelaskan konsep Dinamika Gerak Rotasi

Course Material

Besaran Gerak
Rotasi

Momen
Inersia

Torsi

Hukum II
Newton Gerak
Rotasi

Energi dan
Usaha Gerak
Rotasi

Momentum
Sudut Gerak
Rotasi



SERI KULIAH FISIKA 1 - Gerak Rotasi

Besaran Gerak Rotasi

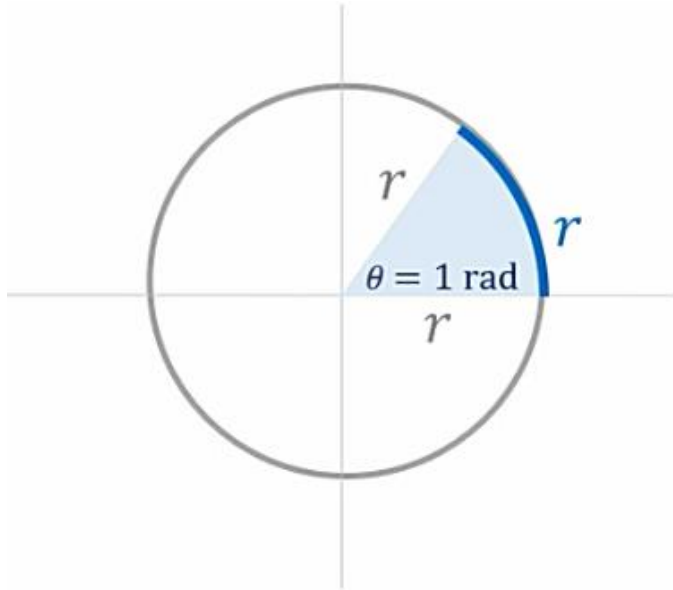
Membahas konsep dasar besaran-besaran dalam gerak rotasi

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

01

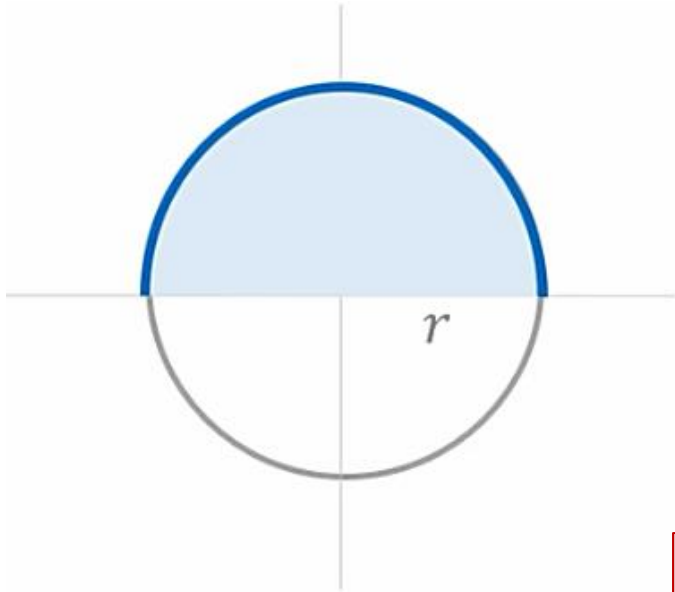
Radian



Satuan sudut dalam bidang, dinamakan **rad**.

Satu radian (1 rad) adalah **sudut** (θ) yang dibentuk oleh dua **jari-jari** (r) lingkaran ketika panjang busur di depan sudut tersebut sama dengan panjang jari-jari lingkaran

Hubungan Radian dengan Derajat



$$180^\circ = \pi \text{ rad} \quad \longrightarrow \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

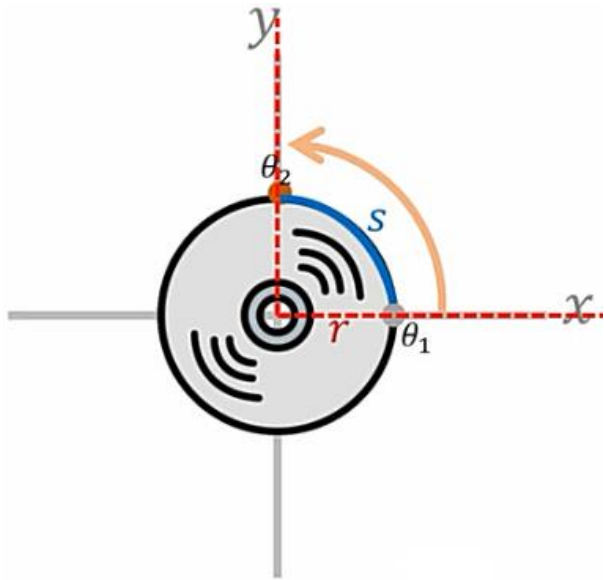
$$x \text{ rad} = \frac{180x}{\pi} \text{ derajat}$$

$$x^\circ = \frac{\pi x}{180} \text{ radian}$$

Perhatikan ketika menggunakan kalkulator. Satuan sudut **DEG** atau **D** adalah satuan dalam **degree** (**derajat**), sedangkan **RAD** atau **R** adalah satuan dalam **radian**.

