

1-1- مدل خطی سیستم را حول نقطه تعادل مبدا (کلیه متغیرهای حالت صفر باشند) و معادلات حالت را برای $M = m = 1Kg$ و پارامتری باقی ماندن $1l$ و $2l$ بدست آورید. (راهنمایی: حول نقطه تعادل مبدا $\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$ است)

$$\begin{pmatrix} x \\ v \\ \theta_1 \\ \omega_1 \\ \theta_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_0 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \quad \text{نقاط تعادل} = \begin{cases} \sin \theta = \theta \\ \cos \theta = 1 \end{cases}$$

$$\frac{d\dot{v}}{dx_2} = \frac{dv}{dv} = 1$$

$$\frac{d\dot{v}}{dx_3} = \frac{d(\beta/\alpha)}{d\theta_1} = \frac{d}{d\theta_1} \left(\frac{-gL_1L_2\theta_1}{L_1L_2 + 2L_1L_2 - 2L_1L_2} \right) = -g$$

$$\frac{d\dot{v}}{dx_4} = \frac{d(\beta/\alpha)}{d\theta_2} = \frac{d}{d\theta_2} \left(\frac{mgL_1L_2\theta_2}{L_1L_2} \right) = -g$$

$$\frac{d\dot{\omega}_1}{d\theta_1} = \frac{d}{d\theta_1} \cdot \left(\frac{2L_2g\theta_1}{L_1L_2} \right) = \frac{2g}{L_1}$$

$$\frac{d\dot{\omega}_1}{d\theta_2} = \frac{d}{d\theta_2} \left(\frac{2L_2\theta_2}{L_1L_2} \right) = \frac{g}{L_1}$$

$$\frac{d\dot{\omega}_2}{d\theta_1} = \frac{g}{L_2}; \quad \frac{d\dot{\omega}_2}{d\theta_2} = \frac{2g}{L_2}$$

$$j_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2g}{L_1} & 0 & \frac{g}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g}{L_2} & 0 & \frac{2g}{L_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d\dot{v}}{dF} = 1; \quad \frac{d\dot{v}}{dF} = -\frac{L_2}{L_1L_2} = -\frac{1}{L_1}; \quad \frac{d\dot{v}}{dF} = -\frac{L_1}{L_1L_2} = -\frac{1}{L_2}; \Rightarrow j_F = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{L_2} \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2g}{L_1} & 0 & \frac{g}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g}{L_2} & 0 & \frac{2g}{L_2} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{L_2} \end{bmatrix} F$$

2-1- برای سیستم خطی سازی شده با فرض $l_1=1.5\text{ m}$ و $l_2=1\text{ m}$ توابع تبدیل را محاسبه کنید.

$$L_1 = 1.5 \quad L_2 = 1 \quad g = 10$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\omega}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\omega}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{40}{3} & 0 & \frac{20}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 20 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ \theta_1 \\ \omega_1 \\ \theta_2 \\ \omega_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\frac{2}{3} \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} F \rightarrow G = C(SI - A)^{-1}B$$

$$\frac{x}{F}: y = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]x \Rightarrow G = \frac{10(3s^2 - 20) + 20(s^2 - 10)}{3s^6 - 100s^4 + 600s^2} + \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{\theta_1}{F}: y = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]x \Rightarrow G = \frac{-2(s^2 - 20) - 20}{3s^4 - 100s^2 + 600}$$

$$\frac{\theta_2}{F}: y = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]x \Rightarrow G = \frac{-3s^3 + 20s}{3s^4 - 100s^2 + 600}$$

3-1 پایداری BIBO توابع تبدیل محاسبه شده در بخش 2-1 و پایداری مجانبی سیستم خطی را بررسی نمایید.

$$\frac{x}{F}: G_1 = \frac{3s^4 - 50s^2 + 200}{s^2(3s^4 - 100s^2 + 600)} \rightarrow s = 0 \rightarrow \text{قطب در مبدا} \rightarrow BIBO \times$$

$$\frac{\theta_1}{F}: G_2 = \frac{-2s^2 + 20}{3s^4 - 100s^2 + 600} \rightarrow s = \pm \sqrt{\frac{50}{3}} \pm \frac{10\sqrt{7}}{3} \rightarrow \text{قطب مثبت} \rightarrow BIBO \times$$

$$\frac{\theta_2}{F}: G_3 = \frac{-s(3s^2 - 20)}{3s^4 - 100s^2 + 600} \rightarrow \text{مانند قبل} \rightarrow BIBO \times$$

برای بررسی پایداری مجانبی باید مقادیر ویژه را بررسی کنیم، داریم:

$$|A - \lambda I| = 0 \rightarrow \text{eig}(A) = \begin{cases} \lambda_{1,2} = 0 \\ \lambda_{3,4} = \pm 5.0483 \\ \lambda_{5,6} = \pm 2.08013 \end{cases}$$

چون مقادیر مثبت داریم پس پایداری مجانبی نداریم.

4-1 به صورت جبری به ازای $M=m=1\text{Kg}$ و با ورودی F نشان دهید سیستم کنترل پذیر است اگر و تنها اگر، $l_1 \neq l_2$.

