

本试卷适应范围
信科 17、计科
17、网工 17

南京农业大学试题纸

2018-2019 学年 一 学期 课程类型：必修 试卷类型：B

课程号 MATH3102 课程名 离散数学 学分 4

学号 姓名 班级

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					
核分人					

一、 选择题（每空格 2 分，共计 20 分）

1. 下列表达式中不成立的是【 】

- (A) $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (A \cup C)$ (B) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$
(C) $(A \cap B) \oplus (A \cap C) = A \cap (B \oplus C)$ (D) $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$

2. 下列命题联结词集合中，是极小联结词全功能集的是【 】

- (A) $\{\neg, \downarrow\}$ (B) $\{\neg, \vee, \wedge\}$ (C) $\{\neg, \uparrow\}$ (D) $\{\uparrow\}$

3. 下列为含两个命题变元 p, q 的极大小项的是【 】

- (A) $(p \vee q) \wedge \neg q$ (B) $\neg p \vee q$ (C) $\neg p \wedge \neg q$ (D) $\neg p \wedge p \wedge q$

4. 命题公式 $(p \rightarrow (p \vee q)) \vee (p \rightarrow \neg r)$ 是【 】

- (A) 矛盾式 (B) 蕴含式 (C) 重言式 (D) 等价式

5. 设 A, B, C 为集合，下列命题为真的是【 】

- (A) 若 $A \in B, B \subseteq C$, 则 $A \in C$ (B) 若 $A \in B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$
(C) 若 $A \subseteq B, B \in C$, 则 $A \in C$ (D) 若 $A \subseteq B, B \in C$, 则 $A \subseteq C$

6. 设 R^+ 表示正实数集合, $A=B=R^+ \times R^+, f$ 为 A 到 B 的一个映射, $\forall \langle x, y \rangle \in A, f(\langle x, y \rangle) = \langle x + y, \frac{x}{y} \rangle$, 则【 】

- (A) f 为 A 到 B 的单射，但非满射。 (B) f 为 A 到 B 的满射，但非单射。
(C) f 为 A 到 B 的既非单射，也非满射。 (D) f 为 A 到 B 的双射。

7. 设 C, R, Z, N 分别复数集、实数集、整数集及自然数集，针对下列给定的集合 A, B 和关系 f ，则是从 A 到 B 的函数的是【 】

- (A) $A=B=R, xfy \Leftrightarrow x=y^4$ (B) $A=Z, B=N, xfy \Leftrightarrow x^2=y$
(C) $A=N, B=Z, xfy \Leftrightarrow x^3=y^2$ (D) $A=B=C, x=a+bi, y=c+di, xfy \Leftrightarrow b=d$

8. 根据量词的定义谓词公式 $(\forall x)Q(x)$ 的真值为 1，当且仅当【 】。

- (A) 对论域 D 中的所有 x ， $Q(x)$ 均为 1 (B) 有一个 $x_0 \in D$ ，使 $Q(x_0)$ 为 1
(C) 对论域 D 中的所有 x ， $Q(x)$ 均为 0 (D) 有一个 $x_0 \in D$ ，使 $Q(x_0)$ 为 0

9. 集合 $A=\{a, b, c, d, e\}$, R 为上 A 的关系，其表达式为 $R=\{\langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle b, e \rangle, \langle e, b \rangle\} \cup I_A$ ，易知 R 为 A 上的等价关系， $h:A \rightarrow A/R, \forall x \in A, h(x)=[x]_R$ ，则称 h 为 $A \rightarrow A/R$ 的自然映射，则下列正确的是【 】。

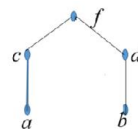
- (A) h 是单射 (B) h 是双射
(C) h 既不是单射，也不是满射 (D) $h=\{\langle a, \{a, c\} \rangle, \langle b, \{b, e\} \rangle, \langle c, \{a, c\} \rangle, \langle d, \{d\} \rangle, \langle e, \{b, e\} \rangle\}$

