

1-2- با در نظر گرفتن مقادیر پارامترهای سیستم خطی به صورت زیر، تابع تبدیل را محاسبه نموده، سپس پایداری BIBO و پایداری مجانبی سیستم را بررسی نمایید.

$$\ddot{x}_s = \frac{1}{M_1} [b_1(\dot{x}_w - \dot{x}_s) + k_1(x_w - x_s) + u]$$

$$\ddot{x}_w = \frac{1}{M_2} [b_1(\dot{x}_s - \dot{x}_w) + k_1(x_s - x_w) + b_2(\dot{r} - \dot{x}_w) + k_2(r - x_1) - u]$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_x \\ \dot{x}_x \\ y \\ \dot{y} \end{pmatrix}, y = x_x - x_v$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_u\mathbf{u} + \mathbf{B}_d\mathbf{d}$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_1}{M_1} & \frac{-b_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{M_2} & \frac{b_2}{M_2} & \frac{-k_1}{M_2} + \frac{-k_1}{M_1} + \frac{-k_2}{M_2} & \frac{-b_1}{M_1} + \frac{-b_2}{M_2} + \frac{-b_1}{M_1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_1} \\ 0 \\ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \end{pmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-k_2}{M_2} & \frac{-k_2}{M_2} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0), \mathbf{D} = \mathbf{0}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} r \\ \dot{r} \end{pmatrix}$$

ابتدا تابع تبدیل سیستم را به دست می آوریم.

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}(B_1u + B_2d)$$

$$\frac{Y}{U} = C(sI - A)^{-1}B_1 = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] = \frac{0.01254s^2 + 0.3571s + 9.048}{s^4 + 256.3s^3 + 7289s^2 + 26670s + 561000}$$

قطب های سیستم را به دست می آوریم.

$$P_1 = -224.24$$

$$P_2 = -31.14$$

$$P_{3,4} = -0.44 \pm 8.95i$$

همانطور که می بینیم قطب سمت راست محور نداریم پس سیستم پایدار BIBO است.

برای بررسی پایداری مجانبی سیستم، مقادیر ویژه را بررسی می کنیم. از آن جایی که تمام مقادیر ویژه های سیستم منفی هستند پس سیستم پایدار لیانوف است.

$$\lambda_1 = -224.24$$

$$\lambda_2 = -31.14$$

$$\lambda_{3,4} = -0.44 \pm 8.95i$$

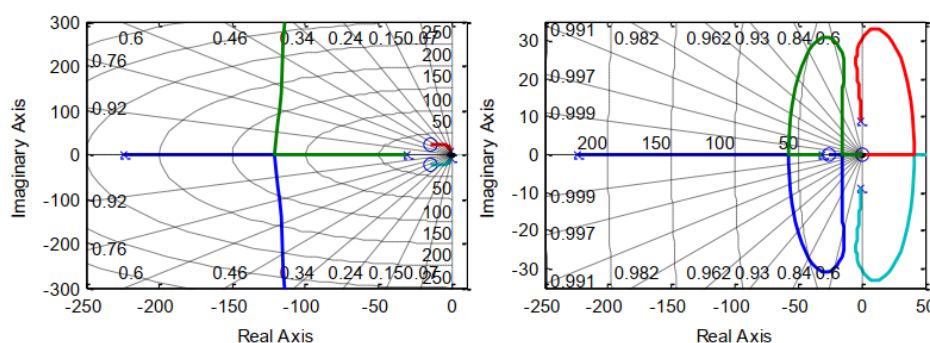
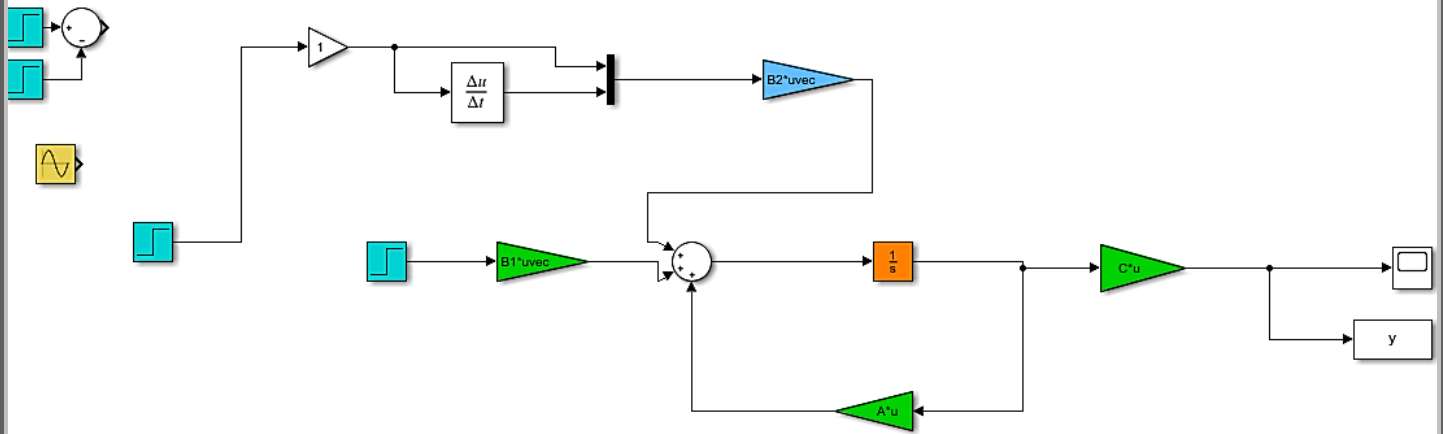