02

Perpindahan Sudut



Perpindahan sudut/angular ($\Delta\theta$)

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad \text{Satuan } \textbf{radian} \text{ (rad)}$$

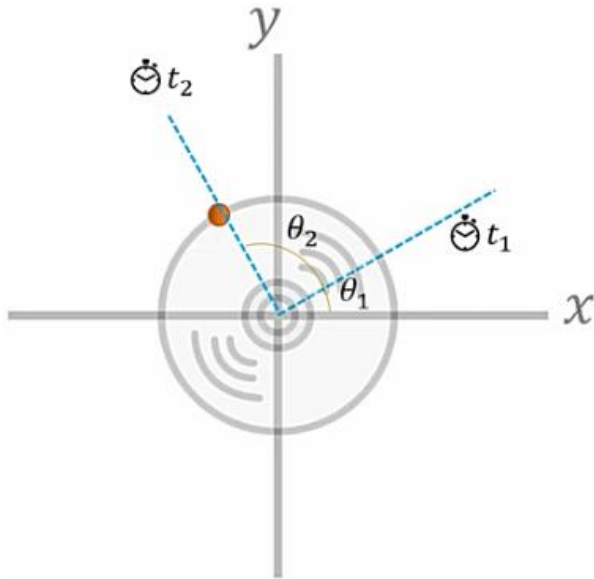
Panjang lintasan (s) = panjang busur

$$s = r\Delta\theta = r\theta \quad \text{Satuan } \textbf{meter} \text{ (m)}$$

- ☐ Perpindahan sudut **Positif**, jika rotasi benda **berlawanan putaran jarum jam**.
- ☐ Perpindahan sudut **Negatif**, jika rotasi **benda searah putaran jarum jam**.

03

Kecepatan Sudut



Kecepatan sudut rata-rata: $\omega_{avg}, \langle \omega \rangle$

$$\omega_{avg} = \langle \omega \rangle = \frac{\text{Perpindahan Sudut}}{\text{Selang Waktu}}$$

$$\omega_{avg} = \langle \omega \rangle = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

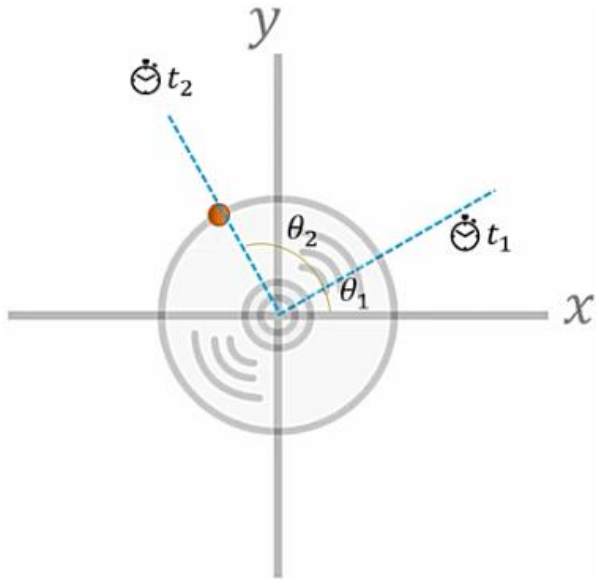
Kecepatan sudut sesaat “**kecepatan sudut**”: (ω)

Seberapa jauh perpindahan sudut benda dalam selang waktu yang sempit, $\Delta t \rightarrow 0$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Satuan: $rad/sekon \left(\frac{rad}{s} \right)$

Hubungan Kecepatan Sudut (ω) dengan Kecepatan Linier (v)



$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} \longrightarrow v = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

Maka,

Hubungan **Kecepatan Sudut (ω)** dengan **Kecepatan Linier (v)**

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Satuan: $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$

$$v = r\omega$$

Satuan: $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

Deskripsi Lain Kecepatan Sudut



Terdapat cara lain untuk mendeskripsikan **kecepatan putar** suatu benda.

Menghitung jumlah putaran benda dalam satu menit

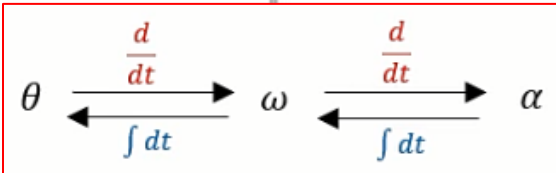
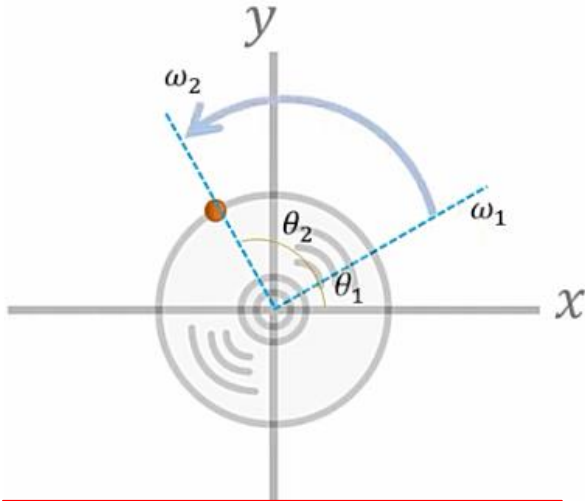
revolutions per minute (rpm) \rightarrow (rev/m)

$$1 \text{ rpm} = \frac{1 \text{ revolution}}{1 \text{ minute}} = \frac{2\pi \text{ radian}}{60 \text{ second}}$$

$$1 \text{ rpm} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

04

Percepatan Sudut



Percepatan sudut rata-rata: $\alpha_{avg}, \langle \alpha \rangle$

$$\alpha_{avg} = \langle \alpha \rangle = \frac{\text{Perubahan Kecepatan Sudut}}{\text{Selang Waktu}}$$

$$\alpha_{avg} = \langle \alpha \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Percepatan sudut sesaat “**percepatan sudut**”: α

