

به نام نور



تمرین شماره 6 طراحی کنترلر

دانشجو: ریحانه نیکوبیان

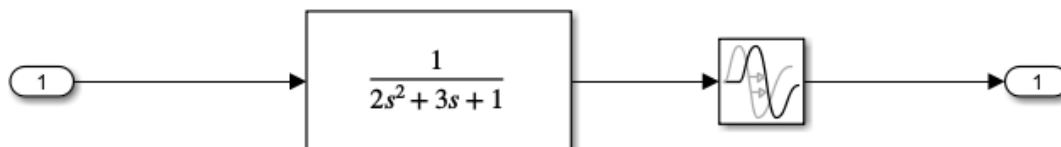
شماره دانشجویی: 99106747

سال تحصیلی: 1402

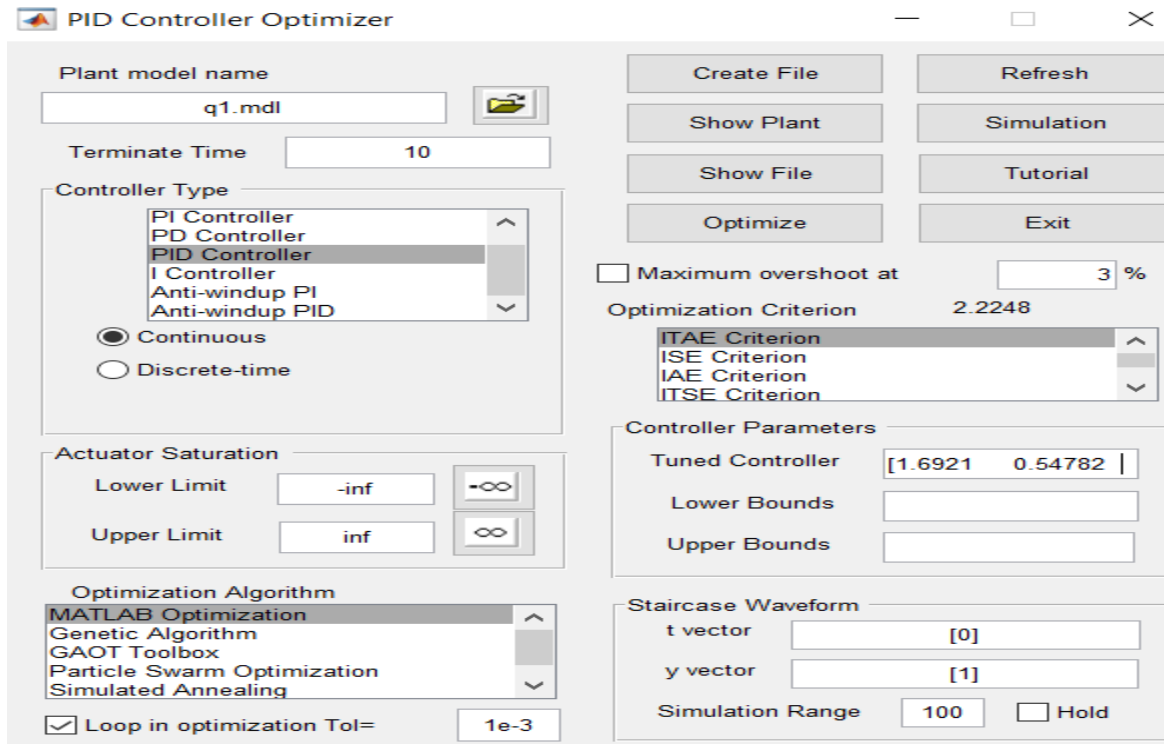
1- تابع تبدیل مدار باز زیر را در محیط سیمولینک مدلسازی کنید. با استفاده از ابزار Optimal PID (OCD) و طبق معیارهای ITAE و IAE و ISE کنترلر PID طراحی کنید.

$$G_{1(s)} = \frac{1}{(s+1)(2s+1)} e^{-s}$$

ابتدا مدل مدار باز را در محیط سیمولینک شبیه سازی می کنیم. نام این مدل q1 است.



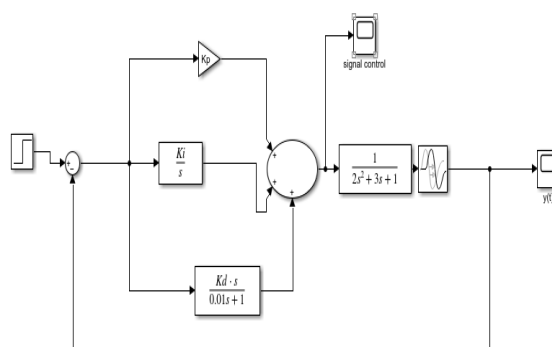
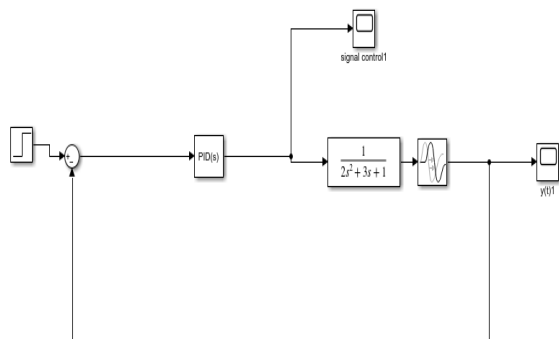
برای استفاده از optimpid همه کدهای فایل رو در بخش کد تمرین قرار دادم. در command متلب، optimpid را سرچ میکنی تا صفحه زیر باز شود:

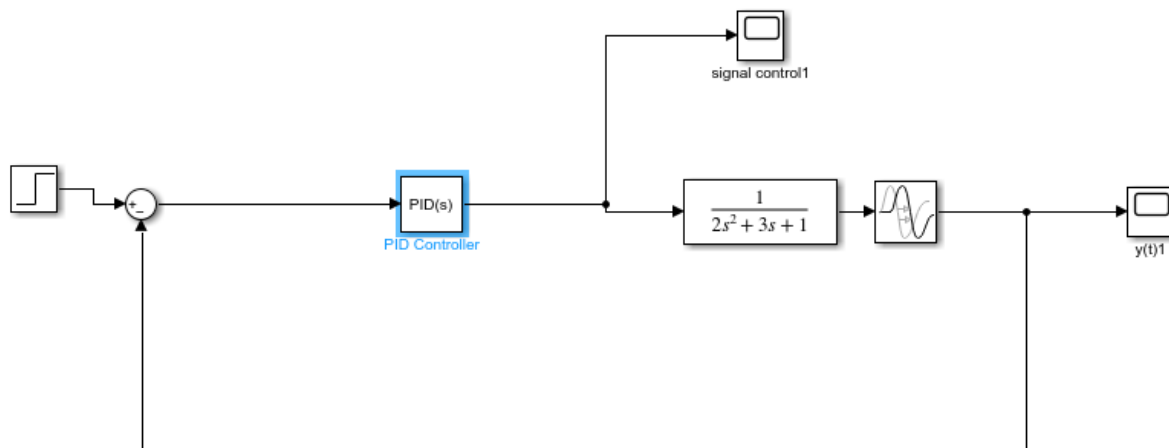


در بخش چپ بالا مدل وارد میشود. create file را ایجاد میکنی و بعد نوع بهینه سازی و مدل کنترلر باید مشخص شود. در صورت وجود saturation، مقدار آن در actuator saturation وارد می شود. دستورهای جزئی تر و گزینه های بیشتری دارد که آن هایی که در این تمرین نیاز بود را شرح دادم. ورودی نیز به صورت سیگنال در پایین سمت چپ مشخص می شود که الان به صورت پله است و نیاز به تغییر ندارد. سپس optimize را میزنی تا کنترلر طراحی شود.

بعد برای اینکه ببینیم چطور کنترلی برای ما طراحی کرده است مدل مدار بسته همراه کنترلر را در محیط سیمولینک شبیه سازی می کنیم و به جای ضرایب ، متغیرها را قرار می دهیم.

مدل سمت راست و چپ یکی است اما من برای اینکه ویژگی های پاسخ را ببینم از pidtuner استفاده کردم و مقادیر اولیه را برابر ضرایب قرار دادم. به این ترتیب پاسخ block response ، پاسخ مدار بسته ما همراه کنترلر طراحی شده به روش ocd است.





تنظیم ضرایب اولیه

Block Parameters: PID Controller

Controller: **PID** Form: **Parallel**

Time domain:  
☒ Continuous-time  
☐ Discrete-time

Discrete-time settings  
 Sample time (-1 for inherited): **-1**

Compensator formula

$$P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}}$$

Main Initialization Output Saturation Data Types State Attributes

Controller parameters

Source: **internal**

Proportional (P): **Kp**

Integral (I): **Ki**

Derivative (D): **Kd**

☒ Use filtered derivative

Filter coefficient (N): **100**

Automated tuning

Select tuning method: **Transfer Function Based (PID Tuner App)** **Tune...**

☒ Enable zero-crossing detection

OK Cancel Help Apply

این روند حل کلی برای سوال یک است. حال برای هر سه مدل گفته شده کنترلر طراحی می کنیم و پاسخ هارا بررسی می کنیم.

## ITAE

بعد از انتخاب این روش بهینه سازی و کنترلر نوع pid و optimize کردن، به این ضرایب کنترلی می رسیم.

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:

Terminate Time:

Controller Type:

- ☐ PI Controller
- ☐ PD Controller
- ☒ PID Controller
- ☐ I Controller
- ☐ Anti-windup PI
- ☐ Anti-windup PID

☒ Continuous

☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:

Upper Limit:

Optimization Algorithm:

- ☒ MATLAB Optimization
- ☐ Genetic Algorithm
- ☐ GAOT Toolbox
- ☐ Particle Swarm Optimization
- ☐ Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Show Plant, Show File, Optimize, Refresh, Simulation, Tutorial, Exit

Maximum overshoot at:  %

Optimization Criterion: 2.2248

ITAE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:

Staircase Waveform:

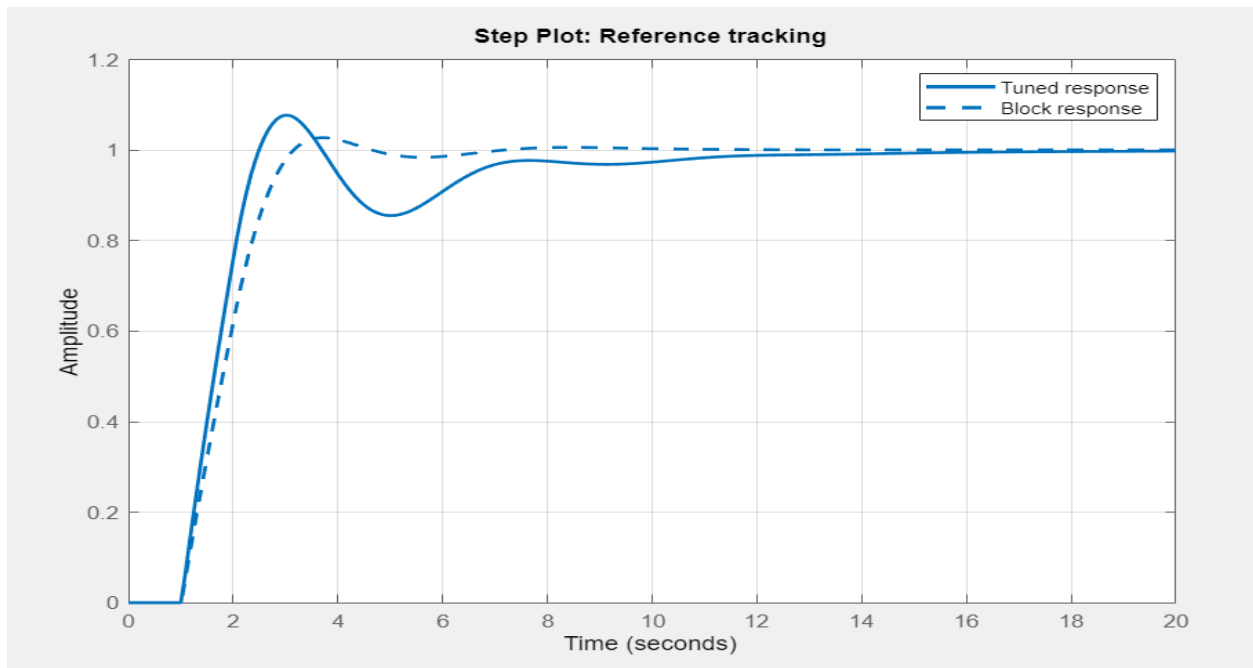
t vector:

y vector:

Simulation Range:  ☐ Hold

Kd	1.3659
keyCriterion	1
Ki	0.5480
Kp	1.6910
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

بعد از run کردن مدل مدار بسته، ضرایب مورد نظر در کنترلر جای گذاری می شود. از pidtuner به روش گفته شده استفاده می کنیم و apply را می زنیم تا پاسخ سیستم به همراه کنترلر ocd را ببینیم.



دقت کنید کنترلی که این ابزار برای ما طراحی می کند هیچ اهمیتی در حال حاضر ندارد و هدف من فقط دیدن پاسخ به شکل دقیق تر (block response) و دیدن ویژگی های آن است. پاسخ سیستم ما همراه کنترلر ocd نمودار خط چین است که برای ما اهمیت دارد.

