Исказни функции и квантификатори

Дефиниција: (исказна функција) Нека $M\neq\emptyset$. Ако $\varphi(x)$ е реченица во која се јавува x и која станува исказ секогаш кога x ќе се замени со конкретен елемент од M, тогаш велиме дека $\varphi(x)$ е <u>исказна функција</u> над M. За M велиме дека е <u>универзално</u> множество (домен).

Пример 1: M=**Z** $\varphi(x)$: $x^2=1$.

Дефиниција: За $M_1\subseteq M$ велиме дека е <u>решение на исказната функција</u> $\varphi(x)$ над M, ако M_1 ги содржи точно елементите од M за кои $\varphi(x)$ е вистинит исказ т.е. $M_1=\{x\in M \mid \varphi(x)\}$.

Пример 2: Решение на исказната функција $\varphi(x)$ од пример 1 е: $M_1=\{-1, 1\}$.

Пример 3: M=**N** $=\{0,1,2,3,\ldots\}$ $\psi(x)$: $x^2=1$.

Решение на исказната функција $\psi(x)$ е: $M_1=\{1\}$.

Дефиниција: За $\varphi(x)$ велиме дека е <u>точна исказна функција</u> во M, ако $M_1=M$, т.е. сите елементи на M се решенија на исказната функција.

Пример 4: Дали реченицата "Секој природен број е поголем или еднаков на 0" е исказ или исказна функција?

Одговор: Исказ.

Пример 5: Дали реченицата "Постои реален број x, таков што $x^2=2$" е исказ или исказна функција?

Одговор: Исказ.

Ги користиме следните **квантификатори**:

$\forall$ - универзален квантификатор
$\exists$ - егзистенцијален квантификатор
($\exists!$ Се чита – постои единствен)

Пример 6: Реченицитe од пример 4 и пример 5 запишани симболички со квантификатори се:

$(\forall x\in \mathbf{N})\ x\geq 0$ (пример 4)

$(\exists\ x\in \mathbf{R})\ x^2=2$ (пример 5)

Задача 1: Нека M = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Најди го множеството решенија на исказната функција $\varphi(x)$, дефинирана над M, ако:

а) $\varphi(x)$: $(2|x \vee 3|x) \rightarrow 6|x$

б) $\varphi(x)$: $(2|x \rightarrow 3|x) \rightarrow 6|x$

в) $\varphi(x)$: $2|x \rightarrow (3|x \rightarrow 6|x)$

Решение:

а) 0: $\tau((2|0 \vee 3|0) \rightarrow 6|0) = \tau((T \vee T) \rightarrow T) = \tau(T \rightarrow T) = T$

1: $\tau((2|1 \vee 3|1) \rightarrow 6|1) = \tau((\perp \vee \perp) \rightarrow \perp) = \tau(\perp \rightarrow \perp) = T$

2: $\tau((2|2 \vee 3|2) \rightarrow 6|2) = \tau((T \vee \perp) \rightarrow \perp) = \tau(T \rightarrow \perp) = \perp$

3: $\tau((2|3 \vee 3|3) \rightarrow 6|3) = \tau((\perp \vee T) \rightarrow \perp) = \tau(T \rightarrow \perp) = \perp$

4: $\tau((2|4 \vee 3|4) \rightarrow 6|4) = \tau((T \vee \perp) \rightarrow \perp) = \tau(T \rightarrow \perp) = \perp$

5: $\tau((2|5 \vee 3|5) \rightarrow 6|5) = \tau((\perp \vee \perp) \rightarrow \perp) = \tau(\perp \rightarrow \perp) = T$

6: $\tau((2|6 \vee 3|6) \rightarrow 6|6) = \tau((T \vee T) \rightarrow T) = \tau(T \rightarrow T) = T$

7: $\tau((2|7 \vee 3|7) \rightarrow 6|7) = \tau((\perp \vee \perp) \rightarrow \perp) = \tau(\perp \rightarrow \perp) = T$

8: $\tau((2|8 \vee 3|8) \rightarrow 6|8) = \tau((T \vee \perp) \rightarrow \perp) = \tau(T \rightarrow \perp) = \perp$

9: $\tau((2|9 \vee 3|9) \rightarrow 6|9) = \tau((\perp \vee T) \rightarrow \perp) = \tau(T \rightarrow \perp) = \perp$

од каде се добива дека множеството решенија е $M_1 = \{0, 1, 5, 6, 7\}$.