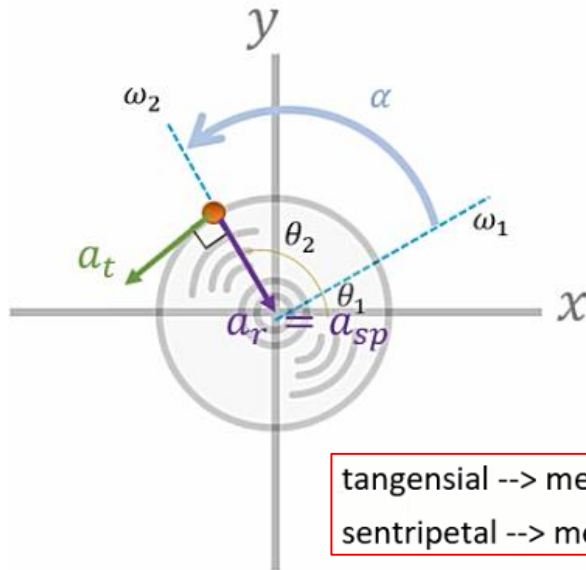
Perubahan kecepatan benda dalam selang waktu yang sangat kecil, $\Delta t \rightarrow 0$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Satuan: $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)$

05

Percepatan Pada Arah Tangensial dan Radial



Hubungan **percepatan sudut** (α) dengan **percepatan linier** (a)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt}$$

$$a = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$a_t = r\alpha$$

$$\alpha = \frac{a_t}{r}$$

(a_t) = **Komponen tangensial** dari percepatan

Sebuah partikel yang **bergerak pada lintasan melingkar** memiliki **komponen radial** dari percepatannya (a_r) atau disebut sebagai **percepatan sentripetal** (a_{sp})

$$a_r = a_{sp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

tangensial --> mengubah besar ω
sentripetal --> mengubah arah v

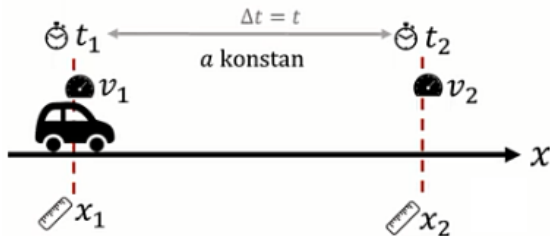
Maka, **percepatan total** (a_{total})

$$a_{total} = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{(r\alpha)^2 + (\omega^2 r)^2}$$

06

Gerak Rotasi dengan Percepatan Konstan

Kinematika (Gerak Linier)



$$v_2 = v_1 + at$$

$$x_2 = x_1 + v_1 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} (v_1 + v_2) t$$



$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$$



$$\theta_2 = \theta_1 + \omega_1 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

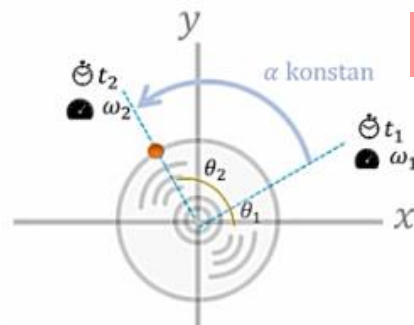


$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\Delta\theta$$



$$\Delta\theta = \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) t$$

Gerak Rotasi



Contoh 1: Besaran Gerak Rotasi

Sebuah partikel bergerak melingkar dalam lingkaran berjari-jari 10 cm sedemikian sehingga posisi sudutnya dinyatakan oleh $\theta(t) = 2t^3 - 5t + 3$. Semua satuan dinyatakan dalam SI.

- Hitung kecepatan sudut dan percepatan sudut partikel sebagai fungsi waktu.
- Hitung kelajuan sudut rata-rata partikel dari $t = 1$ s sampai $t = 3$ s.
- Hitung percepatan total yang dialami partikel pada $t = 2$ s.



SERI KULIAH FISIKA 1 - Gerak Rotasi

Momen Inersia

Membahas konsep dasar momen inersia

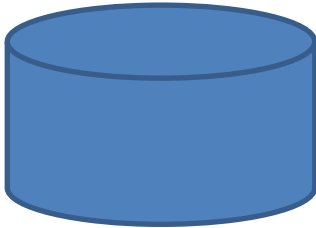
Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

01

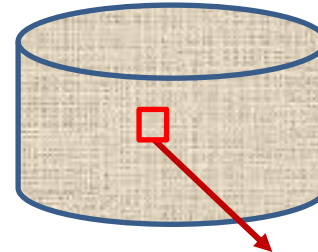
Benda Tegar

Benda tegar adalah **idealisasi** benda yang **tidak mengalami deformasi** atau perubahan bentuk



Definisi Benda Tegar:

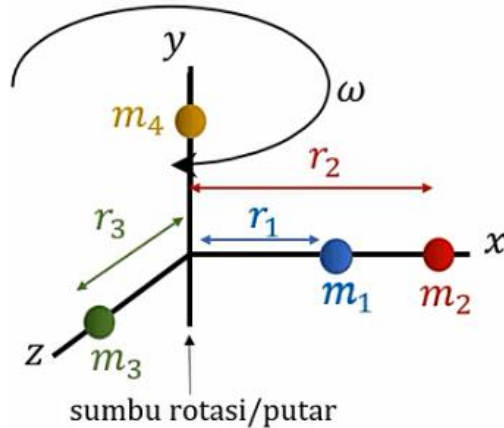
Kumpulan partikel dengan jarak antar partikel yang tidak berubah selama gerakan benda.