10. 设 $S=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ，则 S 的幂集的元素个数为【 】。

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

二、 填空题(每空格 2 分, 共计 30 分)

1. p, q 为两个命题, 当且仅当_____时, $p \downarrow q$ 的真值为 1.
2. 给定命题公式 $(p \vee q) \rightarrow r$, 该公式在联结词的完备集 $\{\uparrow\}$ 中的形式为_____.
3. 命题公式 $(p \vee q) \rightarrow \neg(q \wedge r)$ 的成假赋值为_____, 其主析取范式为_____.
4. 设计一个符合如下要求的室内照明控制线路: 在房间的门外、门内及床头分别装有控制同一个电灯 F 的 3 个开关 A, B, C . 当且仅当一个开关的搬键向下时电灯亮. 若用 D 表示电灯 F 亮, 分别用 p, q, r 表示开关 A, B, C 的搬键向上, 则在联结词全功能集合 $\{\neg, \wedge, \vee\}$ 下 D 的逻辑关系式为_____.
5. 右图为偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图, R 是 A 上的偏序关系, 则偏序关系 R 的集合表达式为 $R =$ _____, 而 $B = \{a, b, d\}$ 的上确界为_____.
6. 并不是所有的实数都能表示成分数. 设 $P(x)$: x 是实数, $Q(x)$: x 能表示成分数. 在给定的谓词下, 该命题在一阶逻辑中可符号化为_____.
7. 设论域 $S = \{a, b, c\}$, 消去公式 $\exists x \forall y (P(x) \wedge Q(y))$ 中的量词后, 公式可化为_____.
8. 某校选修离散数学课程的学生人数为 1000 人, 在一次考试中有 70 人得 5 分, 在第二次考试中有 90 人得 5 分, 在第三次考试中有 80 人得 5 分. 有 21 人在第一次, 第三次考试中都得 5 分, 有 25 人在第一次, 第二次考试中都得 5 分, 有 27 人在第二次, 第三次考试中都得 5 分, 三次考试中至少在一次考试中得到 5 分有 187 人. 三次考试都得 5 分有_____人, 只在第二次考试中得到 5 分有_____人.
9. 设二元关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$, 则 $\text{ran} R =$ _____, $\text{fld} R =$ _____.
10. 设二元关系 $R = \{\langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$, 则 $R[\{1, 2\}] =$ _____, 而关系 R 的幂 R^2 在集合 $A = \{1, 2\}$ 的集合表达式为_____.



三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 23 分)

1. 求命题公式 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ 的主析取范式, 并由主析取范式求去其主合取范式. (本小题 7 分)

2. 求谓词逻辑公式 $\forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(x, y) \rightarrow \neg \exists z R(y, z)))$ 的前束范式. (本题 6 分)。

3. 设 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$, 其上的关系为 $R=\{<1,3>, <2,1>, <3,2>, <4,5>, <5,6>, <6,5>\}$, (1) 画出关系 R 的关系图; (2) 写出关系 R 的关系矩阵; (3) 求出关系 R 的自反闭包 $r(R)$, 对称闭包 $s(R)$, 传递闭包 $t(R)$ 。(本题 10 分)

四、证明题（本大题共 4 小题，共 27 分）

1. 在自然推理系统 N_L 中构造下面推理的证明：

有理数和无理数都是实数. 虚数不是实数. 因此，虚数既不是有理数，也不是无理数. (本题 7 分)

2. 设 R 为非空集合 X 上的偏序关系，且有 $A \subseteq X$ ，证明： $R \cap (A \times A)$ 是 A 上的偏序关系. (本题 7 分)

3. 设 $f: X \rightarrow Y$ 是函数, A, B 是 X 的子集, 证明: (1) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$;

(2) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. (本题 7 分)

4. 设 $f: A \rightarrow B$ 是双射的, 且 $g: B \rightarrow C$ 也是双射的, 证明: $f \circ g: A \rightarrow C$ 是双射的. (本题 6 分)