

电池剩余放电时间的预测

摘要：本文主要针对铅酸电池剩余放电时间的预测问题，根据所给样本数据，采用一元多项式曲线拟合、二元多项式曲线拟合、线性回归分析、差分模型等方法进行数学建模。

在问题一中，我们比较了二次、三次、四次以及对数拟合，分析四次函数拟合 R-square 更接近于 1. 鉴于此，我们选择四次多项式拟合方法，如下公式：

$$V(t) = p_1 t^4 + p_2 t^3 + p_3 t^2 + p_4 t + p_5, \quad t \text{ 表示放电时间, } V \text{ 表示电压.}$$

利用基于最小二乘原理的 MATLAB 多项式拟合工具箱求出放电曲线方程系数. 然后，再从样本中筛选出 231 个样本点，根据拟合得放电曲线方程，计算出 MRE.

电流 强度	20	30	40	50	60	70	80	90	100
MRE	0.76%	0.19%	0.71%	0.47%	0.31%	0.92%	0.44%	0.62%	1.12%

当电压为 9.8V 时，利用拟合出的放电曲线求出各电流强度的放电时间，进而求出电流强度为 30A~70A 的剩余放电时间分别为 648、399、358、301、265 分钟。

在问题二中，为了得到电压随电流强度和时间的变化关系，我们想到以放电时间与电流强度为自变量，电压为因变量，根据 6531 个样本点，用 MATLAB 软件绘制出三维空间曲线图. 进一步想到用二元多项式曲线拟合，得到一个二元四次函数

$$V(t, I) = p_{00} + p_{10}t + p_{01}I + p_{20}t^2 + p_{11}tI + p_{02}I^2 + p_{30}t^3 + p_{21}t^2I + p_{12}tI^2 + p_{03}I^3 + p_{40}t^4 + p_{31}t^3I + p_{22}t^2I^2 + p_{13}tI^3 + p_{04}I^4$$

同理，用问题 1 中筛选出的样本点，对应求出所建模型的 MRE，依次为 0.0119, 0.0122, 0.0023, 0.0274, 0.0350, 0.0078, 0.0256, 0.0539, 0.0400. 在得到的二元函数中，代入 $I = 55A$ 的电流强度，得出所求放电曲线。

在问题三中，由于电池放电的机理未知，我们采用了差分模型，研究新电池状态的放电时间减去衰减状态的放电时间，对差分采用多元回归的方法表示新电池状态-衰减状态 $3\Delta T_3(u)$ ，利用 SPSS17，最终得到：

$$T_3(t) = T_0(u) - [0.240 \times \Delta T_1(u) + 1.388 \times \Delta T_2(u) + 1.262 \times \Delta T_3(u) - 13.871]$$

已知最低保护电压为 9V，代入上式，求得新电池状态与衰减状态 $3\Delta T_3(u)$ 的差值为 459.1138，即求得衰减状态 3 剩余放电时间。

关键字：MRE；多项式拟合；线性回归；差分模型；Person 检验

一、问题提出

1.1 背景知识

随着社会的进步, 电源已经与人们的生活密不可分, 在日常生活中, 铅酸电池都扮演着重要的角色. 铅酸电池属于蓄电池, 至今 150 多年的发展与改进让其成为世界上用途最广, 产量最大的蓄电池. 其优点特性不仅在于维护简单、质量性能可靠、放电稳定, 更在于铅酸蓄电池是一种无污染“绿色能源”, 具有高比输出能量、高比输出功率、长寿命、安全性好等特点. 电源作为工业流程最重要, 同时也是最薄弱的环节, 当电源发生故障时, 对于一些重要的用电领域, 如果不能及时察觉, 会导致后备电源无法及时发挥相应的作用, 造成重大甚至灾难性的事故及不可挽回的经济损失. 就此而言, 若能在尽可能不浪费电量能源, 又不影响设备的正常工作运行的前提下, 提前预测并监测电量使用情况, 对避免此类事件发生具有重要意义.

因此, 关于电池剩余放电的预测成为当今社会热门关注的问题之一, 国内外也曾有大量学术文献对电池剩余放电时间有所研究与预估, 提出多种模型^[3]. 但由于需要大量参数数据, 大量模型只停留在理论研究. 因而我们将利用细致的调查数据和切实可行的信息, 经过探讨, 寻找内在联系对其建立数学模型, 来解决电池剩余放电时间预测问题.

1.2 需要解决的问题

铅酸电池在使用过程中, 由于电池长久放置或使用等因素出现衰减状态. 本文考虑以下 3 个问题:

- 1、根据同一批次电池进行 9 组不同电流强度放电测试所得数据用初等函数表示各放电曲线; 计算各放电曲线的 MRE; 同时当新电池使用过程中, 若分别以 30A、40A、50A、60A 和 70A 的电流强度放电, 且所测电压均为 9.8V 时, 求出电池剩余放电时间.
- 2、给出电流强度为 20A~100A 之间任一恒定值时的放电曲线模型; 并用 MRE 评估精确. 用表格和曲线表示电流强度为 55A 时的放电曲线.
- 3、对于给定的同一电池, 根据新电池状态、衰减状态 1、衰减状态 2 和衰减状态 3, 电压与放电时间的关系数据, 预测电池衰减状态 3 缺失的剩余放电时间数据.

二、分析问题

本文主要目标在于研究电池剩余时间预测问题, 其总体研究方法在于对已知实验数据的统计分析, 并通过查阅资料, 研究放电时间与电压变化规律, 给出切实可行的模

型，以便研究电池的寿命和及时了解电池的使用状态. 鉴于此目的，针对本文具体的三个问题，给出以下分析：

问题 1 的分析：

根据附录 1 中的采样数据，画出它的散点图，分析不论电流强度为多少，得出放电曲线都是一个向上凸的减函数. 我们可以用初等函数对它进行拟合，得出放电曲线，再从样本中选出 231 个样本点，根据拟合的放电曲线，计算出 MRE. 对于电流强度较大时，若两个样本点之间的电压间隔超过 0.005V 时，我们在两个样本点中间插入电压和时间的中值. 当电压为 9.8 伏时，利用拟合的放电曲线容易求出各种电流强度的放电时间，进而求出剩余放电时间.

问题 2 的分析：

为了衡量电流强度为 20A 到 100A 之间的电压随时间变化关系，我们想到以放电时间与电流强度为自变量，电压为因变量，用 MATLAB 软件绘制出三维空间曲线图. 观察分析曲线图，进一步想到用二元多项式曲线拟合方法，以此得到一个二元函数，从而得到区间中任意电流强度所对应的放电曲线方程. 同理，用问题 1 中筛选出的样本点，对应求出所建模型的 MRE. 在得到的二元函数中，带入 55A 的电流强度，得出所求放电曲线.