Kumpulan partikel

02

Momen Inersia Benda Diskrit



Suatu partikel bermassa m yang berotasi terhadap sumbu rotasi yang berjarak r , maka **momen inersianya** $I = mr^2$

Perhitungan **momen inersia** pada sistem dengan **4 partikel**

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

Perhitungan **momen inersia** pada sistem dengan **N partikel**

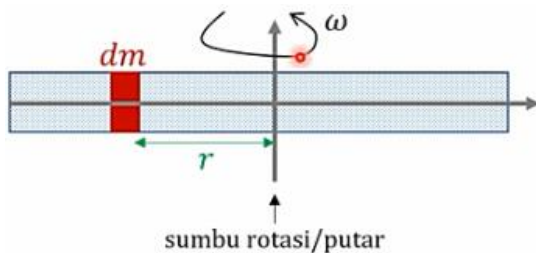
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_4 r_4^2$$

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad \text{Satuan: } kg \cdot m^2$$

- ❑ **Momen inersia** adalah kecenderungan benda untuk berotasi.
- ❑ **Momen inersia semakin besar**, maka **benda semakin sulit berotasi**

03

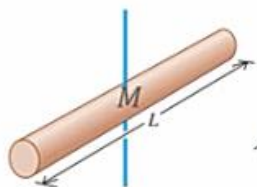
Momen Inersia Benda Kontinyu



- ❑ Benda kontinyu dapat dipandang sebagai kumpulan partikel.
- ❑ Partikel tersebut ditinjau sebagai **elemen massa** (dm), maka

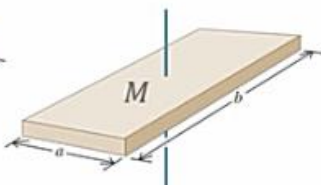
momen inersia

$$I = \sum_{i=1}^N (\Delta m_i) r_i^2 = \int r^2 dm$$



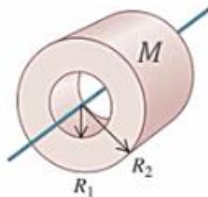
Batang

$$I_{pm} = \frac{1}{12} ML^2$$



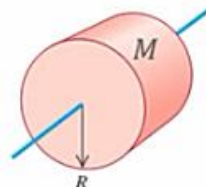
Pelat

$$I_{pm} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



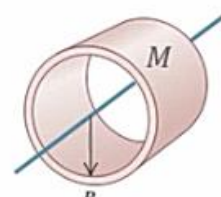
Silinder berongga

$$I_{pm} = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



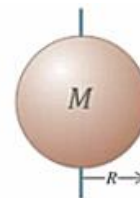
Silinder pejal

$$I_{pm} = \frac{1}{2} MR^2$$



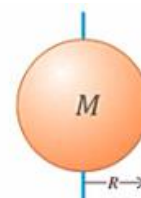
Silinder berongga tipis

$$I_{pm} = MR^2$$



Bola pejal

$$I_{pm} = \frac{2}{5} MR^2$$



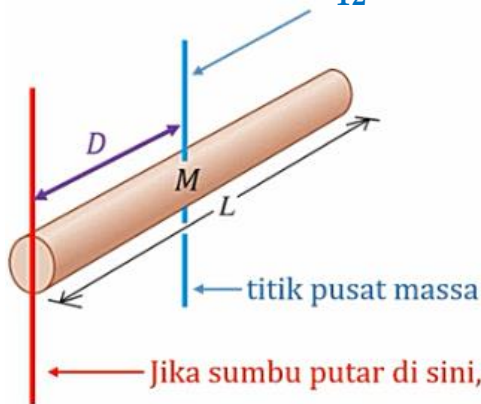
Bola berongga tipis

$$I_{pm} = \frac{2}{3} MR^2$$

04

Sumbu Sejajar

Jika **sumbu putar** di pusat massa,
maka $I_{pm} = \frac{1}{12} ML^2$



Hukum Sumbu sejajar

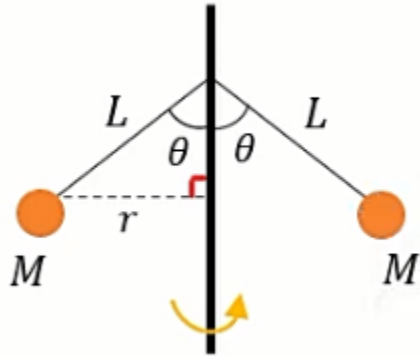
Jika **momen inersia** pada **sumbu pusat massa** (I_{pm}), maka **momen inersia** benda **bermassa** (M) pada sembarang sumbu yang berjarak (D) dari **pusat massa** dan **sejajar sumbu pusat massa** memenuhi:

$$I = I_{pm} + MD^2$$

Contoh kasus disamping:

$$\begin{aligned} I = I_{pm} + MD^2 &= \frac{1}{12} ML^2 + M \left(\frac{1}{2} L \right)^2 \\ &= \frac{1}{12} ML^2 + \frac{1}{4} ML^2 \\ &= \frac{1}{3} ML^2 \end{aligned}$$