$$\varphi_c = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$$

$$\varphi_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \frac{g}{L_1} + \frac{g}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_1} \left(\frac{2g^2}{L_1} + \frac{g^2}{L_2} \right) + \frac{-1}{L_2} \left(\frac{g^2}{L_1} + \frac{2g^2}{L_2} \right) \\ 1 & 0 & \frac{g}{L_1} + \frac{g}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_1} \left(\frac{2g^2}{L_1} + \frac{g^2}{L_2} \right) + \frac{-1}{L_2} \left(\frac{g^2}{L_1} + \frac{2g^2}{L_2} \right) & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 & \frac{-2g}{L_1^2} - \frac{g}{L_1 L_2} & 0 & \frac{-1}{L_1} \left(\frac{4g^2}{L_1^2} + \frac{g^2}{L_1 L_2} \right) + \frac{-1}{L_2} \left(\frac{2g^2}{L_1^2} + \frac{2g^2}{L_1 L_2} \right) \\ \frac{-1}{L_1} & 0 & \frac{-2g}{L_1^2} - \frac{g}{L_1 L_2} & 0 & \frac{-1}{L_1} \left(\frac{4g^2}{L_1^2} + \frac{g^2}{L_1 L_2} \right) + \frac{-1}{L_2} \left(\frac{2g^2}{L_1^2} + \frac{2g^2}{L_1 L_2} \right) & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L_2} & 0 & \frac{2g}{L_2^2} - \frac{g}{L_1 L_2} & 0 & \frac{-1}{L_1} \left(\frac{2g^2}{L_2^2} + \frac{2g^2}{L_1 L_2} \right) - \frac{1}{L_2} \left(\frac{4g^2}{L_2^2} + \frac{g^2}{L_1 L_2} \right) 1 \\ \frac{-1}{L_2} & 0 & \frac{2g}{L_2^2} - \frac{g}{L_1 L_2} & 0 & \frac{-1}{L_1} \left(\frac{2g^2}{L_2^2} + \frac{2g^2}{L_1 L_2} \right) - \frac{1}{L_2} \left(\frac{4g^2}{L_2^2} + \frac{g^2}{L_1 L_2} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{If } g = 10: \det \varphi_c = \frac{-10^6 * (L_1 - L_2)^2}{L_1^4 + L_2^4}$$

اگر L_1, L_2 برابر هم باشند، دترمینان ماتریس کنترل پذیری برابر صفر میشود و دیگر کنترل پذیر نخواهد بود. در غیر این صورت کنترل پذیر است.

5-1- با فرض $l_1 = 1 \text{ m}$ ، $l_2 = 0.8 \text{ m}$ رویت پذیری سیستم را به ازای خروجی اندازه گیری شده الف) x ب) θ_1 ، θ_2 ج) θ_2 ، θ_1 ، x تحقیق نمایید و مودهای رویت ناپذیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$L_1 = 1; L_2 = 0.8 \rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 12.5 & 0 & 25 & 0 \end{bmatrix}$$

الف) $x \rightarrow C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

$$\varphi_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & -325 & 0 & -350 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -325 & 0 & -350 \end{bmatrix} \rightarrow \text{rank}=6 = \text{Full Rank} \rightarrow \text{observable}$$

ب) $\theta_1, \theta_2 \rightarrow C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\varphi_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 12.5 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1205 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 525 & 0 & 450 & 0 \\ 0 & 0 & 562.5 & 0 & 750 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 525 & 0 & 450 \\ 0 & 0 & 0 & 562.5 & 0 & 750 \end{bmatrix} \rightarrow \text{rank} = 4 \rightarrow \text{unobservable}$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = U$$

$$UAU^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ - & A'_{22} \end{bmatrix} \rightarrow A'_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{eig}(A'_{22}) = 0, 0$$

مودهای رویت ناپذیر ←

ج) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\varphi_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & -325 & 0 & -350 & 0 \\ 0 & 0 & 525 & 0 & 450 & 0 \\ 0 & 0 & 562 & 0 & 750 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -325 & 0 & -350 \\ 0 & 0 & 0 & 525 & 0 & 450 \\ 0 & 0 & 0 & 562 & 0 & 750 \end{bmatrix} \rightarrow \text{rank} = 6 \rightarrow \text{Full Rank} \rightarrow \text{Observable}$$

کننده فیدبکی نیاز - مدل خطی سیستم پاندول معکوس دوتایی را در نظر بگیرید، با توجه به ناپایدار بودن سیستم به حداقل کنترل 1-6 های سیستم حلقه بهره فیدبک حالت را برای جابجایی قطب $l_2 = 0.5 m$ و $l_1 = 1 m$ سازی نمایید. با فرض داریم که سیستم را پایداری کننده به صورت های بس و گیورا، آکرمن و تحقق کانونیکال کنترل - با استفاده از روش $-1, -2, -3, -4, -5, -2j, -5, -2j$ ، زیسته در } تحلیلی محاسبه کنید و درستی مقادیر بدست آمده برای بهره فیدبک حالت با استفاده از هر سه روش را توسط نرم افزار متلب بررسی نمایید

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & - & -10 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 40 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \alpha(s) = s^6 - 60s^4 + 600s^2$$

$$\Rightarrow \alpha(s) = s^6 + 20s^5 + 164s^4 + 690s^3 + 1539s^2 + 1690s + 696$$

Bass and Gura:

$$\bar{a} = [0 \quad -60 \quad 0 \quad 600 \quad 0 \quad 0]$$

$$\bar{\alpha} = [20 \quad 164 \quad 690 \quad 1539 \quad 1690 \quad 696]$$

$$\varphi_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 30 & 0 & 1400 \\ 1 & 0 & 30 & 0 & 1400 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -40 & 0 & -1800 \\ -1 & 0 & -40 & 0 & -1800 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -100 & 0 & -4800 \\ -2 & 0 & -100 & 0 & -4800 & 0 \end{bmatrix} \quad \Psi^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -60 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -60 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 600 & 0 & -60 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 600 & 0 & 60 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$k = (\bar{\alpha} - \bar{a})\psi^{-1}\varphi_c^{-1} = [3.48 \quad 8.45 \quad 324.85 \quad 105.9 \quad -272.7 \quad -58.725]$$

Ackerman:

$$\alpha(A) = A^6 + 20A^5 + 164A^4 + 690A^3 + 1539A^2 + 1690A + 696I$$

$$\alpha(A) = \begin{bmatrix} 696 & 1690 & -98990 & -14900 & -121390 & -16900 \\ 0 & 696 & -652900 & -98990 & -841900 & -121390 \\ 0 & 0 & 153876 & 27490 & 143790 & 18900 \\ 0 & 0 & 927800 & 153876 & 103090 & 143790 \\ 0 & 0 & 267580 & 37800 & 441456 & 65290 \\ 0 & 0 & 261800 & 287580 & 298960 & 441450 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_c^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0.5 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & -0.3 & 0 & -0.5 & 0 & 0.1 \\ -0.3 & 0 & -0.5 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.005 & 0 & 0.01 & 0 & -0.0025 \\ 0.005 & 0 & 0.01 & 0 & -0.0025 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]\varphi_c^{-1}\alpha(A) = [3.48 \quad 8.45 \quad 324.85 \quad 105.9 \quad -272.7 \quad -58.725]$$