问题 3 的分析：

由于铅酸电池放电机理未知，我们考虑对放电时间进行差分运算，既在同一电压下新电池的状态所放电时间减去衰减状态 1 所放电时间数，新电池状态所放电时间减去衰减状态 2 所放电时间，以此类推，对所得结果用 SPSS 进行线性回归分析. 然后利用衰减状态 3 的已知数据去检验拟合的曲线，如果检验发现误差较小，平均相对误差也较小，就采用多元回归分析.

三、问题假设

- 1、假设铅酸电池放电开始时为充满电状态；
- 2、假设铅酸电池额定的最低保护电压为 9V；
- 3、假设附件 1 和附件 2 的采样数据真实有效；
- 4、铅酸电池放电时不考虑除电流、时间外的其他因素；
- 5、铅酸电池衰减时不考虑除较长时间使用或放置的其他因素；
- 6、假设铅酸电池的每次放电过程是个连续的过程.

四、符号说明

t ：	铅酸电池的放电时间	$t'_i, i=1, \dots, n$ ：	预测模型的已放电时间
p ：	多项式系数	U_m ：	电池放电额定最低保护电压
I ：	电池放电的电流强度	$T_0(u)$ ：	新电池状态电池放电时间
$V(t)$ ：	电池在固定电流强度放电时的电压	$T_1(u)$ ：	衰减状态 1 电池放电时间
$u(t, I)$ ：	电池在电流强度为 I ， t 分钟的放电电压	$T_2(u)$ ：	衰减状态 2 电池放电时间
		$T_3(u)$ ：	衰减状态 3 电池放电时间
MRE ：	平均相对误差		

五、模型的建立和求解

5.1 问题 1 模型的建立与求解

在用初等函数进行拟合时，我们比较了二次、三次、四次多项式和指数进行拟合，发现指数拟合较差，多项式拟合 R-square 随着次数的增大而增加，都很大程度上更接近于 1. 为了计算的合理性，我们选择四次多项式进行拟合. 在建立模型的过程中，我们使用 matlab2014a 中的曲线拟合工具箱，利用最小二乘法^[1]估计出多项式系数. 得到 9 组放电曲线，函数为

$$V(t) = p_1 t^4 + p_2 t^3 + p_3 t^2 + p_4 t + p_5,$$

其中各多项式系数如表 1 所示：

表 1 20A~100A 拟合曲线的多项式系数

电流强度	多项式系数 p_1, p_2, p_3, p_4, p_5	R-square
20A	$p_1 = -2.224 \times 10^{-14}, p_2 = 1.443 \times 10^{-10}, p_3 = -3.457 \times 10^{-7}, p_4 = 6.023 \times 10^{-5}, p_5 = 10.57$	0.9969
30A	$p_1 = -1.245 \times 10^{-13}, p_2 = 4.966 \times 10^{-10}, p_3 = -6.874 \times 10^{-7}, p_4 = -6.421 \times 10^{-5}, p_5 = 10.6$	0.9974
40A	$p_1 = -4.57 \times 10^{-13}, p_2 = 1.247 \times 10^{-9}, p_3 = -1.223 \times 10^{-6}, p_4 = -9.814 \times 10^{-5}, p_5 = 10.56$	0.9968
50A	$p_1 = -1.328 \times 10^{-12}, p_2 = 2.732 \times 10^{-9}, p_3 = -2.02 \times 10^{-6}, p_4 = -1.18 \times 10^{-4}, p_5 = 10.52$	0.9947
60A	$p_1 = -2.941 \times 10^{-12}, p_2 = 4.73 \times 10^{-9}, p_3 = -2.733 \times 10^{-6}, p_4 = -2.108 \times 10^{-4}, p_5 = 10.49$	0.9926
70A	$p_1 = -6.08 \times 10^{-12}, p_2 = 7.81 \times 10^{-9}, p_3 = -3.676 \times 10^{-6}, p_4 = -3.091 \times 10^{-4}, p_5 = 10.43$	0.9896

80A	$p_1 = -9.859 \times 10^{-12}, p_2 = 1.013 \times 10^{-8}, p_3 = -3.875 \times 10^{-6}, p_4 = -5.573 \times 10^{-4}, p_5 = 1041$	0.9855
90A	$p_1 = -1.576 \times 10^{-11}, p_2 = 1.241 \times 10^{-8}, p_3 = -3.611 \times 10^{-6}, p_4 = -9.03 \times 10^{-4}, p_5 = 1039$	0.9804
100A	$p_1 = -2.038 \times 10^{-11}, p_2 = 1.138 \times 10^{-8}, p_3 = -2.069 \times 10^{-6}, p_4 = -1416 \times 10^{-4}, p_5 = 1037$	0.9739

上表的 R-square 都较为接近 1，说明拟合的相合性较好. 而且从 20A 到 100A，R-square 呈递减特征，说明当放电电流强度越小时，拟合的程度越好. 同时，为了更好的展现放电曲线的拟合效果，现将 20A 到 100A 的 9 条预测放电曲线与原始放电曲线对比图如下图所示.