Contoh 2: Momen Inersia



Dua buah bola sejenis masing-masing bermassa m dan diikat pada seutas tali dengan panjang masing-masing L pada sebatang besi. Besi tersebut kemudian diputar ke arah kanan sehingga bola berputar sejauh r dari sumbu..

Tentukan momen inersia bola tersebut!



SERI KULIAH FISIKA 1 - Gerak Rotasi

Torsi (Torque)

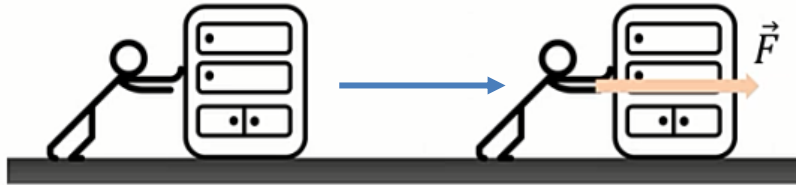
Membahas konsep dasar torsi

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

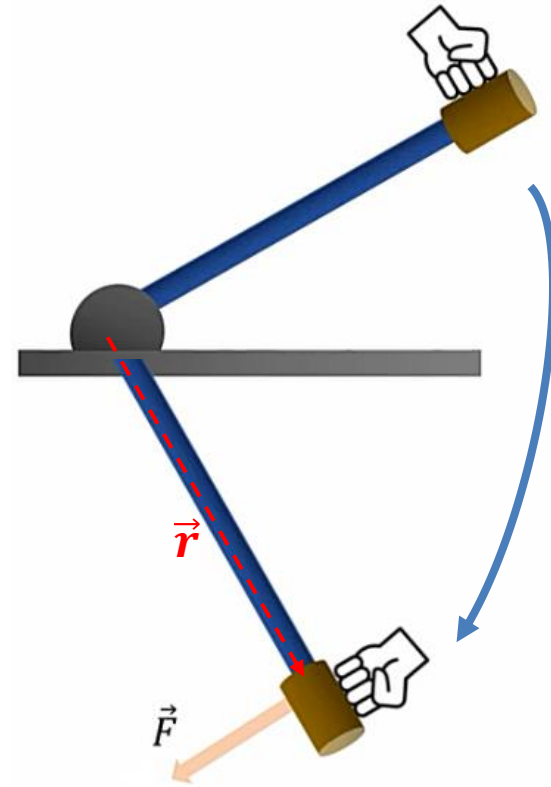
01

Torque atau Torsi (Momen Gaya)

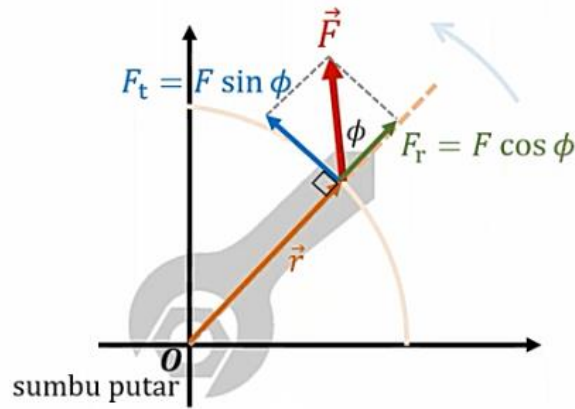


Gaya menyebabkan adanya **perubahan gerak** secara translasi

Untuk **menyebabkan perubahan gerak secara rotasi**, **tidak hanya besar dan arah gaya** yang berpengaruh, namun juga **seberapa jauh posisi gaya** yang diberikan terhadap **sumbu rotasinya**



Torque atau Torsi (Momen Gaya)



Catatan:

- ❑ **Momen gaya (+ τ):** benda berotasi berlawanan arah putaran jarum jam.
- ❑ **Momen gaya (- τ):** benda berotasi searah putaran jarum jam

- ❑ **Komponen gaya** yang menyebabkan terjadinya **perubahan gerak secara rotasi** hanya **komponen tangensial** (F_t).

