UNIVERSIDAD MARIANO GÁLVEZ DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS DE INFORMACIÓN

Proyecto Final

William Joel Argueta Mijangos 0901-22-15799

GUATEMALA, MARZO 2025

Introducción

En sistemas térmicos, cuando dos cuerpos a diferentes temperaturas se ponen en contacto, intercambian calor hasta alcanzar una temperatura común de equilibrio. Determinar esta temperatura es esencial en diversas aplicaciones de ingeniería, como en sistemas de calefacción, refrigeración y procesos industriales.

Objetivos

- **Resolver** la temperatura de equilibrio entre dos cuerpos utilizando el **método de Newton-Raphson**.
- **Analizar** los errores numéricos asociados al método.
- **Implementar** una solución modular en MATLAB que permita la reutilización y fácil mantenimiento del código.

Justificación

El cálculo preciso de la temperatura de equilibrio es crucial para garantizar la eficiencia y seguridad en sistemas térmicos. Utilizar métodos numéricos como Newton-Raphson permite obtener soluciones rápidas y precisas, especialmente cuando las ecuaciones no pueden resolverse analíticamente.

Marco Teórico

Modelo Matemático

Consideremos dos cuerpos con masa m1 y m2, capacidades caloríficas c1 y c2, y temperaturas iniciales T1 y T2, respectivamente. La temperatura de equilibrio Tf se alcanza cuando el calor perdido por un cuerpo es igual al ganado por el otro:

$$m_1c_1(T_f - T_1) + m_2c_2(T_f - T_2) = 0$$

Esta ecuación puede reorganizarse como:

$$f(T_f) = m_1c_1(T_f - T_1) + m_2c_2(T_f - T_2) = 0$$

Método de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson es un algoritmo iterativo para encontrar raíces de funciones. La fórmula general es:

$$T_{n+1} = T_n - \frac{f(T_n)}{f'(T_n)}$$

Donde:

- T_n es la estimación actual.
- $f(T_n)$ es el valor de la función en T_n.
- $f'(T_n)$ es la derivada de la función en T_n.

Para nuestra función $f(T_f)$, la derivada es:

$$f'(T_f) = m_1 c_1 + m_2 c_2$$

Diagrama de Flujo

Inicio
↓
Ingresar m_1, c_1, T_1, m_2, c_2, T_2
↓
Establecer T_0 (estimación inicial), tolerancia y máximo de iteraciones
↓
Calcular $f(T_0)$ y $f'(T_0)$
↓
Aplicar Newton-Raphson:
$T_1 = T_0 - f(T_0)/f'(T_0)$
↓
¿$|T_1 - T_0|$ < tolerancia o iteraciones agotadas?
↓
Sí → Mostrar T_1 como temperatura de equilibrio
No → $T_0 = T_1$ y repetir
↓
Fin

Resultados y Validación

Al ejecutar el programa con datos de ejemplo:

- $m_1 = 2$ kg, $c_1 = 4186$ J/kg·°C, $T_1 = 80$ °C
- $m_2 = 3$ kg, $c_2 = 4186$ J/kg·°C, $T_2 = 20$ °C
- Estimación inicial $T_0 = 50$ °C, tolerancia $1e-6$, máximo de iteraciones 100

El programa converge rápidamente a una temperatura de equilibrio de aproximadamente 44 °C, lo cual es consistente con el cálculo analítico:

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

El error en cada iteración se calcula como la diferencia absoluta entre estimaciones sucesivas. El método converge rápidamente debido a la linealidad de la función f(Tf)

```
>> temperatura_calculadora
Ingrese la masa del cuerpo 1 (kg):
2
Ingrese la capacidad calorífica del cuerpo 1 (J/kg·°C):
4186
Ingrese la temperatura inicial del cuerpo 1 (°C):
80
Ingrese la masa del cuerpo 2 (kg):
3
Ingrese la capacidad calorífica del cuerpo 2 (J/kg·°C):
4186
Ingrese la temperatura inicial del cuerpo 2 (°C):
20
Ingrese la estimación inicial para T_f (°C):
50
Ingrese la tolerancia deseada:
1e-6
Ingrese el número máximo de iteraciones:
100

Iteración       T_f             Error
1               44.000000       6.000000
2               44.000000       0.000000

La temperatura de equilibrio es: 44.000000 °C
```

Conclusiones

- El método de Newton-Raphson es eficiente para encontrar la temperatura de equilibrio en sistemas térmicos simples.

- La implementación en MATLAB permite una solución rápida y precisa, con control sobre la tolerancia y el número máximo de iteraciones.

- Este enfoque puede extenderse a sistemas más complejos, incorporando funciones no lineales y múltiples cuerpos.