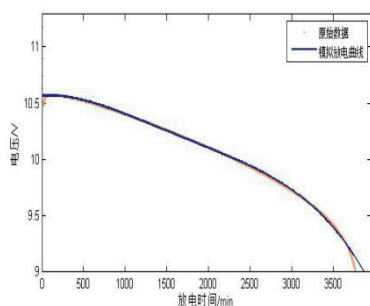


图 1. 电流为 20A 的放电曲线

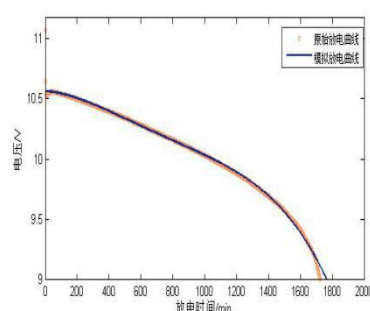


图 2. 电流为 30A 的放电曲线

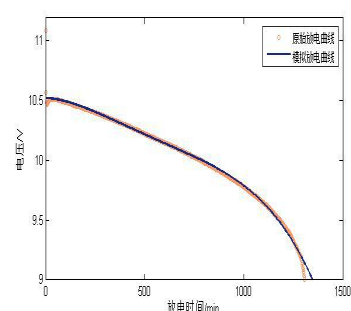


图 3. 电流为 40A 的放电曲线

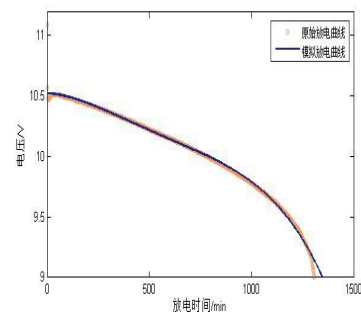


图 4. 电流为 50A 的放电曲线

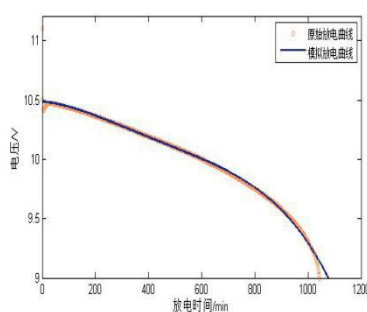


图 5. 电流为 60A 的放电曲线

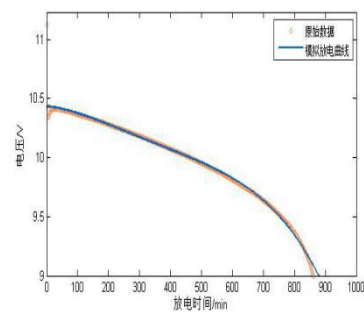


图 6. 电流为 70A 的放电曲线

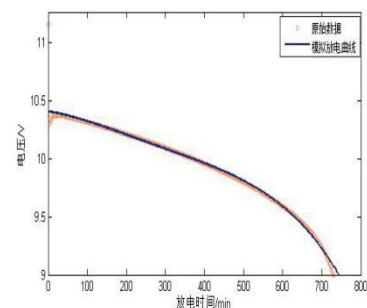


图 7. 电流为 80A 的放电曲线

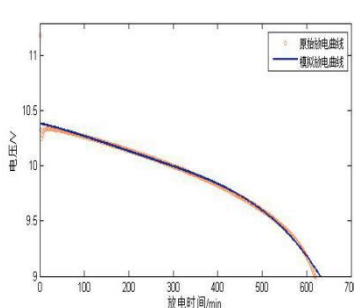


图 8. 电流为 90A 的放电曲线

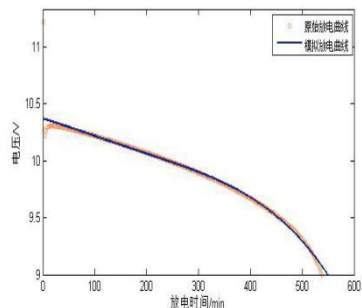


图 9. 电流为 100A 的放电曲线

运用 MATLAB2014a 编程（具体程序见本文附录 1），根据问题 1 分析的方法从所给数据中选择出 $n = 231$ 个电压采样点，我们按照 MRE 的定义将这些电压样本点代入预测出

的放电曲线中，得到预测模型的已放电时间 t_i , $i=1, \dots, n$ ，利用平均相对误差^[2]的计算式 (1)，

$$MRE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{t'_i - t_i}{t_i} \right| \quad (1)$$

求出其与采样已放电时间 t_i , $i=1, \dots, n$ 的 MRE，如表 2 所示.

表 2 问题 1 模型对应的 MRE

电流强度	20	30	40	50	60	70	80	90	100
MRE	0.76%	0.19%	0.71%	0.47%	0.31%	0.92%	0.44%	0.62%	1.12%

从上表，我们不难发现，我们预测的放电曲线的 MRE 都比较小，也说明了我们预测放电曲线的合理性.

剩余放电时间即到总放电时间与已放电时间之差，总放电时间为达到额定最低保护电压 9V 时的放电时间. 由此可得电流强度为 30A、40A、50A、60A、70A，测得电压为 9.8V 时的剩余放电时间见表 3 所示.

表 3 问题 1 中 30A-70A 对应电压 9.8V 时的剩余放电时间

电流(A)/放电时间(min)					
电压(V)	30A	40A	50A	60A	70A
9.8V	1872	1425	989	776	613
9V	2520	1824	1347	1077	878
剩余放电时间	648	399	358	301	265

5.2 问题 2 模型的建立与求解

根据附件 1 的数据，给我们的是在恒定电流强度下、不同放电时间所对应的电压，共 6531 个离散样本点. 问题要求任意电流强度对应的放电曲线，为此，我们考虑以放电时间与电流强度为自变量，以电压为因变量，开展多元回归的拟合. 在 Matlab2014a 中利用曲线拟合工具箱用二元多项式曲线拟合，得到一个二元函数. 至此得到此区间中任意电流强度所对应的放电曲线方程为

$$u(t, I) = p_{00} + p_{10}t + p_{01}I + p_{20}t^2 + p_{11}tI + p_{02}I^2 + p_{30}t^3 + p_{21}t^2I + p_{12}tI^2 + p_{03}I^3 + p_{40}t^4 + p_{31}t^3I + p_{22}t^2I^2 + p_{13}tI^3 + p_{04}I^4 \quad (2)$$

其中各系数值为,

$$\begin{aligned} P_{00} &= 10.03, & p_{10} &= 9.838 \times 10^{-4}, & p_{01} &= 5.012 \times 10^{-2}, & p_{20} &= -1.128 \times 10^{-6}, \\ p_{11} &= -6.408 \times 10^{-5}, & p_{02} &= -1.428 \times 10^{-3}, & p_{30} &= 3.138 \times 10^{-10}, & p_{21} &= 5.597 \times 10^{-8}, \\ p_{12} &= 7.896 \times 10^{-7}, & p_{03} &= 1.577 \times 10^{-5}, & p_{40} &= -2.007 \times 10^{-14}, & p_{31} &= -9.503 \times 10^{-12}, \\ p_{22} &= -6.848 \times 10^{-10}, & p_{13} &= -2.78 \times 10^{-9}, & p_{04} &= -6.278 \times 10^{-8}. \end{aligned}$$

为了更好的显示拟合效果, 将画出的散点图与拟合的曲面图显示在图 10 中.