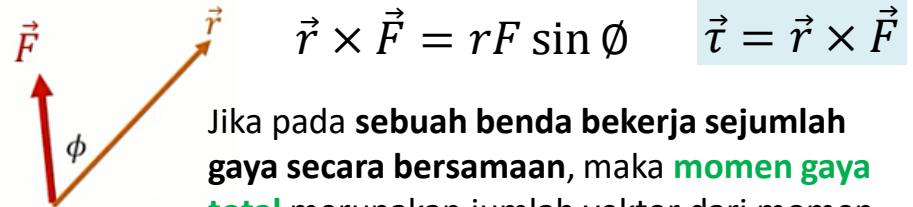
- ❑ **Momen gaya (τ):** $\tau = rF_t$

$$\tau = rF \sin \phi$$

Satuan: $N \cdot m$

ϕ merupakan sudut antara **vektor F** dan **vektor r**

- ❑ **Momen Gaya Sebagai Vektor**



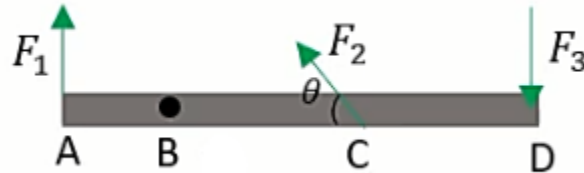
$$\vec{r} \times \vec{F} = rF \sin \phi$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Jika pada **sebuah benda bekerja sejumlah gaya secara bersamaan**, maka **momen gaya total** merupakan jumlah vektor dari momen gaya yang dihasilkan oleh tiap gaya.

Contoh 3: Torsi

Sebuah batang dengan poros di titik B. Batang tersebut mengalami tiga buah gaya yaitu $F_1 = 10\text{ N}$ ke arah atas, $F_2 = 20\text{ N}$ ke arah barat laut dengan sudut $\theta = 30^\circ$, dan $F_3 = 4\text{ N}$ ke arah bawah. Jika jarak $AB = 7\text{ cm}$, $BC = 20\text{ cm}$, dan $CD = 20\text{ cm}$, Tentukan total torsi pada batang tersebut!





SERI KULIAH FISIKA 1 - Gerak Rotasi

Hukum II Newton Pada Gerak Rotasi

Membahas konsep dasar hukum II newton pada gerak rotasi

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

01

Hukum II Newton Untuk Gerak Rotasi

Kasus gerak translasi (kinematika 1)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Pada gerak rotasi:

- ❑ Benda m dapat dipercepat sepanjang lintasan lengkung (secara rotasi terhadap sumbu putar) akibat komponen gaya F_t , maka dapat ditulis $F_t = ma_t$

- ❑ Momen gaya yang bekerja pada benda:

$$\tau = rF_t = rm a_t$$

$$\tau = rm(r\alpha) = (mr^2)\alpha$$

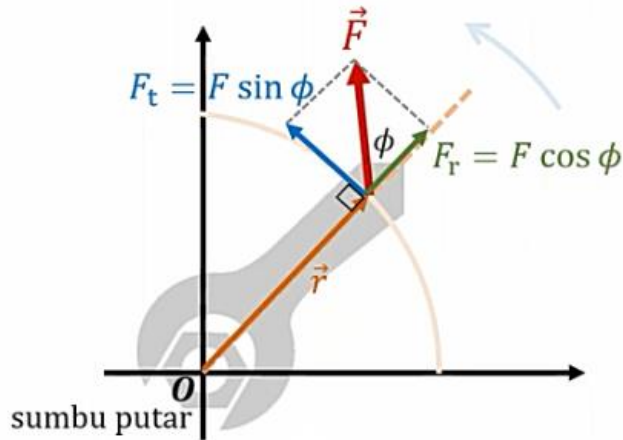
$$\tau = I\alpha$$

$$a_t = r\alpha$$

$$I = mr^2$$

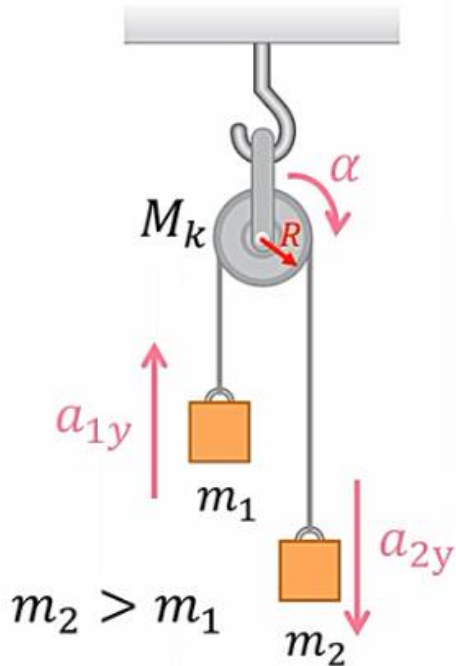
- ❑ Hukum II Newton untuk kasus gerak rotasi

$$\sum \tau = I\alpha$$



02

Kasus Katrol

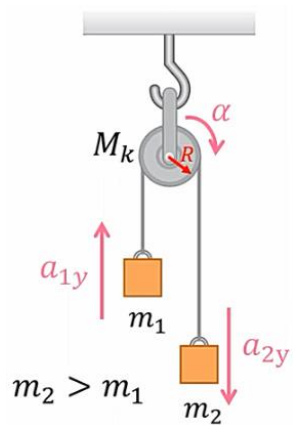


Dua buah benda bermassa m_1 dan m_2 terikat pada seutas kawat yang terpasang pada katrol bermassa M_k seperti pada gambar. Jika $m_2 > m_1$, tentukan:

- Tegangan tali sistem!
- Percepatan !