Figure 2. Root locus diagram of system 1 with  $P_1 = -224.24$ ,  $P_2 = -31.14$  (left figure), and system 2 with  $P_3 = -0.44 + 8.95i$ ,  $P_4 = -0.44 - 8.95i$  (right figure)

## 2-2- پاسخ سیستم حلقه باز را به ورودی های اغتشاشی شبیه سازی و تحلیل نمایید .

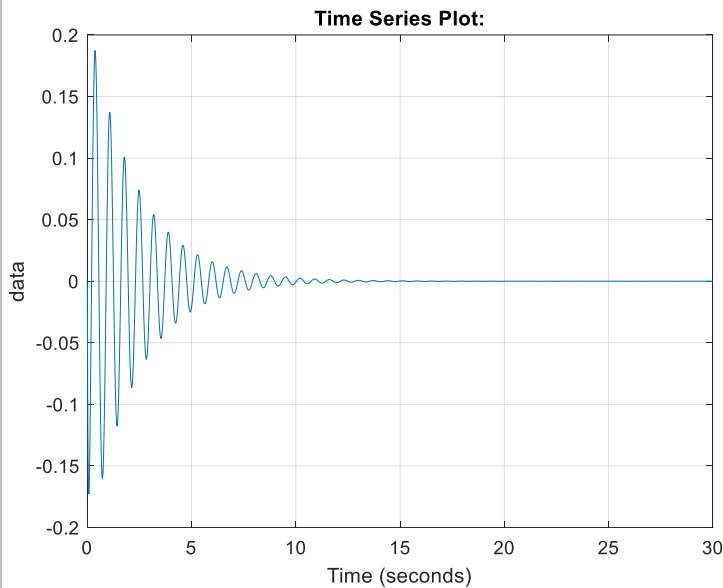


```

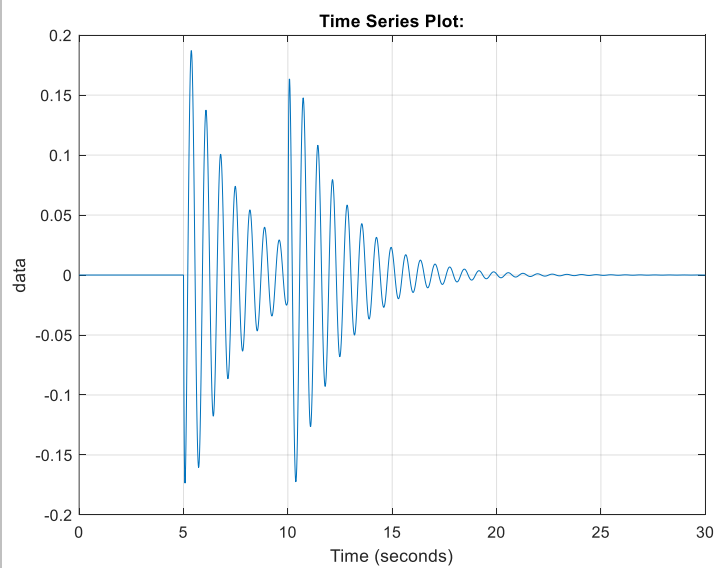
1 - clc
2 - close all
3 - clear all
4 - % System parameters
5 - m1 = 700; % kg
6 - m2 = 90; % kg
7 - k1 = 62000; % N/m
8 - k2 = 570000; % N/m
9 - b1 = 500; % N.s/m
10 - b2 = 22500; % N.s/m
11
12 - A=[0 1 0 0;
13 - 0 0 -k1/m1 -b1/m1;
14 - 0 0 0 1;
15 - k2/m2 b2/m2 -(k1+k2)/m2 -(k1)/m1 -(b1+b2)/m2 -(b1)/m1]
16 - B1=[0 1/m1 0 1/m1+1/m2]'
17 - B2=[0 0;
18 - 0 0;
19 - 0 0;
20 - -k2/m2 -b2/m2]
21 - C=[0 0 1 0]
22 - D=0
23 - sim('Q2p2')
24 - figure(1)
25 - plot(y)
26 - grid on

```

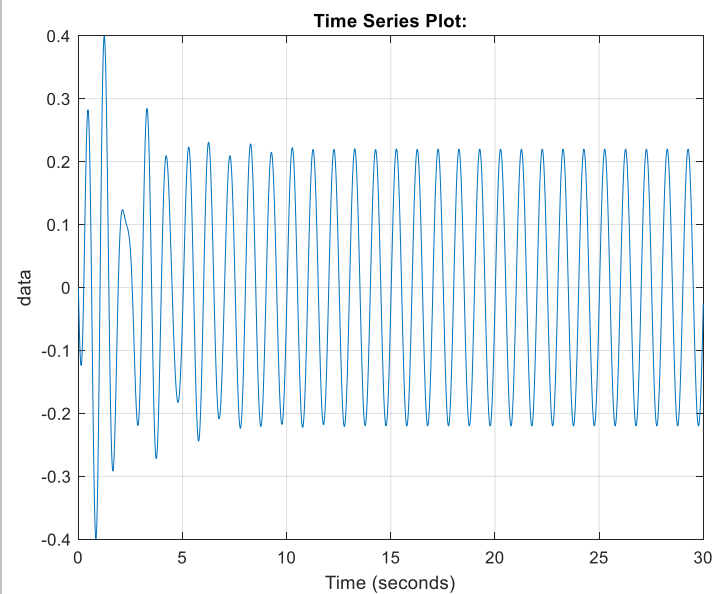
الف) در لحظات اول اغتشاش زیادی داریم اما پس از گذشت حدود 10 ثانیه میزان اغتشاش بسیار کاهش میابد.