Show Parameters

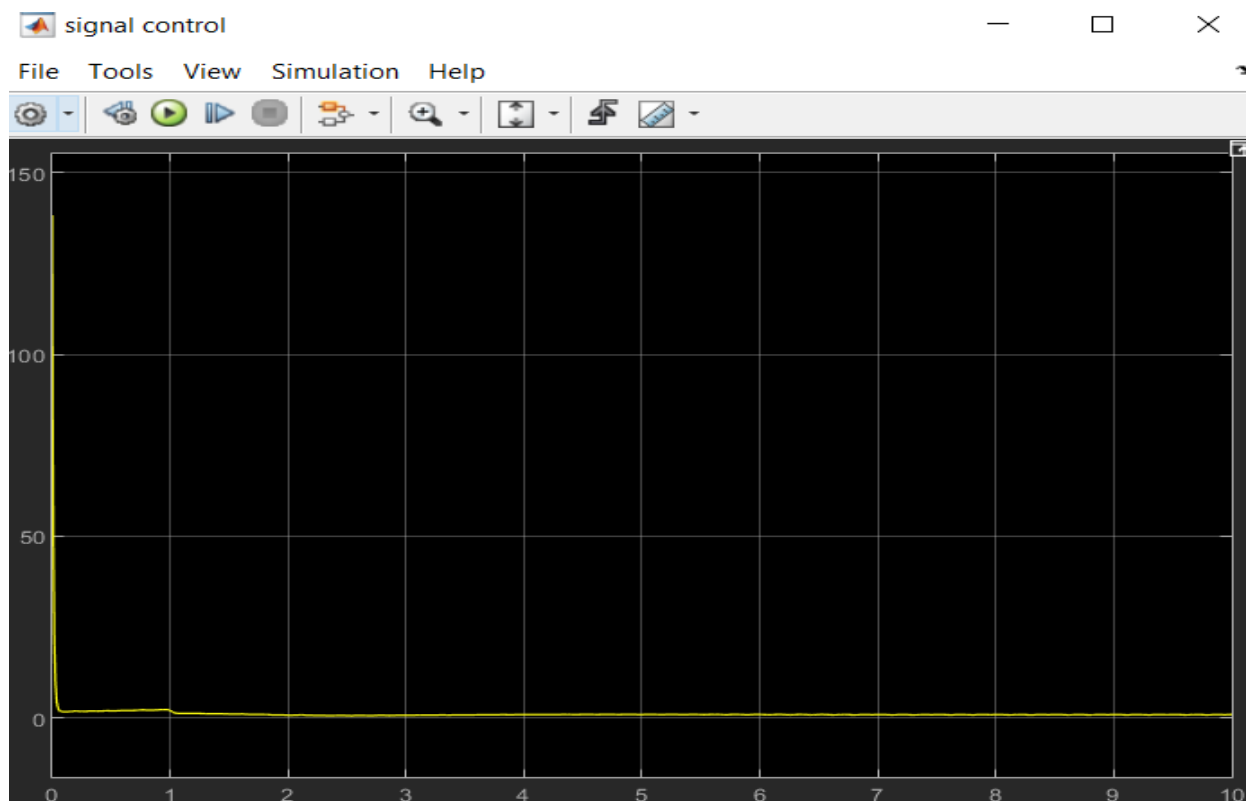
Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	2.0381	1.691
I	0.48436	0.54803
D	1.7459	1.3659
N	80.8101	100

Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	1.11 seconds	1.49 seconds
Settling time	10.6 seconds	4.12 seconds
Overshoot	7.79 %	2.8 %
Peak	1.08	1.03
Gain margin	6.34 dB @ 1.72 rad/s	8.34 dB @ 1.68 rad/s
Phase margin	64.5 deg @ 0.707 rad/s	63.4 deg @ 0.556 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

Close

همانطور که در قسمت پارامتر میبینید دقیقاً همان ضرایبی که ocd داشته در block جای گذاری شده است.  $\text{rise time}=1.49\text{s}$  ،  $\text{settling time}=4.12\text{s}$  ، و اورشوت 2.8% است. سیستم بسیار پاسخ مناسب و خوبی به طور کل دارد هرچند برای طراحی دقیق از ما خواسته ای نداشته است و این ویژگی ها باید نسبت به هدف مورد نظر سیستم مقایسه شود.




سیگنال کنترلی که وارد plant می شود به صورت بالاست. که در لحظه اول ضربه زیادی می زند و در کل در واقعیت درست نیست.

در سوال یک هر سه حالت مدلسازی اش به نام q1\_state1\_pid است که هر بار با optimize های مختلف ضرایب عوض شده و به صورت خودکار با run کردن مدل جای گذاری می شود.

# IAE

تعیین نوع بهینه یابی و نوع کنترلر

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:  


Terminate Time:


Controller Type:

- ☐ PI Controller
- ☐ PD Controller
- ☒ PID Controller
- ☐ I Controller
- ☐ Anti-windup PI
- ☐ Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:  

Upper Limit:  

Optimization Algorithm:

- ☒ MATLAB Optimization
- ☐ Genetic Algorithm
- ☐ GAOT Toolbox
- ☐ Particle Swarm Optimization
- ☐ Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Refresh, Show Plant, Simulation, Show File, Tutorial, Optimize, Exit

☐ Maximum overshoot at  %

Optimization Criterion: 1.8606

- ☐ ITAE Criterion
- ☐ ISE Criterion
- ☒ IAE Criterion
- ☐ ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:








Staircase Waveform:

t vector:

y vector:

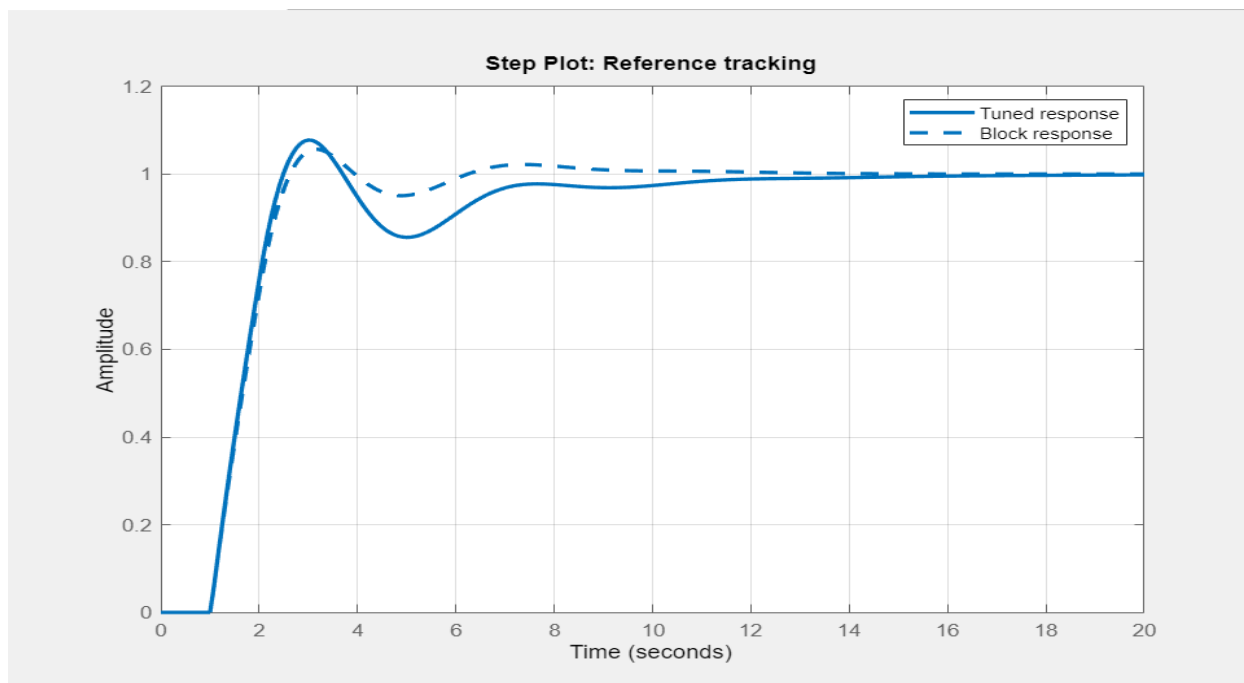
Simulation Range:  ☐ Hold

پارامترهای به دست آمده بعد از optimize کردن

	Kd	1.7244
	keyCriterion	3
	Ki	0.6092
	Kp	1.8369
	out	1x1 SimulationO...
	t_seq	0
	y_seq	1



شکل پاسخ همراه کنترلر ocd مدل IAE که همان خط چین است



ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر که  $\text{rise time} = 1.19\text{s}$  ،  $\text{settling time} = 7.81\text{s}$  ،  $\text{overshoot} = 5.7\%$  است. شکل پاسخ مناسب به نظر می رسد اما نسبت به کنترلر قبلی اورشوت بیشتری دارد و کندتر است.

Show Parameters

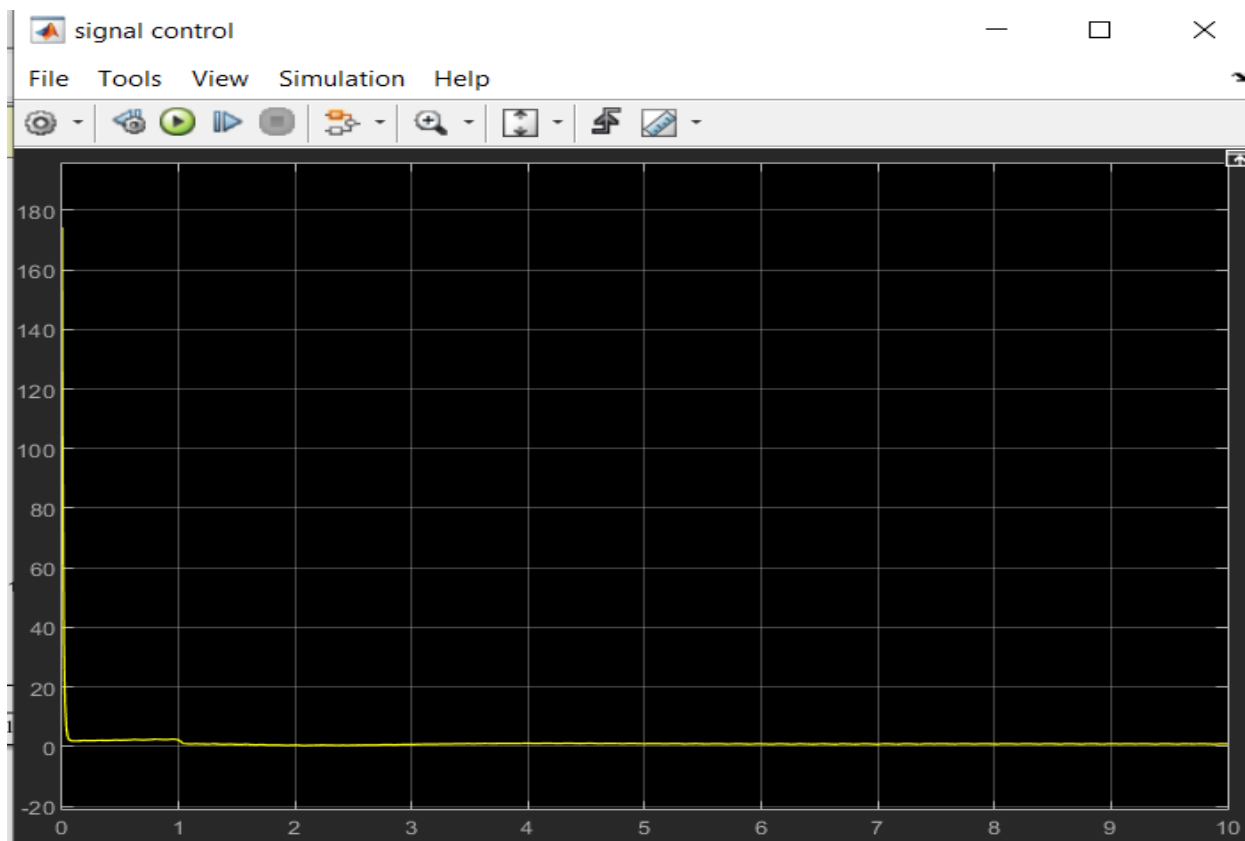
Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	2.0381	1.8369
I	0.48436	0.6092
D	1.7459	1.7244
N	80.8101	100

Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	1.11 seconds	1.19 seconds
Settling time	10.6 seconds	7.81 seconds
Overshoot	7.79 %	5.7 %
Peak	1.08	1.06
Gain margin	6.34 dB @ 1.72 rad/s	7.03 dB @ 1.75 rad/s
Phase margin	64.5 deg @ 0.707 rad/s	64.7 deg @ 0.609 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

Close


سیگنال کنترلی که وارد plant می شود. در لحظه اول ضربه زیادی وارد می کند و باید actuator داشته باشیم که بتواند همچین سیگنالی را تحمل کند و بعد تقریباً سیگنال کمی از آن عبور کند. برای ما نمی صرفد. و مناسب نیست.