(lanjutan) Kasus Katrol

Tegangan Tali Sistem



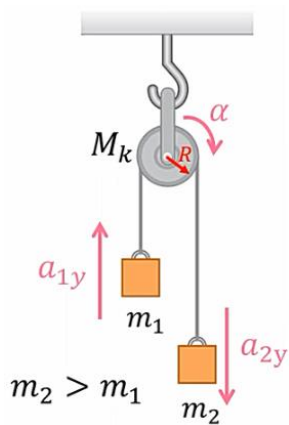
$$\begin{aligned}\sum F_{y1} &= m_1 a_{1y} \\ T_1 - w_1 &= m_1 a_{1y} \\ T_1 &= m_1 a_{1y} + w_1 \\ T_1 &= m_1 a_{1y} + m_1 g\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_{y2} &= m_2 a_{2y} \\ -T_2 + w_2 &= m_2 a_{2y} \\ T_2 &= w_2 - m_2 a_{2y} \\ T_2 &= m_2 g + m_2 a_{2y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum \tau &= I_{pm} \alpha \\ -T_1 R + T_2 R &= I_{pm} \left(\frac{a}{R}\right) \\ -T_1 + T_2 &= \frac{I_{pm} a}{R^2}\end{aligned}$$

(lanjutan) Kasus Katrol

Percepatan



Telah didapatkan 3 buah persamaan tegangan tali sistem

$$T_1 = m_1 a_{1y} + m_1 g \quad \text{pers1}$$

$$T_2 = m_2 g + m_2 a_{2y} \quad \text{pers2}$$

$$-T_1 + T_2 = \frac{I_{pm} a}{R^2} \quad \text{pers3}$$

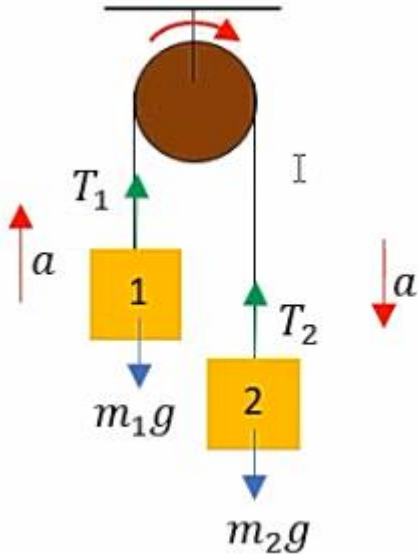
Katrol **berputar tanpa slip**, maka: $a_{1y} = a_{2y} = a$

$$(-m_1 a - m_1 g) + (m_2 g - m_2 a) = \frac{I_{pm} a}{R^2}$$

Substitusi pers1 dan pers2 ke pers3:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{\left(\frac{I_{pm} a}{R^2} + m_1 + m_2\right)} \quad \text{m/s}^2$$

Contoh 4: Hukum II Newton Gerak Rotasi



Diketahui $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 4 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $m_k = 4 \text{ kg}$, dan $R = 12 \text{ cm}$. Cari percepatan dan tegangan tali sistem. Anggap katrol berupa silinder pejal



SERI KULIAH FISIKA 1 - Gerak Rotasi

Energi dan Usaha Pada Gerak Rotasi

Membahas konsep dasar energi dan usaha pada gerak rotasi

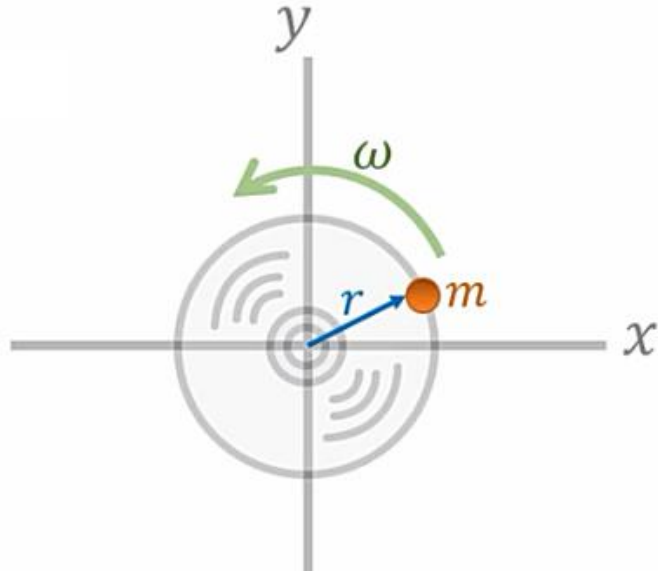
Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

01

Energi Kinetik Pada Gerak Rotasi

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$



- ❑ Benda bermassa **m** yang berada di ujung sebuah cakram berjari-jari **r** berputar terhadap pusat koordinat dengan kecepatan sudut **ω** .
- ❑ Berdasarkan **hubungan** antara **kecepatan linier (v)** dan **kecepatan sudut (ω)**, maka

$$E_k = \frac{1}{2}m(r\omega)^2 = \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2$$

Selanjutnya (**mr^2**) didefinisikan sebagai momen inersia (**I**), sehingga

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

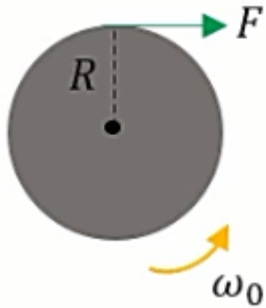
Satuan: **Joule**

02

Usaha Pada Gerak Rotasi

- ❑ Usaha pada gerak **translasi** $W = F\Delta x$
- ❑ Usaha pada gerak **rotasi** $W = \tau\Delta\theta$
- ❑ Jika torsi tidak konstan, usaha pada gerak **rotasi** $W = \int \tau d\theta$
- ❑ Teorema Usaha -Energi $W = \Delta E_k$

Contoh 5: Usaha dan Energi Gerak Rotasi



Sebuah gerinda (dianggap silinder pejal) memiliki massa 3 kg dan jari-jari 60 cm . Gerinda berputar pada porosnya (poros berimpit dengan sumbu silinder) dengan kelajuan sudut 50 rpm . Gaya penghambat 2 N kemudian diberikan secara tangensial ke tepi gerinda sehingga putarannya diperlambat sampai berhenti.