ب) بعد از ثانیه 5 با اینکه اغتشاش قطع می شود چون  $du/dt$  داریم اغتشاشات ادامه داشته و کم از کم میببینیم که دامنه اغتشاش در مرحله دوم کمتر از مرحله اول است.

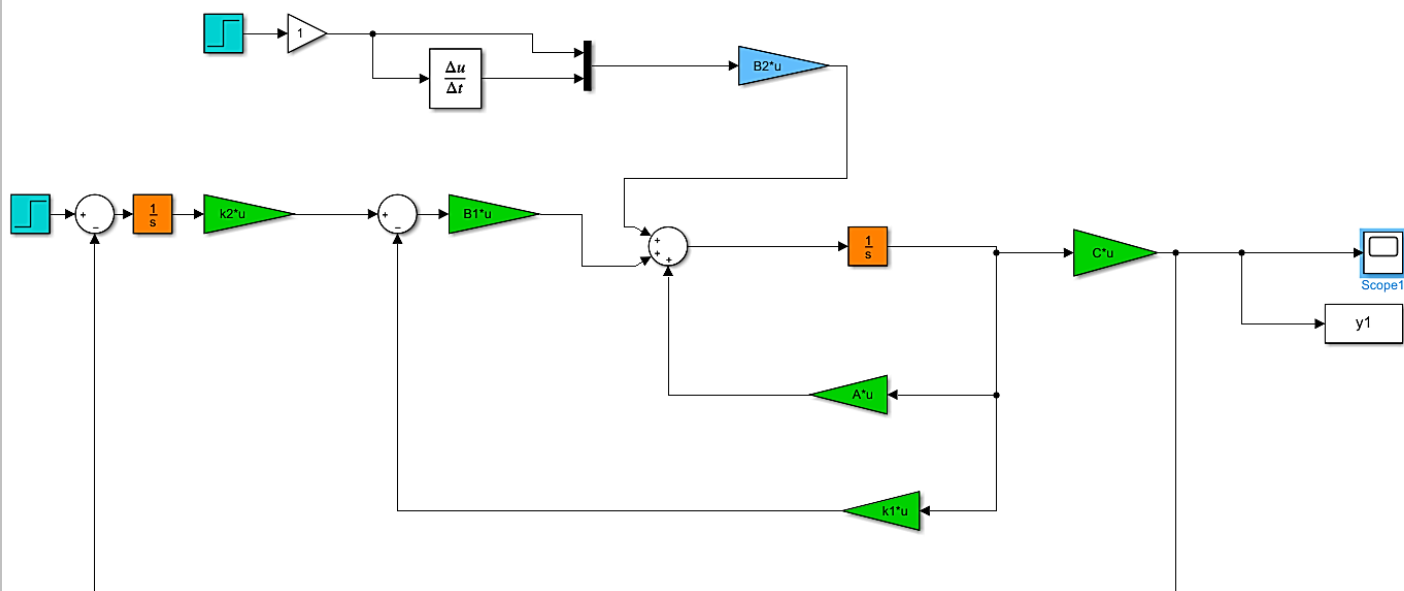


ج) نوسانات به شکل سینوسی دائم است که در ابتدا چند ضربه با دامنه های مختلف داریم اما پس از حدود ثانیه 10 دامنه و سیگنال ثابت میشود.



