Herleitung β

$$\varphi_R(\omega) + \varphi_S(\omega) = \varphi_0(\omega)$$

$$\frac{d\varphi_R(\omega_{PID})}{d\omega} + \frac{d\varphi_S(\omega_{PID})}{d\omega} = \frac{d\varphi_0(\omega_{PID})}{d\omega} = \frac{-0,5}{\omega_{PID}}$$

$$\omega_{PID}\frac{d\varphi_R(\omega_{PID})}{d\omega} + \omega_{PID}\frac{d\varphi_S(\omega_{PID})}{d\omega} - \omega_{PID}\frac{d\varphi_0(\omega_{PID})}{d\omega} = -0,5$$

$$\omega_{PID}\frac{d\varphi_R(\omega_{PID})}{d\omega} = \frac{2\beta}{1+\beta^2}$$

$$\frac{2\beta}{1+\beta^2} + \omega_{PID}\frac{d\varphi_S(\omega_{PID})}{d\omega} = -0,5$$

$$\frac{2\beta}{1+\beta^2} = \underbrace{-0,5 - \omega_{PID}\frac{d\varphi_S(\omega_{PID})}{d\omega}}_{\text{Substitution} = z}$$

$$\frac{2\beta}{1+\beta^2} = z$$

$$2\beta = z + z\beta^2$$

$$0 = z\beta^2 - 2\beta + z$$

$$\beta_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4z^2}}{2z} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - z^2}}{z}$$

$$\beta = \beta_{1,2} = \frac{1}{z} \pm \sqrt{\frac{1}{z^2} - 1}$$

Kommentare / Erklärungen:

$\varphi_R(\omega)$ Phasengang Regler
$\varphi_S(\omega)$ Phasengang Strecke
$\varphi_0(\omega)$ Phasengang offene Regelung

Steigung im Punkt ω_{PID} beträgt $-\frac{0,5}{\omega_{PID}}$

wird in obige Gleichung eingesetzt

Herleitung Umrechnung bodekonform → reglerkonform

Kommentare Erklärungen:

$$\frac{K_{RN}(1+sT_{nN})(1+sT_{VN})}{sT_{nN}(1+sT_P)} = K_R\left(1+\frac{1}{sT_n}+\frac{sT_V}{1+sT_P}\right)$$

Übertragungsfunktion bodekonform = Ü-funk reglerkonform

$$\frac{K_{RN}\left(s^2(T_{nN}T_{VN})+s(T_{nN}+T_{VN})+1\right)}{sT_{nN}(1+sT_P)} = \frac{K_R\left(s^2(T_nT_P+T_nT_V)+s(T_n+T_P)+1\right)}{sT_n(1+sT_P)}$$

kürzen $\frac{1}{s(1+sT_P)}$

$$\frac{K_{RN}}{T_{nN}}\left(s^2(T_{nN}T_{VN})+s(T_{nN}+T_{VN})+1\right) = \frac{K_R}{T_n}\left(s^2(T_nT_P+T_nT_V)+s(T_n+T_P)+1\right)$$

mit s gegen 0 $\Rightarrow$ $\frac{K_{RN}}{T_{nN}} = \frac{K_R}{T_n}$

kann auch gekürzt werden

$$s^2(T_{nN}T_{VN})+s(T_{nN}+T_{VN})+1 = s^2(T_nT_P+T_nT_V)+s(T_n+T_P)+1$$

Koeffizienten müssen gleich sein

$T_{nN}T_{VN} = T_nT_P + T_nT_V$

$T_{nN}+T_{VN} = T_n+T_P$

$T_n = T_{nN}+T_{VN}-T_P$

$T_V = \frac{T_{nN}T_{VN}}{T_n} - T_P$

$T_V = \frac{T_{nN}T_{VN}}{T_{nN}+T_{VN}-T_P} - T_P$

$\frac{K_R}{T_n} = \frac{K_{RN}}{T_{nN}} \Rightarrow K_R = T_n \cdot \frac{K_{RN}}{T_{nN}}$

$K_R = \frac{K_{RN}(T_{nN}+T_{VN}-T_P)}{T_{nN}}$

$K_R = K_{RN}\left(1+\frac{T_{VN}}{T_{nN}}-\frac{T_P}{T_{nN}}\right)$