б) Нека $\psi(x)$: $2|x \rightarrow 3|x$. Тогаш импликацијата $\psi(x) \rightarrow 6|x$ е точна кога $6|x$ е точно или $2|x \rightarrow 3|x$ е неточно. $6|x$ е точно за 0 и 6, а $2|x \rightarrow 3|x$ е неточно кога $2|x$ е точно и $3|x$ е неточно, т.е. за 2, 4 и 8. Решение на исказната функција е множеството $M_1 = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

в) Нека $\psi(x)$: $3|x \rightarrow 6|x$. Тогаш импликацијата $2|x \rightarrow \psi(x)$ е точна кога $\psi(x)$ е точно или $2|x$ е неточно. $2|x$ е неточно за сите непарни броеви, па сите тие се решенија на исказната функција. Останува да се проверат уште парните броеви. За нив $2|x$ е точно па целата импликација ќе биде точна ако и $\psi(x)$ е точно. Ги проверуваме еден по еден:

0: $\tau(3|0 \rightarrow 6|0) = \tau(T \rightarrow T) = T$

2: $\tau(3|2 \rightarrow 6|2) = \tau(\perp \rightarrow \perp) = T$

4: $\tau(3|4 \rightarrow 6|4) = \tau(\perp \rightarrow \perp) = T$

6: $\tau(3|6 \rightarrow 6|6) = \tau(T \rightarrow T) = T$

8: $\tau(3|8 \rightarrow 6|8) = \tau(\perp \rightarrow \perp) = T$

Решение на исказната функција е множеството $M_1=M$.

Задача 2. Да се запише со помош на квантификатори и да се најде негација на следното тврдење:

а) Ако x>0 тогаш x=x+1, во множеството на природни броеви.

б) Секој студент од овој клас слуша калкулус. Универзалното множество е множеството од сите студенти во прва година.

Решение:

а) $\forall x\ (x>0 \rightarrow x=x+1)$, каде $M=\mathbf{N}$.

За негацијата добиваме

$\neg\forall x\ (x>0 \rightarrow x=x+1) \equiv \exists x(\neg(x>0 \rightarrow x=x+1)) \equiv \exists x(\neg(\neg(x>0) \lor x=x+1)) \equiv$

$\equiv \exists x((x>0) \land \neg(x=x+1)) \equiv \exists x((x>0) \land x\neq x+1))$

Ако ставиме P(x):x>0 и S(x): x=x+1, негацијата е $\exists x(P(x) \land \neg S(x))$

Ќе се прочита: Постои природен број x кој е поголем од нула и за кој важи $x\neq x+1$.

б) $\forall x\ (P(x) \rightarrow S(x))$ каде P(x): x е студент во овој клас, S(x): x слуша калкулус .

Како под а) за негацијата добиваме $\exists x(P(x) \land \neg S(x))$, која ќе ја прочитаме: Постои студент од прва година кој учи во овој клас и не слуша калкулус.

Задача 3. Која е вистинитосната вредност на исказот:

а) Постои реален број x, т.ш. x=x+1;

б) За секој природен број, ако x>0 тогаш x е деллив со 3.

Решение: а) $\tau(\exists x\in\mathbf{R}\ (x=x+1)) = \perp$ б) $\tau(\forall x\in\mathbf{N}\ (x>0 \rightarrow 3|x)) = \perp$

Задача 4. Да се запише со помош на квантификатори:

Ниту еден студент во класот не зборува руски и француски.

Решение:

Реченицата може да се запише и вака: Не постои студент x така што x е студент во овој клас и x зборува руски и x зборува француски.

$$\neg\exists x \in \mathrm{M}\ (P(x) \wedge R(x) \wedge F(x))$$

M = {x| x е студент}

P(x): x е студент во овој клас

R(x): x зборува руски

F(x): x зборува француски

Наместо да ги користиме R(x) и F(x), можеме да дефинираме еден бинарен предикат:

S(x,y): Лицето x го говори јазикот y

Тогаш горниот запис ќе биде

$$\neg\exists x\ (P(x) \wedge S(x, руски) \wedge\ S(x, француски))$$

Според правилата за негација добиваме

$$\begin{aligned} \neg\exists x\ (P(x) \wedge R(x) \wedge F(x)) \\ &\equiv\ \forall x\big(\neg P(x) \vee \neg R(x) \vee \neg F(x)\big) \\ &\equiv\ \forall x(\neg P(x) \vee (\neg R(x) \vee \neg F(x)))\ \equiv\ \forall x(\ P(x) \rightarrow (\neg R(x) \vee \neg F(x))) \end{aligned}$$

Или, користејќи го S(x,y) би добиле:

$$\forall x(P(x)\ \ \rightarrow (\neg S(x, руски) \vee \neg S(x, француски)))$$

Ова може да се прочита и на следниот начин:

За секој студент x, ако x е студент од овој клас тогаш x не зборува руски или x не зборува француски.

Задача 5. Нека P(x,y): x≤y. Ако работиме над множеството од реални броеви, што означуваат и дали се вистинити следните искази:

а) $\forall x \forall y\ P(x,y)$, $\forall x \forall y\ P(y,x)$;

б) $\forall x \exists y\ P(x,y)$;

в) $\exists x \forall y\ P(x,y)$.

г) Што се случува ако P(x,y): x+y=0 ? Дали се менуваат одговорите ако и во двата случаи работиме над множеството од природни броеви?

Решение:

Нека P(x,y): $x \leq y$. Тогаш

а) $\forall x \forall y \; P(x,y)$ значи – За секои реални броеви x и y важи $x \leq y$. Исказот не е точен.
$\forall x \forall y \; P(y,x)$ - За секои реални броеви x и y важи $y \leq x$. Исказот не е точен.

б) $\forall x \exists y \; P(x,y)$ - За секој реален број x постои број y т.ш. $x \leq y$. (Точно. На пример за секој број x може да избереме y=x+1)

в) $\exists x \forall y \; P(x,y)$ – Постои реален број x, т.ш. за секој реален број y, $x \leq y$

Ако ова е точно, тогаш тоа би значело дека постои реален број кој е помал од сите реални броеви, што не е можно. Одговорот се менува доколку работиме над множеството природни броеви. Во тој случај исказот ќе се прочита како: Постои природен број x, т.ш за секој природен број y важи $x \leq y$. Ова е точно бидејќи е исполнето за x=1.

г) Да се разгледа во комбинација со својство 4) кај квантификатори.

Задача 6. Која е негацијата на реченицата „Постои природен број кој е прост“?

Решение: Реченицата може да се запише како $\exists x \; S(x)$, каде S(x): x е прост број. Негацијата ја добиваме на следниот начин:

$$\neg \exists x \in \boldsymbol{N} \; S(x) \equiv \forall x \neg S(x)$$

и ќе ја прочитаме – „Сите природни броеви не се прости“.

Задача 7.

Ако означиме F(x,y): x и y се најдобри пријатели, тогаш:

а) Како ќе се прочита $\exists x \forall y (\neg F(x,y))$? Доменот се состои од сите студенти.

б) Да се запише со помош на квантификатори: „Секој човек има единствен најдобар пријател.” Доменот се состои од сите луѓе. Потоа да се најде негација и истата да се прочита.

Решение:

а) Постои студент кој нема најдобар пријател.

б) Реченицата го означува следното – За секој човек x, постои човек y кој е негов најдобар пријател и ако z е човек различен од y, тогаш z не е најдобар пријател на x. Исказот со помош на квантификатори се запишува вака:

$\forall x \exists y \forall z (F(x,y) \wedge ((z \neq y) \rightarrow \neg F(x,z)))$,

или во соодветно позгодна форма

$$\forall x(\exists y F(x,y) \wedge \forall z \forall t(F(x,z) \wedge F(x,t) \rightarrow z = t))$$

односно „Секој има најдобар пријател и ако двајца луѓе се негови најдобри пријатели тогаш тие се иста личност".

Негацијата е

$$\exists x(\forall y \neg F(x,y) \vee \exists z \exists t((F(x,z) \wedge F(x,t) \wedge (z \neq t)))$$

Оваа реченица вели: „Постои човек што нема најдобар пријател или постојат барем две различни личности што се негови најдобри пријатели."