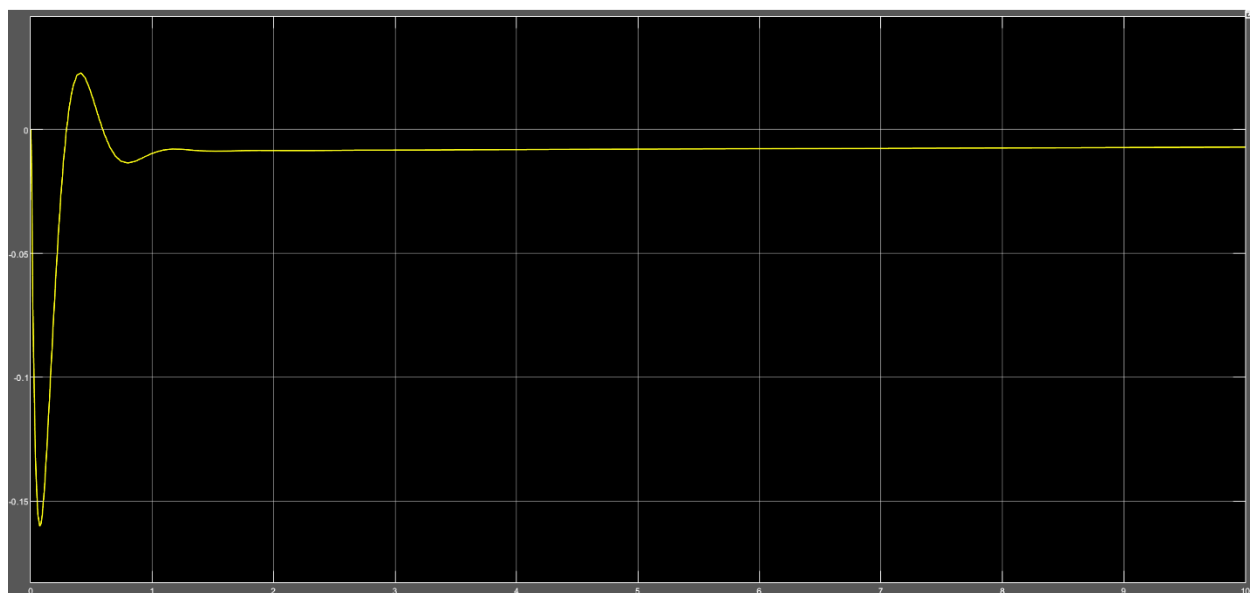
$$t_{s(2\%)} = \frac{4}{\zeta\omega_n} < 5s \rightarrow \zeta\omega_n < 0.8; \quad t_{s(5\%)} = \frac{3.2}{\zeta\omega_n} < 5s \rightarrow \zeta\omega_n < 0.64$$

$$OS = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 0.1 \rightarrow \zeta \in (0.5911, 1) \rightarrow \zeta\omega_n < 0.8 \rightarrow \omega_n \in (0.8, 1.356)$$

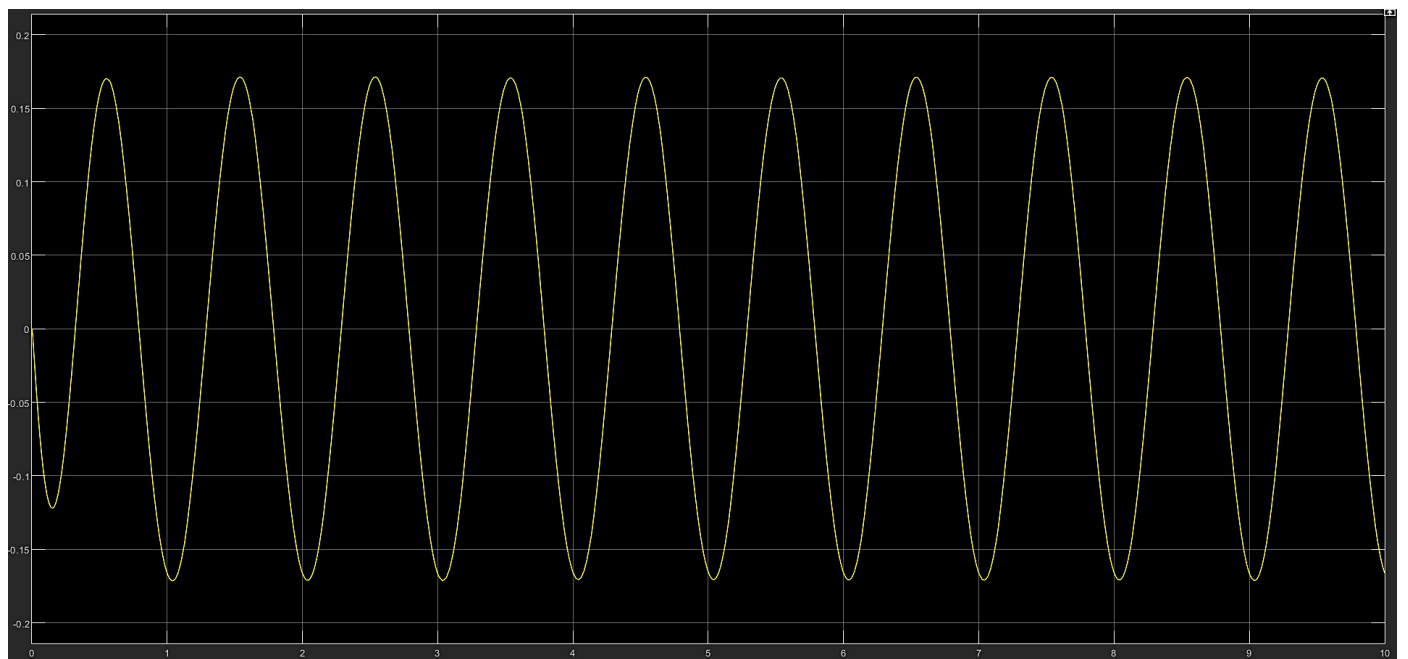
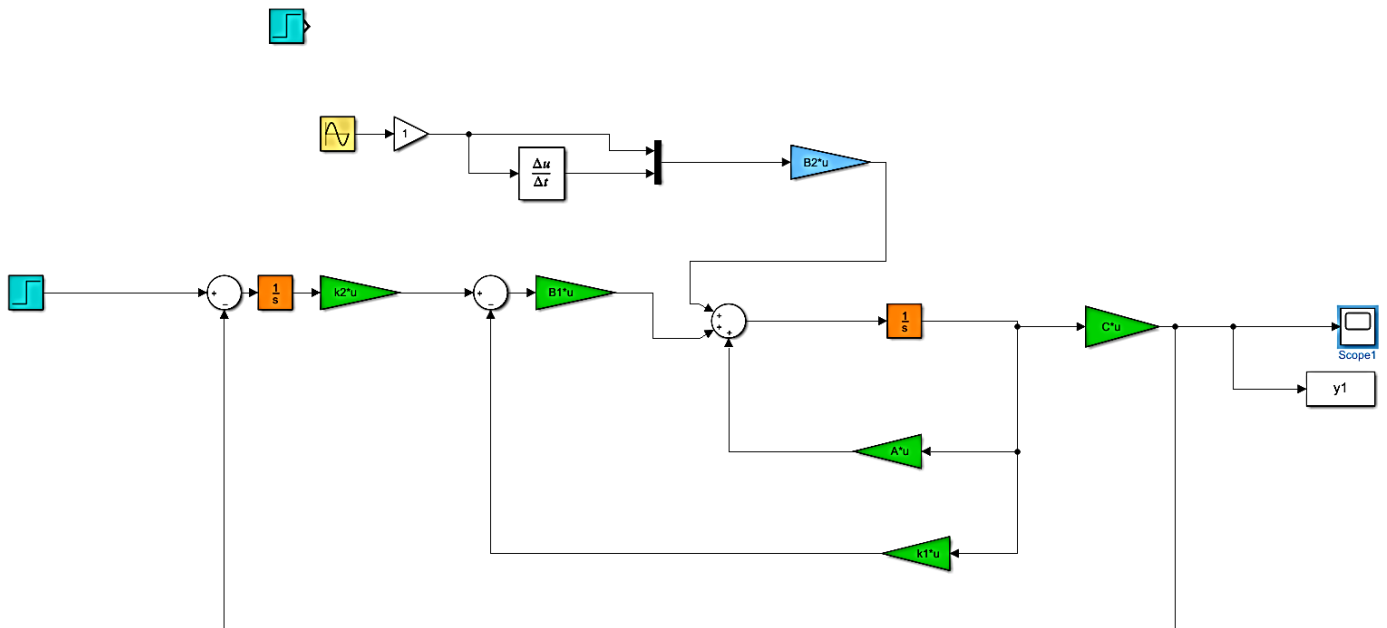


```
27 %%  
28 Aa=[A zeros(4,1); -C 0]  
29 Ba=[B1 ;0]  
30 p=[-220 -90 -30 -0.4+0.9*1i -0.4-0.9*1i]  
31 k=acker(Aa,Ba,p)  
32 k1=k(:,1:4)  
33 k2=k(:,5)  
34
```