# ISE

تعیین نوع بهینه یابی و نوع کنترلر

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:  


Terminate Time:


Controller Type:

- ☐ PI Controller
- ☐ PD Controller
- ☒ PID Controller
- ☐ I Controller
- ☐ Anti-windup PI
- ☐ Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:  

Upper Limit:  

Optimization Algorithm:

- ☒ MATLAB Optimization
- ☐ Genetic Algorithm
- ☐ GAOT Toolbox
- ☐ Particle Swarm Optimization
- ☐ Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Refresh, Show Plant, Simulation, Show File, Tutorial, Optimize, Exit

Maximum overshoot at:  %

Optimization Criterion: 1.3688

- ☒ ITAE Criterion
- ☐ ISE Criterion
- ☐ IAE Criterion
- ☐ ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:

Staircase Waveform:

t vector:

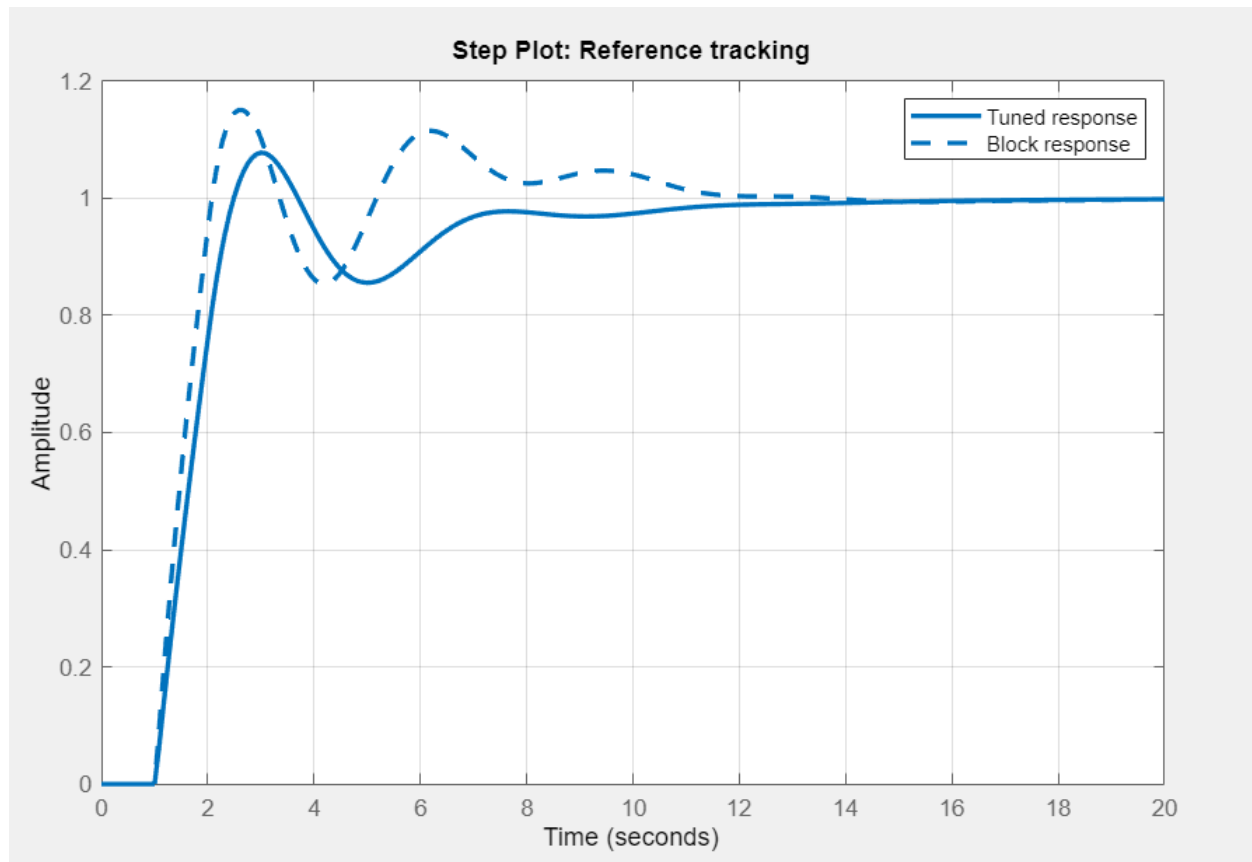
y vector:

Simulation Range:  ☐ Hold

پارامترهای به دست آمده بعد از optimize کردن

Workspace	
Name ▲	Value
Kd	2.5460
keyCriterion	2
Ki	0.8063
Kp	1.8961
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

شکل پاسخ همراه کنترلر ocd مدل ISE که همان خط چین است



ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر که  $\text{rise time} = 0.82\text{s}$  ،  $\text{settling time} = 10.8\text{s}$  ،  $\text{overshoot} = 15.1\%$  است. شکل پاسخ مناسب به نظر می رسد اما در مقایسه با کنترلرهای قبلی اورشوت بیشتری دارد و کندتر است.

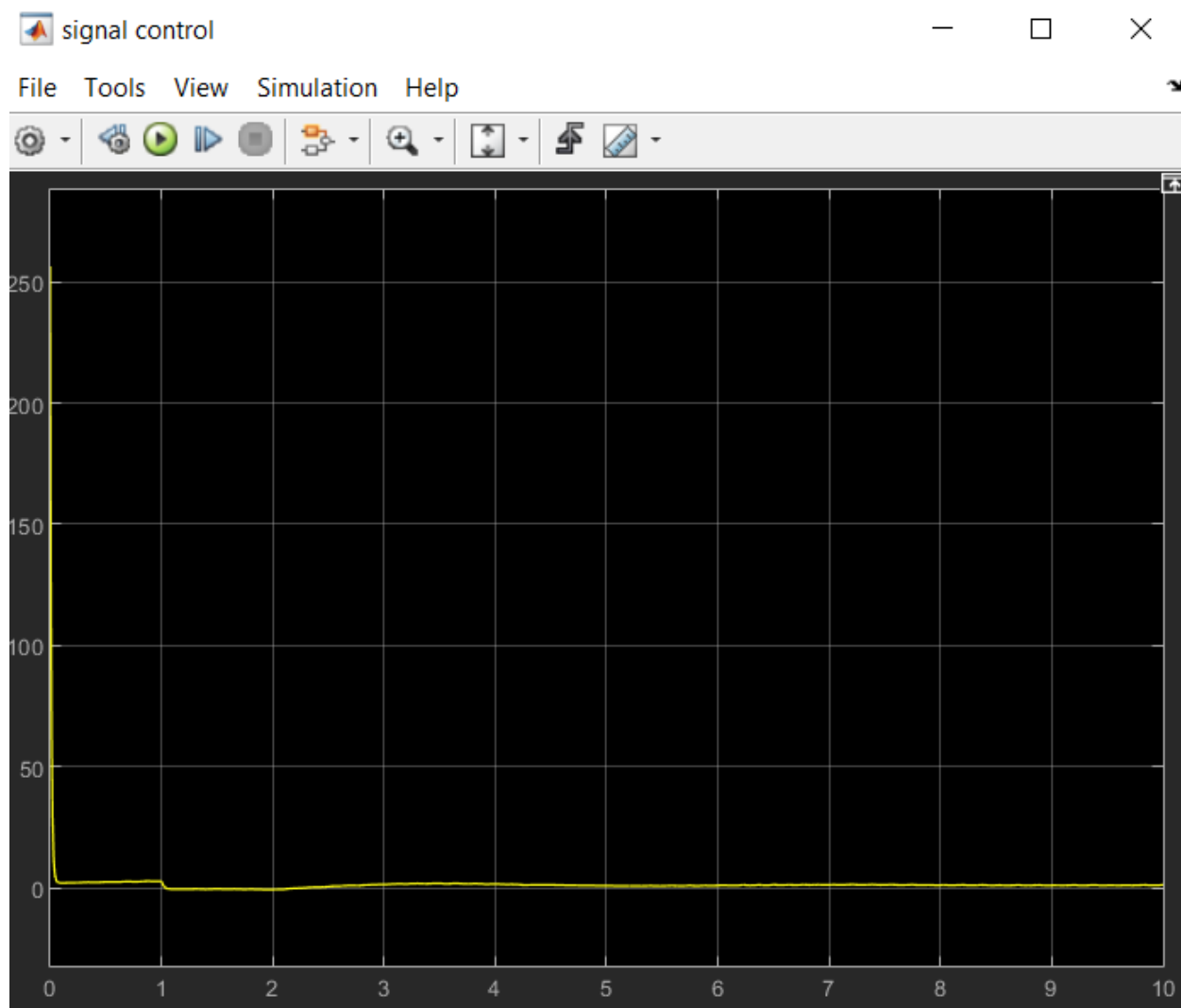
Show Parameters

Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	2.0381	1.8961
I	0.48436	0.80627
D	1.7459	2.546
N	80.8101	100

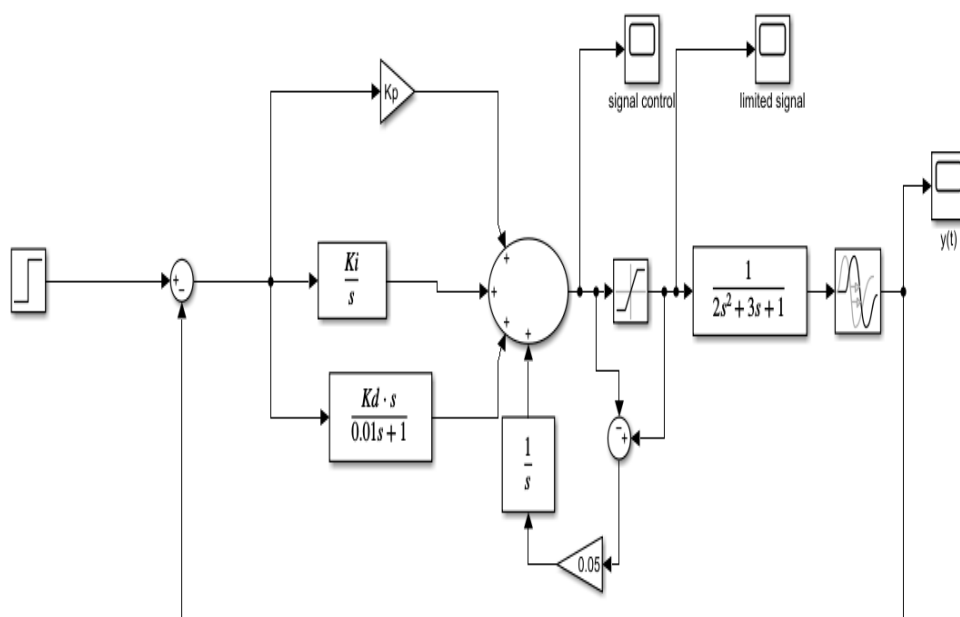
Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	1.11 seconds	0.848 seconds
Settling time	10.6 seconds	10.8 seconds
Overshoot	7.79 %	15.1 %
Peak	1.08	1.15
Gain margin	6.34 dB @ 1.72 rad/s	4.8 dB @ 1.89 rad/s
Phase margin	64.5 deg @ 0.707 rad/s	69.6 deg @ 0.647 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

سیگنال کنترلی در ابتدا ضربه زیادی می زند که همانطور که قبلا توضیح دادیم برای سیستم ما مناسب نیست



ب) برای حل این مشکل که در هر سه حالت وجود داشت، قبل از plant، saturation قرار می دهیم تا اگر سیگنال کنترلی از حدی بیشتر بود، به مقدار مشخصی محدود کند. همچنین برای اینکه بعد از این کار پدیده windup رخ ندهد، کنترلر pid همراه با anti\_windup را طراحی می کنیم، و ضریب Tt را خودمان دستی tune می کنیم.

اکثر موتور ها محدوده ولتاژ 24 را میتواند تحمل کند. با یک ضریب اطمینان ما این مقدار را 15 در نظر میگیریم. و در مدل مدار بسته بلوک saturation را قرار می دهیم.



این مدل را در ادامه برای هر سه حالت استفاده می کنیم.

# ITAE

می خواهیم actuator را محدود کنیم. و antiwindup pid کنترلر را انتخاب می کنیم.

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:

Terminate Time:

Controller Type:

- PI Controller
- PD Controller
- PID Controller
- I Controller
- Anti-windup PI
- Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:

Upper Limit:

Optimization Algorithm:

- MATLAB Optimization
- Genetic Algorithm
- GAOT Toolbox
- Particle Swarm Optimization
- Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Create File Refresh

Show Plant Simulation

Show File Tutorial

Optimize Exit

☐ Maximum overshoot at  %

Optimization Criterion: 2.9725

- ITAE Criterion
- ISE Criterion
- IAE Criterion
- ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:

Staircase Waveform:

t vector:

y vector:

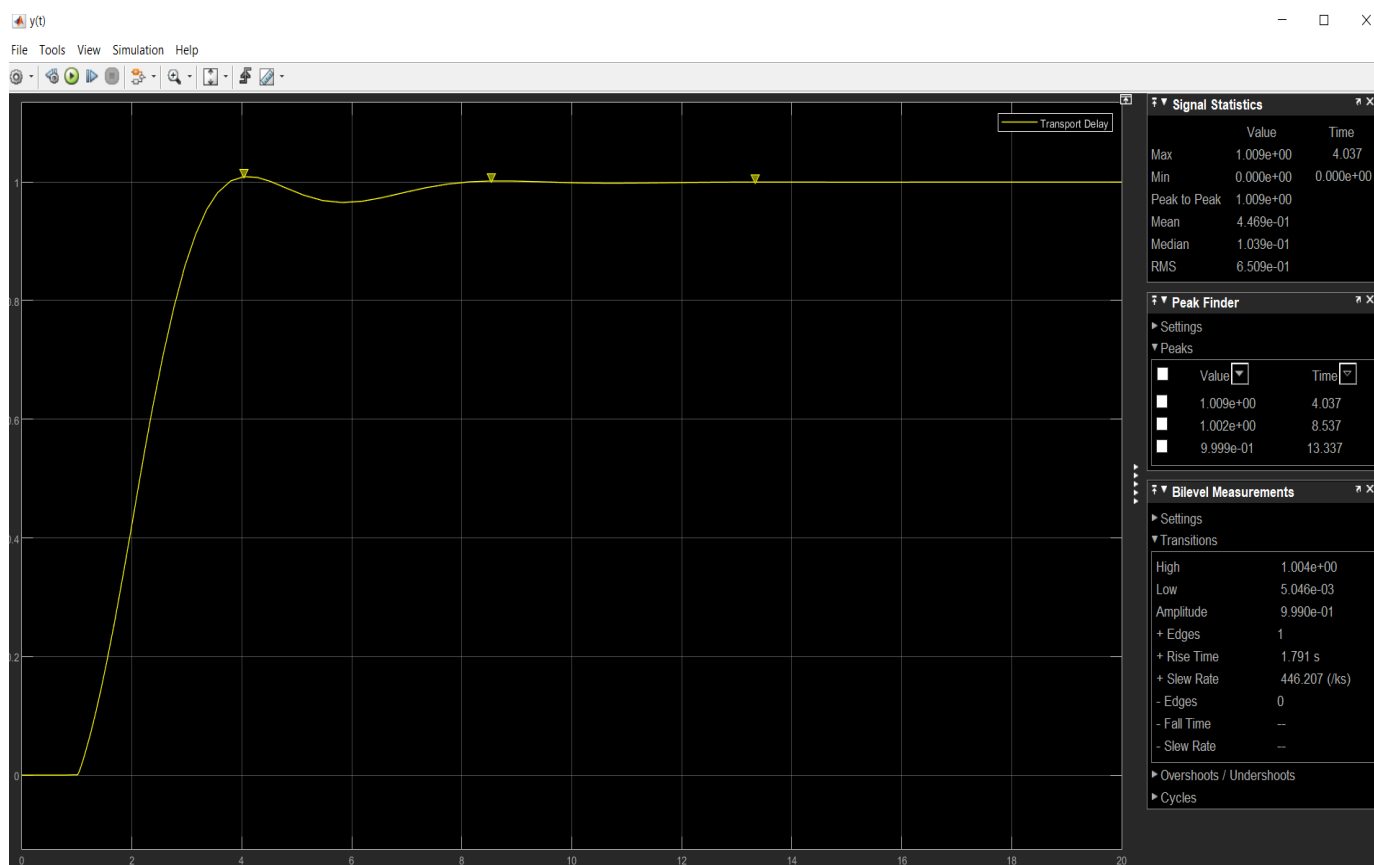
Simulation Range:  ☐ Hold

ضرایب طراحی شده

Workspace	
Name ^	Value
Kd	1.5721
keyCriterion	1
Ki	0.4688
Kp	1.9018
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

با چندبار سعی و خطا می بینیم  $T_t=20$  مناسب است.

