מחלקת סיבוכיות

קבוצה של בעיות חישוביות בעלות סיבוכיות משאבים (זמן, מקום וכד') דומה.

* ניתן לדבר על סוגים שונים של בעיות ואופן הגדרתן.
דוגמה קלאסית לבעיה היא SAT העוסקת בספיקות של נוסחאות בוליאניות.
פעמים רבות נדבר על המקרה הפרטי שהנוסחה נתונה בפורמט CNF:

$$\phi = (x_{11} \vee x_{12} \vee \dots \vee x_{1n_1}) \wedge (x_{21} \vee x_{22} \vee \dots \vee x_{2n_2}) \wedge \dots \wedge$$

ניתן לשאול את השאלות הבאות: 1. האם קיימת השמה אמת המספקת את ϕ?
2. מהי השמה האמת המספקת את ϕ?
(או שנחזיר $\perp$ אם לא קיימת השמה שמספקת את ϕ)

ההבדל בין 2 השאלות הללו מוביל ל-2 צורות אופייניות של הצגת בעיה נתונה:
<u>בעית הכרעה</u> - המטרה היא לקבוע האם קיים פתרון לבעיה נתונה או לא
התשובה היא בוליאנית 1 - קיים 0 - לא קיים
<u>בעית חיפוש/אופטימיזציה</u> - המטרה היא מציאת פתרון/פתרון אופטימלי לבעיה הנתונה או להחזיר שלא קיים פתרון שכזה (-נחזיר $\perp$).

* בהינתן שבהינתן אלגוריתם הפותר את בעית החיפוש/אופטימיזציה ניתן להשתמש בו כדי לפתור את בעית ההכרעה.
אם מצאנו פתרון נחזיר 1, אחרת נחזיר 0.

* הכיוון השני לא ברור באותה מידה כדי לטפל בו נכיר במושג הרדוקציה.

רדוקציית טיורינג פולינומית (רדוקציית קוק)

נתונות שתי בעיות חישוביות L_1 ו L_2. נאמר ש $L_1 \leq_T^P L_2$
אם בהינתן "קופסה שחורה" A (אלגוריתם, בהמשך נקרא לזה אורקל ל-A)
הפותרת את הבעיה L_1 ניתן לבנות אלגוריתם פולינומי M (עד כדי זמן הריצה של A)
הפותר את L_2 ומשתמש ב-"קופסה השחורה" A לכל היותר מס' פולינומי של פעמים.

<u>רדוקציה עצמית</u>-

רדוקציית טיורינג פולינומית מבעיות החיפוש/אופטימיזציה לבעית ההכרעה.
כלומר, בהינתן אלג' A המחזיר האם קיים או לא קיים פתרון לבעיה הנתונה
ניתן לבנות אלגוריתם M המוצא את הפתרון תוך שימוש ב-A בזמן פולינומי
(עד כדי זמן הריצה של A).

<u>דוגמאות:</u>

<u>בעית SAT</u>

נניח שקיים אלג' A שבהינתן נוסחה ϕ מחזיר האם קיימת השמת אמת המספקת את הנוסחה או לא.
נבנה אלג' M שבהינתן נוסחה בוליאנית בפורמט CNF מוצא השמת אמת המספקת אותה או מחזיר $\perp$ (לא קיימת השמה שכזו).

אלג' M המקבל נוסחה בוליאנית ϕ בפורמט CNF:
אם $A(\phi)=0$ החזר '$\perp$'.
עבור i מ 1 עד n:
הצב $x_i = T$ ונצמצם את ϕ ל ϕ_T
אם $A(\phi_T)=1$ המשך עם ϕ_T בתור ϕ.
אחרת הצב $x_i=F$ ונצמצם את ϕ ל ϕ_F
המשך עם ϕ_F כמו ϕ.
החזר את כל ההצבות שהמשפט איית.

יוסף

דוגמאות הרצה:

נתונה הנוסחה הבאה: $\phi = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)$

הקריאה ל $A(\phi)$ מחזירה 1.

באיטרציה הראשונה באלגו' M נציב $x_1=T$ ונקבל $\phi_T = (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$

נריץ $A(\phi_T)$ ונקבל 1.

לכן באיטרציה השניה נציב $x_2=T$ ונקבל $\phi_T = \neg x_3$

נריץ $A(\phi_T)$ ונקבל 1.

לכן באיטרציה השלישית נציב $x_3=T$ ונקבל $\phi_T = F$

נריץ $A(\phi_T)$ ונקבל 0.

לכן נציב $x_3=F$ ונקבל $\phi_F = T$ ובכך נס״ם.

השמת האמת שנוצרה היא $x_3=F$, $x_2=T$, $x_1=T$.