

本试卷适应范围
信科 19、计科 19、网
工 19、人智 19

南京农业大学试题纸

2020-2021 学年 一 学期 课程类型：必修 试卷类型：B

课程号 MATH3102 课程名 离散数学 学分 4

学号 _____ 姓名 _____ 班级 _____

题号	一	二	三	四	总分	签名
得分						

一、 选择题（每题 2 分，共计 20 分）

1. 下列表达式中不成立的是【 】

- (A) $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$ (B) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$
(C) $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$ (D) $A \oplus B = \sim A \oplus \sim B$

2. 在一个联结词的集合中，如果一个联结词可由集合中的其它联结词定义，则称此联结词为冗余的联结词，否则称为独立的联结词。若一个联结词的全功能集中不含冗余的联结词，则称它是极小全功能集。下列命题联结词集合中，是极小联结词全功能集的是【 】

- (A) $\{\neg, \uparrow\}$ (B) $\{\neg, \vee, \downarrow\}$ (C) $\{\downarrow\}$ (D) $\{\vee, \leftrightarrow\}$

3. 下列为含三个命题变元 p, q, r 的命题公式，其中是极小项的是【 】

- (A) $\neg p \wedge q \wedge \neg q$ (B) $\neg p \vee q \vee r$ (C) $p \wedge q$ (D) $\neg p \wedge q \wedge r$

4. 命题公式 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ 的类型是【 】

- (A) 矛盾式 (B) 重言式 (C) 蕴含式 (D) 等价式

5. 设 A, B, C 为集合，下列命题为真的是【 】

- (A) $\langle x, y \rangle \notin A \times B \Leftrightarrow x \notin A \text{ 且 } y \notin B$ (B) $A \cup (B \oplus C) = (A \cup B) \oplus (A \cup C)$
(C) 如果 $A \times B = A \times C$, 则 $B = C$ (D) $P(A - B) \subseteq (P(A) - P(B)) \cup \{\emptyset\}$

6. 设 R 表示实数集合, $A=B=R \times R, f$ 为 A 到 B 的一个映射, $\forall \langle x, y \rangle \in A, f(\langle x, y \rangle) = \langle \frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2} \rangle$, 则【 】

- (A) f 为 A 到 B 的单射, 但非满射. (B) f 为 A 到 B 的满射, 但非单射.
(C) f 为 A 到 B 的既非单射, 也非满射. (D) f 为 A 到 B 的双射.

7. 设 C, R, Z, N 分别复数集、实数集、整数集及自然数集, 针对下列给定的集合 A, B 和关系 f , 则下列关系中是从 A 到 B 的函数的为【 】

- (A) $A=B=R, xfy \Leftrightarrow x=y^2$ (B) $A=Z, B=N, xfy \Leftrightarrow x^4=y^4$
(C) $A=N, B=Z, xfy \Leftrightarrow x^4=y^2$ (D) $A=B=C, x=a+bi, y=c+di, xfy \Leftrightarrow b=d$

8. 设论域 $S = \{a, b, c\}$, 消去公式 $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y))$ 中的量词后, 公式可化为【 】.

- (A) $(P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)) \wedge (Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c))$ (B) $(P(a) \vee P(b) \vee P(c)) \wedge (Q(a) \wedge Q(b) \wedge Q(c))$
(C) $(P(a) \vee P(b) \vee P(c)) \wedge (Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c))$ (D) $P(a) \wedge P(b) \wedge P(c) \wedge Q(a) \wedge Q(b) \wedge Q(c)$

9. 设 $A = \{a, b, c\}$, 则 A 中的双射共有【 】

- (A) 3 个 (B) 6 个 (C) 8 个 (D) 9 个

系主任 杨涛

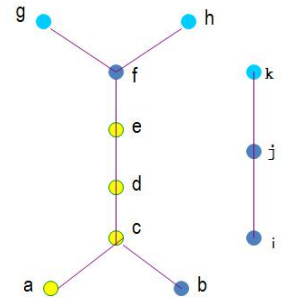
出卷人 吴清太

10. 利用谓词公式的约束变元换名规则或自由变元代替规则, 公式: $\forall x(p(x,y) \rightarrow \exists zQ(x,z)) \wedge \forall yR(x,y)$ 等值于 【 】

