22.3.17 בס"ד

סיבוכיות - תרגול 1.

רדוקציה עצמית:

מחלקת סיבוכיות: קבוצה של בעיות חישוביות בעלות סיבוכיות משאבים (זמן, מקום וכו') דומה.

אחת השאלות המרכזיות היא כיצד לסווג סוגים שונים של בעיות.

נזכר בבעיית SAT בה נתונה נוסחה בפורמט CNF:

$$\Phi = (x_{11} \vee x_{12} \vee x_{13} \vee \dots \vee x_{1n_1}) \wedge (x_{21} \vee x_{22} \vee \dots \vee x_{2n_2}) \wedge \dots \wedge (x_{m1} \vee x_{m2} \vee \dots \vee x_{mn_m})$$

אנו מתעניינים בספיקות של הנוסחה. ניתן לשאול 2 שאלות:

1) האם קיימת השמה אשר מספקת ל- Φ או לא?

2) מהי ההשמה האשר המספקת את Φ? (במידה ואין נחזיר "$\perp$"->null)

ההבדל בין שתי השאלות הללו מוביל לשתי צורות אופייניות להצגת בעיה נתונה:

- בעיית הכרעה - המטרה היא לקבוע האם קיים פתרון לבעיה הנתונה או לא. התשובה היא בוליאנית, 1 - קיים, 0 - לא קיים.

- בעיית חיפוש/אופטימיזציה - המטרה היא מציאת פתרון/פתרון אופטימלי לבעיה הנתונה. התשובה תהיה מחרוזת המקודדת את הפתרון או '$\perp$' אם לא קיים כזה.

בד"כ נעסוק בבעיות הכרעה, לכן נרצה לדעת האם שתי הגרסאות שקולות.

(*) כיוון אחד ברור - בהינתן אלג' לפתרון בעיית החיפוש/אופטימיזציה ניתן לבנות אלג' לפתרון בעיית הכרעה באותה סיבוכיות משאבים - נריץ את האלג' הראשון אם קיבלנו '$\perp$' נחזיר 0 ונחזיר 1 אחרת.

השאלה היא האם הכיוון השני גם כן נכון?

בד"כ כשמתעניינים לענות על שאלה זו נידרש להשתמש ברדוקציה.

הגדרה: רדוקציית טיורינג פולינומית (רדוקציית קוק) - נתונות 2 בעיות חישוביות L_1 ו- L_2

נאמר ש- $L_2 \le_T^P L_1$ אם בהינתן "קופסה שחורה" A שפותרת את L_1 (גישה אורקל ל- A) ניתן לבנות אלג' (מכונת טיורינג) M שפותר את L_2 תוך שימוש ב"קופסא שחורה" A בזמן פולינומי עד כדי זמן הריצה של A (כלומר ניתן להריץ את A מס' פולינומי של פעמים)

רדוקציה עצמית - היא רדוקציית טיורינג פולינומית מבעיית החיפוש/אופט' לבעיית ההכרעה.

כלומר בהינתן קופסא שחורה A שאומרת האם קיים פתרון לבעיה הנתונה או לא, ניתן לבנות אלג' פולינומי עד כדי זמן ריצה של A שמוצא את הפתרון במידה והוא קיים.

בס"ד

דוגמה: בעיית SAT.

בהינתן אלגו' A המכריע את SAT (מחזיר האם יש השמה אשר שמספקת את הנוסחה כאשר 1 אם כן ו-0 אם לא) נייצר אלגוריתם שבהינתן נוסחה ϕ מוצאת השמה אשר שמספקת אותה או מחזיר $\perp$ אם לא קיימת כזו.

$M(\phi)$:

אם $A(\phi)=0$ החזר $\perp$

עבור i מאחד עד n (מס' המשתנים ב-ϕ):

הצב $x_i=T$ וצמצם את ϕ ל- ϕ_T.

אם $A(\phi_T)=1$ המשך עם ϕ_T במקום ϕ

אחרת הצב $x_i=F$, צמצם את ϕ ל- ϕ_F והמשך עם ϕ_F במקום ϕ.

נחזיר את ההצבה של המשתנים אותם המשכנו. (בכל שלב)

דוגמת הרצה:

$$\phi=(x_1\vee\neg x_2\vee x_3)\wedge(\neg x_1\vee x_2\vee x_3)\wedge(\neg x_1\vee\neg x_2\vee\neg x_3)$$

הקריאה ל- $A(\phi)$ החזירה 1.

נציב $x_1=T$ ונקבל $\phi_T=(x_2\vee x_3)\wedge(\neg x_2\vee\neg x_3)$

נריץ $A(\phi_T)$ ונקבל 1.

נציב $x_2=T$ ונקבל $\phi_T=\neg x_3$

נריץ $A(\phi_T)$ ונקבל 1.

נציב $x_3=T$ ונקבל $\phi_T=F$.

נריץ $A(\phi_T)=0$ ולכן $x_3=F$. וסיימנו.

Scanned by CamScanner