Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Испит Јануари 2013
Дискретна математика 1
1 група

1. **Задача 1:** (4+1+5)

а) Дополни да се добие точна формула

$p \ \wedge T \equiv$ $p \vee (q \wedge r) \equiv$ $\neg p \vee \neg q \equiv$ $\neg(\neg p \to q) \equiv$

б) Дополни да се биде точно правилото

p
$\underline{p \to q}$
$\therefore$

в) Со метод на доведување до противречност или со користење на еквивалентни формули да се провери дали следнава формула е тавтологија: $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \neg q)) \Rightarrow \neg p$

Задача 2: (8) Да се запишат со исказни формули следните аргументи и да се докаже:

Ќе го положам испитот ако учам. Ако одам на забава ќе го потрошам времето. Ќе учам или ќе одам на забава.

Последица: Ќе го потрошам времето или ќе положам.

Задача 3: (8) Користејќи предикати и квантификатори запишете ја реченицата и направете нејзина негација:

Секој човек има точно 2 биолошки родители.

Задача 4. (6+8)
а) Да се дефинира со користење на квантификатори, предикати и исказни променливи кога придружувањето $f:M \to N$ е пресликување односно функција. Да се направи негација на исказот односно кога придружувањето не е пресликување.
б) Нека f е пресликување дефинирано како $f: A \to B$. Нека S и T се подмножества од множеството A. Покажи дека: $f(S \cup T) = f(S) \cup f(T)$

Универзитет „Св. Кирил и Методиј" во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Задача 5. (2+2+6) Да се дефинира:

а) A-B (разлика)

б) AxB

в) Да се докаже $(A\cup B)xC= (AxC)\cup(BxC)$

Задача 6. (10) Пресметај: $101_2{}^{7DE_{16}}(mod 37_8)$

Задача 7. (10) Со помош на принципот на математичка индукција докажи дека за секој природен број $n\geq 1$ важи

$$1+4+7+\cdots+(3n-2)=\frac{n(3n-1)}{2}$$

Задача 8. (2+5+6+5)

а) Да се дефинира рефлексивна релација на произволно непразно множество M.

Нека A={1, 2, 3, 4, 5} и α е релација на A дефинирана со:
$x \alpha y \Leftrightarrow x \in \{1,2\} \wedge y>x+2$

б) Заокружи го точниот одговор
1. $\alpha\in R$
2. $\alpha\in S$
3. $\alpha\in T$
4. $\alpha\in AS$
5. $\alpha\in AR$

в) Релацијата α проширија до еквиваленција α^*

г) Најди го A/α^*

Задача 9. (4+2+6)

а) Да се докаже дека релацијата α дефинирана на множеството природни броеви N={1,2,3..} со $x\alpha y$ акко $x|y$ е релација за подредување.

На множеството M={2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12} и релацијата α од а):

б) Да се нацрта Хасеовиот дијаграм

в) Пополни:
најмал елемент е ____________
најголем елемент е ___________
максимални елементи се _____________
минимални елементи се _____________

г) Пополни:
Ако B={3, 4}
B*=___________
infB=_________

Универзитет „Св. Кирил и Методиј" во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Испит Јануари 2013
Дискретна математика 1
2 група

1. **Задача 1:** (4+1+5)

а) Дополни да се добие точна формула

$p \vee \perp \equiv$ $\quad$ $p \wedge (q \vee r) \equiv$ $\quad$ $\neg p \wedge \neg q \equiv$ $\quad$ $\neg(p \rightarrow \neg q) \equiv$

б) Дополни да се биде точно правилото

$\neg q$
$\underline{p \rightarrow q}$
$\therefore$

в) Со метод на доведување до противречност или со користење на еквивалентни формули да се провери дали следнава формула е тавтологија:
$((q \Rightarrow \neg p) \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \neg q$

Задача 2: (8) Да се запишат со исказни формули следните аргументи и да се докаже:

Ќе има инфлација ако се зголемат цените. Ако падне производството ќе се намалат платите. Ќе се зголемат цените или ќе падне производството.

Последица: Ќе се намалат платите или ќе има инфлација.

Задача 3: (8) Користејќи предикати и квантификатори запишете ја реченицата и направете нејзина негација:

Секој студент има точно 2 омилени професори.