Controller:

$$k_c = [\alpha \dots a \dots \alpha_{n-1} a_{n-1}] = [696 \quad 1690 \quad 1539 \quad 690 \quad 164 \quad 20]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -600 & 0 & 60 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \varphi_{cc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 60 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 60 & 0 & 3000 \\ 1 & 0 & 60 & 0 & 3000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T = \varphi_c \varphi_{cc}^{-1}$$

$$K = k_c T^{-1} = [3.48 \quad 8.45 \quad 324.85 \quad 105.9 \quad -272.7 \quad -58.725]$$

```

1-   clc
2-   clear all
3-   close all
4-   A=[0 1 0 0 0 0 ; 0 0 -10 0 -10 0; 0 0 0 1 0 0 ; 0 0 20 0 10 0 ; 0 0 0 0 0 1; 0 0 20 0 40 0]
5-   B=[0 1 0 -1 0 -2]'
6-   C=[0 0 1 0 0 0]
7-   D=0
8-   eig(A)
9-   phic=ctrb(A,B)
10-  rank(phic)
11-  as=[1 0 -60 0 600 0 0]
12-
13-  alphaS=conv(conv(conv([1 1],[1 2]),conv([1 3],[1 4])),conv([1 5-2i],[1 5+2i]))
14-  alphaA=alphaS(1)*A^6+alphaS(2)*A^5+alphaS(3)*A^4+alphaS(4)*A^3+alphaS(5)*A^2+alphaS(6)*A+alphaS(7)*eye(6)
15-
16-  % bass & gura
17-  sai=[1 0 0 0 0 0 ;0 1 0 0 0 0 ;-60 0 1 0 0 0; 0 -60 0 1 0 0 ; 600 0 -60 0 1 0; 0 600 0 -60 0 1]'
18-  alphaab=alphaS(2:end)
19-  asaab=as(2:end)
20-  k1=(alphaab-asaab)*inv(sai)*inv(phic)
21-
22-
23-  % ackerman
24-  qi=[0 0 0 0 0 1]*inv(phic)
25-  k2=qi*alphaA
26-
27-  % canonical
28-  Ac=[0 1 0 0 0 0 ;0 0 1 0 0 0 ;0 0 0 1 0 0; 0 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 0 1;0 0 -600 0 60 0]
29-  Bc=[0 0 0 0 0 1]'
30-  phicC=ctrb(Ac,Bc)
31-  T=phic*inv(phicC)
32-  kc=[696 1690 1539 690 164 20]-[0 0 600 0 -60 0]
33-  k3=kc*inv(T)
34-  k=k3
35-
36-  eig(A-B*k)

```

phic =

| | | | | | |
|----|----|------|------|-------|-------|
| 0 | 1 | 0 | 30 | 0 | 1400 |
| 1 | 0 | 30 | 0 | 1400 | 0 |
| 0 | -1 | 0 | -40 | 0 | -1800 |
| -1 | 0 | -40 | 0 | -1800 | 0 |
| 0 | -2 | 0 | -100 | 0 | -4800 |
| -2 | 0 | -100 | 0 | -4800 | 0 |

ans =

6

as =

| | | | | | | |
|---|---|-----|---|-----|---|---|
| 1 | 0 | -60 | 0 | 600 | 0 | 0 |
|---|---|-----|---|-----|---|---|

alphaS =

| | | | | | | |
|---|----|-----|-----|------|------|-----|
| 1 | 20 | 164 | 690 | 1539 | 1690 | 696 |
|---|----|-----|-----|------|------|-----|

```
alphaA =
```

| | | | | | |
|-----|------|---------|--------|---------|---------|
| 696 | 1690 | -98990 | -14900 | -121390 | -16900 |
| 0 | 696 | -652900 | -98990 | -841900 | -121390 |
| 0 | 0 | 153876 | 27490 | 143790 | 18900 |
| 0 | 0 | 927800 | 153876 | 1030900 | 143790 |
| 0 | 0 | 287580 | 37800 | 441456 | 65290 |
| 0 | 0 | 2061800 | 287580 | 2989600 | 441456 |

```
sai =
```

| | | | | | |
|---|---|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0 | -60 | 0 | 600 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | -60 | 0 | 600 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | -60 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -60 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

```
alphaab =
```

| | | | | | |
|----|-----|-----|------|------|-----|
| 20 | 164 | 690 | 1539 | 1690 | 696 |
|----|-----|-----|------|------|-----|

```
phic =
```

| | | | | | |
|----|----|------|------|-------|-------|
| 0 | 1 | 0 | 30 | 0 | 1400 |
| 1 | 0 | 30 | 0 | 1400 | 0 |
| 0 | -1 | 0 | -40 | 0 | -1800 |
| -1 | 0 | -40 | 0 | -1800 | 0 |
| 0 | -2 | 0 | -100 | 0 | -4800 |
| -2 | 0 | -100 | 0 | -4800 | 0 |

```
ans =
```

```
6
```

```
as =
```

| | | | | | | |
|---|---|-----|---|-----|---|---|
| 1 | 0 | -60 | 0 | 600 | 0 | 0 |
|---|---|-----|---|-----|---|---|

```
alphaS =
```

| | | | | | | |
|---|----|-----|-----|------|------|-----|
| 1 | 20 | 164 | 690 | 1539 | 1690 | 696 |
|---|----|-----|-----|------|------|-----|

asaab =

0 -60 0 600 0 0

k1 =

3.4800 8.4500 324.8600 105.9000 -272.6900 -58.7250

qi =

0.0050 0 0.0100 0 -0.0025 0

k2 =

3.4800 8.4500 324.8600 105.9000 -272.6900 -58.7250

Ac =

```
0  1  0  0  0  0
0  0  1  0  0  0
0  0  0  1  0  0
0  0  0  0  1  0
0  0  0  0  0  1
0  0 -600 0  60  0
```

Bc =

```
0
0
0
0
0
0
1
```

phicC =

```
0  0  0  0  0  1
0  0  0  0  1  0
0  0  0  1  0  60
0  0  1  0  60  0
0  1  0  60  0  3000
1  0  60  0  3000  0
```