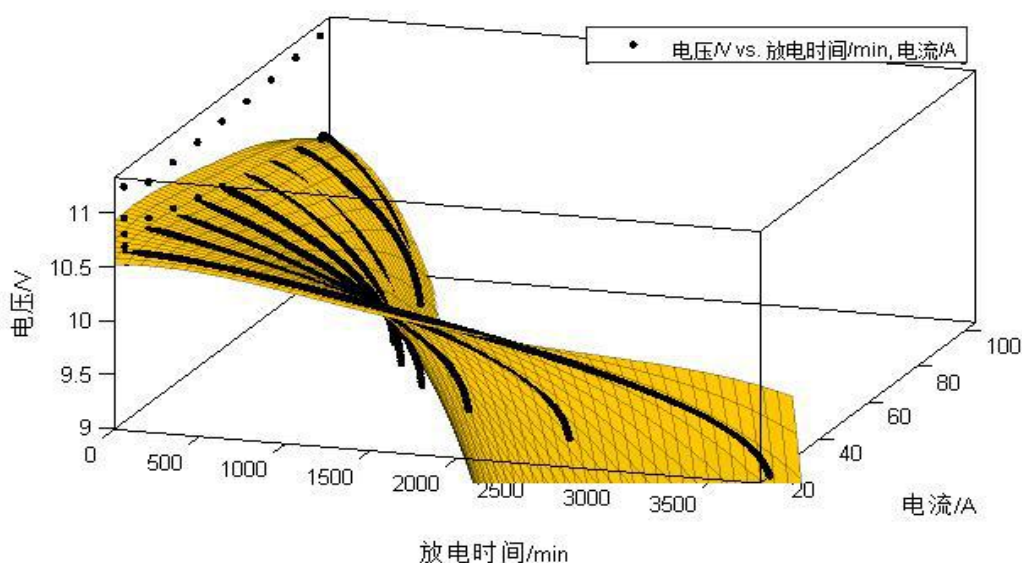


图 10 20A~100A 任意电流强度放电曲面拟合图

同理, 利用问题 1 中筛选出的样本点, 结合 (2) 式, 对应求出所建模型的 MRE 如表 4.

表 4. 问题 2 所建模型的 9 个 MRE

电流强度	20	30	40	50	60	70	80	90	100
MRE	1.19%	1.22%	0.23%	2.74%	3.50%	0.78%	2.56%	5.39%	4.00%

把这里的 MRE 与第一问中的 MRE 相比较, 我们发现后者的误差加大, 说明我们的模型有进一步改进的空间,

在得到的二元函数 (2) 中, 代入 55A 的电流强度, 得出所求放电曲线如图 11 所示.

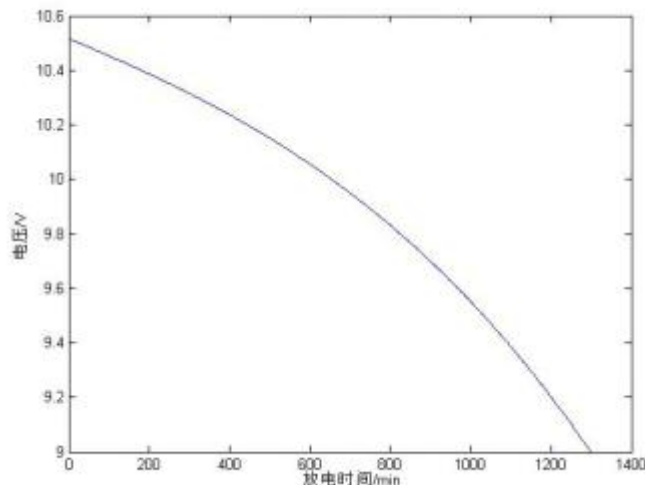


图 11. 电池电流强度为 55A 时的放电曲线

有关电流强度为 55A 时，用表格形式的放电曲线，在最后的附录 4 中。

5.3 问题 3 模型的建立与求解

通过对附录 2 数据的整理，我们绘制出散点如图 12

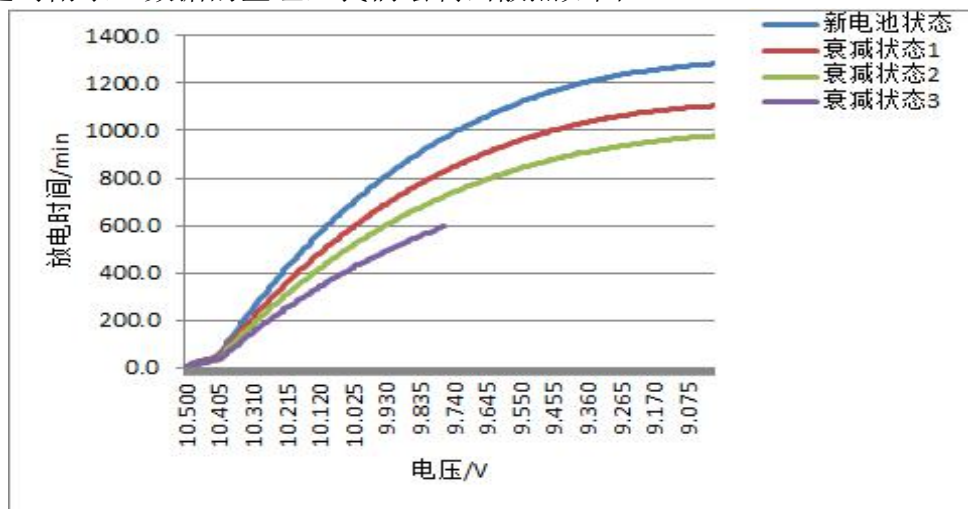


图 12 电池在各种状态下的放电曲线

通过观察图 12，我们发现铅酸电池充满电刚开始工作时放电时间出现不稳定现象. 为了便于研究，我们把附录 2 中前面 20 个数据剔除，研究处理后面的数据. 铅酸电池的放电过程是一个较为复杂的化学变化过程，文章中所给信息较少. 我们考虑采用差分的形式，研究新电池状态的放电时间减去衰减状态的放电时间，即考虑这样几种数据：放电时间、新电池状态-衰减状态 1、新电池状态-衰减状态 2、新电池状态-衰减状态 3. 也即考虑： $(u, T_0(u) - T_1(u), T_s(u) - T_2(u), T_s(u) - T_3(u))$ ，图像如下：