قطب های دلخواه را انتخاب کرده با دستور آکرم  $k$  را بدست آورده و شبیه سازی میکنیم. مبینیم خروجی به دست آمده مطلوب است و خواسته های مسئله را برآورده کرده است.

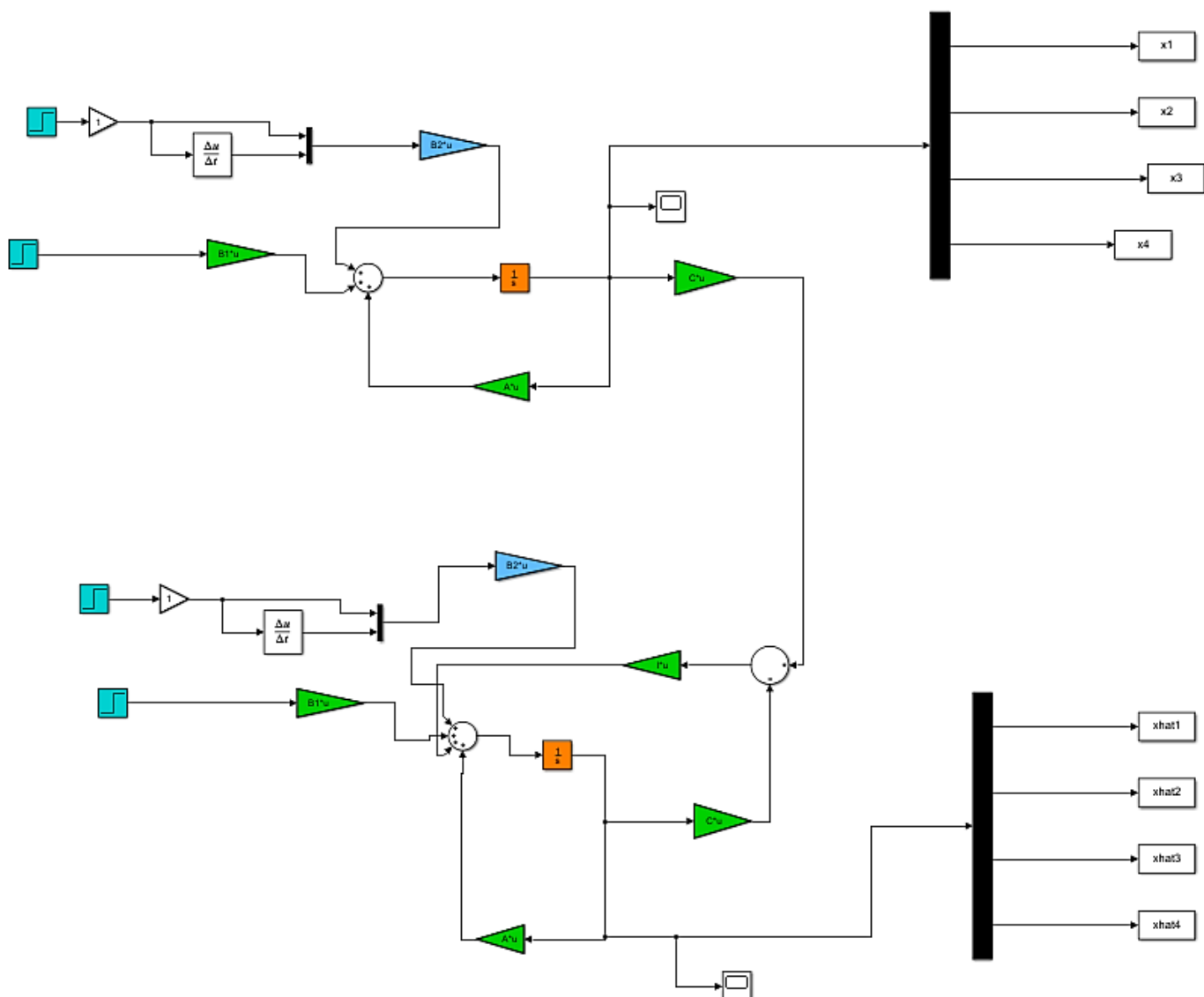


4-2- پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی اغتشاشی شبیه سازی و تحلیل نمایید .



در زمان بعد از یک ثانیه که سیگنال اغتشاش منظم میشود بصورت نوسانات به شکل سینوسی دائم است.

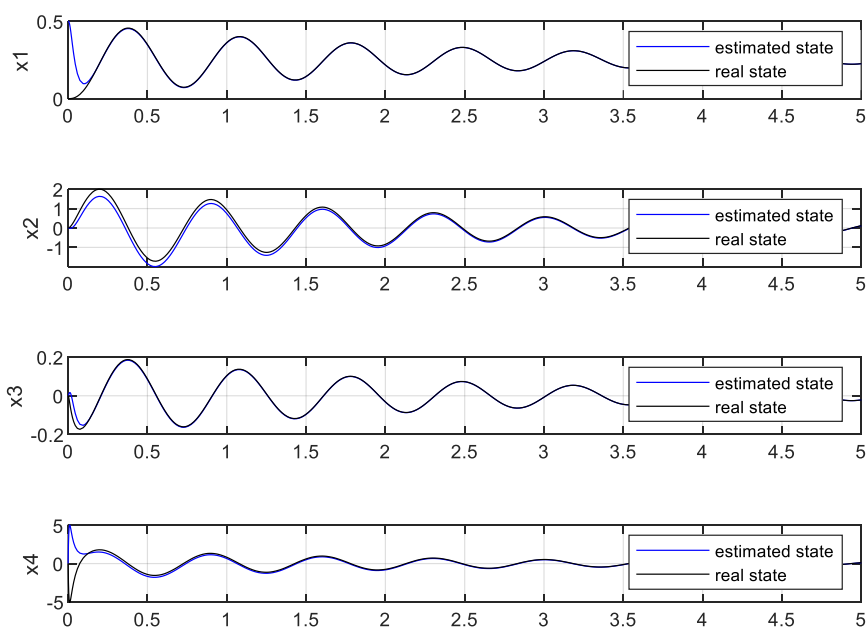
5-2- رویتگری را برای سیستم طراحی کنید و پاسخ حالت های سیستم را به شرایط اولیه زیر نشان دهید .



```

35 %%
36 - phio=ctrb(A',C');
37 - alphaS=[poly([-220 -90 -30 -0.4+0.9*i -0.4-0.9*i])];
38 - W=alphaS(1)*(A')^4+alphaS(2)*(A')^3+alphaS(3)*(A')^2+alphaS(4)*(A')+alphaS(5)*eye(4);
39 - L=[0 0 0 1]*inv(phio)*W;
40 - l=L'
41
42 - sim('Q2part5')
43 - figure(1)
44 - subplot(4,1,1)
45 - plot(xhat1,'b-')
46 - hold on
47 - plot(x1,'k-')
48 - grid on
49 - ylabel('x1')
50 - legend('estimated state','real state')
51 - subplot(4,1,2)
52 - plot(xhat2,'b-')
53 - hold on
54 - plot(x2,'k-')
55 - grid on
56 - ylabel('x2')
57 - legend('estimated state','real state')
58 - subplot(4,1,3)
59 - plot(xhat3,'b-')
60 - hold on
61 - plot(x3,'k-')
62 - grid on
63 - ylabel('x3')
64 - legend('estimated state','real state')
65 - subplot(4,1,4)
66 - plot(xhat4,'b-')
67 - hold on
68 - plot(x4,'k-')
69 - grid on
70 - ylabel('x4')
71 - legend('estimated state','real state')

```



همانطور که مشاهده میشود رویتر به خوبی پاسخ های حالت را دنبال کرده است.

