Signaux, Sons et Images pour l'Informaticien: Filtres

Diane Lingrand

Polytech SI3

2016 - 2017

Outline

Outline

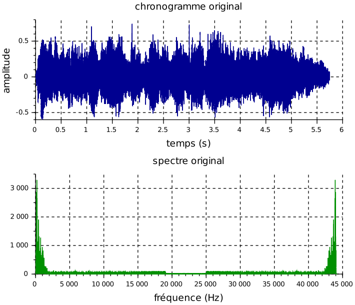
Filtre passe-haut

- Pour éliminer les fréquences basses
- Eviter des perturbations des amplificateurs

Filtre passe-bas

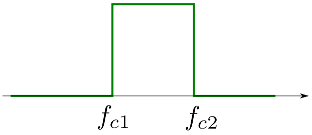
- Pour éliminer les fréquences hautes ...
- ...et donc se mettre dans les conditions d'application du théorème de Nyquist et Shannon.
- Donc, si on veut échantillonner à 8000 Hz, on enlève les fréquences supérieures à 16000 Hz

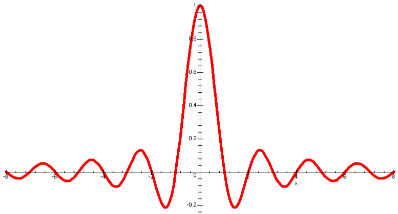
Filtre passe-bas : un exemple



- $f_c = fe/4$
- $f_c = fe/8$
- $f_c = fe/16$

- Extraction d'une bande de fréquences entre f_{c1} et f_{c2}.
- Fenêtre rectangulaire dans le domaine fréquentiel $\Rightarrow$ sinus cardinal dans le domaine temporel





Reconstruction - ré-échantillonnage

ou *quand la condition de Nyquist-Shannon est respectée*

- on peut reconstruire s(t) en fonction des échantillons
- dans le domaine fréquentiel, on extrait une période de la transformée de Fourier : $S(f).W(f)$
- puis on applique la transformée de Fourier inverse $s(t) * w(t)$

$$s(t) = \sum_{t=0}^{N-1} s(nT_e) \frac{\sin(\pi(t - nT_e)/T_e)}{\pi(t - nT_e)/T_e}$$

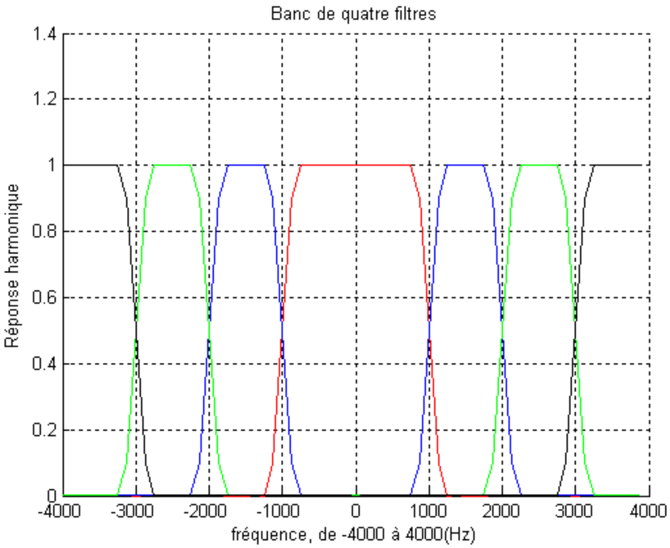
Outline

Banc de filtres

- ensemble de M filtres h_i ou H_i de même taille R avec même fréquence d'échantillonnage f_e
- principe : on découpe le spectre en M bandes de fréquences, on applique les filtres puis on ajoute les résultats
- contrainte :

$$\forall k \in [0, R-1], \sum_{i=1}^{M} H_i(kf_e/R) = 1$$

Exemple de découpage en 4 bandes



Générateur de banc de filtres

On peut construire un banc de filtres par addition et décalages d'un filtre générateur.

$$H_k = \sum_{n=0}^{R-1} h_n e^{-2i\pi nk/R}, k = 0..R-1$$

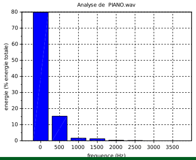
Décaler H_k revient à décaler de $+k_0$ et $-k_0$:

$$\begin{aligned} H_{k+k_0} + H_{k-k_0} &= \sum_{n=0}^{R-1} h_n e^{-2i\pi n(k+k_0)/R} + \sum_{n=0}^{R-1} h_n e^{-2i\pi n(k-k_0)/R} \\ &= \sum_{n=0}^{R-1} h_n (e^{-2i\pi nk_0/R} + e^{+2i\pi nk_0/R}) e^{-2i\pi nk/R} \\ &= \sum_{n=0}^{R-1} 2\cos(2\pi nk_0/R) h_n e^{-2i\pi nk/R} \end{aligned}$$

et donc multiplier les coefficients h_n par $\cos(2\pi nk_0/R)$.

Banc de filtres en scilab

```
function [s,E,Esignal,fe]=bancfiltres(M,R,fichier, play)
//Exemple [s,e,es,fe]=bancfiltres(8,128,'piano.wav',1);
[e,fe]=wavread(fichier);
N= R/(4*M);
H=[ones(1,N-1),0.9,0.5,0.1,zeros(1,R-2*N-3),...
   0.1,0.5,0.9,ones(1,N-2)];
h=fftshift(real(ifft(H)));
n=0:R-1;
for j=0:M-1
  bande(j+1,:)=2*cos((2*j+1)*n*%pi/(2*M)).*h;
end
for j=0:M-1
  sfiltre=convol(e,bande(j+1,:));
  s(j+1,:)=sfiltre(1:length(e));
  wavwrite(s(j+1,:),fe,['s'+string(j+1)+'.wav']);
end
Esignal= e*e'/2;
E=diag(s*s')/2;
disp(['sum(E):',string(sum(E))])
bar([0:M-1]*fe/(2*M),100*E/Esignal)
xtitle(['Analyse de ',fichier],'frequence (Hz)','energie (% energie totale)')
xgrid();
if play then sound(sum(s,1),fe);
end
endfunction
```



Structure d'un CODEC