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Задача 4. (6+8)
а) Да се дефинира со користење на квантигикатори,предикати и исказни променливи кога пресликување (функција) f:M→N е инјекција. Да се направи негација на исказот односно кога пресликувањето не е инјекција.

б) Нека f е пресликување дефинирано како f: A→B. Нека S и T се подмножества од множеството A. Покажи дека: $f(S \cap T) \subseteq f(S) \cap f(T)$

Задача 5. (2+2+6) Да се дефинира:

а) A+B (симетрична разлика)

б) $\mathcal{B}(A)$ (булеан или партитивно множество)

в) Да се докаже $(A \cap B)xC= (AxC) \cap (BxC)$

Задача 6. (10) Пресметај: $111_2^{BB6_{16}} (mod 23_8)$

Задача 7. (10) Со помош на принципот на математичка индукција докажи дека за секој природен број n≥1 важи

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (2n)^2 = \frac{n(2n+1)(4n+1)}{3}$$

Задача 8. (2+5+6+5)

а) Да се дефинира симетрична релација на произволно непразно множество M.

Нека A={2, 4, 5, 6, 8} и α е релација на A дефинирана со:
$x \, \alpha \, y \Leftrightarrow x = y \lor x=2*y$

б) Заокружи го точниот одговор
1. α∈R
2. α∈S
3. α∈T
4. α∈AS
5. α∈AR

в) Релацијата α проширија до еквиваленција α*

г) Најди го A/α*

Универзитет „Св. Кирил и Методиј" во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Задача 9. (4+2+6)

а) Да се докаже дека релацијата α дефинирана на множеството природни броеви N={1,2,3..} со $x\alpha y$ акко $x|y$ е релација за подредување.

На множеството M={3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15} и релацијата α од а):

б) Да се нацрта Хасеовиот дијаграм

в) Пополни:
најмал елемент е ____________
најголем елемент е ___________
максимални елементи се _____________
минимални елементи се _____________

г) Пополни:
Ако B={3, 6}
B*=___________
infB=_________

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Испит Јануари 2013
Дискретна математика 1
3 група

1. **Задача 1:** (4+1+5)

а) Дополни да се добие точна формула

$p \vee T \equiv$ $(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\equiv$ $\neg(p\wedge q)\equiv$ $\neg(p\to q)\equiv$

б) Дополни да се биде точно правилото (3x1+2)

$p\vee q$
$\underline{\neg p}$
$\therefore$

в) Со метод на доведување до противречност или со користење на еквивалентни формули да се провери дали следнава формула е тавтологија $(p\wedge(p\Rightarrow q))\Rightarrow q$

Задача 2: (8) Да се запишат со исказни формули следните аргументи и да се докаже:

Ако е инсталиран софтверот лабораторијата ќе работи. Ако имаме лабораториски ќе ги завршиме проектите. Софтверот ќе биде инсталиран или ќе имаме лабораториски вежби.

Последица: Ќе ги завршиме проектите или лабораторијата ќе работи.

Задача 3: (8) Користејќи предикати и квантификатори запишете ја реченицата и направете нејзина негација:

На секој предмет има точно двајца наставници.

Задача 4. (6+8)

а) Да се дефинира со користење на квантификатори,предикати и исказни променливи кога пресликување (функција) $f{:}M\to N$ е сурјекција. Да се направи негација на исказот односно кога пресликувањето не е сурјекција.

б) Нека f е пресликување дефинирано како $f{:}\ A\to B$. Нека S и T се подмножества од множеството B. Покажи дека: $f^{-1}(S\cup T) = f^{-1}(S) \cup f^{-1}(T)$

Задача 5. (2+2+6) Да се дефинира:

а) AxB

б) A+B (симетрична разлика)

в) Да се докаже $Mx(N\cup K)=(MxN)\cup(MxK)$

Задача 6. (10) Пресметај: ${1011_2}^{83F_{16}}(mod 10_8)$

Задача 7. (10) Со помош на принципот на математичка индукција докажи дека за секој природен број $n\geq 1$ важи $1*1!+2*2!+3*3!+\cdots+n*n!=(n+1)!-1$

Задача 8. (2+5+6+5)

а) Да се дефинира транзитивна релација на произволно непразно множество М.