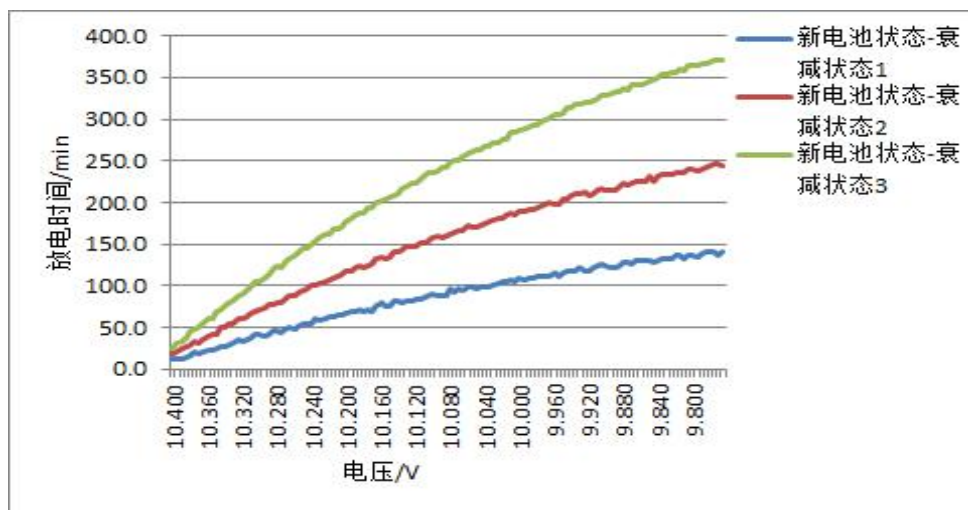


图 13 电池在不同衰减状态下放电时间的差分

通过图像我们不难发现，可以采用多元回归的方法表示新电池状态-衰减状态 3，即 $T_0(u) - T_3(u)$ ，利用 SPSS17.0，我们得出：

$$\Delta T_3(u) = 0.240 \times \Delta T_1(u) + 1.388 \times \Delta T_2(u) + 1.262 \times \Delta T_3(u) - 13.871$$

从而

$$T_3(u) = T_0(u) - [0.240 \times \Delta T_1(u) + 1.388 \times \Delta T_2(u) + 1.262 \times \Delta T_3(u) - 13.871], \quad (3)$$

我们把回归方程（3）得出的数据，与已知数据进行 Person 检验，结果如表 5

表 5 回归数据与已知数据的相关性

		衰减状态 3 原始数据	回归预测的衰减状态 3 数据
衰减状态 3 原始数据	Pearson 相关性	1	1.000**
	显著性（双侧）		.000
	N	108	108
回归预测的衰减状态 3 数据	Pearson 相关性	1.000**	1
	显著性（双侧）	.000	
	N	108	108

**, 在 .01 水平（双侧）上显著相关。

我们发现两组数据的显著性水平为 0，说明这两组数据显著相关。同时，算出模拟数值的平均相对误差为 0.80%，这是一个非常小的数值，说明上述回归方程是一个很好的预测。因此，根据函数（3），已知最低保护电压为 9V，代入 $\Delta T_1(u) = 176.3$ 、 $\Delta T_2(u) = 302.1$ ，求得新电池状态与衰减状态 3 的差值为 459.1138，即求得衰减状态 3 剩余放电时间为 225.7862 分钟。

六、模型的评价与推广

模型运用 MATLAB 等数学软件构建模型, 所得误差小, 数据准确; 运用最小二乘多项式拟合方法构建函数模型, 建模过程生动明了, 便于理解. 在建模过程中我们针对给出的样本点画出的散点图. 在观察散点图时我们发现 20A 至 100A 的 9 条放电曲线均在初始一小段时间区间上存在一个‘突变’情况, 即为“陡降复升”^[3]现象. 鉴于这个初始的‘突变’状态对后面的电压随时间变化的趋势并无很大影响.

6.1 优点:

本文模型与实际结合, 充分大量的样本数据基础使模型更贴近实际, 易于推广. 运用多种数学软件降低了运算误差, 过程清晰 结果更准确; 我们通过查阅大量文献, 对电池放电原理进行对比分析, 进一步确定研究事物的真实可靠性. 该模型所设变量之间关系明确, 详尽的分析与图形搭配令解答更简单直观, 使更多人理解

6.2 不足之处:

题中所给铅酸电池类型单一, 缺乏相应对比检验对象, 无法排除偶然性. 文中数据为真实数据, 但运算过程中简化了大量次要因素, 存在一定误差. 根据建立的预测模型, 我们解决了文中所提出的问题.

6.3 推广:

研究对象与日常生活息息相关, 涉及到能源与环保领域, 以小见大, 对于能源与环保被全民关注的今天, 从实际中出发, 所建立的模型具备较好的普遍性、实用性. 例如: 通过模型可较高准确度的预估电池剩余时间, 便于检测设备运行状态, 根据电池的衰减状态, 可预测铅酸电池的使用寿命. 根据模型能准确的预测电池剩余电量, 对蓄电池的使用, 保养和维护有检测作用, 此外, 该模型不仅解决剩余时间预测问题, 也对新型产品的使用寿命预测具有较大的指导性价值.

七、模型的改进

在问题 1 中, 本文建立的初等函数模型较为单一, 或许可以考虑用分段函数拟合放电曲线. 我们针对给出的样本点画出的散点图. 选取最适合的初等函数建模求解, 使预测更准确. 建模预测过程中, 条件限定了最低额定保护电压等次要因素, 但在实际问题中

最低额定保护电压随情况而有变化,并且需要考虑次要因素,以便使结果具有可操作性. 我们可以根据收集大量数据,运用科学的方法,考虑次要变量综合分析建模.

参考文献

- [1]陈光,任志良,孙海柱.最小二乘曲线拟合及 Matlab 实现[J].兵工自动化,2005,24(3):107-108.
- [2]崔文顺,李建玲.就平均相对误差的算法与李庆振等商榷[J].河北林果研究,1989(4).
- [3]李勃,刘云峰,郑益.蓄电池剩余放电时间综合分析模型研究[J].煤炭技术,2011,30(12):51-53.
- [4]司守奎,孙兆亮主编.数学建模算法与应用[M],2版,北京,:国防工业出版社,2016.1.
- [5]武松等编著,SPSS 统计分析大全[M],.北京,清华大学出版社,2014.10.