Задача 8. Над множеството од сите студенти од прва година дефинирана е следната исказна функција

F(x,y): x и y се пријатели

Да се запише со зборови:

$(\exists x)\forall y \forall z.((F(x,y) \wedge F(x,z) \wedge (y \neq z)) \rightarrow \neg F(y,z))$

Решение:

Постои студент x, т.ш. за секои студенти y и z, ако x е пријател со y, x е пријател со z и y е различен од z, тогаш y и z не се пријатели. (Постои студент од прва година чии било кои двајца пријатели не се пријатели меѓу себе.)

Дополнителни решени задачи

Задача 1. Следните реченици да се запишат како искази, а потоа да се најде нивна негација и истата да се прочита:

а) Нема два различни студента кои имаат ист број на индекс.

Решение: Доменот е множеството студенти.

$P(x, y)$: x и y имаат ист број на индекс.

$(\forall x)(\forall y)\ x \neq y \rightarrow \neg P(x, y)$

Негација: $\neg((\forall x)(\forall y)\ x \neq y \rightarrow \neg P(x, y)) \equiv (\exists x)(\exists y)\ \neg(x \neq y \rightarrow \neg P(x, y))$

$\equiv (\exists x)(\exists y)\ \neg(\neg(x \neq y) \vee \neg P(x, y)) \equiv (\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))$

(можат да напишат и веднаш: $\neg((\exists x)(\exists y)\ x\neq y \wedge P(x, y)))$

Негирана реченица: Постојат различни студенти кои имаат ист број на индекс.

б) Има два различни професори кои имаат ист број на студенти.

Решение: Доменот е множеството професори.

$P(x, y)$: x и y имаат ист број на студенти.

$(\exists x)(\exists y)\ (x\neq y \wedge \mathrm{P}(x, y))$

Негација: $\neg((\exists x)(\exists y)\ x\neq y \wedge \mathrm{P}(x, y)) \equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x\neq y \wedge \mathrm{P}(x, y))$

$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x\neq y) \vee \neg P(x, y)) \equiv (\forall x)(\forall y)\ (x=y \vee \neg P(x, y)) \equiv (\forall x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow x=y) \equiv (\forall x)(\forall y)(\ x\neq y \rightarrow \neg P(x, y))$

Негирана реченица: Од последната варијанта: Двајца различни професори немаат ист број на студенти.

Од претпоследното: Ако двајца професори имаат ист број студенти, тогаш тие се истиот професор.

в) Секој број има единствен следбеник.

Решение: Доменот е множеството природни броеви.

$(\forall x)(\exists! y)\ x+1=y \equiv (\forall x)(\exists y)\ (x+1=y \wedge (\forall z)\ z\neq y \rightarrow x+1\neq z)$

Негација: $\neg((\forall x)(\exists y)\ (x+1=y \wedge (\forall z)\ z\neq y \rightarrow x+1\neq z)) \equiv (\exists x)(\forall y)\ \neg(x+1=y \wedge (\forall z)\ z\neq y \rightarrow x+1\neq z)$

$\equiv (\exists x)(\forall y)\ \neg(x+1=y) \vee \neg((\forall z)\ z\neq y \rightarrow x+1\neq z) \equiv (\exists x)(\forall y)\ \neg(x+1=y) \vee (\exists z)\ \neg(\neg(z\neq y) \vee x+1\neq z) \equiv (\exists x)(\forall y)\ x+1\neq y \vee ((\exists z)\ z\neq y \wedge \neg(x+1\neq z))\ ) \equiv (\exists x)(\forall y)\ (x+1\neq y \vee ((\exists z)\ z\neq y \wedge x+1=z)))$

Негирана реченица: Постои број таков што нема следбеник или за него постои и друг број кој му е следбеник.

г) Нема број кој што има единствен следбеник.

Решение: Доменот е множеството природни броеви.

