

本试卷适应范围  
信科 19、计科 19、网  
工 19、人智 19

# 南京农业大学试题纸

2020-2021 学年 一 学期 课程类型：必修 试卷类型：A

课程号 MATH3102 课程名 离散数学 学分 4

学号 姓名 班级

题号	一	二	三	四	总分	签名
得分						

## 一、 选择题（每题 2 分，共计 20 分）

1. 下列表达式中不成立的是【 】

- (A)  $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$  (B)  $(A \times B) - (C \times D) = ((A - C) \times D) \cup (A \times (B - D))$   
(C)  $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$  (D)  $\sim(A \times B) = (\sim A \times B) \cup (A \times \sim B)$

2. 在一个联结词的集合中，如果一个联结词可由集合中的其它联结词定义，则称此联结词为冗余的联结词，否则称为独立的联结词。若一个联结词的全功能集中不含冗余的联结词，则称它是极小全功能集。下列命题联结词集合中，是极小联结词全功能集的是【 】

- (A)  $\{\neg, \downarrow\}$  (B)  $\{\neg, \vee, \uparrow\}$  (C)  $\{\neg, \vee\}$  (D)  $\{\vee, \wedge, \leftrightarrow\}$

3. 下列为含两个命题变元  $p, q$  的命题公式，其中是极小项的是【 】

- (A)  $p \wedge q \wedge \neg q$  (B)  $\neg p \vee q$  (C)  $\neg p \wedge q$  (D)  $\neg p \wedge p \wedge q$

4. 命题公式  $(\neg p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$  的类型是【 】

- (A) 矛盾式 (B) 重言式 (C) 蕴含式 (D) 等价式

5. 设  $A, B, C$  为集合，下列命题为真的是【 】

- (A)  $\langle x, y \rangle \notin A \times B \Leftrightarrow x \notin A \text{ 且 } y \notin B$  (B)  $\langle x, y \rangle \in A \times B \Leftrightarrow x \in A \text{ 或 } y \in B$   
(C) 如果  $A \neq \emptyset$  且  $A \times B = A \times C$ , 则  $B = C$  (D)  $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$

6. 设  $R$  表示实数集合， $A = B = R \times R, f$  为  $A$  到  $B$  的一个映射， $\forall \langle x, y \rangle \in A, f(\langle x, y \rangle) = \langle x - y, x + y \rangle$ , 则【 】.

- (A)  $f$  为  $A$  到  $B$  的单射，但非满射. (B)  $f$  为  $A$  到  $B$  的满射，但非单射.  
(C)  $f$  为  $A$  到  $B$  的既非单射，也非满射. (D)  $f$  为  $A$  到  $B$  的双射.

7. 设  $C, R, Z, N$  分别复数集、实数集、整数集及自然数集，针对下列给定的集合  $A, B$  和关系  $f$ ，则下列关系中是从  $A$  到  $B$  的函数的为【 】

- (A)  $A = B = R, xfy \Leftrightarrow x^2 = y^2$  (B)  $A = Z, B = N, xfy \Leftrightarrow x^2 = y^2$   
(C)  $A = N, B = Z, xfy \Leftrightarrow x^3 = y^2$  (D)  $A = B = C, x = a + bi, y = c + di, xfy \Leftrightarrow b = c$

8. 设论域  $S = \{a, b, c\}$ ，消去公式  $\forall x \exists y (P(x) \vee Q(y))$  中的量词后，公式可化为【 】.

- (A)  $(P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)) \vee Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c)$  (B)  $(P(a) \vee P(b) \vee P(c)) \vee (Q(a) \wedge Q(b) \wedge Q(c))$   
(C)  $P(a) \vee P(b) \vee P(c) \vee Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c)$  (D)  $(P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)) \vee (Q(a) \wedge Q(b) \wedge Q(c))$

9. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $R$  为上  $A$  的关系，其表达式为  $R = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\} \cup I_A$ ，易知  $R$  为  $A$  上的等价关系， $h: A \rightarrow A/R, \forall x \in A, h(x) = [x]_R$ , 则称  $h$  为  $A \rightarrow A/R$  的自然映射，则下列正确的是【 】.

- (A)  $h$  是单射 (B)  $h$  是双射  
(C)  $h$  既不是单射，也不是满射 (D)  $h = \{\langle 1, \{1, 3, 4\} \rangle, \langle 2, \{2\} \rangle, \langle 3, \{1, 3, 4\} \rangle, \langle 4, \{1, 3, 4\} \rangle, \langle 5, \{5\} \rangle\}$

系主任 杨涛

出卷人 吴清太

10. 对任意集合  $A, B, C$ , 下列命题为真的是【     】.