شکل پاسخ همراه کنترلر

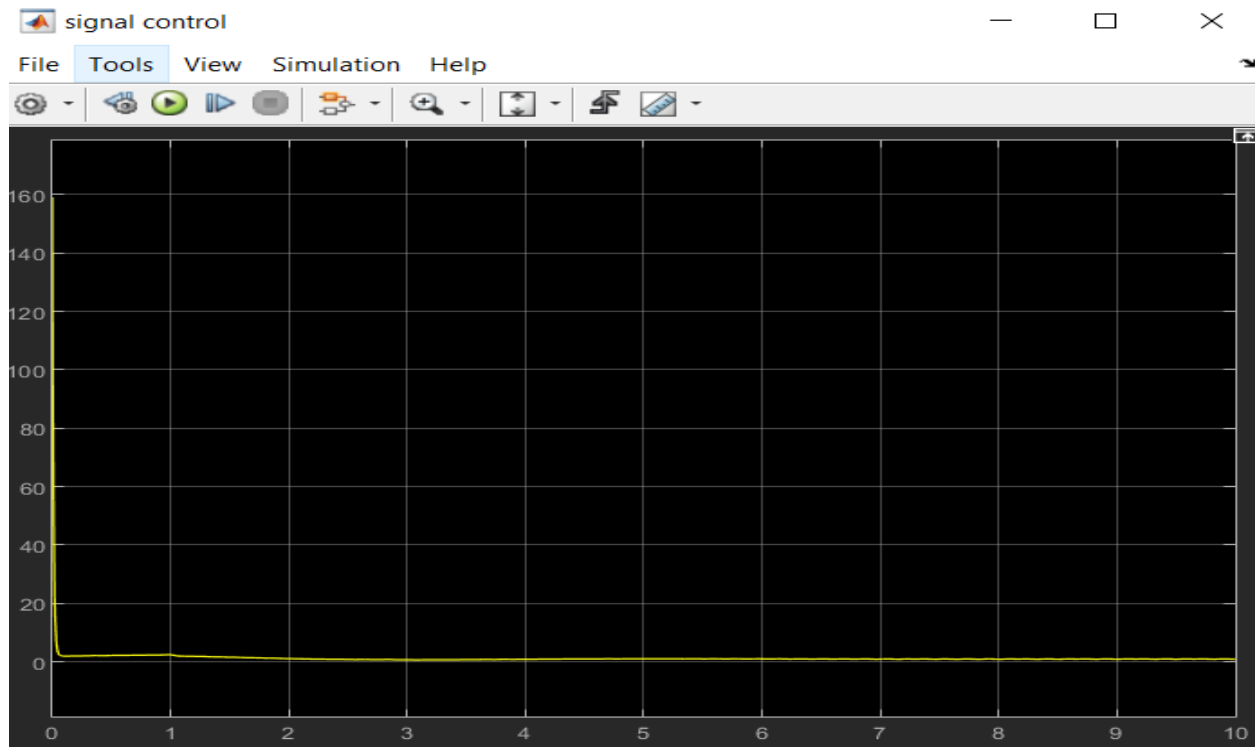


ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر که  $\text{rise time}=1.79\text{s}$  ،  $\text{overshoot}=0.9\%$  است.

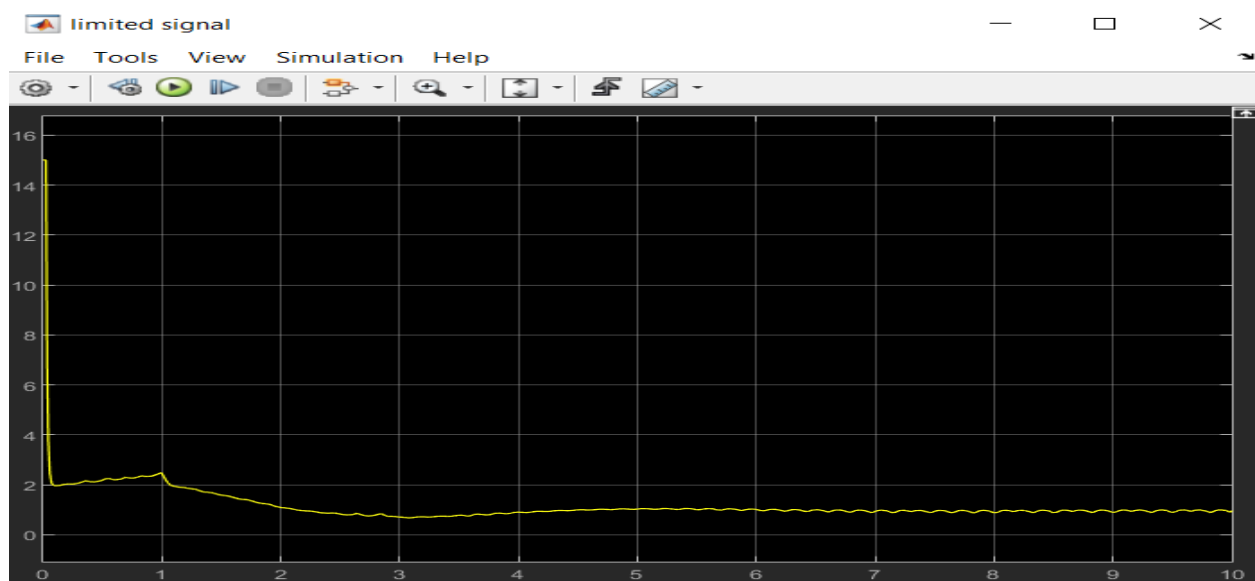
و شکل پاسخ مناسبی دارد.



سیگنال کنترلی قبل از saturation



سیگنال کنترلی بعد از saturation



همانطور که مشخص است ما مشکل زیاد بودن سیگنال کنترلی را حل کردیم و پاسخ سیستم هم مناسب است.

# IAE

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:

Terminate Time:

Controller Type:

- ☐ PI Controller
- ☐ PD Controller
- ☐ PID Controller
- ☐ I Controller
- ☐ Anti-windup PI
- ☒ Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:

Upper Limit:

Optimization Algorithm:

- ☒ MATLAB Optimization
- ☐ Genetic Algorithm
- ☐ GAOT Toolbox
- ☐ Particle Swarm Optimization
- ☐ Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Refresh, Show Plant, Simulation, Show File, Tutorial, Optimize, Exit

Maximum overshoot at:  %

Optimization Criterion: 2.199

Optimization Criterion List:

- ☐ ITAE Criterion
- ☐ ISE Criterion
- ☒ IAE Criterion
- ☐ ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:

Staircase Waveform:

t vector:

y vector:

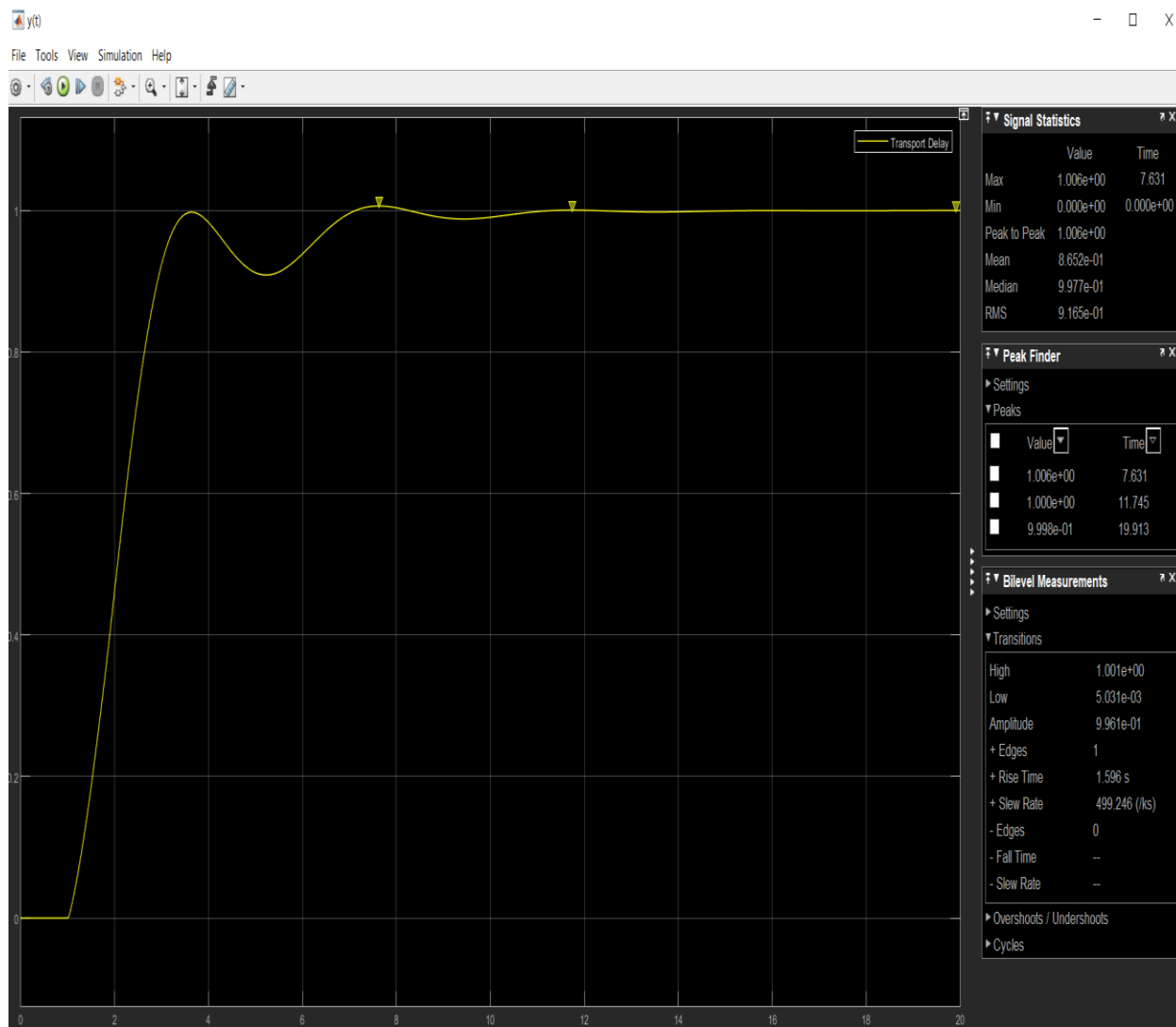
Simulation Range:  ☐ Hold

ضرایب طراحی شده

Workspace	
Name	Value
Kd	2.0349
keyCriterion	3
Ki	0.5046
Kp	2.2119
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

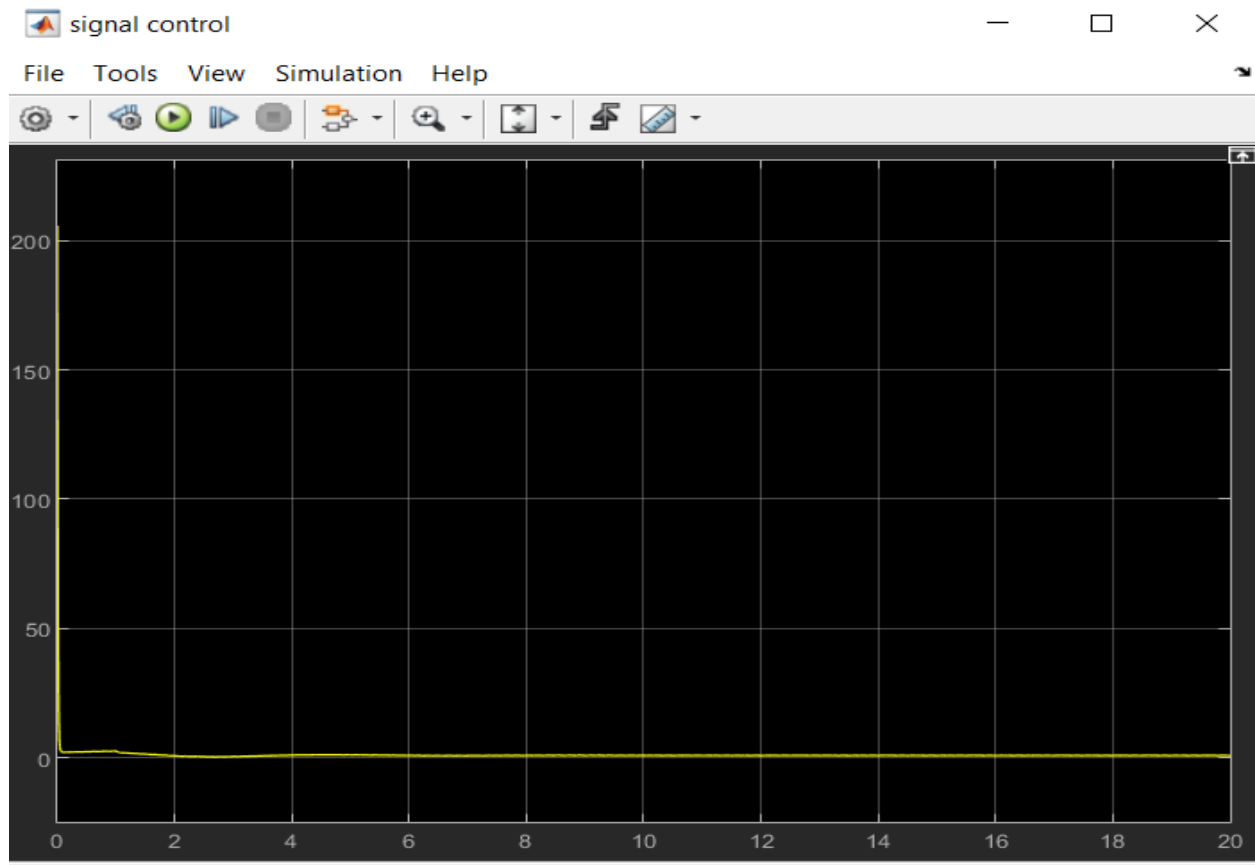
همچنان  $T_t=10$  پاسخ مناسبی به ما میدهد.