$(\forall x)((\forall y)\ (x+1\neq y) \vee (\exists y)(\exists z)\ (z\neq y \wedge x+1=y \wedge x+1=z))$

Негација:

$\neg((\forall x)((\forall y)\ (x+1\neq y) \vee (\exists y)(\exists z)\ (z\neq y \wedge x+1=y \wedge x+1=z))) \equiv (\exists x)\neg((\forall y)\ (x+1\neq y) \vee (\exists y)(\exists z)\ (z\neq y \wedge x+1=y \wedge x+1=z)) \equiv (\exists x)(\neg(\forall y)\ (x+1\neq y) \wedge \neg((\exists y)(\exists z)\ (z\neq y \wedge x+1=y \wedge x+1=z)) \equiv (\exists x)((\exists y)\ \neg(x+1\neq y) \wedge ((\forall y)(\forall z)\ \neg(z\neq y \wedge x+1=y \wedge x+1=z)) \equiv (\exists x)((\exists y)(x+1=y) \wedge ((\forall y)(\forall z)(z=y \vee x+1\neq y \vee x+1\neq z))$

Подобра варијанта:

$\equiv (\exists x)((\exists y)(x+1=y) \wedge ((\forall y)(\forall z)(z\neq y \vee \neg(x+1=y \wedge x+1=z)) \equiv (\exists x)((\exists y)(x+1=y) \wedge ((\forall y)(\forall z)((x+1=y \wedge x+1=z)\rightarrow z\neq y)$

Негирана реченица: Постои број кој има следбеник и ако има два следбеници тие се исти.

Ова е исто со: Постои број кој што има единствен следбеник.

(*Може да се запише и како $(\forall x)\ \neg((\exists! y)\ x+1=y) \equiv(\forall x)\ \neg\ ((\exists y)\ (x+1=y\wedge(\forall z)\ z\neq y\rightarrow x+1=z))$*)

Задача 2. Следниот исказ да се прочита, а потоа да се најде неговата негација и истата да се прочита: $(\forall x)(\exists y)\ x+y = 0$.

Решение:

Прочитано: За секој број постои друг број таков што нивниот збир е еднаков на нула.

Негација: $\neg((\forall x)(\exists y)\ x+y = 0)\equiv (\exists x)(\ \forall y)\ \neg(x+y = 0) \equiv (\exists x)(\forall y)\ x+y \neq 0$.

Негирана реченица: Постои број чиј збир со било кој друг број не може да биде 0.

Задача 3. Следниот исказ да се прочита, а потоа да се најде неговата негација и истата да се прочита: $(\exists x)(\forall y)\ x+y = 0$.

Решение:

Прочитано: Постои број кој што собран со било кој друг број дава збир нула.

Негација: $\neg((\exists x)(\forall y)\ x+y = 0)\equiv (\forall x)(\exists y)\ \neg(x+y = 0) \equiv (\forall x)(\exists y)\ x+y \neq 0$.

Негирана реченица: За секој број постои број таков што нивниот збир е различен од 0.

Задача 4. Следниот исказ да се прочита, а потоа да се најде неговата негација и истата да се прочита: $(\forall x)(\exists y)\ xy = 0$.

Решение:

Прочитано: За секој број постои друг број таков што нивниот производ е еднаков на нула.

Негација: $\neg((\forall x)(\exists y)\ xy = 0)\equiv (\exists x)(\ \forall y)\ \neg(xy = 0) \equiv (\exists x)(\forall y)\ xy \neq 0$.

Негирана реченица: Постои број чиј производ со било кој друг број не може да биде 0.

Задача 5. Следниот исказ да се прочита, а потоа да се најде неговата негација и истата да се прочита: $(\exists x)(\forall y)\ xy = 0$.

Решение:

Прочитано: Постои број кој што помножен со било кој друг број дава производ нула.

Негација: $\neg((\exists x)(\forall y)\ xy = 0) \equiv (\forall x)(\exists y)\ \neg(xy = 0) \equiv (\forall x)(\exists y)\ xy \neq 0$.

Негирана реченица: За секој број постои број таков што нивниот производ е различен од 0.

Задача 6. Реченицата "Постојат двајца различни студенти кои имаат запишано исти предмети"

а) да се напише како предикатска формула

Решение: Доменот е множеството студенти.

$P(x, y)$: x и y имаат запишано исти предмети.

$(\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))$

б) да се напише негацијата на формулата

Решение:

$$\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))) \equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x \neq y \wedge P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x \neq y) \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x = y \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x \neq y \rightarrow \neg P(x, y))$$

в) да се прочита негацијата

Решение: Секои два различни студента немаат запишано исти предмети. (т.е. Нема два различни студента кои имаат запишано исти предмети.)

Задача 7. Реченицата "Постојат две различни слики кои имаат исти коментари на Facebook."

а) да се напише како предикатска формула,

Решение: Доменот е множеството слики на Facebook.