T =

```
200  0 -30  0  1  0
0  200  0 -30  0  1
0  0  20  0 -1  0
0  0  0  20  0 -1
0  0  20  0 -2  0
0  0  0  20  0 -2
```

kc =

696 1690 939 690 224 20

k3 =

3.4800 8.4500 324.8600 105.9000 -272.6900 -58.7250

k =

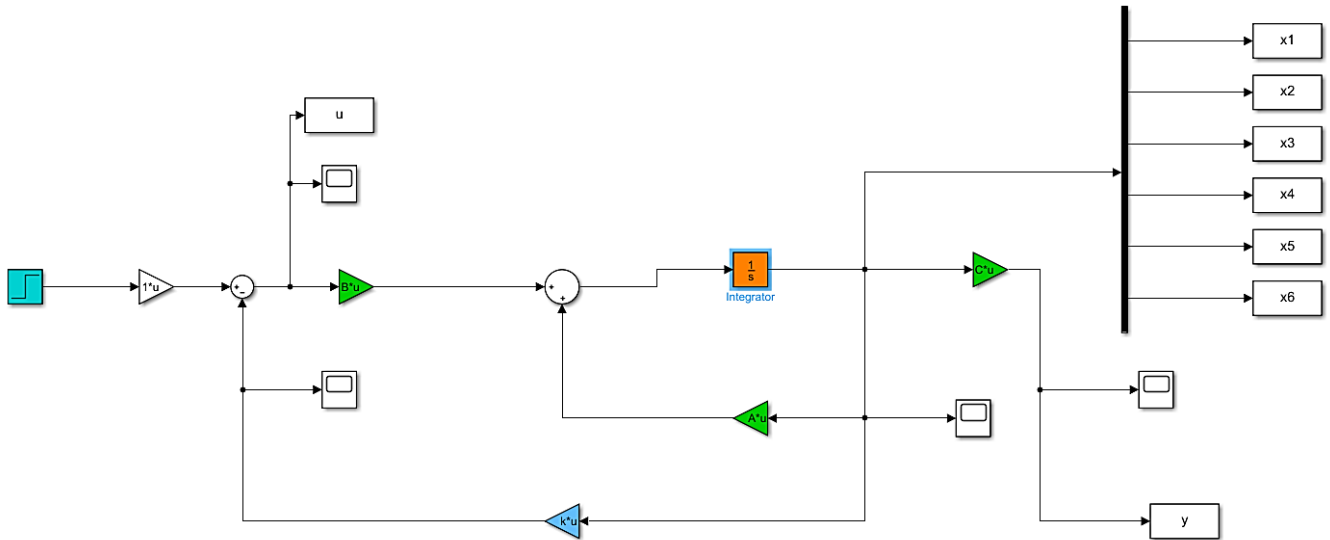
3.4800 8.4500 324.8600 105.9000 -272.6900 -58.7250

ans =

```
-5.0000 + 2.0000i
-5.0000 - 2.0000i
-4.0000 + 0.0000i
-1.0000 + 0.0000i
-3.0000 + 0.0000i
-2.0000 + 0.0000i
```

7-1- پاسخهای حالتی سیستم و سیگنال کنترلی را به ازای شرایط اولیه زیر و بدون ورودی در نرم افزار متلب شبیه سازی و نشان دهید.

