

本试卷适应范围
经济管理类 专业
2020 级 本科生

南京农业大学试题纸

2020~2021 学年 第一学期 课程类型：必修 试卷类型：A

课程号 MATH2110 课程名 微积分 I B 5 学分

学号 姓名 班级

题号	一	二	三	总分	签名
得分					

一. 填空题或选择题（每题 3 分，计 30 分。选择题正确选项唯一）

1. 点 $x=0$ 是函数 $y = \arctan \frac{1}{x^2}$ 的第 类间断点.

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2+ax-5x^2}{x^2+x-2}$ 存在, 则 $a =$.

3. 下列命题中正确的命题是_____.

(A). 函数 $\varphi(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在区间 $[0,1]$ 上有界.

(B). 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \cdot g(x)]$ 必定不存在.

(C). 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的左右导数都存在, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 点处连续.

(D). 如果 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$, 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 不存在, 那么 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 也不存在.

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - x}) =$.

5. 函数 $y = \sin^2 x$ 在自变量增量 $\Delta x = dx \rightarrow 0$ 时的微分 $dy =$.

6. 曲线 $y = \ln(1+x^2)$ 在 $x > 0$ 部分的拐点为_____.

7. 若 $\int f(x)dx = 2e^{-x} + C$, 则 $\int f(2x)dx =$.

8. 以下论断中正确的是_____.

(A). 瑕积分 $\int_{-2}^0 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 收敛 .

(B). 对于 $\int_{-1}^1 \frac{2}{x^3} dx$, 有 $\int_{-1}^1 \frac{2}{x^3} dx = -\frac{1}{x^2} \Big|_{-1}^1 = 0$.

(C). 由 $\frac{1}{x-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x}$, $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{1-x}$ 与 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x}$ 都发散, 知 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x-x^2}$ 发散 .

(D). 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 若 $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_{-b}^b f(x)dx = A$, 则 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ 必收敛且收敛于 A .

9. 微分方程 $y'' + 2y' + y = 0$ 的通解为_____.

10. 已知过点 $(0,1)$ 的曲线 $y = f(x)$ 上任意一点处的切线斜率是该点横坐标的 6 倍, 则该曲线与直线 $x = 1$ 以及两根坐标轴所围平面图形的面积为_____.

二. 解答题 I. (每题 7 分, 计 28 分)

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} + \frac{1}{1-x} \right)$.

12. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $ye^y = e^{x+1}$ 所确定的函数, 计算 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}$.

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^x + 3^x + 5^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}$.

14. 设 $f(x) = x^2|x|$, 计算 $f''(x)$, $f'''(0)$.

三. 解答题 II (15~17 题每题 8 分, 18,19 题每题 9 分, 计 42 分)

15. 试求出由曲线 $y = xe^{-\frac{1}{2}x}$, 直线 $x = 1$ 以及 x 轴所围平面图形绕 x 轴旋转一周所成旋转体的体积.

16. 求解微分方程 $(1+x^2)y'' + 2xy' = 2, y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = 3$.

17. 本题有两小题, 请任选一题且 只做一题. 若两题都做, 则按题 (1) 计分.

(1). 设 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 求证: $\sin x + \tan x > 2x$.

(2). 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 3]$ 上连续且有 $0 < f(x) < 3$, 在 $(0, 3)$ 内 $f(x)$ 可导且 $f'(x) \neq 1$. 求证: 存在唯一的 $\xi \in (0, 3)$, 使得 $f(\xi) = \xi$.

18. 计算积分 $\int_{-1}^1 \left(x^{2021} \cdot \sqrt{4+x^2} + \sqrt{4-x^2} \right) dx$.

19. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续且单调递减. 求证: 当 $u \geq 0$ 时, 有 $2 \int_0^u xf(x)dx \leq u \int_0^u f(x)dx$.