附录:

1、问题 1 的源程序

```
clear;clc

data=xlsread('d:\yuanshishuju');%导入数据
a=[];%开始找 231 个样本点
for n=2:10
    start=[0 1770 1199 766 562 425 378 293 243 197]; %选择数据起始点
    i=1;
    a(i,1)=data(start(n),1);a(i,n)=data(start(n),n);
    m=start(n)-1;
    while (i<231)&(m>1)
        while data(m,n)-a(i,n)<=0.0054 %为找到两种电压间隔不大于 0.005V
            m=m-1;
        end
        if data(m,n)-a(i,n)>0.0054 %当数据中发生间隔大于 0.005V 时,采用中值法处理
            a(i+1,n)=(data(m,n)+data(m+1,n))/2;a(i+1,1)=(data(m,1)+data(m+1,1))/2;
        end
    end
end
```

```

    if data(m,n)-a(i,n)<=0.0054 %当数据中发生间隔不大于 0.005V 时，采用中值法处
理
        a(i+1,n)=data(m+1,n);    a(i+1,1)=data(m+1,1);
    end
    i=i+1;
end
%电流强度 20A 时拟合的放电曲线系数
p1=-2.224e-14;p2=1.443e-10;p3=-3.457e-07;p4=6.023e-05;p5=10.57;
p20=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 30A 时拟合的放电曲线系数
p1=-1.245e-13 ;p2=4.966e-10;p3=-6.874e-07;p4=-6.421e-05;p5=10.6;
p30=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 40A 时拟合的放电曲线系数
p1=-4.57e-13;p2=1.247e-09;p3=-1.223e-06;p4=-9.814e-05;p5=10.56;
p40=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 50A 时拟合的放电曲线系数
p1=-1.328e-12;p2=2.732e-09;p3=-2.02e-06;p4=-0.000118;p5=10.52;
p50=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 60A 时拟合的放电曲线系数
p1=-2.941e-12;p2=4.73e-09;p3=-2.773e-06;p4=-0.0002108;p5=10.49;
p60=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 70A 时拟合的放电曲线系数
p1=-6.08e-12;p2=7.81e-09;p3=-3.676e-06;p4=-0.0003091;p5=10.43;
p70=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 80A 时拟合的放电曲线系数
p1=-9.859e-12;p2=1.013e-08;p3=-3.875e-06;p4=-0.0005573;p5=10.41;
p80=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 90A 时拟合的放电曲线系数
p1=-1.576e-11;p2=1.241e-08;p3=-3.611e-06;p4=-0.000903;p5=10.39;
p90=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%电流强度 1000A 时拟合的放电曲线系数

```

```

p1=-2.038e-11;p2=1.138e-08;p3=-2.069e-06;p4=-0.001416;p5=10.37;
p100=[p1 p2 p3 p4 p5 ];
%把所有拟合的放电曲线的系数放在一个矩阵中
p=[p20;p30;p40;p50;p60;p70;p80;p90;p100];
%开始计算相对误差
mre=[];MRE=[];
for j=1:231
syms x
s=solve( p(n-1,:)*[x^4; x^3; x^2; x; 1]==a(j,n),x);
    for i=1:4
        if s(i)<=3764&s(i)>=0&imag(s(i))==0
            b=s(i);
        end
    end
    mre(j,n)=abs(a(j,1)-b)/a(j,1);
end
%计算平均相对误差
MRE=mean(mre(:,n))
end

```

2、问题 2 的源程序

```

clear;clc
data=xlsread('d:\yuanshishuju');%导入数据
a=[];i=1; %开始找 231 个样本点
for n=2:10
start=[0 1770 1199 766 562 425 378 293 243 197]; %选择数据起始点
a(i,1)=data(start(n),1);a(i,n)=data(start(n),n);
m=start(n)-1;
while (i<231)&(m>1)

```

```

while data(m,n)-a(i,n)<=0.005
m=m-1;
end
if data(m,n)-a(i,n)>0.0054 %当数据中发生间隔大于 0.005V 时，采用中值法处理
a(i+1,n)=(data(m,n)+data(m+1,n))/2;a(i+1,1)=(data(m,1)+data(m+1,1))/2;
end
if data(m,n)-a(i,n)<=0.0054 %当数据中发生间隔不大于 0.005V 时，用中值法处理
a(i+1,n)=data(m+1,n);a(i+1,1)=data(m+1,1);
end
i=i+1;
end
%以下为拟合的 20A~100A 之间任一恒定电流强度放电是的放电曲线系数
p00=10.03;p10=0.0009838;p01=0.05012;p20=-1.128e-06;p11=-6.408e-05;
p02=-0.001428;p30=3.138e-10;p21=5.597e-08;p12=7.896e-07;p03=1.577e-05;
p40=-2.007e-14;p31=-9.503e-12;p22=-6.848e-10;p13=-2.78e-09;p04=-6.278e-08 ;
%开始计算相对误差
mre=[];MRE=[];
for j=1:231
y=[0 20 30 40 50 60 70 80 90 100];
syms x
s=solve([p00 p10 p01 p20 p11 p02 p30 p21 p12 p03 p40 p31 p22 p13 p04]*[1; x;
y(n); x^2; x*y(n); y(n)^2; x^3 ; x^2*y(n); x*y(n)^2; y(n)^3; x^4; x^3*y(n);
x^2*y(n)^2; x*y(n)^3 ; y(n)^4 ]==a(j,n), x );
for i=1:4
if s(i)<=3764&s(i)>=0&imag(s(i))==0
b=s(i);
end
end
mre(j,n)=abs(a(j,1)-b)/a(j,1);
end
%计算平均相对误差

```

MRE=mean(mre(:,n))

end

3、预测衰减状态 3 剩余放电时间

电压/V	放电时间 /min	电压/V	放电时间 /min	电压/V	放电时间 /min	电压/V	放电时间 /min
9.765	597.6	9.570	687.7	9.375	754.1	9.180	796.4
9.760	599.5	9.565	686.5	9.370	754.6	9.175	797.4
9.755	600.5	9.560	693.2	9.365	753.3	9.170	796.4
9.750	606.0	9.555	694.8	9.360	756.8	9.165	797.2
9.745	606.9	9.550	693.3	9.355	757.3	9.160	800.2
9.740	609.5	9.545	699.7	9.350	758.9	9.155	800.9
9.735	611.4	9.540	698.8	9.345	758.5	9.150	800.6
9.730	611.0	9.535	697.7	9.340	763.1	9.145	802.5
9.725	614.0	9.530	703.0	9.335	763.6	9.140	802.5
9.720	617.6	9.525	705.7	9.330	764.0	9.135	802.2
9.715	624.7	9.520	707.9	9.325	767.1	9.130	802.7
9.710	624.1	9.515	707.8	9.320	768.9	9.125	803.9
9.705	627.0	9.510	713.0	9.315	768.5	9.120	808.2
9.700	629.5	9.505	712.2	9.310	768.7	9.115	808.4
9.695	630.8	9.500	714.0	9.305	770.2	9.110	808.1
9.690	635.8	9.495	714.0	9.300	770.0	9.105	809.6
9.685	636.6	9.490	715.3	9.295	774.7	9.100	809.5
9.680	641.7	9.485	716.4	9.290	774.6	9.095	809.1
9.675	639.0	9.480	721.1	9.285	773.5	9.090	808.9