- Hitung waktu yang diperlukan hingga gerinda berhenti berputar!
- Hitung besar usaha oleh torsi dari F !



SERI KULIAH FISIKA 1 - Gerak Rotasi

Momentum Sudut Pada Gerak Rotasi

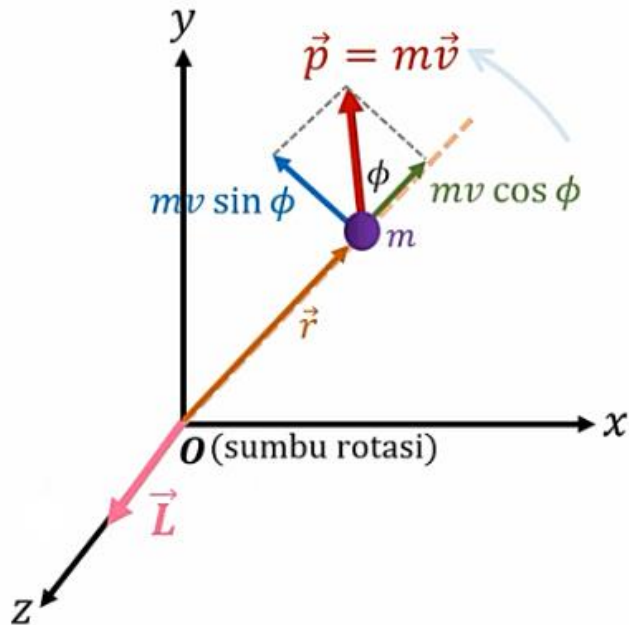
Membahas konsep dasar momentum sudut pada gerak rotasi

Mokhammad Nurkholis Abdillah, S.T., M.Eng

#Fisika1

01

Momentum Sudut Partikel



- Besar momentum sudut partikel (\vec{L})

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \longrightarrow \vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \longrightarrow \vec{L} = mvr \sin \phi$$

- Pada gerak translasi, laju **perubahan momentum linier** sebanding dengan **total gaya** yang bekerja pada partikel:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{total}$$

- Maka **momentum sudut pada gerak rotasi** berlaku

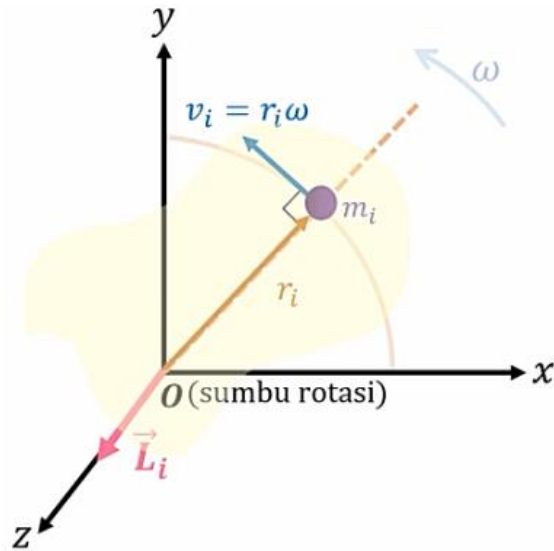
$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \frac{d}{dt} (\vec{r} \times m\vec{v}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} \right) + \left(\vec{r} \times m \frac{d\vec{v}}{dt} \right) \\ &= (\vec{v} \times m\vec{v}) + (\vec{r} \times m\vec{a}) \end{aligned}$$

$$\vec{v} = \mathbf{0}, \text{ maka } = (\vec{r} \times m\vec{a}) = \vec{r} \times \vec{F} \longrightarrow$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

02

Momentum Sudut Benda Tegar



Tinjau elemen massa (m_i) dari benda tegar **berotasi** terhadap titik O

- ❑ Besar **momentum sudut** (L_i) dari elemen massa (m_i) t

$$L_i = m_i v_i r_i \sin 90^\circ = m_i (r_i \omega) r_i = m_i r_i^2 \omega$$

- ❑ Besar **momentum sudut total** (L) dari benda tegar

$$L = \sum L_i = \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega \quad \text{dimana } I = \sum m_i r_i^2$$

maka $L = I \omega$ Satuan: $kg \frac{m^2}{s}$

03

Hukum Kekekalan Momentum Sudut

Telah diketahui bahwa besar momentum sudut gerak rotasi partikel:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

Jika pada sistem **tidak ada momen gaya eksternal** yang bekerja ($\vec{\tau} = 0$), maka:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{konstan} \rightarrow \vec{L}_{awal} = \vec{L}_{akhir} \rightarrow (I\omega)_{awal} = (I\omega)_{akhir}$$

Hukum Kekekalan Momentum Sudut



TERIMA KASIH

Gerak Rotasi

#FISIKA1