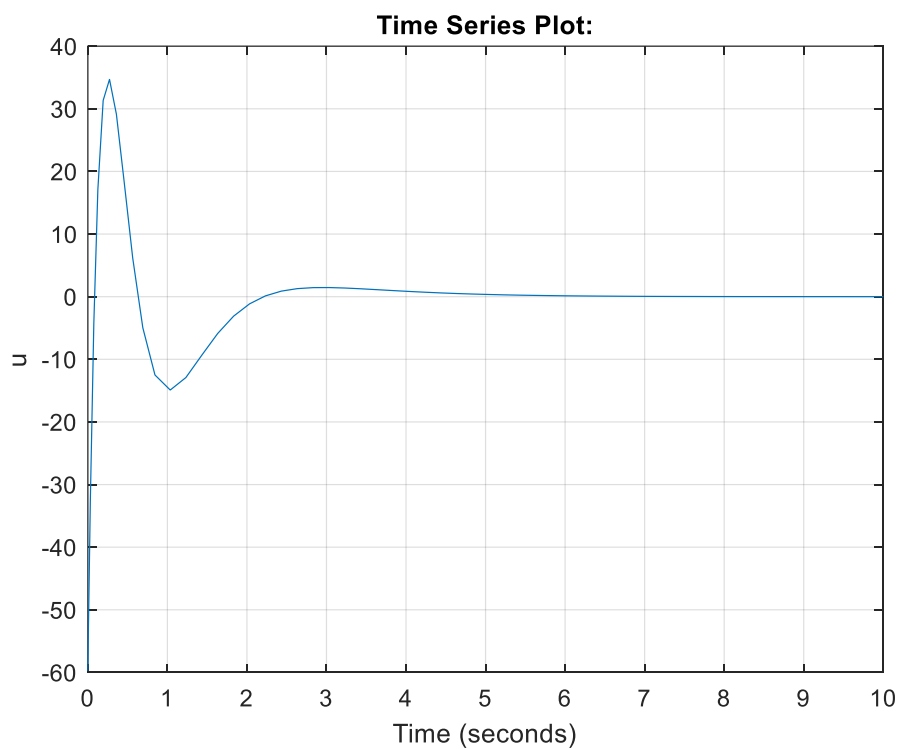
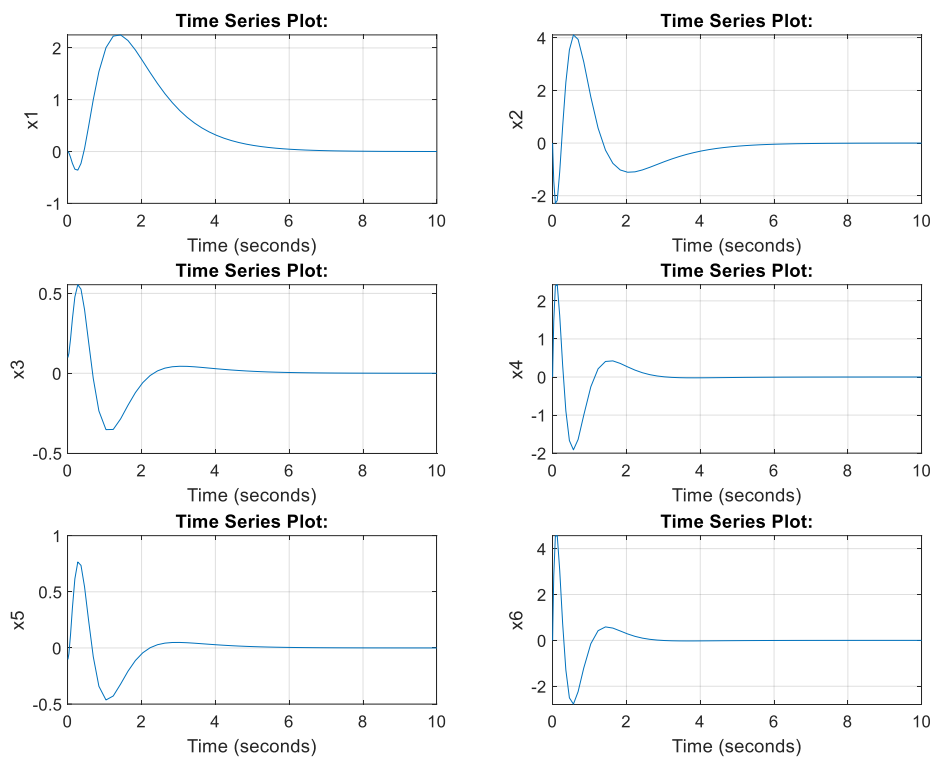
$$\theta_1(0)=0.1 \text{ rad}, \theta_2(0)=-0.1 \text{ rad}, \omega_1(0)=v(0)=x(0)=\omega_2(0)=0$$



```

1- clc
2- clear all
3- close all
4- A=[0 1 0 0 0 0; 0 0 -10 0 -10 0; 0 0 0 1 0 0; 0 0 20 0 10 0; 0 0 0 0 1; 0 0 20 0 40 0]
5- B=[0 1 0 -1 0 -2]'
6- C=[0 0 1 0 0 0]
7- D=0
8- eig(A)
9- phic=ctrb(A,B)
10- rank(phic)
11- as=[1 0 -60 0 600 0 0]
12- alphaS=conv(conv(conv([1 1],[1 2]),conv([1 3],[1 4])),conv([1 5-2i],[1 5+2i]))
13- alphaA=alphaS(1)*A^6+alphaS(2)*A^5+alphaS(3)*A^4+alphaS(4)*A^3+alphaS(5)*A^2+alphaS(6)*A+alphaS(7)*eye(6)
14- % ackerman
15- qi=[0 0 0 0 0 1]*inv(phic)
16- k=qi*alphaA
17- eig(A-B*k)
18- % dc gain cl
19- gcl_dc=C*inv(A-B*k)*B
20- syscl=ss(A-B*k,B,C,D)
21- sim('Q1p7')
22- figure(1)
23- subplot(3,2,1)
24- plot(x1)
25- grid on
26- ylabel('x1')
27- subplot(3,2,2)
28- plot(x2)
29- grid on
30- ylabel('x2')
31- subplot(3,2,3)
32- plot(x3)
33- grid on
34- ylabel('x3')
35- subplot(3,2,4)
36- plot(x4)
37- grid on
38- ylabel('x4')
39- subplot(3,2,5)
40- plot(x5)
41- grid on
42- ylabel('x5')
43- subplot(3,2,6)
44- plot(x6)
45- grid on
46- ylabel('x6')
47- figure
48- plot(u)
49- grid on
50- ylabel('u')

```

سیستم را به شرایط اولیه زیر نشان دهید.

$$\theta_1(0)=0.5 \text{ rad}, \theta_2(0)=-0.5 \text{ rad}, \omega_1(0)=v(0)=x(0)=\omega_2(0)=0$$

$$D = \begin{bmatrix} -30 & 0 & 0 \\ 0 & -30 & 0 \\ 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 40 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 & -30 & 0 \\ -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$

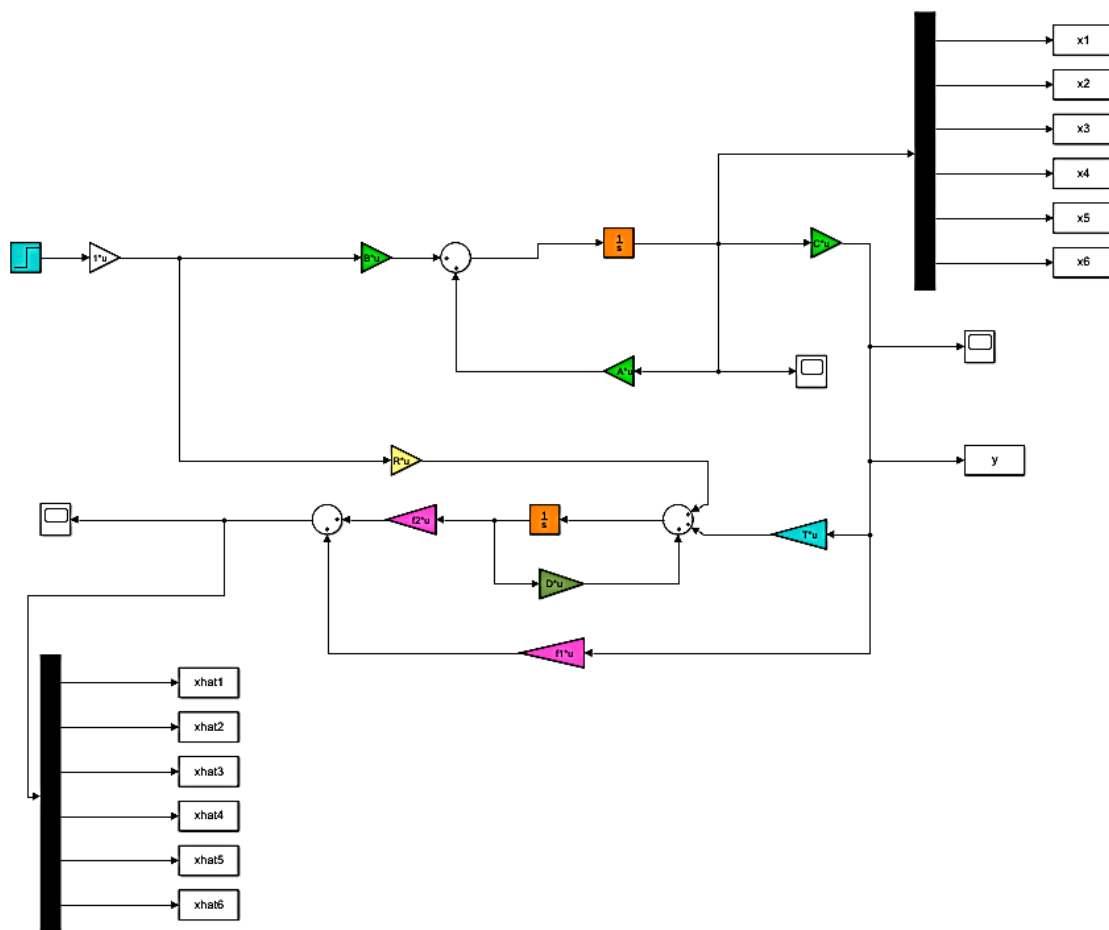
$$T = \begin{bmatrix} 0 & -880 & 10 \\ -90 & -10 & -10 \\ 0 & 20 & -860 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -30 & 1 & 0 & 0 \\ -30 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -2 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 30 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

