

תכנות דינמי 8

קביעת התמיכה והשמים : (0/1 knapsack)

הנה נכנס לחנות כשרשומה תמיכה שבתו לשאת פריטים  $q$  למעלה  $W$  (שלא חידה)בחנות יש  $n$  פריטים  $a_1, \dots, a_n$  כאשר לכל פריט משקל  $w_1, \dots, w_n$  (שלא חידה) ולכן  $v_1, \dots, v_n$  קוואליות.ההנה לחנות אלו פריטים לקחת  $x$  שוקו יחסים או החוח שלו  $P$  כפול למעלה חמשקל של התמיכה.פירוט נאיד - לעזור  $h$  כל  $2^n$  אפשרויות, לדיוק  $h$  כל אפשרות  $h$  (היא חוקית (מחנה  $W$ ) ולדיוק מהאפשרויות החוקיות  $n$  מה הערך המקסימלי. קצרה פורמטית:(1) לעזור  $h$  כל  $h$  וקצות של פריטים (יש  $2^n$  אפשרויות)(2) לכל  $h$  קצות נדיוק האם משקל קטן  $n$  -  $W$  (משקל הכולל)

(3) לכל אפשרות של חומר מהמחנה נחשף או הערך (כולל) שלו.

(4) נחשף או המקסימום המתקדן מהן הערכים  $W$  (קוצר).מין רצון  $O(n \cdot 2^n)$   
 $\leftarrow$  מזה  $h$  אפשרות  
 $2^n$  אפשרויות.

פירוט רדורסיה -

אינסואיציה - לעזור  $h$  השארה ונסכל מה הפרמטרים זה.נציג את הפונקציה  $V(i, weight)$  להיות הערך המקסימלי שניתן לקחת מהן הפריטים $\{a_1, \dots, a_n\}$  קימחה ומשקל של התמיכה  $weight$ .המשקל הכולל מתקדן  $n$  -  $V(n, W)$ 

מתקדן:

$$V(i, weight) = \begin{cases} 0 & (i=0) \vee (weight=0) \\ V[i-1, weight] & (i>0) \wedge (weight>0) \wedge (weight < w_i) \\ \max\{V[i-1, weight], V[i-1, weight-w_i] + v_i\} & \text{other.} \end{cases}$$

מין רצון של חישוק ישיר הוא אקספוננציאלי!



סגרון תכנות דינמי

(\*) נתחנן סגרון דינמי  $T$  גודל  $(n+1) \times (W+1)$

(\*) נחיל את השורה הראשונה והעמודה הראשונה קטנה גאפס פקטור לנאלי העזרה.

(\*) נחיל לנאלי את העלנה, שורה שורה מהשורה ה-0 עד השורה ה- $n$  קהאק  
לנסחת העקורסיה תלך שימוש קנרס שבר מילאני קטנה.

(\*) הפרון הסלפי נחיל קהא  $T[n, W]$

knapsack ( $\omega, v, n, W$ ) : קורס

1) Allocate table  $T$  of size  $(n+1) \times (\omega+1)$

2) for  $i=0$  to  $n$  do:

$T[i, 0] \leftarrow 0$

3) for  $i=0$  to  $W$  do:

$T[0, i] \leftarrow 0$

4) for  $i=1$  to  $n$  do:

for  $j=1$  to  $W$  do:

if  $(w_i > j)$

$T[i, j] \leftarrow T[i-1, j]$

$\rightarrow S[i, j] = \text{"no"}$

else

$T[i, j] \leftarrow \max(T[i-1, j], T[i-1, j-w_i] + v_i)$

$\rightarrow$  if  $(T[i, j] == T[i-1, j])$

5) return  $T[n, W]$ ;

$S[i, j] \leftarrow \text{"no"}$

else

$S[i, j] = \text{"yes"}$

פריט	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
קט	3	4	6	5	7	5
משקל	1	1	3	2	2	4

$W = 7$

	0	1	2	3	4	5	6	7 = W
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_1 = 1$	0	3 <sub>y</sub>	3 <sub>y</sub>	3 <sub>y</sub>	3 <sub>y</sub>	3 <sub>y</sub>	3 <sub>y</sub>	3 <sub>y</sub>
$a_2 = 2$	0	4 <sub>y</sub>	7 <sub>y</sub>	7 <sub>y</sub>	7 <sub>y</sub>	7 <sub>y</sub>	7 <sub>y</sub>	7 <sub>y</sub>
$a_3 = 3$	0	4 <sub>n</sub>	7 <sub>n</sub>	7 <sub>n</sub>	10 <sub>y</sub>	13 <sub>y</sub>	13 <sub>y</sub>	13 <sub>y</sub>
$a_4 = 4$	0	4 <sub>n</sub>	7 <sub>n</sub>	9 <sub>y</sub>	12 <sub>y</sub>	13 <sub>n</sub>	15 <sub>y</sub>	18 <sub>y</sub>
$a_5 = 5$	0	4 <sub>n</sub>	7 <sub>n</sub>	11 <sub>y</sub>	14 <sub>y</sub>	16 <sub>y</sub>	19 <sub>y</sub>	20 <sub>y</sub>
$a_6 = 6$	0	4 <sub>n</sub>	7 <sub>n</sub>	11 <sub>n</sub>	14 <sub>n</sub>	16 <sub>n</sub>	19 <sub>n</sub>	20 <sub>n</sub>

$\rightarrow T[i-1, j-w] + v_i = 0 + 3$

פסיביות קול לשמור הפתרון:

Get\_items ( $S, w, n, W$ )

```

i ← n
j ← w
while (i > 0)
    if (T[i, j] = T[i-1, j])
        i ← i-1
    else
        print ai
        j ← j - wi
        i ← i-1
    
```

זמן:  $O(n \cdot W)$

סיבוכיות מקרה:  $O(n \cdot W)$  אך אם לא נדרש לשמור פתרון  $O(n)$  מקרה.