9. 670	643. 4	9. 475	723. 2	9. 280	777. 9	9. 085	809. 1
9. 665	647. 5	9. 470	724. 8	9. 275	777. 0	9. 080	811. 6
9. 660	646. 4	9. 465	723. 9	9. 270	777. 6	9. 075	811. 9
9. 655	650. 9	9. 460	726. 4	9. 265	778. 5	9. 070	811. 6
9. 650	657. 3	9. 455	727. 9	9. 260	777. 8	9. 065	812. 9
9. 645	655. 1	9. 450	732. 0	9. 255	781. 2	9. 060	813. 8
9. 640	658. 1	9. 445	732. 3	9. 250	782. 2	9. 055	814. 2
9. 635	655. 9	9. 440	734. 5	9. 245	783. 5	9. 050	814. 4
9. 630	664. 2	9. 435	734. 2	9. 240	784. 0	9. 045	814. 3
9. 625	664. 2	9. 430	735. 0	9. 235	787. 1	9. 040	815. 5
9. 620	667. 8	9. 425	739. 8	9. 230	788. 1	9. 035	816. 6
9. 615	669. 8	9. 420	739. 6	9. 225	787. 5	9. 030	815. 9
9. 610	667. 2	9. 415	741. 1	9. 220	789. 6	9. 025	815. 8
9. 605	672. 0	9. 410	740. 6	9. 215	789. 6	9. 020	816. 0
9. 600	676. 7	9. 405	741. 7	9. 210	789. 2	9. 015	816. 5
9. 595	675. 6	9. 400	744. 3	9. 205	790. 6	9. 010	818. 0
9. 590	678. 8	9. 395	744. 5	9. 200	792. 5	9. 005	819. 4
9. 585	680. 5	9. 390	748. 3	9. 195	792. 5	9. 000	822. 0
9. 580	683. 9	9. 385	751. 6	9. 190	795. 3		
9. 575	686. 9	9. 380	752. 0	9. 185	795. 4		

4、电流强度为 55A 时的放电时间和电压

放电时间 (min) 电压 (V)

0	10.5162	80	10.4661	160	10.4139	240	10.3587	320	10.3000	400	10.2371
2	10.5149	82	10.4648	162	10.4125	242	10.3573	322	10.2985	402	10.2354
4	10.5137	84	10.4636	164	10.4112	244	10.3559	324	10.2970	404	10.2338
6	10.5125	86	10.4623	166	10.4098	246	10.3545	326	10.2955	406	10.2321
8	10.5112	88	10.4610	168	10.4085	248	10.3530	328	10.2939	408	10.2305
10	10.5100	90	10.4597	170	10.4071	250	10.3516	330	10.2924	410	10.2288
12	10.5088	92	10.4584	172	10.4058	252	10.3502	332	10.2909	412	10.2272
14	10.5075	94	10.4571	174	10.4044	254	10.3487	334	10.2893	414	10.2255
16	10.5063	96	10.4559	176	10.4031	256	10.3473	336	10.2878	416	10.2239
18	10.5051	98	10.4546	178	10.4017	258	10.3459	338	10.2863	418	10.2222
20	10.5038	100	10.4533	180	10.4004	260	10.3444	340	10.2847	420	10.2206
22	10.5026	102	10.4520	182	10.3990	262	10.3430	342	10.2832	422	10.2189
24	10.5013	104	10.4507	184	10.3976	264	10.3415	344	10.2816	424	10.2172
26	10.5001	106	10.4494	186	10.3963	266	10.3401	346	10.2801	426	10.2155
28	10.4988	108	10.4481	188	10.3949	268	10.3386	348	10.2785	428	10.2139
30	10.4976	110	10.4468	190	10.3936	270	10.3372	350	10.2770	430	10.2122
32	10.4964	112	10.4455	192	10.3922	272	10.3357	352	10.2754	432	10.2105
34	10.4951	114	10.4442	194	10.3908	274	10.3343	354	10.2738	434	10.2088
36	10.4939	116	10.4429	196	10.3894	276	10.3328	356	10.2723	436	10.2071
38	10.4926	118	10.4416	198	10.3881	278	10.3313	358	10.2707	438	10.2054
40	10.4914	120	10.4403	200	10.3867	280	10.3299	360	10.2691	440	10.2037
42	10.4901	122	10.4390	202	10.3853	282	10.3284	362	10.2675	442	10.2020
44	10.4889	124	10.4377	204	10.3839	284	10.3269	364	10.2660	444	10.2003
46	10.4876	126	10.4364	206	10.3825	286	10.3255	366	10.2644	446	10.1986
48	10.4864	128	10.4351	208	10.3812	288	10.3240	368	10.2628	448	10.1969
50	10.4851	130	10.4337	210	10.3798	290	10.3225	370	10.2612	450	10.1952
52	10.4838	132	10.4324	212	10.3784	292	10.3210	372	10.2596	452	10.1935
54	10.4826	134	10.4311	214	10.3770	294	10.3195	374	10.2580	454	10.1918
56	10.4813	136	10.4298	216	10.3756	296	10.3181	376	10.2564	456	10.1900
58	10.4801	138	10.4285	218	10.3742	298	10.3166	378	10.2548	458	10.1883
60	10.4788	140	10.4272	220	10.3728	300	10.3151	380	10.2532	460	10.1866
62	10.4775	142	10.4258	222	10.3714	302	10.3136	382	10.2516	462	10.1848
64	10.4763	144	10.4245	224	10.3700	304	10.3121	384	10.2500	464	10.1831
66	10.4750	146	10.4232	226	10.3686	306	10.3106	386	10.2484	466	10.1814
68	10.4737	148	10.4219	228	10.3672	308	10.3091	388	10.2468	468	10.1796
70	10.4725	150	10.4205	230	10.3658	310	10.3076	390	10.2452	470	10.1779
72	10.4712	152	10.4192	232	10.3644	312	10.3061	392	10.2436	472	10.1761
74	10.4699	154	10.4179	234	10.3630	314	10.3046	394	10.2419	474	10.1744
76	10.4687	156	10.4165	236	10.3616	316	10.3031	396	10.2403	476	10.1726
78	10.4674	158	10.4152	238	10.3601	318	10.3015	398	10.2387	478	10.1708