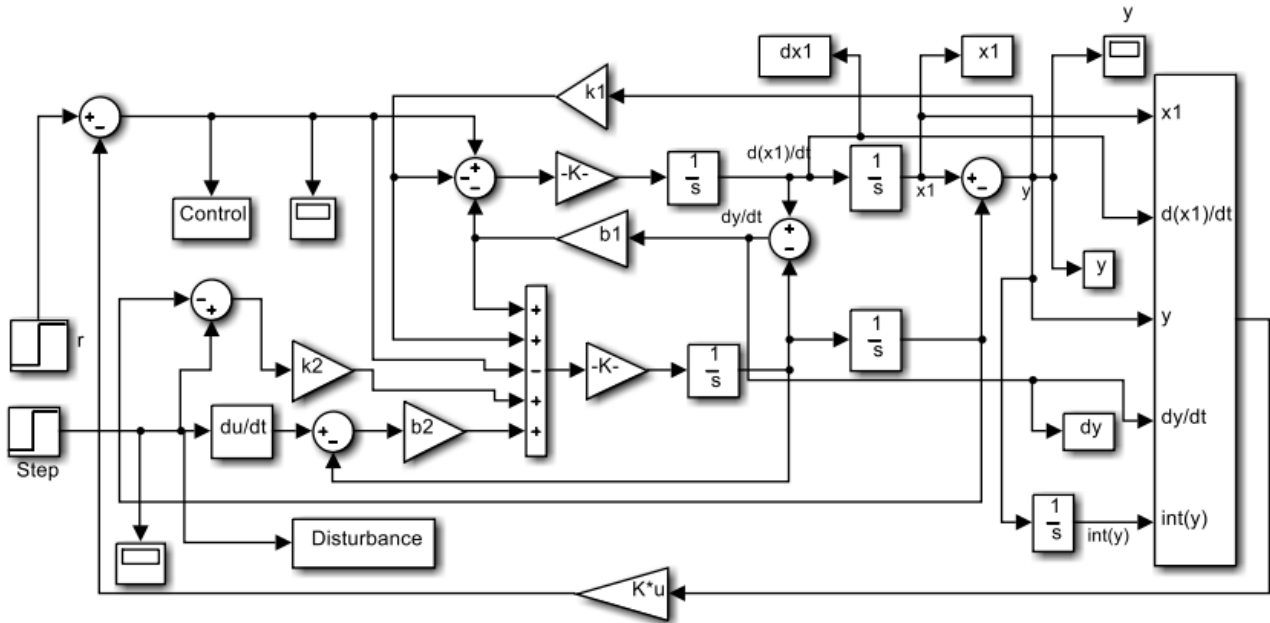


Figure 4. Simulink implementation of the tractor active suspension control system

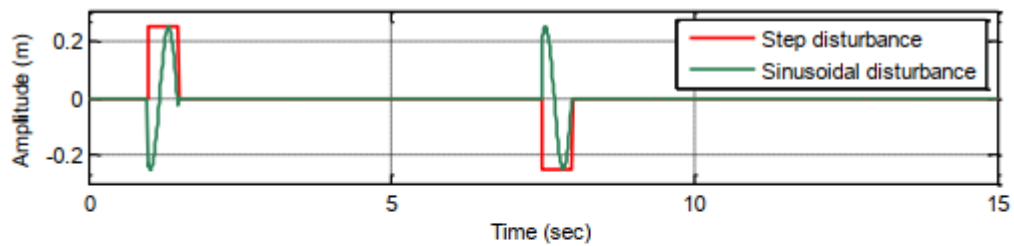


Figure 5. Simulation of road roughness disturbances

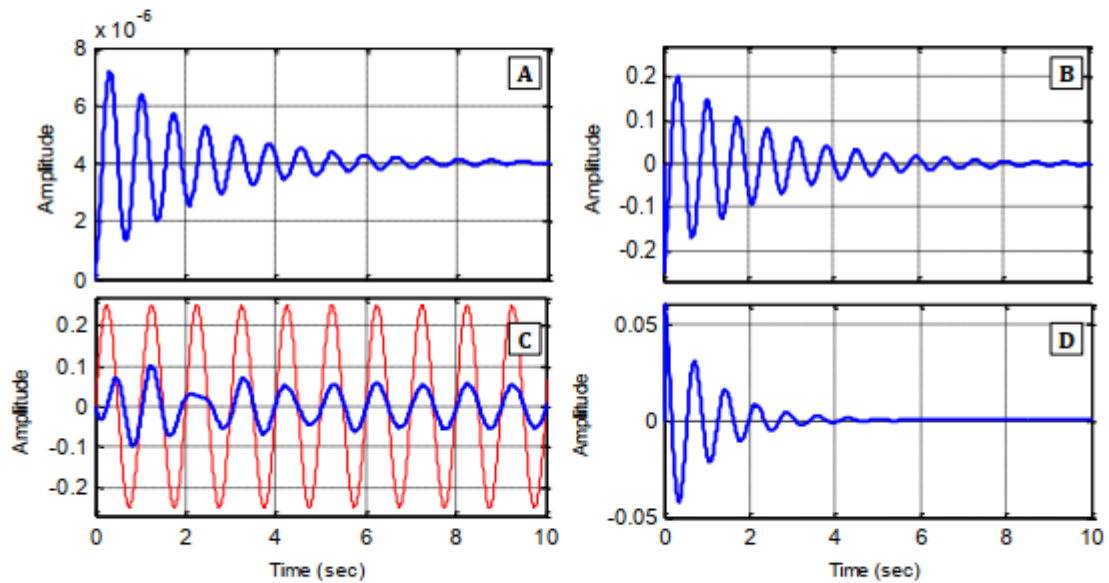


Figure 6. (A) Step response of system 1 with step input of 0.25m,  $ST=8.47s$ , overshoot= 78.4%. (B) step response of system 2 with amplitude=0.25m, settling time=8.47s, (C) Sinusoidal response of system 1 with amplitude=0.25m, (D) closed-loop step response with settling time=4.36s.