سیمولینک زیر را در زمان 0.5 ثانیه شبیه سازی میکنیم:



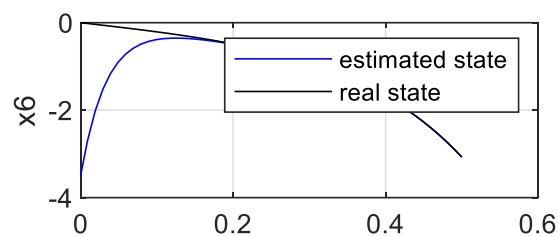
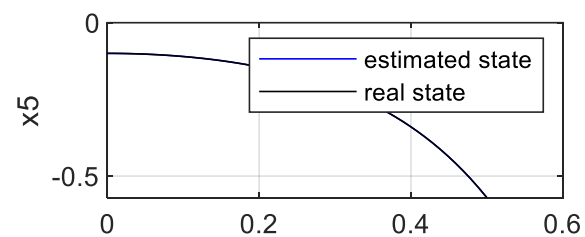
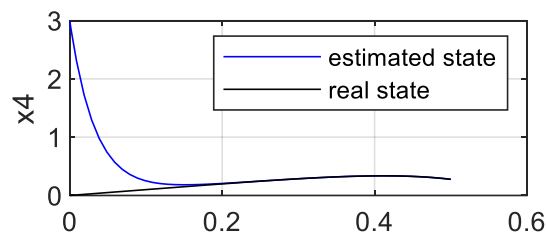
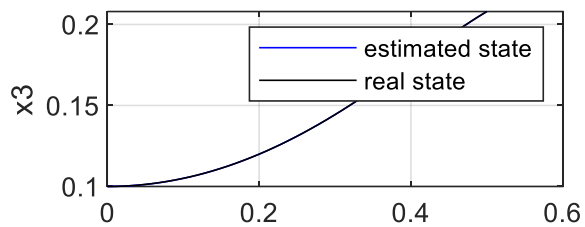
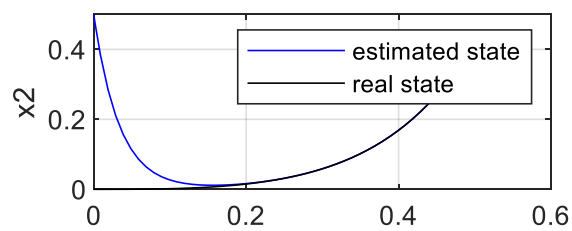
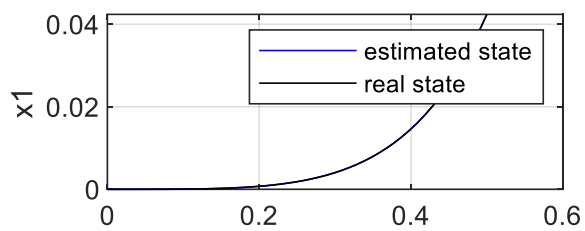
```

1 - clc
2 - clear all
3 - close all
4 - A=[0 1 0 0 0 0 ; 0 0 -10 0 -10 0; 0 0 0 1 0 0 ; 0 0 20 0 10 0 ; 0 0 0 0 0 1; 0 0 20 0 40 0]
5 - B=[0 1 0 -1 0 -2]'
6 - C=[1 0 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 1 0]
7 -
8 - D=[-30 0 0 ; 0 -30 0 ; 0 0 -30]
9 - Q=[0 0 0 1 0 0 ; 0 1 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 1 0; 1 0 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 0 1; 0 0 1 0 0 0]
10 - m=C*Q
11 - Abar=inv(Q)*A*Q
12 -
13 - A11=0
14 - A22=zeros(3)
15 - A12=[0 20 10
16 - 0 -10 -10
17 - 0 20 40]
18 -
19 - A21=[0 1 0
20 - 1 0 0
21 - 0 0 1 ]
22 - Lbar=D*inv(A21)+A11
23 - T=A12+Lbar*A22-D*Lbar
24 - L=[eye(3) Lbar]*inv(Q)
25 - R=L*B
26 - n=[C
27 - L]
28 - inv(n)

29 - f1=[ 1 0 0
30 - 30 0 0
31 - 0 1 0
32 - 0 30 0
33 - 0 0 1
34 - 0 0 30 ]
35 -
36 - f2=[ 0 0 0
37 - 0 1 0
38 - 0 0 0
39 - 1 0 0
40 - 0 0 0
41 - 0 0 1]
42 -
43 - sim('Qlp8')
44 -
45 - figure(1)
46 - subplot(3,2,1)
47 - plot(xhat1,'b-')
48 - hold on
49 - plot(x1,'k-')
50 - grid on
51 - ylabel('x1')
52 - legend('estimated state','real state')
53 -
54 - subplot(3,2,2)
55 - plot(xhat2,'b-')
56 - hold on
57 - plot(x2,'k-')
58 - grid on
59 - ylabel('x2')
60 - legend('estimated state','real state')
61 -
62 -
63 - subplot(3,2,3)
64 - plot(xhat3,'b-')
65 - hold on
66 - plot(x3,'k-')
67 - grid on
68 - ylabel('x3')
69 - legend('estimated state','real state')
70 -
71 -
72 - subplot(3,2,4)
73 - plot(xhat4,'b-')
74 - hold on
75 - plot(x4,'k-')
76 - grid on
77 - ylabel('x4')
78 - legend('estimated state','real state')
79 -

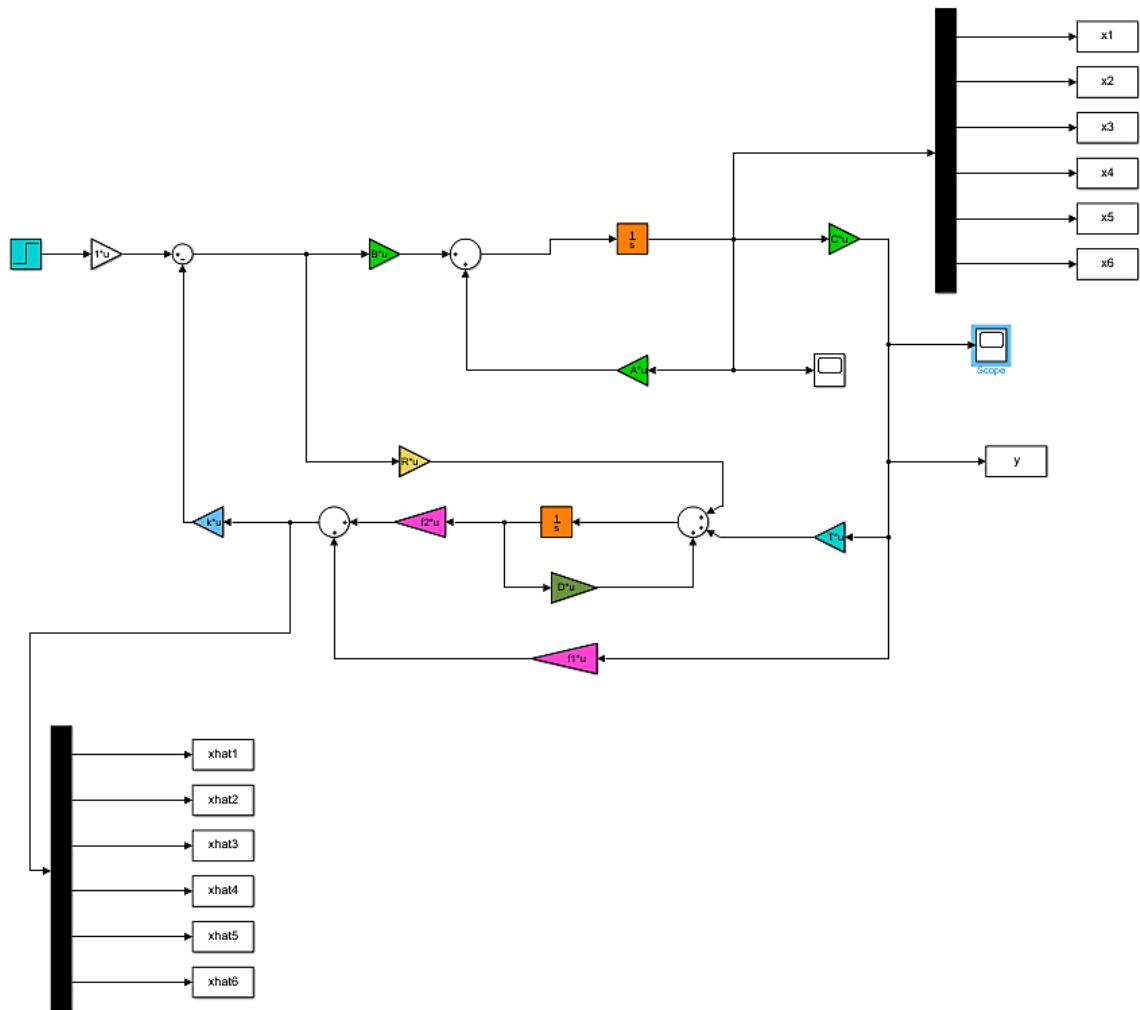
81 - subplot(3,2,5)
82 - plot(xhat5,'b-')
83 - hold on
84 - plot(x5,'k-')
85 - grid on
86 - ylabel('x5')
87 - legend('estimated state','real state')
88 -
89 -
90 - subplot(3,2,6)
91 - plot(xhat6,'b-')
92 - hold on
93 - plot(x6,'k-')
94 - grid on
95 - ylabel('x6')
96 - legend('estimated state','real state')