پاسخ سیستم مدار بسته همراه با کنترلر

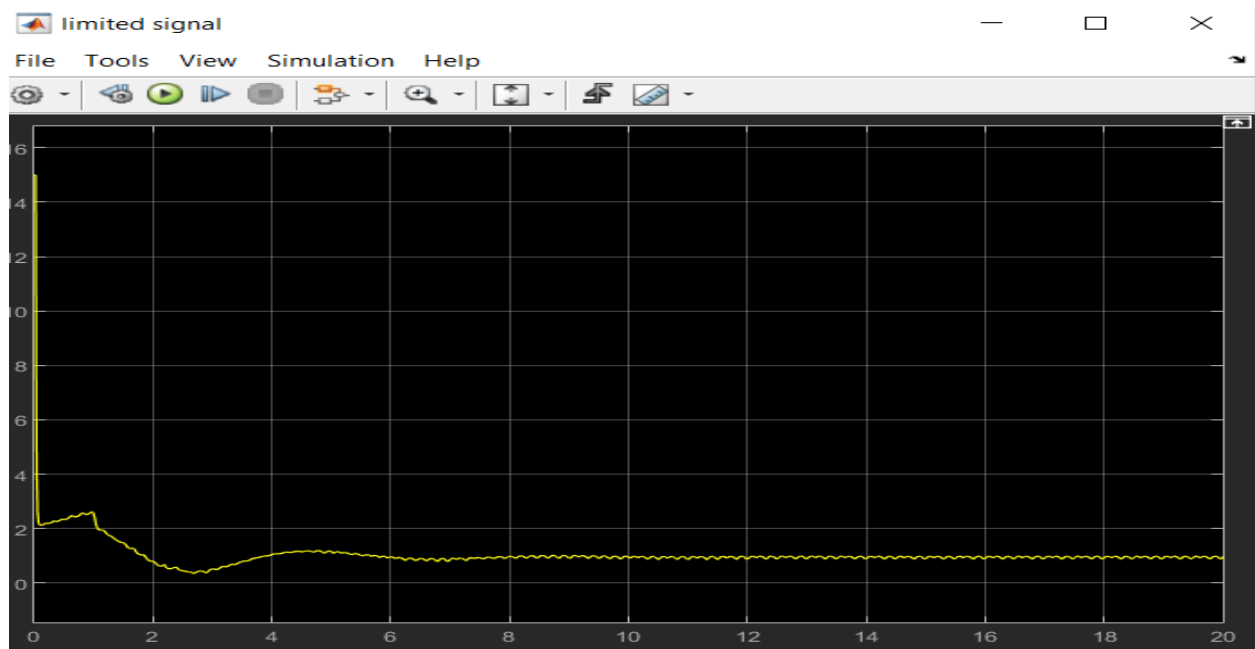


ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر که  $\text{rise time}=1.596\text{s}$  ،  $\text{overshoot}=0.6\%$  است. و شکل پاسخ مناسبی دارد. در مقایسه با حالت قبل پاسخ نوسانی تر است. بقیه ویژگی ها تغییر زیادی نداشتند

سیگنال کنترلی قبل از saturation




سیگنال کنترلی بعد از saturation



# ISE

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:  


Terminate Time:


Controller Type:

- PI Controller
- PD Controller
- PID Controller
- I Controller
- Anti-windup PI
- Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:  

Upper Limit:  

Optimization Algorithm:

- MATLAB Optimization
- Genetic Algorithm
- GAOT Toolbox
- Particle Swarm Optimization
- Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Show Plant, Show File, Optimize, Refresh, Simulation, Tutorial, Exit

Maximum overshoot at:  %

Optimization Criterion: 1.6815

- ITAE Criterion
- ISE Criterion
- IAE Criterion
- ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:

Staircase Waveform:

t vector:

y vector:

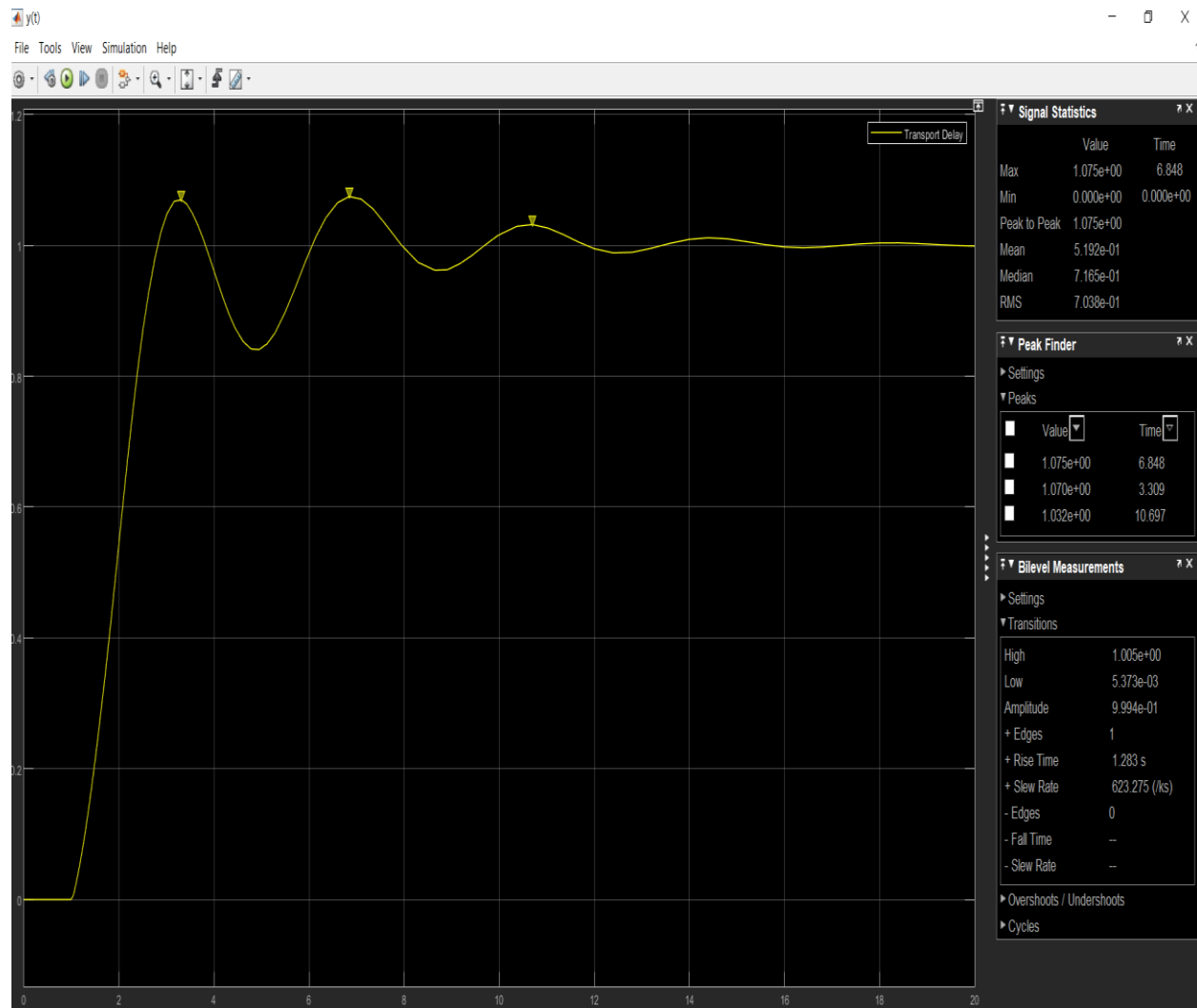
Simulation Range:  ☐ Hold

ضرایب طراحی شده

Workspace	
Name ▲	Value
Kd	2.7403
keyCriterion	2
Ki	0.6079
Kp	2.7223
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

با چندبار سعی و خطا می بینیم  $T_t=10$  مناسب است

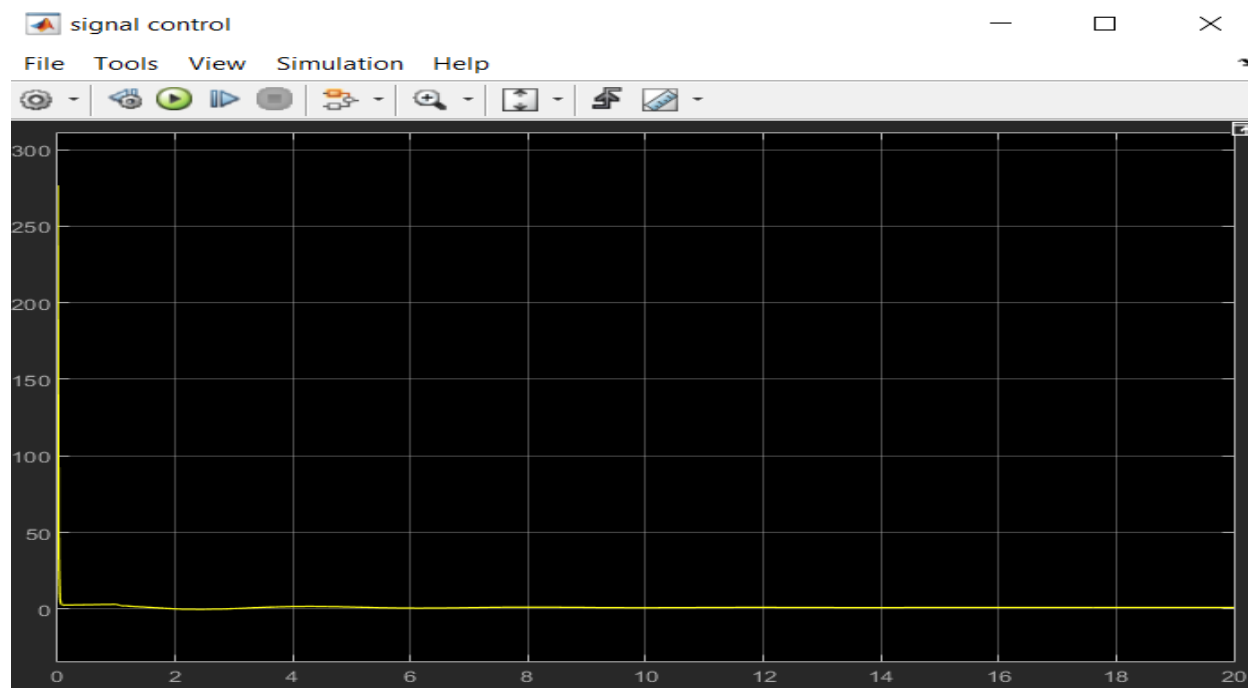
شکل پاسخ مدار بسته همراه کنترلر



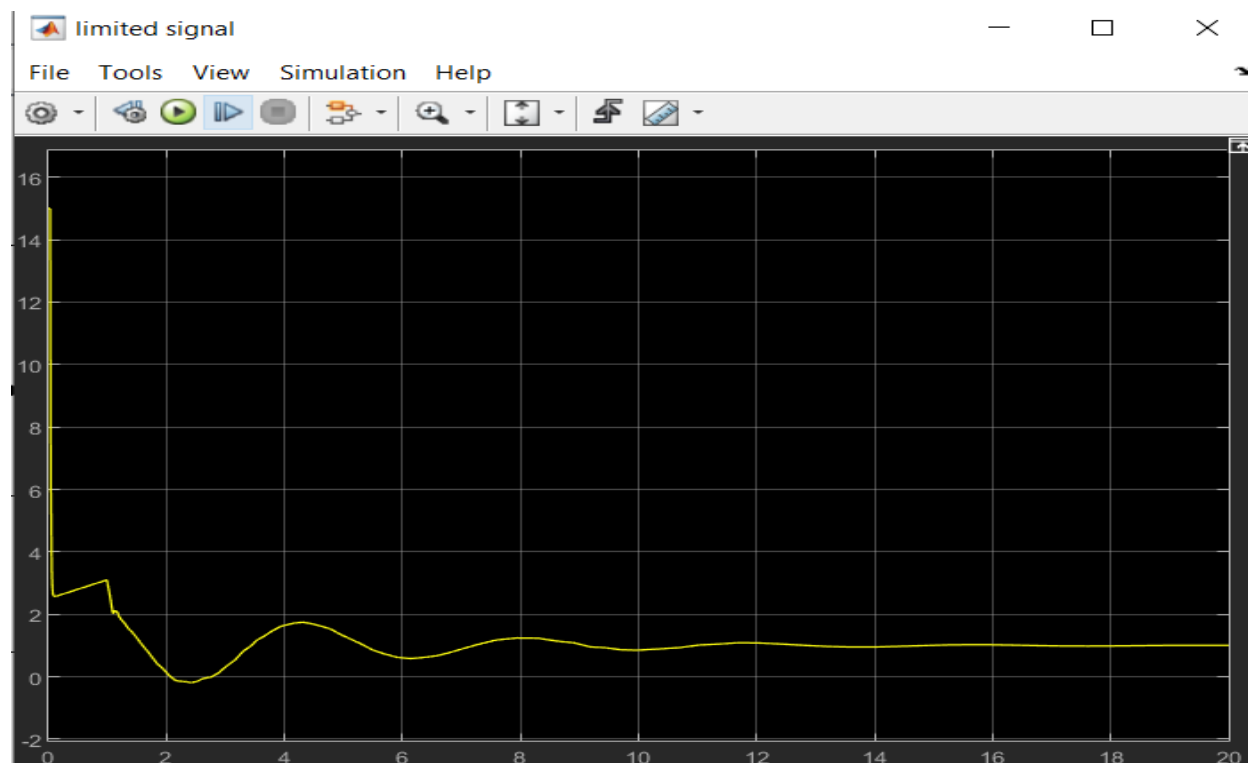
ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر که  $\text{rise time}=1.28\text{s}$  ،  $\text{overshoot}=7.5\%$  است.