- (A) $\forall u(p(u,y) \rightarrow \exists zQ(u,z)) \wedge \forall sR(x,s)$ (B) $\forall z(p(z,y) \rightarrow \exists sQ(x,s)) \wedge \forall yR(t,y)$
 (C) $\forall x(p(x,s) \rightarrow \exists yQ(t,y)) \wedge \forall uR(x,u)$ (D) $\forall x(p(y,y) \rightarrow \exists yQ(x,y)) \wedge \forall sR(y,s)$

二、 填空题(每空格 2 分, 共计 30 分)

1. 给定命题公式 $(p \rightarrow q) \rightarrow r$, 该公式在联结词的完备集 $\{\neg, \wedge\}$ 中的形式为_____.
2. 命题公式 $p \wedge (q \vee \neg r)$ 的成真赋值为_____, 其主析取范式为_____.
3. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 为偏序集, $B \subseteq A$, 若 $\forall x \forall y (x \in B \wedge y \in B \rightarrow x$ 与 y 可比), 则称 B 是 A 中的链, 其元素的个数 $|B|$ 称为链的长度; 若 $\forall x \forall y (x \in B \wedge y \in B \wedge x \neq y \rightarrow x$ 与 y 不可比), 则称 B 是 A 中的反链, 其元素的个数 $|B|$ 称为反链的长度. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 为偏序集, 其哈斯图如右图所示, 则 A 中长度最长的链的长度为_____, 可给出其最长的一条链为_____, 则 A 中长度最长的反链的长度为_____, 可给出其最长的一条反链为_____. A 的子集 $B = \{a, b, d, f\}$ 的极小元为_____, 极大元为_____, 上界为_____, 上确界为_____.
4. 设 $M(x):x$ 是人, $D(x):x$ 要进食, 则命题“所有的人都要进食的”可符号化为_____, 其中全称量词 $\forall x$ 的辖域是_____.
5. 设关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$, $S = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$, 那么 $(R \cup S) \upharpoonright \{1, 3\} =$ _____, $(R \cup S) \downharpoonright \{2, 4\} =$ _____.



三、解答题(本大题共 3 小题, 共 23 分)

1. 求命题公式 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ 的主析取范式和主合取范式。(本小题 7 分)

2. 求公式 $\exists x F(x,y) \wedge (\exists y G(x,y) \rightarrow \forall z H(x,y,z))$ 的前束范式。(本题 6 分)。

3. 设 $A=\{a,b,c,d\}$, $R=\{ \langle a,b \rangle, \langle c,b \rangle, \langle b,a \rangle, \langle d,d \rangle \}$, (1) 求 R 的关系矩阵图; (2) 画出关系 R 的关系图; (3) 求关系 R 的自反闭包 $r(R)$, 对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$. (本题 10 分)

四、证明题 (本大题共 4 小题, 共 27 分)

1. 在自然推理系统 N_L 中构造下面推理的证明: (本题 7 分)

人都喜欢吃蔬菜. 但说所有人都喜欢吃鱼是不对的. 所以存在着只喜欢吃蔬菜而不喜欢吃鱼的人.

2. 设 R 为非空集合 A 上的等价关系, S 和为非空集合 B 上的等价关系, 定义 $A \times B$ 上二元关系 T :

$$\forall \langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle \in A \times B, \langle a_1, b_1 \rangle T \langle a_2, b_2 \rangle \Leftrightarrow a_1 R a_2 \wedge b_1 S b_2$$

证明: T 为集合 $A \times B$ 上的等价关系. (本题 7 分)

3. 设 R, S 为两个关系, A, B 为集合, $A \neq \emptyset$, 则 $(R \circ S) \upharpoonright A = (R \upharpoonright A) \circ S$. (本题 7 分)

4. 设 $f: A \rightarrow B$, 并定义一个函数 $G: B \rightarrow P(A)$, 对于 $b \in B$, $G(b) = \{x \mid x \in A \wedge f(x) = b\}$, 证明: 如果 f 是 A 到 B 的满射, 则 G 是单射. (本题 6 分)