Нека A={1, 2, 4, 5, 8} и α е релација на A дефинирана со:
$x\ \alpha\ y \Leftrightarrow x + x = y \vee 2*y=x$

б) Заокружи го точниот одговор
1. $\alpha\in R$
2. $\alpha\in S$
3. $\alpha\in T$
4. $\alpha\in AS$
5. $\alpha\in AR$

в) Релацијата α проширија до еквиваленција α*

г) Најди го A/α*

Задача 9. (4+2+6)

а) Да се докаже дека релацијата α дефинирана на множеството природни броеви N={1,2,3..} со $x\alpha y$ акко $x|y$ е релација за подредување.

На множеството M={4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16} и релацијата α од а):

б) Да се нацрта Хасеовиот дијаграм

в) Пополни:
најмал елемент е ____________
најголем елемент е ___________
максимални елементи се _____________
минимални елементи се _____________

г) Пополни:
Ако B={4, 6}
B_*=___________
supB=_________

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Испит Јануари 2013
Дискретна математика 1
4 група

1. **Задача 1:** (4+1+5)

а) Дополни да се добие точна формула

$p \wedge \perp \equiv$ $\quad$ $(p\vee q)\wedge(p\vee r)\equiv$ $\quad$ $\neg(p\vee q)\equiv$ $\quad$ $\neg(p\leftrightarrow q)\equiv$

б) Дополни да се биде точно правилото

$p\vee q$
$\underline{\neg p\vee r}$
$\therefore$

в) Со метод на доведување до противречност или со користење на еквивалентни формули да се провери дали следнава формула е тавтологија $((p\Rightarrow q)\wedge\neg p)\Rightarrow q$

Задача 2: (8) Да се запишат со исказни формули следните аргументи и да се докаже:

Ќе има предвремени избори ако пратениците ги вратат мандатите. Ако го промениме името ќе не примат во Еврпска унија. Пратениците ги вратат мандатите или ќе го промениме името.

Последица: Ќе не примат во Европска унија или ќе има предвремени избори.

Задача 3: (8) Користејќи предикати и квантификатори запишете ја реченицата и направете нејзина негација:

Секој студент има точно два омилени предмети.

Задача 4. (6+8)

а) Да се дефинира со користење на квантигикатори,предикати и исказни променливи кога придружувањето $f: M \to N$ е пресликување односно функција. Да се направи негација на исказот односно кога придружувањето не е пресликување.

б) Нека f е пресликување дефинирано како $f: A \to B$. Нека S и T се подмножества од множеството B. Покажи дека: $f^{-1}(S \cap T) = f^{-1}(S) \cap f^{-1}(T)$

Задача 5. (2+2+6) Да се дефинира:

а) A^C
б) $\mathscr{B}(A)$ (булеан или партитивно множество)

в) Да се докаже $M x (N \cap K) = (M x N) \cap (M x K)$

Задача 6. (10) Пресметај: $1101_2{}^{3E7_{16}} (mod 14_8)$

Задача 7. (10) Со помош на принципот на математичка индукција докажи дека за секој природен број $n \geq 1$ важи: $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$

Задача 8. (2+5+6+5)

а) Да се дефинира антисиметрична релација на произволно непразно множество M.

Нека A={1, 3, 5, 6, 8} и α е релација на A дефинирана со: $x \, \alpha \, y \Leftrightarrow x<5 \wedge y>5$

б) Заокружи го точниот одговор
1. $\alpha \in R$
2. $\alpha \in S$
3. $\alpha \in T$
4. $\alpha \in AS$
5. $\alpha \in AR$

в) Релацијата α прошириja до еквиваленција α^*

г) Најди го A/α^*

Задача 9. (4+2+6)
а) Да се докаже дека релацијата α дефинирана на множеството природни броеви N={1,2,3..} со $x\alpha y$ акко $x|y$ е релација за подредување.

На множеството M={5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20} и релацијата α од а):

б) Да се нацрта Хасеовиот дијаграм

в) Пополни:
најмал елемент е ____________
најголем елемент е ___________
максимални елементи се _____________
минимални елементи се _____________

г) Пополни:
Ако B={4, 6}
B_*=___________
supB=_________