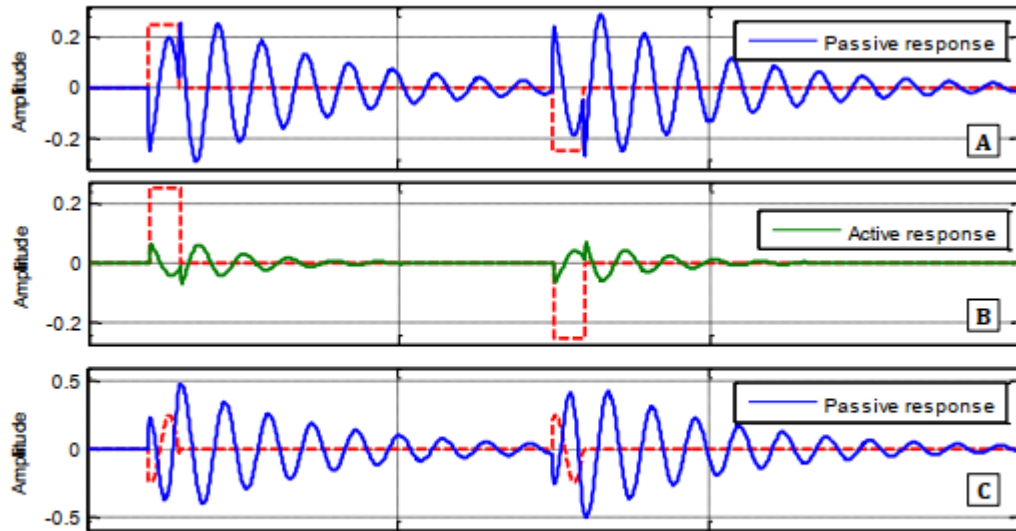


Figure 7. Simulation of response to disturbance with duration=0.5 seconds and amplitude of  $\pm 0.25$  m, (A) uncontrolled response to step disturbances, (B) controlled response to step disturbances, (C) uncontrolled response to sinusoidal disturbances

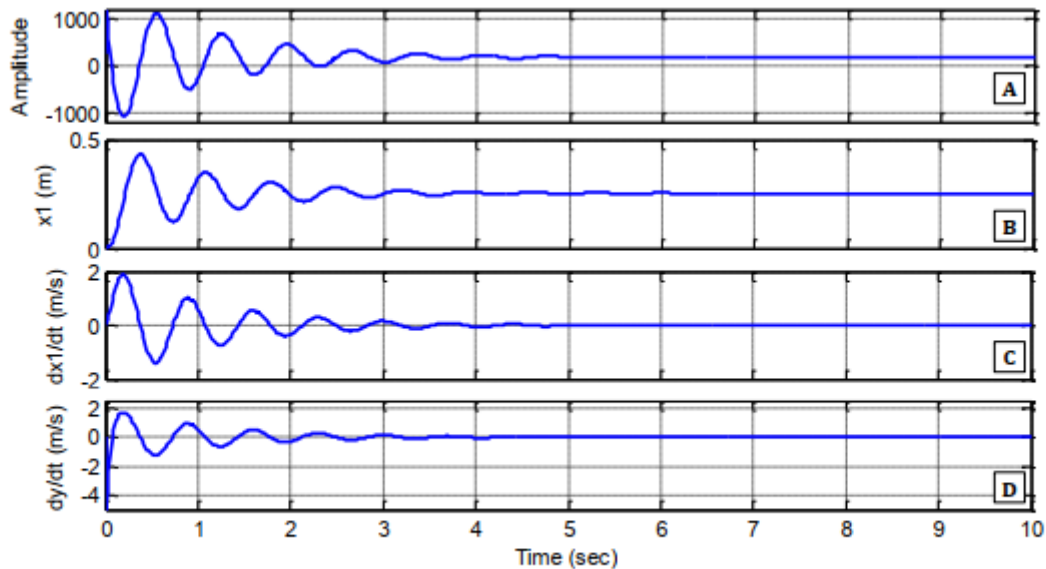


Figure 10. Plot of (A) control effort, (B) vibration  $x_1(t)$ , (C) vibration rate  $dx_1/dt$ , and (D) relative vibration  $dy/dt$

منبع:

International Conference on Agricultural and Food Engineering for Life (Cafei2012).  
 26-28 November 2012, Journal version: Shamshiri, R., Wan Ismail, W. I. (2013). Design and Analysis of Full-state Feedback, Controller for a Tractor Active Suspension: Implications for Crop Yield. Int. J. Agric. Biol,