$P(x, y)$: x и y имаат исти коментари.

$(\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))$

б) да се напише негацијата на формулата

Решение: $\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))) \equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x \neq y \wedge P(x, y))$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x \neq y) \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x = y \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x \neq y \rightarrow \neg \mathrm{P}(x, y))$$

в) да се прочита негацијата

Решение: Секои две различни слики немаат исти коментари на Facebook. (т.е. Нема две различни слики кои имаат исти коментари на Facebook.)

Задача 8. Реченицата “Постојат две различни девојки кои имаат иста фризура.”

а) да се напише како предикатска формула

Решение: Доменот е множеството девојки.

$P(x, y)$: x и y имаат иста фризура.

$(\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))$

б) да се напише негацијата на формулата

Решение:

$\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))) \equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x \neq y \wedge P(x, y))$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x \neq y) \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x = y \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x \neq y \rightarrow \neg \mathrm{P}(x, y))$$

в) да се прочита негацијата

Решение: Секои две различни девојки немаат иста фризура. (т.е. Нема две различни девојки кои имаат иста фризура.)

Задача 9. Реченица ”Постојат две различни згради на ФИНКИ кои имаат ист број на простории.”

а) да се напише како предикатска формула

Решение: Доменот е множеството згради на ФИНКИ.

$P(x, y)$: x и y имаат ист број на простории.

$(\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))$

б) да се напише негацијата на формулата

Решение:

$$\begin{aligned}
\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))) &\equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x \neq y \wedge P(x, y)) \\
&\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x \neq y) \vee \neg P(x, y)) \\
&\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x = y \vee \neg P(x, y)) \\
&\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x \neq y \rightarrow \neg \mathrm{P}(x, y))
\end{aligned}$$

в) да се прочита негацијата

Решение: Секои две различни згради на ФИНКИ немаат ист број на простории. (т.е. Нема две различни згради на ФИНКИ кои имаат ист број на простории.)

Задача 10. Следните реченици да се запишат како искази, а потоа да се најде нивна негација и истата да се прочита:

а) Постојат две различни книги кои имаат исти автори - професори на ФИНКИ

Решение: Доменот е множеството книги.

$P(x, y)$: x и y имаат исти автори - професори на ФИНКИ.

$(\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))$

Негација: $\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \wedge P(x, y))) \equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x \neq y \wedge P(x, y))$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x \neq y) \vee \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x=y \lor \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x \neq y \to \neg P(x, y))$$

Секои две различни книги немаат исти автори - професори на ФИНКИ. (т.е. Нема две различни книги кои имаат исти автори - професори на ФИНКИ.)

б) Постојат две различни компјутерски конфигурации кои имаат исти перформанси.

Решение: Доменот е множеството компјутерски конфигурации.

$P(x, y)$: x и y имаат исти перформанси.

$(\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \land P(x, y))$

Негација: $\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \land P(x, y))) \equiv (\forall x)(\forall y)\ \neg(x \neq y \land P(x, y))$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (\neg(x \neq y) \lor \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x=y \lor \neg P(x, y))$$

$$\equiv (\forall x)(\forall y)\ (x \neq y \to \neg P(x, y))$$

Секои две различни компјутерски конфигурации немаат перформанси. (т.е. Нема две различни компјутерски конфигурации кои имаат исти перформанси.)

в) Не постојат две различни книги кои имаат исти автори - професори на ФИНКИ.

Решение: Доменот е множеството книги.

$P(x, y)$: x и y имаат исти автори - професори на ФИНКИ.

$\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \land P(x, y)))$

Негација: $\neg(\neg((\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \land P(x, y)))) \equiv (\exists x)(\exists y)\ (x \neq y \land P(x, y))$

Постојат две различни книги кои имаат исти автори - професори на ФИНКИ.

г) Не постојат две исти компјутерски конфигурации кои имаат исти перформанси.

Решение: Доменот е множеството компјутерски конфигурации.

$P(x, y)$: x и y имаат исти перформанси.

$\neg((\exists x)(\exists y)\ (x=y \land P(x, y)))$

Негација: $\neg(\neg((\exists x)(\exists y)\ (x=y \land P(x, y)))) \equiv (\exists x)(\exists y)\ (x=y \land P(x, y))$

Постојат две исти компјутерски конфигурации кои имаат исти перформанси.