و شکل پاسخ مناسبی دارد. در مقایسه با حالت های قبل پاسخ نوسانی تر است. اورشوت هم نسبتا افزایش داشته و بیشتر از حالات قبلی است.

سیگنال کنترلی قبل از saturation



سیگنال کنترلی بعد از saturation

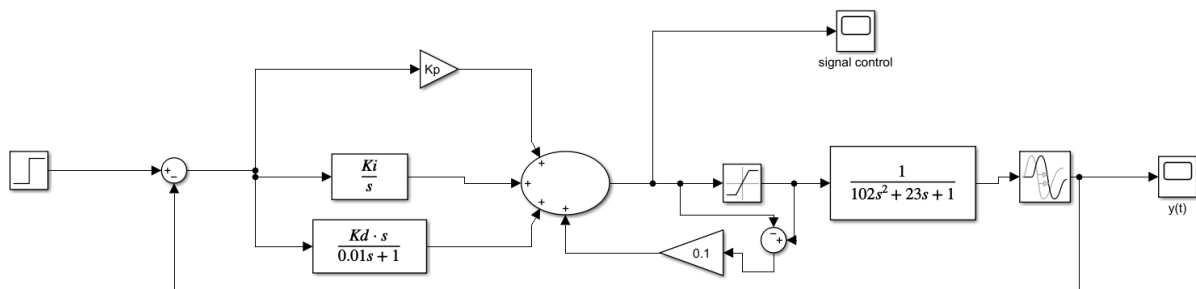


(2)

2- قسمت قبل را برای تابع تبدیل زیر تکرار کنید.

$$G_2(s) = \frac{1}{(17s + 1)(6s + 1)} e^{-30s}$$

طراحی مدل مدار باز در سیمولینک



با توجه به تجربه سوال قبل، بهتر است از saturation استفاده کنیم که اگر سیگنال کنترلی مقدار زیادی بود محدود کند. و کنترلر antiwindup pid برای جلوگیری از پدیده windup استفاده می کنیم. مقدار saturation همانند قبل 15 قرار می دهیم.

این مدل را برای سه حالت استفاده می کنیم.



# ITAE

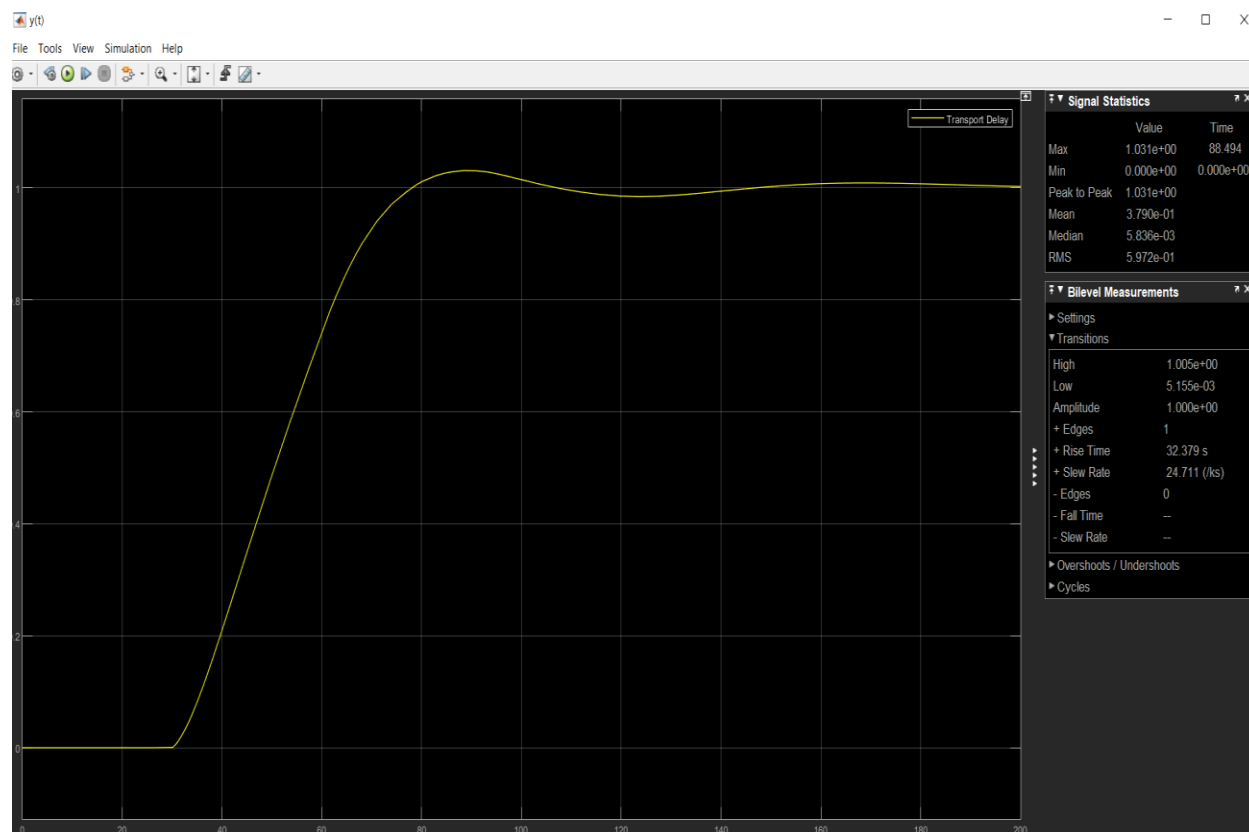
به ازای  $t_{terminate}=10$  کنترلر مناسبی طراحی نمی شود. مقادیر مختلف را تست می کنیم نهایتاً به ازای مقدار 200 کنترلر مناسب طراحی می شود.

$T_t=10$  نیز مقدار مناسبی است.

ضرایب طراحی شده

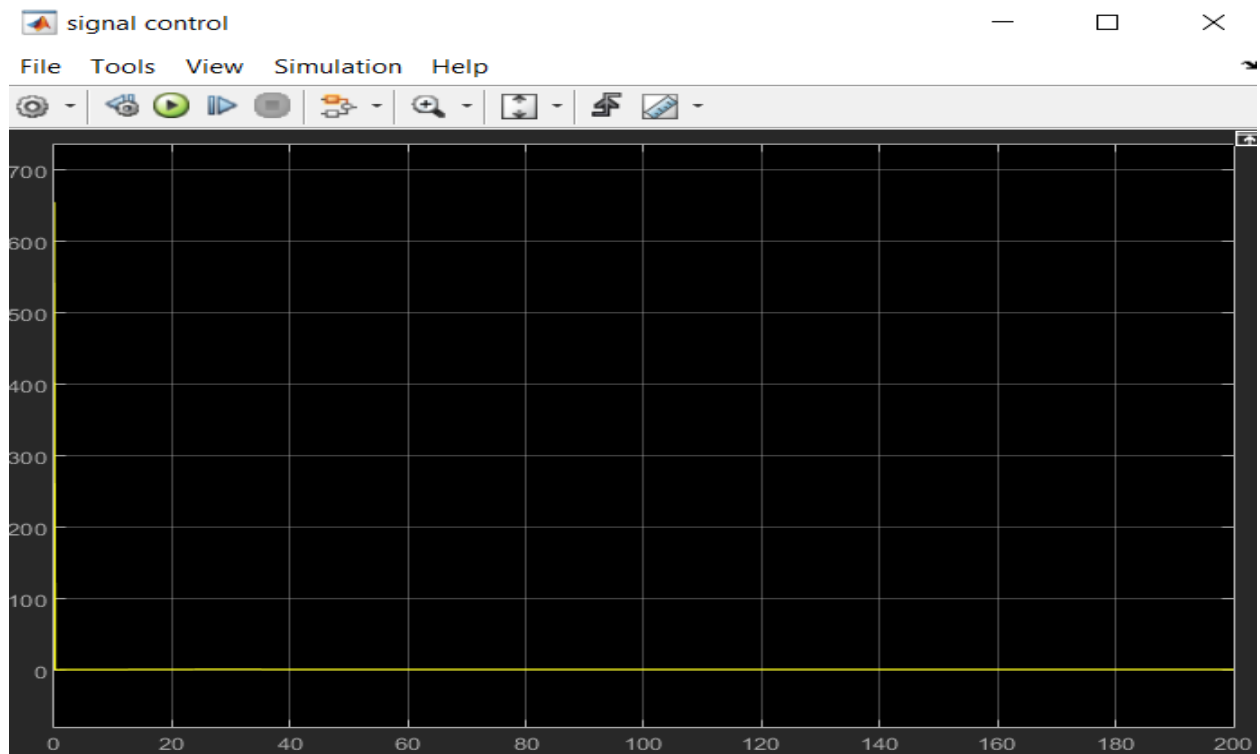
Workspace	
Name ^	Value
Kd	7.1840
keyCriterion	1
Ki	0.0197
Kp	0.6834
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

## پاسخ مدار بسته

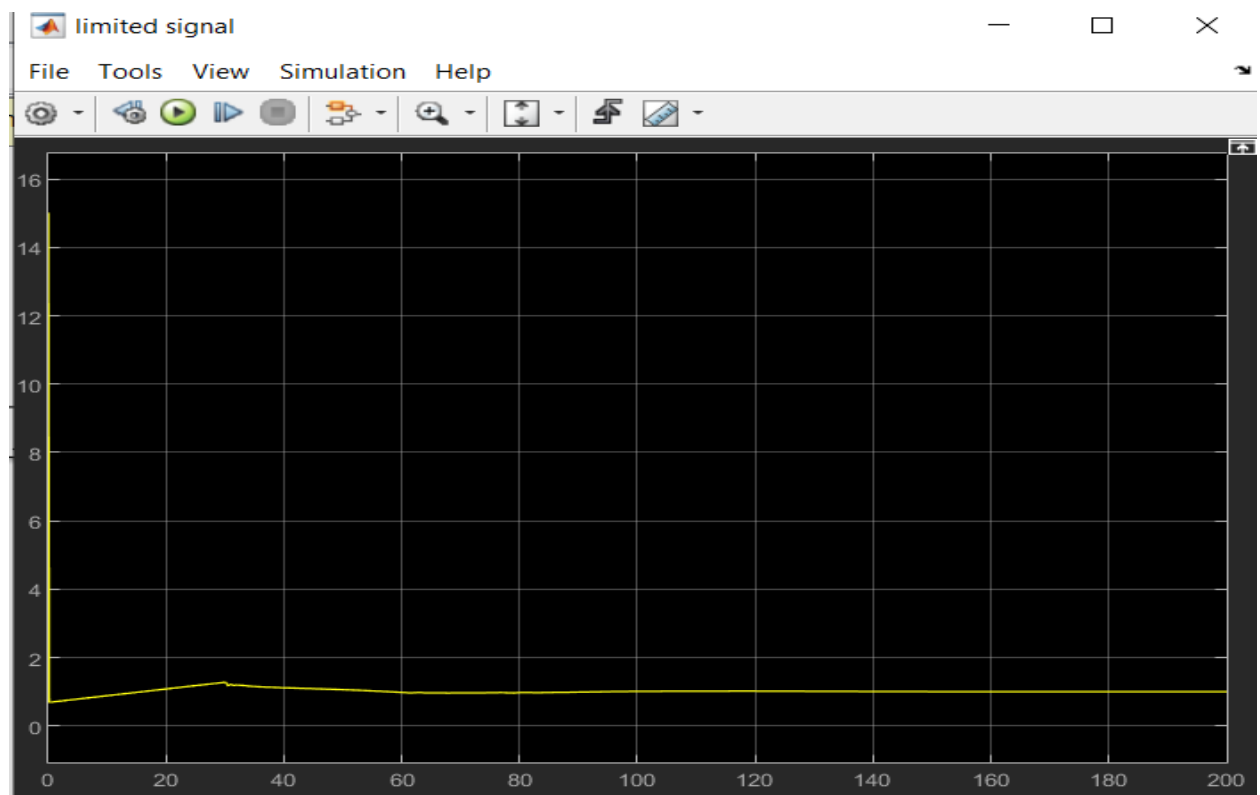


ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر  $\text{rise time} = 32.37\text{s}$  ،  $\text{overshoot} = 3.1\%$  است. و شکل پاسخ مناسبی دارد.

### سیگنال کنترلی قبل از saturation




### سیگنال کنترلی بعد از saturation



سیگنال کنترلی قبل از saturation ، در لحظه اول ضربه بزرگی دارد که با بلوک saturation این مقدار محدود می شود و سیگنال مناسب به actuator وارد می شود.