480	10.1691	560	10.0953	640	10.0151	720	9.9275	800	9.8318	880	9.7271
482	10.1673	562	10.0934	642	10.0130	722	9.9252	802	9.8293	882	9.7244
484	10.1655	564	10.0915	644	10.0109	724	9.9229	804	9.8268	884	9.7216
486	10.1638	566	10.0896	646	10.0088	726	9.9206	806	9.8243	886	9.7189
488	10.1620	568	10.0876	648	10.0067	728	9.9183	808	9.8217	888	9.7161
490	10.1602	570	10.0857	650	10.0045	730	9.9160	810	9.8192	890	9.7134
492	10.1584	572	10.0837	652	10.0024	732	9.9137	812	9.8167	892	9.7106
494	10.1566	574	10.0818	654	10.0003	734	9.9114	814	9.8141	894	9.7078
496	10.1548	576	10.0798	656	9.9982	736	9.9090	816	9.8116	896	9.7050
498	10.1530	578	10.0779	658	9.9960	738	9.9067	818	9.8090	898	9.7022
500	10.1512	580	10.0759	660	9.9939	740	9.9044	820	9.8065	900	9.6995
502	10.1494	582	10.0739	662	9.9918	742	9.9020	822	9.8039	902	9.6967
504	10.1476	584	10.0720	664	9.9896	744	9.8997	824	9.8014	904	9.6938
506	10.1458	586	10.0700	666	9.9875	746	9.8973	826	9.7988	906	9.6910
508	10.1440	588	10.0680	668	9.9853	748	9.8950	828	9.7962	908	9.6882
510	10.1421	590	10.0660	670	9.9831	750	9.8926	830	9.7936	910	9.6854
512	10.1403	592	10.0641	672	9.9810	752	9.8902	832	9.7910	912	9.6826
514	10.1385	594	10.0621	674	9.9788	754	9.8879	834	9.7884	914	9.6797
516	10.1367	596	10.0601	676	9.9766	756	9.8855	836	9.7858	916	9.6769
518	10.1348	598	10.0581	678	9.9744	758	9.8831	838	9.7832	918	9.6740
520	10.1330	600	10.0561	680	9.9722	760	9.8807	840	9.7806	920	9.6712
522	10.1311	602	10.0541	682	9.9701	762	9.8783	842	9.7780	922	9.6683
524	10.1293	604	10.0521	684	9.9679	764	9.8759	844	9.7754	924	9.6654
526	10.1274	606	10.0500	686	9.9657	766	9.8735	846	9.7727	926	9.6626
528	10.1256	608	10.0480	688	9.9635	768	9.8711	848	9.7701	928	9.6597
530	10.1237	610	10.0460	690	9.9612	770	9.8687	850	9.7675	930	9.6568
532	10.1218	612	10.0440	692	9.9590	772	9.8663	852	9.7648	932	9.6539
534	10.1200	614	10.0419	694	9.9568	774	9.8638	854	9.7622	934	9.6510
536	10.1181	616	10.0399	696	9.9546	776	9.8614	856	9.7595	936	9.6481
538	10.1162	618	10.0378	698	9.9524	778	9.8590	858	9.7568	938	9.6452
540	10.1144	620	10.0358	700	9.9501	780	9.8565	860	9.7542	940	9.6422
542	10.1125	622	10.0337	702	9.9479	782	9.8541	862	9.7515	942	9.6393
544	10.1106	624	10.0317	704	9.9456	784	9.8516	864	9.7488	944	9.6364
546	10.1087	626	10.0296	706	9.9434	786	9.8492	866	9.7461	946	9.6334
548	10.1068	628	10.0276	708	9.9411	788	9.8467	868	9.7434	948	9.6305
550	10.1049	630	10.0255	710	9.9389	790	9.8442	870	9.7407	950	9.6275
552	10.1030	632	10.0234	712	9.9366	792	9.8417	872	9.7380	952	9.6246
554	10.1011	634	10.0213	714	9.9343	794	9.8393	874	9.7353	954	9.6216
556	10.0992	636	10.0193	716	9.9321	796	9.8368	876	9.7326	956	9.6186
558	10.0973	638	10.0172	718	9.9298	798	9.8343	878	9.7299	958	9.6156

960	9.6127	10189.5230	1076	9.4275	1134	9.3256	11929.2171	12509.1017
962	9.6097	1020	9.5198	1078	9.4241	1136	9.3220	11949.2133
964	9.6067	1022	9.5166	1080	9.4207	1138	9.3184	11969.2094
966	9.6036	1024	9.5134	1082	9.4172	1140	9.3147	11989.2055
968	9.6006	1026	9.5102	1084	9.4138	1142	9.3111	12009.2016
970	9.5976	1028	9.5070	1086	9.4104	1144	9.3074	12029.1977
972	9.5946	1030	9.5038	1088	9.4069	1146	9.3037	12049.1938
974	9.5915	1032	9.5005	1090	9.4035	1148	9.3001	12069.1899
976	9.5885	1034	9.4973	1092	9.4000	1150	9.2964	12089.1860
978	9.5855	1036	9.4940	1094	9.3966	1152	9.2927	12109.1821
980	9.5824	1038	9.4908	1096	9.3931	1154	9.2890	12129.1781
982	9.5793	1040	9.4875	1098	9.3896	1156	9.2853	12149.1742
984	9.5763	1042	9.4842	1100	9.3861	1158	9.2816	12169.1702
986	9.5732	1044	9.4810	1102	9.3826	1160	9.2778	12189.1663
988	9.5701	1046	9.4777	1104	9.3791	1162	9.2741	12209.1623
990	9.5670	1048	9.4744	1106	9.3756	1164	9.2704	12229.1583
992	9.5639	1050	9.4711	1108	9.3721	1166	9.2666	12249.1543
994	9.5608	1052	9.4678	1110	9.3686	1168	9.2629	12269.1503
996	9.5577	1054	9.4644	1112	9.3650	1170	9.2591	12289.1463
998	9.5546	1056	9.4611	1114	9.3615	1172	9.2553	12309.1423
1000	9.5515	1058	9.4578	1116	9.3579	11749.2515	1232	9.1383
1002	9.5483	1060	9.4545	1118	9.3544	11769.2478	1234	9.1342
1004	9.5452	1062	9.4511	1120	9.3508	11789.2440	1236	9.1302
1006	9.5421	1064	9.4478	1122	9.3472	11809.2401	1238	9.1261
1008	9.5389	1066	9.4444	1124	9.3437	11829.2363	1240	9.1221
1010	9.5357	1068	9.4410	1126	9.3401	11849.2325	1242	9.1180
1012	9.5326	1070	9.4377	1128	9.3365	11869.2287	1244	9.1139
1014	9.5294	1072	9.4343	1130	9.3329	11889.2248	1246	9.1099
1016	9.5262	1074	9.4309	1132	9.3293	11909.2210	1248	9.1058