```



همانطور که مشاهده میشود در v, ω_1, ω_2 رویتگر به خوبی پاسخ های حالت را دنبال کرده است.

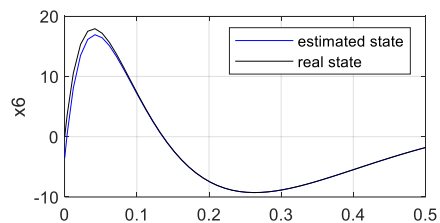
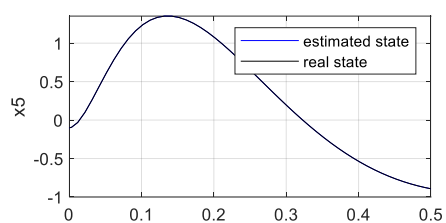
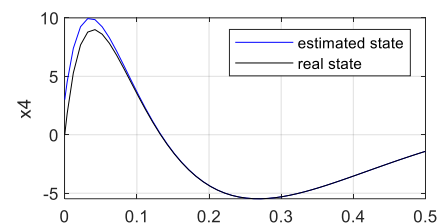
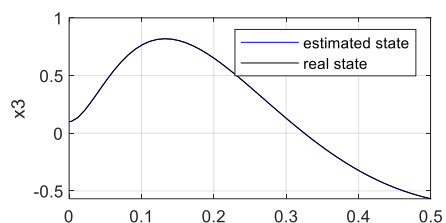
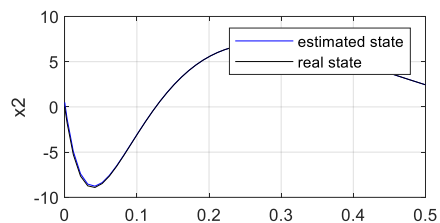
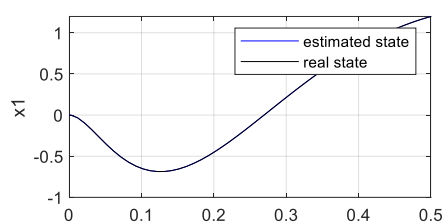
9-1- کنترل کننده طراحی شده در بخش 1-6 را با رویتر فوق ترکیب نموده و نتایج را نشان دهید.