# IAE

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:  


Terminate Time:


Controller Type:

- ☐ PI Controller
- ☐ PD Controller
- ☐ PID Controller
- ☐ I Controller
- ☐ Anti-windup PI
- ☒ Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:  

Upper Limit:  

Optimization Algorithm:

- ☒ MATLAB Optimization
- ☐ Genetic Algorithm
- ☐ GAOT Toolbox
- ☐ Particle Swarm Optimization
- ☐ Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Refresh, Show Plant, Simulation, Show File, Tutorial, Optimize, Exit

☐ Maximum overshoot at  %

Optimization Criterion: 52.0597

- ☐ ITAE Criterion
- ☐ ISE Criterion
- ☒ IAE Criterion
- ☐ ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:

Staircase Waveform:

t vector:

y vector:

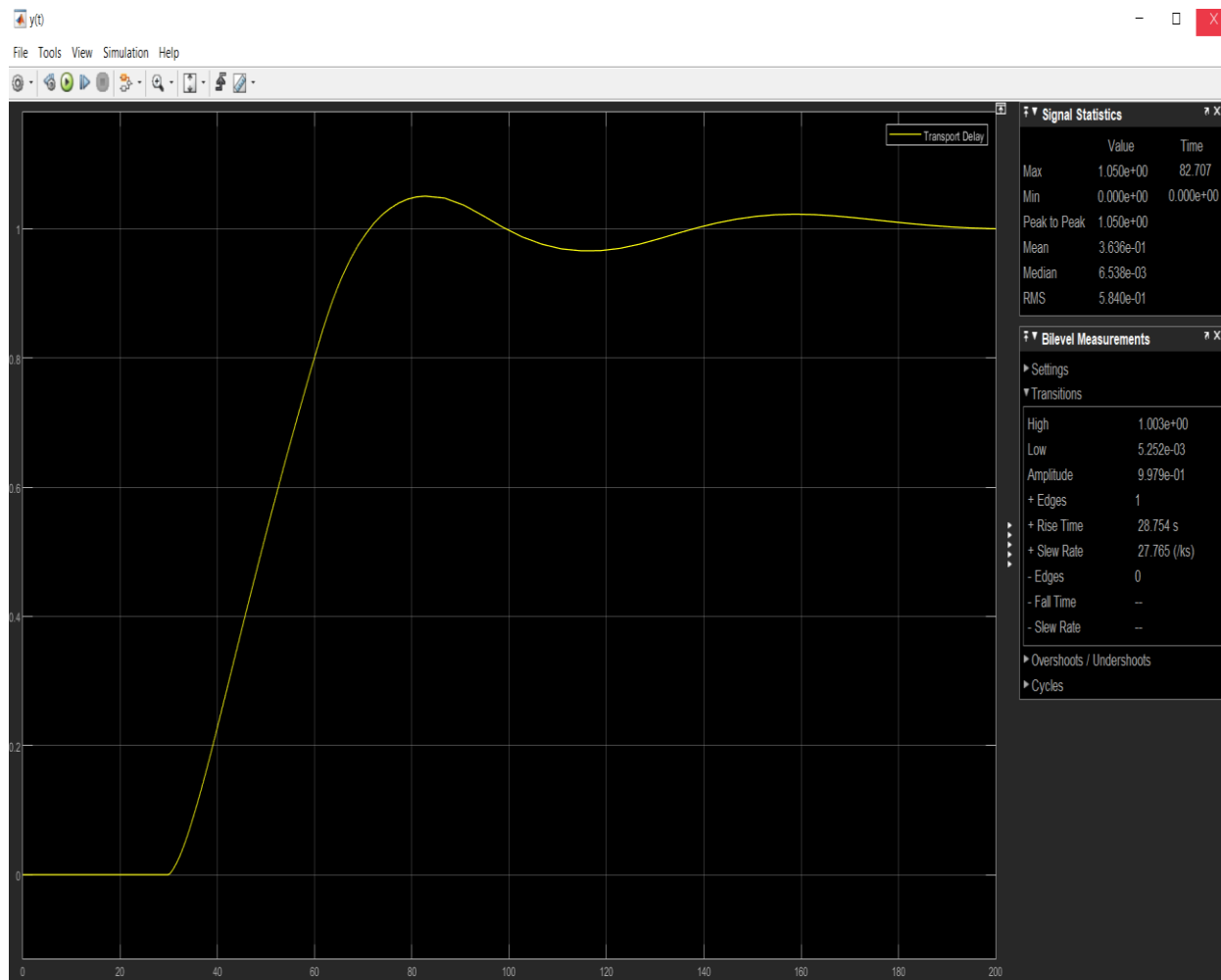
Simulation Range:  ☐ Hold

ضرایب طراحی شده

Workspace	
Name ^	Value
Kd	8.9818
keyCriterion	3
Ki	0.0206
Kp	0.7507
out	1x1 SimulationO...
t_seq	0
y_seq	1

$T_t=10$  همچنان جواب مناسبی به ما می دهد.

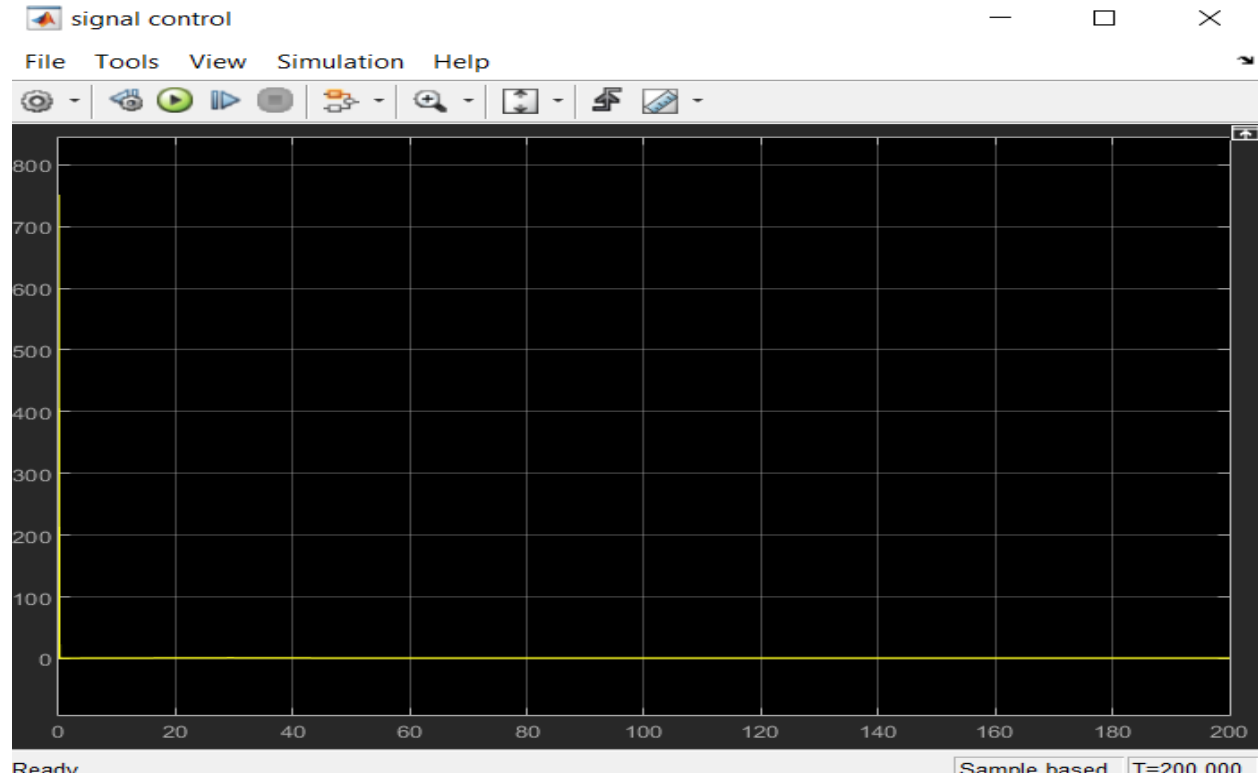
پاسخ مدار بسته همراه با کنترلر طراحی شده



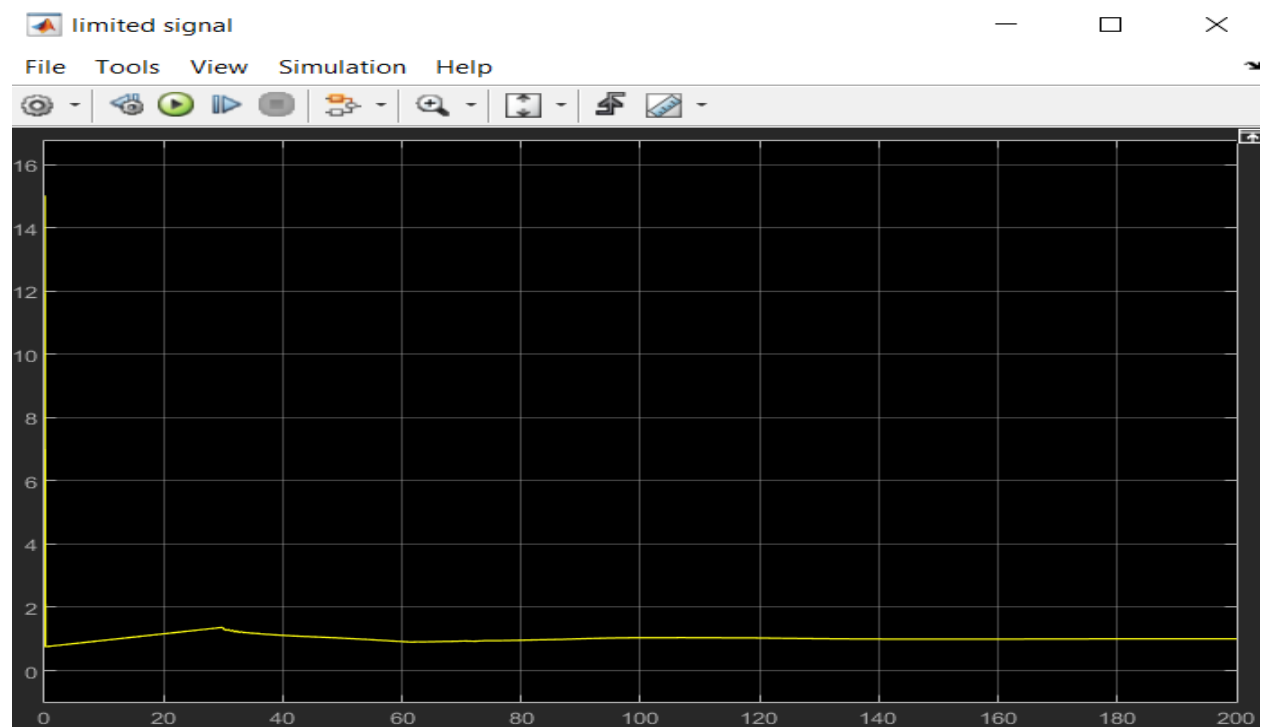
ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر  $\text{rise time}=28.754\text{s}$  ،  $\text{overshoot}=5\%$  است.

و شکل پاسخ مناسبی دارد.

## سیگنال کنترلی قبل از saturation




## سیگنال کنترلی بعد از saturation



# ISE

**PID Controller Optimizer**

Plant model name:  


Terminate Time:


Controller Type:

- PI Controller
- PD Controller
- PID Controller
- I Controller
- Anti-windup PI
- Anti-windup PID

☒ Continuous  
☐ Discrete-time

Actuator Saturation:

Lower Limit:  

Upper Limit:  

Optimization Algorithm:

- MATLAB Optimization
- Genetic Algorithm
- GAOT Toolbox
- Particle Swarm Optimization
- Simulated Annealing

☒ Loop in optimization Tol=

Buttons: Create File, Refresh, Show Plant, Simulation, Show File, Tutorial, Optimize, Exit

☐ Maximum overshoot at  %

Optimization Criterion: 42.2628

- ITAE Criterion
- ISE Criterion
- IAE Criterion
- ITSE Criterion

Controller Parameters:

Tuned Controller:

Lower Bounds:

Upper Bounds:








Staircase Waveform:

t vector:

y vector:

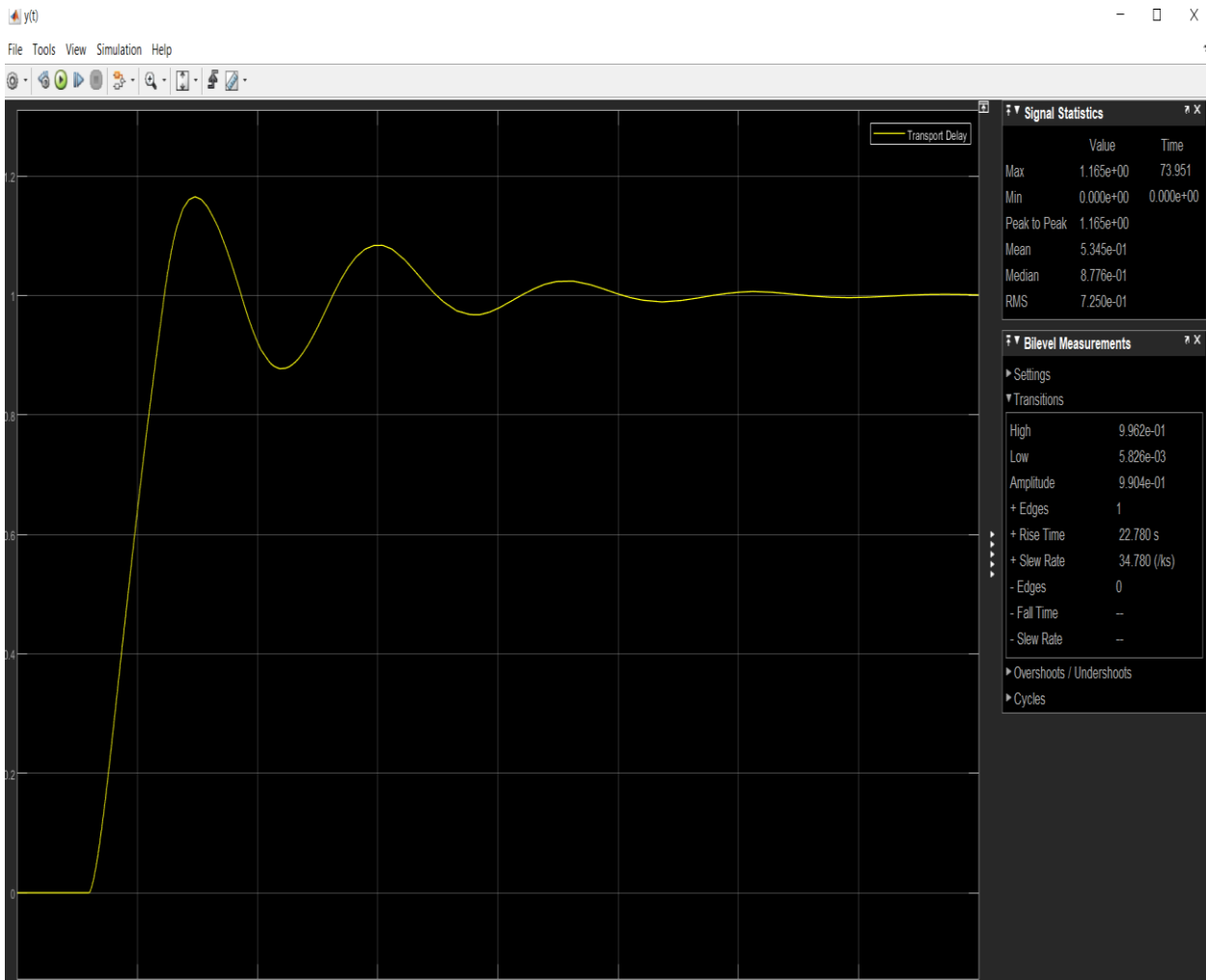
Simulation Range:  ☐ Hold

ضرایب طراحی شده

Workspace		
Name ▲	Value	
 Kd	12.7661	
 keyCriterion	2	
 Ki	0.0229	
 Kp	0.9380	
 out	1x1 SimulationO...	
 t_seq	0	
 y_seq	1	

