7.6.17 בס"ד

סיבוכיות - תרגול

סיבוכיות מקום.

ישנם מספר משפטים המקשרים בין המחלקות של סיבוכיות מקום וסיבוכיות זמן:

1. $DTime(s(n)) \subseteq DSpace(s(n)) \subseteq NSpace(s(n)) \subseteq DTime(n \cdot 2^{O(s(n))})$
2. $NL \subseteq DSpace(\log^2(n))$ ובאופן כללי - $NSpace(s(n)) \subseteq DSpace(s^2(n))$ (Savitch)
3. $NL = co\text{-}NL$ ובאופן כללי - $co\text{-}NSpace(s(n)) = NSpace(s(n))$ (Immerman)
4. $PH \subseteq PSpace = NPSpace \subseteq Exp$

משפט ההירכיה המקום: תהי ~~[illegible]~~ $G(n) \geq \log n$, כך ש- $G(n)$ היא space-constructible, ותהי $g(n)$ כך ש- $g(n) = o(f(n))$. מתקיים $Space(g(n))$ היא תת קבוצה ממש של $Space(G(n))$.

<u>הוכחה</u> -

מספיק להראות כי קיימת שפה $L \in Space(G(n))$ אך $L \notin Space(g(n))$.

נגדיר את השפה L להיות השפה המתקבלת ע"י המכונה M_L הבאה:

בהינתן קלט $w = \langle M, y \rangle$ כך ש: $|w| = n$, המכונה M_L תפעל באופן הבא:

1) הרץ את $M(w)$ למשך לכל היותר $2^{G(n)}$ צעדים עם לכל היותר $G(n)$ מקום לרשותה.
(אלה מצבים שונים אפשריים של M)

2) אם $M(w)$ קיבלה במסגרת מגבלות המקום והזמן שלה - נדחה, אחרת, נקבל.

בשלב 1 נוכל לסמן על הסרט $G(n)$ מקומות כך שלעולם שלא נחרוג וזאת בגלל ש- $G(n)$ היא space-constructible. באופן דומה נוכל ~~[illegible]~~ לסמן עוד $G(n)$ תאים עבור מונה לספירת הצעדים שאנו מריצים את M וכמו כן, נוכל להשתמש בעוד $G(n)$ תאים על מנת לסייע לנו בסימולציה האוניברסלית של M.

לאור זאת M_L משתמשת במקום שהוא $O(G(n))$ לכן $L \in Space(G(n))$.

כעת, נדרש להראות שאין מכונה שמשתמשת ב- $O(g(n))$ מקום לכל יכולה להכריע את L.

נניח בשלילה שקיימת מכונה M'_L שמכריעה את L ב- $O(g(n))$ מקום.

נבחר k גדול מספיק כך שמתקיים:

1) $g(k) < G(k)$

2) M'_L מקבלת פחות מ- $2^{G(n)}$ צעדים על קלטים באורך k.

3) הסימולציה של M'_L על קלטים באורך k יכולה להתבצע תוך שימוש ב- $G(k)$ מקום.

נתבונן בקלט $w^*=\langle M'_L, 1^k\rangle$, מתקיים:

1) אם נריץ $M'_L(w^*)$ הרי של- M'_L יש מספיק מקום וזמן לבצע הרצה מלאה של M'_L על w.

2) M_L תחזיר על הקלט w^* תשובה הפוכה לזו של M'_L על w^*.

לאור זאת נסיק ש- M_L ו- M'_L לא מכריעות את אותה השפה, כלומר M'_L לא מכריעה את L.