(A) 如果  $A \in B$  且  $B \subseteq C$ , 则  $A \in C$

(B) 如果  $A \in B$  且  $B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$

(C) 如果  $A \subseteq B$  且  $B \in C$ , 则  $A \in C$

(D) 如果  $A \subseteq B$  且  $B \in C$ , 则  $A \subseteq C$

## 二、 填空题(每空格 2 分, 共计 30 分)

1. 给定命题公式  $(p \wedge q) \rightarrow r$ , 该公式在联结词的完备集  $\{\neg, \wedge\}$  中的形式为\_\_\_\_\_.

2. 命题公式  $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$  的成真赋值为\_\_\_\_\_, 其主析取范式为\_\_\_\_\_.

3. 设  $A \neq \emptyset, \pi_1, \pi_2 \subseteq P(A)$ , 若  $\pi_1, \pi_2$  是  $A$  的两个划分, 且满足  $\forall x \exists y (x \in \pi_1 \wedge y \in \pi_2 \rightarrow x \subseteq y)$ , 则称  $\pi_1$  为  $\pi_2$  的加细. 若  $\pi_1$  为  $\pi_2$  的加细, 且  $\pi_1 \neq \pi_2$ , 则称  $\pi_1$  是  $\pi_2$  的真加细. 设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10\}$ ,  $\pi_1 = \{\{1, 2, 3, 8\}, \{4, 5\}, \{9, 10\}\}$ ,  $\pi_2 = \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5\}, \{8\}, \{9, 10\}\}$ ,  $\pi_3 = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{8\}, \{9, 10\}\}$ ,  $\pi_4 = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{8\}, \{9, 10\}\}$ ,  $\pi_5 = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 9\}, \{8, 10\}\}$ , 则  $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5$  中是集合  $A$  的划分为\_\_\_\_\_, 其中\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的真加细.

4. 设  $\langle A, R \rangle$  为偏序集, 其中  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 24, 36, 72\}$ ,  $R$  是  $A$  上的整除关系, 则  $B = \{2, 3, 6, 9, 36\}$  的极小元为\_\_\_\_\_, 上确界为\_\_\_\_\_.

5. 某些人对某些食物过敏. 设  $M(x)$ :  $x$  是人,  $G(x)$ :  $x$  是食物,  $F(x, y)$ :  $x$  对  $y$  过敏. 在给定的谓词下, 该命题在一阶逻辑中可符号化为\_\_\_\_\_.

6. 在  $1 \sim 300$  之间的整数(1 和 300 包含在内)中, 不能被 3 和 5, 也不能被 7 整除的整数的个数为\_\_\_\_\_, 可以被 3 整除, 但不能被 5 和 7 整除的整数的个数为\_\_\_\_\_, 可被 3 或 5 整除但不能被 7 整除的整数的个数为\_\_\_\_\_.

7. 设二元关系  $R = \{\langle 0, a \rangle, \langle 1, c \rangle, \langle 2, d \rangle, \langle 3, \{d\} \rangle\}$ , 则  $\text{ran } R =$ \_\_\_\_\_,  $R \upharpoonright \{2, 3\} =$ \_\_\_\_\_,  $R[\{0, 1, 3\}] =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题(本大题共 3 小题, 共 23 分)

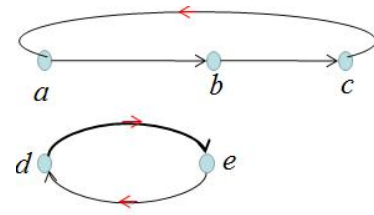
1. 求公式  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$  的主析取范式并由主析取范式写出其主合取范式。(本小题 7 分)

2. 求公式  $\neg \exists x (P(x) \rightarrow Q(x, y)) \rightarrow \exists y R(y)$  的前束范式。(本题 6 分)。

3. 已知关系  $R$  的关系图如右图所示（本题 10 分）

求（1）写出关系  $R$  的关系表达式；（2）给出关系  $R$  的关系矩阵；

（3）求出关系  $R$  的自反闭包  $r(R)$ ，对称闭包  $s(R)$  和传递闭包  $t(R)$ 。



#### 四、证明题（本大题共 4 小题，共 27 分）

1. 在自然推理系统  $N_L$  中构造下面推理的证明：（本题 7 分）

前提:  $\exists x F(x) \rightarrow \forall y ((F(y) \vee G(y)) \rightarrow R(y)), \exists x F(x)$

结论:  $\exists x R(x)$ .

2. 设  $X$  为非空集合,  $A=P(X), C\subseteq X, \forall x,y\in A, xRy\leftrightarrow x\oplus y\subseteq C$ , 证明:  $R$  是  $A$  上的等价关系. (本题 7 分)

3. 证明:  $A\subseteq B \Leftrightarrow P(A)\subseteq P(B)$  (本题 7 分)

4. 设  $A, B, C, D$  是集合, 且  $A\approx C, B\approx D$ , 证明:  $A\times B\approx C\times D$  (本题 6 分)