

Московский авиационный институт  
(Национальный Исследовательский Институт)

Факультет информационных технологий и прикладной математики  
Кафедра вычислительной математики и программирования.

**Курсовой проект**  
**по курсу «Дискретный анализ»**

Студент:	Суханов Е. А.
Группа:	М80-306Б-19
Преподаватель:	Сорокин С. А.
Оценка:	
Дата:	

## Оглавление

Введение.....	1
Алгоритм работы программы.....	2
Код программы.....	3
Выводы.....	6
Список источников.....	7

## Введение

**Задание.** Эвристический поиск на решётках. Реализуйте алгоритм A\* для графа на решётке. Первые четыре строки входного файла выглядят следующим образом:

type octile

height <x>

width <y>

map

Где «x» и «y» – высота и ширина карты соответственно. Затем в x строках задана сама карта в виде решётки символов, в которой символы «.» и «G» обозначают проходимые клетки. Переход между ячейками возможен только по сторонам.

Далее дано число q и в следующих q строках даны запросы в виде четвёрок чисел на поиск кратчайшего пути между двумя позициями в решётке.

В ответ на каждый запрос выведите единственное число – расстояние между ячейками из запроса.

Программа должна читать входные данные из стандартного потока ввода и выводить ответ на стандартный поток вывода.

## Алгоритм работы программы

Программу можно разделить на два компонента:

Ввод-вывод. Решается тривиально. Сначала записываем решетку, будем хранить её как двумерный массив символов. Затем для каждого запроса выполняем функцию поиска кратчайшего пути;

Алгоритм поиска  $A^*$ . По сути является немного модифицированной версией алгоритма Дейкстры. Отличие заключается лишь в том, что сначала обрабатываются вершины, которые кажутся наиболее близкими к конечной вершине. Таким образом мы уменьшаем количество итераций. Близость определяется с помощью отдельной функции. Функция должна возвращать значение, которое не превосходит значения истинного пути, и может быть любой. Однако, правильно подобранная функция, которая возвращает близкое значение, по сравнению со значением длины истинного пути уменьшает кол-во итераций, по сравнению с другими функциями.

Так как мы можем передвигаться только по сторонам, то есть вверх, вниз, влево и вправо, моя функция возвращает кол-во клеток, которое необходимо пройти по диагонали (т. е. «змейкой», например сначала вверх, а затем право).

$$f(s, f) = \text{abs}(s.x - f.x) + \text{abs}(s.y - f.y)$$

Идея алгоритма Дейкстры достаточно проста. У нас есть множество использованных вершин, которое изначально пусто. Начинаем с начальной вершины, говорим, что путь от нее до нее равен 0. Повторяем итерации, пока можем выбрать следующую вершину. Начало итерации. Мы должны выбрать неиспользованную вершину с самым коротким путем. Помещаем выбранную вершину как использованную. Если это конечная вершина, то заканчиваем работу. Теперь нужно обновить значения кратчайших путей до соседей выбранной вершины, если пути стали короче – записываем.

Модификация заключается в следующем: при обновлении пути, нужно прибавлять не только стоимость перехода от выбранной вершины к соседней, но и значение эвристической функции от соседней к конечной.

## Код программы

Main.cpp:

```
#include "solution.hpp"
#include <iostream>

int main() {

    TGrid grid;
    int n,m;
    std::cin >> n >> m;
    grid.resize(n);
    for(int i = 0; i < n; ++i) {
        grid[i].resize(m);
        for(int j = 0; j < m; ++j) {
            std::cin >> grid[i][j];
        }
    }

    int q;
    std::cin >> q;
    for(int i = 0; i < q; ++i) {
        TPoint s,f;
        std::cin >> s.first >> s.second >> f.first >> f.second;
        s.first--;
        s.second--;
        f.first--;
        f.second--;
        std::cout << Find(grid, s, f) << std::endl;
    }

    return 0;
}
```

Solution.hpp:

```
#pragma once
#include <vector>
#include <limits>

const long long INF = std::numeric_limits<long long>::max();
typedef std::vector<std::vector<char>> TGrid;
typedef std::pair<int,int> TPoint;

long long Find(const TGrid& grid, const TPoint& start, const TPoint& finish);
```

Solution.cpp:

```
#include "solution.hpp"
#include <set>
#include <iostream>

void Print(const TGrid& grid, const std::vector<std::vector<long long>>& costs) {
    int n = grid.size();
    int m = grid[0].size();
    for(int i = 0; i < n; ++i) {
        for(int j = 0; j < m; ++j) {
            if (grid[i][j] == '.') {
                std::cout << (costs[i][j] == INF ? -1 : costs[i][j]) << '\t';
            }
            else {
                std::cout << grid[i][j] << '\t';
            }
        }
        std::cout << "\n";
    }
}

inline long long Heuristic(const TPoint& start, const TPoint& finish) {
    return abs(start.first - finish.first) + abs(start.second - finish.second);
}

long long Find(const TGrid& grid, const TPoint& start, const TPoint& finish) {
    int n = grid.size();
    int m = grid[0].size();
    std::vector<std::vector<long long>> costs(n, std::vector<long long>(m, INF));
    costs[start.first][start.second] = 0;

    std::set<std::pair<int, TPoint>> q;

    q.insert(std::make_pair(0, start));
    while(!q.empty()) {
        TPoint v = q.begin()->second;
        q.erase(q.begin());
        if (v == finish)
            break;

        int dx[] = {-1, 0, 1, 0};
        int dy[] = {0, 1, 0, -1};

        for(int i = 0; i < 4; ++i) {
            TPoint to = {v.first + dx[i], v.second + dy[i]};
            if (to.first < 0 || to.first >= n || to.second < 0 || to.second >= m)
```

```

        continue;
    if (grid[to.first][to.second] != '.' && grid[to.first][to.second] != 'G')
        continue;

    if (costs[v.first][v.second] + 1 < costs[to.first][to.second]) {
        long long heruisticLen = Heuristic(finish, to);
        q.erase(std::make_pair(costs[to.first][to.second] + heruisticLen, to));
        costs[to.first][to.second] = costs[v.first][v.second] + 1;
        q.insert(std::make_pair(costs[to.first][to.second] + heruisticLen, to));
    }
}
}
return costs[finish.first][finish.second] == INF ? -1 : costs[finish.first]
[finish.second];
}

```

## Выводы

Я узнал, что существует множество алгоритмов для поиска путей между вершинами графа. Данные алгоритмы, а так же их модификации, имеют огромное количество применений. Это связано с тем, что графы – очень гибкая абстракция. Одно из самых популярных приложений – поиск кратчайшего пути на графе. При этом граф отображает карту.

Если смотреть конкретные приложения алгоритма  $A^*$ . То его можно использовать там, где используется Дейкстра, для разового поиска. Или, например, у нас разные начальные вершины. Данный алгоритм часто используется в играх для передвижения различных юнитов из одной точки в другую.



## **Список источников**

1. Введение в алгоритм  $A^*$  (дата обращения 30.11.2021):  
<https://habr.com/ru/post/331192/>