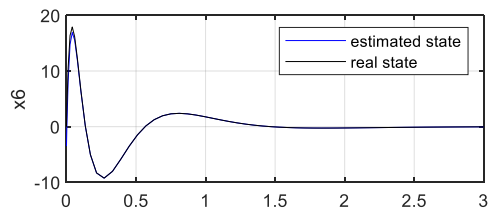
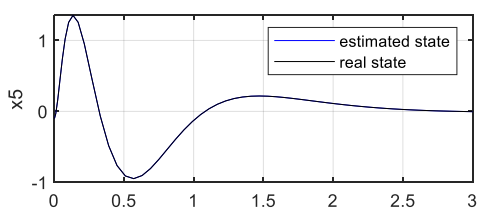
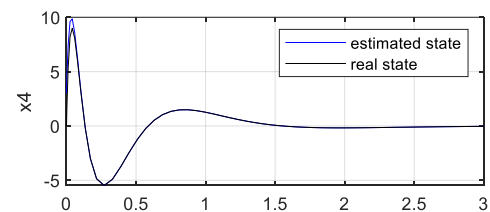
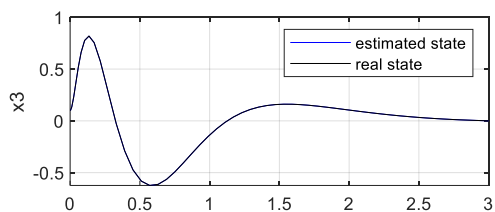
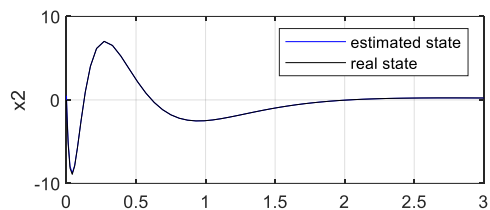
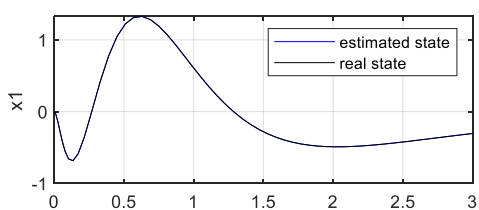
```

1  clc
2  clear all
3  close all
4  A=[0 1 0 0 0 0 ; 0 0 -10 0 -10 0; 0 0 0 1 0 0 ; 0 0 20 0 10 0 ; 0 0 0 0 0 1; 0 0 20 0 40 0]
5  B=[0 1 0 -1 0 -2]'
6  C=[1 0 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0 ;0 0 0 0 1 0]
7
8  %K
9  phic=ctrb(A,B)
10 alphaS=conv(conv(conv([1 1],[1 2]),conv([1 3],[1 4])),conv([1 5-2i],[1 5+2i]))
11 alphaA=alphaS(1)*A^6+alphaS(2)*A^5+alphaS(3)*A^4+alphaS(4)*A^3+alphaS(5)*A^2+alphaS(6)*A+alphaS(7)*eye(6)
12 qi=[0 0 0 0 0 1]*inv(phic)
13 k=qi*alphaA
14
15
16 D=[-30 0 0 ; 0 -30 0 ;0 0 -30]
17 Q=[0 0 0 1 0 0 ; 0 1 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 1 0;1 0 0 0 0 0 ;0 0 0 0 0 1;0 0 1 0 0 0]
18 m=C*Q
19 Abar=inv(Q)*A*Q
20
21 A11=0
22 A22=zeros(3)
23 A12=[0 20 10
24 0 -10 -10
25 0 20 40]
26
27 A21=[0 1 0
28 1 0 0
29 0 0 1 ]
30 L=D*inv(A21)+A11
31 T=A12+L*A22-D*L
32 L2=[eye(3) L]*inv(Q)
33 R=L2*B
34 n=[C
35 L2]
36 inv(n)
37 f1=[ 1 0 0
38 30 0 0
39 0 1 0
40 0 30 0
41 0 0 1
42 0 0 30 ]
43
44 f2=[ 0 0 0
45 0 1 0
46 0 0 0
47 1 0 0
48 0 0 0
49 0 0 1]
50
51 sim('Qlp9')
52 figure(1)
53 subplot(3,2,1)
54 plot(xhat1,'b-')
55 hold on
56 plot(x1,'k-')
57 grid on
58 ylabel('x1')
59 legend('estimated state','real state')
60 subplot(3,2,2)
61 plot(xhat2,'b-')
62 hold on
63 plot(x2,'k-')
64 grid on
65 ylabel('x2')
66 legend('estimated state','real state')
67 subplot(3,2,3)
68 plot(xhat3,'b-')
69 hold on
70 plot(x3,'k-')
71 grid on
72 ylabel('x3')
73 legend('estimated state','real state')
74 subplot(3,2,4)
75
76
77
78 ylabel('x4')
79 legend('estimated state','real state')
80 subplot(3,2,5)
81 plot(xhat5,'b-')
82 hold on
83 plot(x5,'k-')
84 grid on
85 ylabel('x5')
86 legend('estimated state','real state')
87 subplot(3,2,6)
88 plot(xhat6,'b-')
89 hold on
90 plot(x6,'k-')
91 grid on
92 ylabel('x6')
93 legend('estimated state','real state')

```



$T=0.5s$ همانطور که مشاهده میشود در رویتگر به خوبی پاسخ های حالت را دنبال کرده است.



$T=3s$ به پایداری رسیده اند.