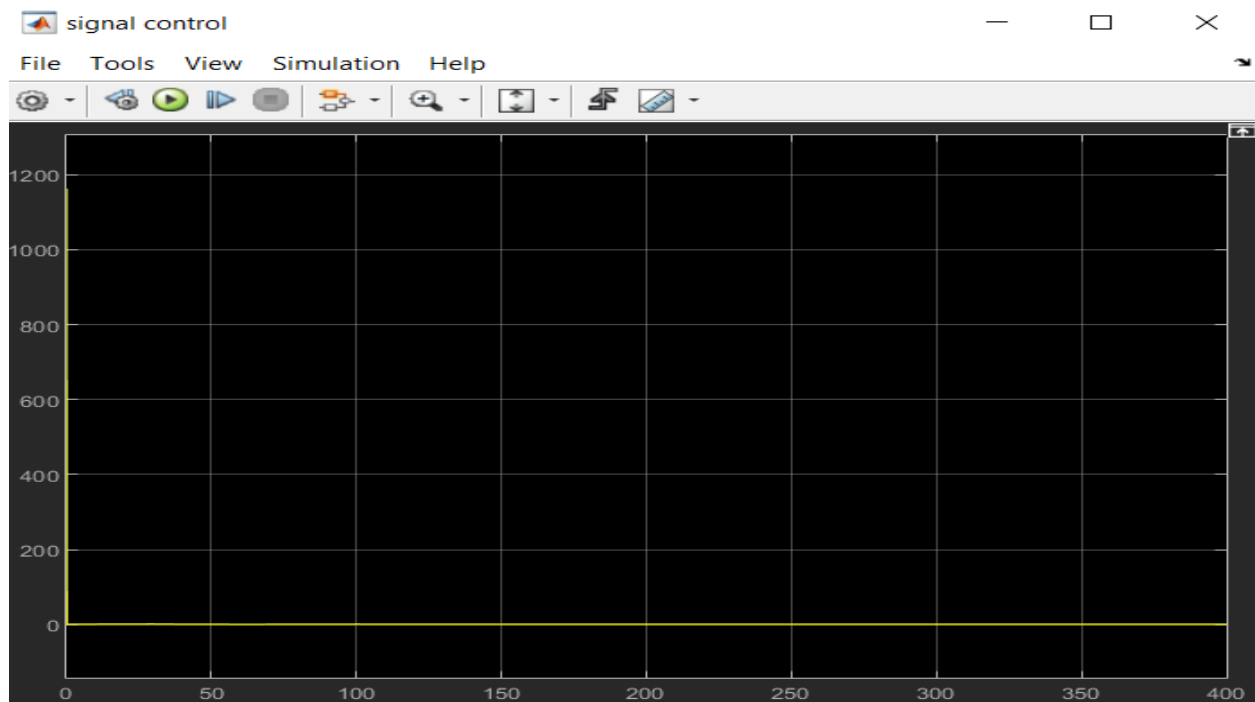


$T_t=10$  انتخاب می کنیم.  
پاسخ مدار بسته همراه کنترلر

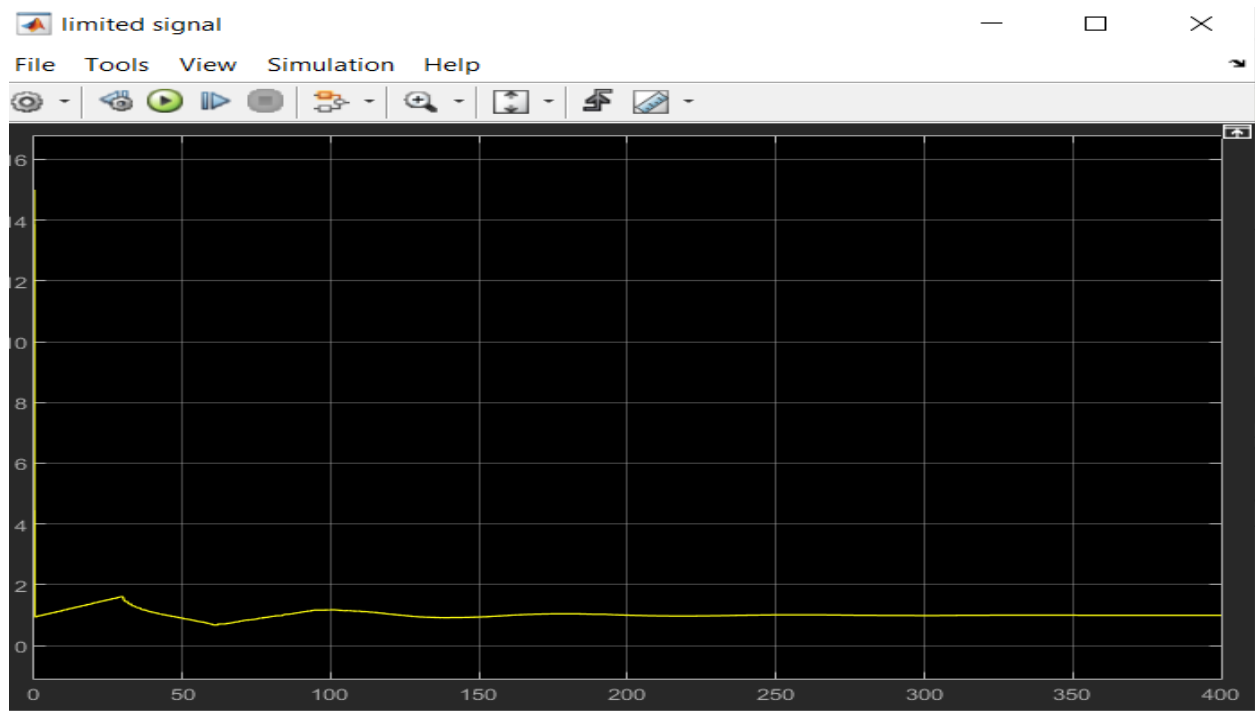


پاسخ این حالت نسبت به 2 حالت قبل نوسان بیشتری دارد و مدت زمان بیشتری طول میکشد تا به پایداری برسد و کندتر است. همچنین اورشوت بیشتری دارد.  
ویژگی های پاسخ مدار بسته با این کنترلر  $\text{rise time}=22.8\text{ s}$  ،  $\text{overshoot}=16.5\%$  است.

## سیگنال کنترلی قبل از saturation



## سیگنال کنترلی بعد از saturation



(3)

3- مشخص کنید که کدام معیار در حالت کلی پاسخ کنترلی بهتری را بدست می دهد.

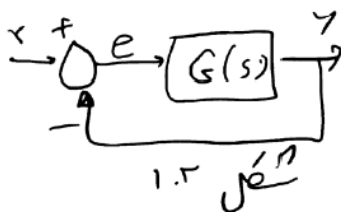
$K_{\infty}$

در حالت کلی ، معیار ITAE کنترلر با اورشوت کمتر به ما می دهد. سرعت سیستم در این حالت بیشتر است و سریع تر به پاسخ نهایی همگرا میشود. همچنین سیگنال کنترلی کمتری دارد (اصطلاح دکتر گاز و ترمز کمتر دارد) و شیب پاسخ زیاد نیست. (از  $tr$  نیز مشخص است و  $rise\ time$  بیشتری دارد).

به ترتیب این سه ویژگی در ITAE بهترین و بعد در IAE نسبت به ISE بهتر است. همچنین معمولا ISE پاسخ نوسان بیشتری نسبت به معیارهای قبلی دارد .

(4

4- شکل زیر را با  $G(s) = \frac{K_p}{(s+2)} e^{-2s}$  در نظر بگیرید.



الف) با استفاده از تقریب درجه‌ی دوم *Pade* و قانون راث درباره‌ی پایداری سیستم حلقه بسته برای مقادیر مختلف  $K_p$  بحث نمایید.

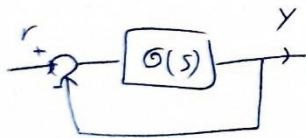
$$G(s) = \frac{kp}{(s+r)} e^{-rs}$$

4

$$e^{-sL} = \frac{1 - \frac{Ls}{r} + \frac{L^2 s^2}{2r^2}}{1 + \frac{Ls}{r} + \frac{L^2 s^2}{2r^2}}$$

الف)  
تقريب رجه 2يم:

$$e^{-rs} \approx \frac{1 - s + \frac{s^2}{r}}{1 + s + \frac{s^2}{r}}$$



$$G_{y/r} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

تابع تبديل مدار بسته الشكل مدرود

$$G(s) = \frac{e^{-rs} kp}{s+r} = \left( \frac{1 - s + \frac{s^2}{r}}{1 + s + \frac{s^2}{r}} \right) \frac{(kp)}{(s+r)}$$

$$G(s) = \frac{(r - rs + s^2)kp}{(r + s + s^2)(s+r)}$$

$$G_{y/r} = \frac{(r - rs + s^2)kp}{(r + rs + s^2)(s+r) + (r - rs + s^2)kp}$$

$$G_{y/r} = \frac{(r - rs + s^2)kp}{s^3 + s^2(\omega + kp) + s(r - rkp) + r + rkp}$$

قانون داری

$$1 \quad 9 - 2kp$$

$$0 + kp \quad 7 + 2kp$$

$$- \frac{(7 + 2kp) - (9 - 2kp - 9kp)}{0 + kp} = \frac{-2kp^2 - 9kp + 29}{0 + kp}$$

$$7 + 2kp$$

طبق معیار رابره ای ران  
(1) جواب مثبت باشد  
(2) کمتر از 1 باشد

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 0 + kp > 0 & \quad kp > 0 \\ 9 - 2kp > 0 & \quad kp < 4.5 \\ 7 + 2kp > 0 & \quad kp > -3.5 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad -2kp^2 - 9kp + 29 > 0 \rightarrow kp = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 232k}}{-2}$$

4.5 -  
2.5 >

$$-0.5 < kp < 2.5$$

از مع این شرط  $kp < 2.5$

بنابراین برای پایداری این هم شرط باید  $kp < 2.5$  باشد  
در هیند چون از نزدیک به انتهای کره این محدوده (مقیوت) است.

ب) با استفاده از قانون نایکوئیست پایداری سیستم حلقه بسته را مورد بررسی قرار دهید و جوابی که بدست آورده اید را با جواب قسمت (الف) مقایسه کنید.

طبق قانون پایداری نایکوئیست اگر مجموع تعداد دور زدن نایکوئیست سیستم مدار باز حول 1- در جهت عقربه های ساعت به علاوه قطب های ناپایدار مدار باز 0 شود، سیستم مدار بسته ما پایدار است. برای سیستم مدار باز داریم:

$$G(s) = \frac{KP}{s+2} \times e^{-2*s}$$

تعداد قطب های ناپایدار مدار باز ما صفر است.

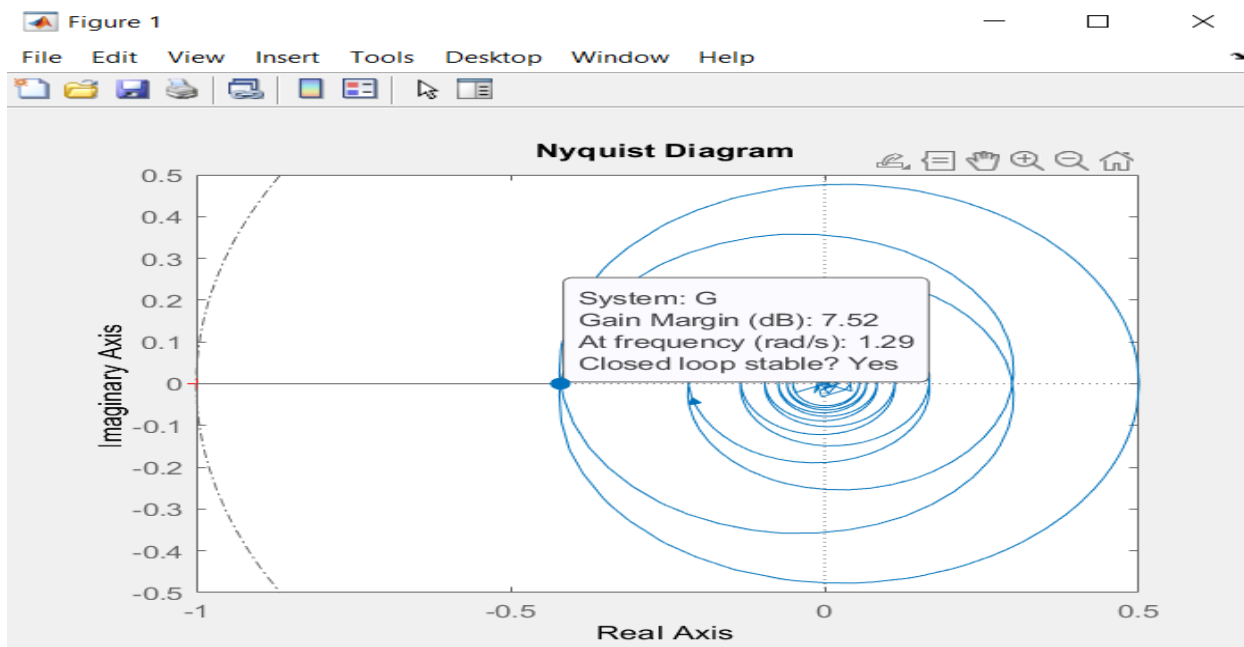
این سیستم از نقطه  $\frac{kp}{2}$  شروع می شود (اگر گین مثبت باشد فاز اولیه صفر و اگر گین منفی باشد فاز اولیه 180- درجه است) و در انتها به نقطه صفر می رسد. با افزایش فرکانس حول 0 می چرخد و نزدیک تر می شود و یک مارپیچ حول صفر ایجاد می کند.

ابتدا گین مثبت را بررسی می کنیم:

به ازای  $kp=1$

می دانیم نایکوئیست از 0.5 شروع می شود تا به صفر برسد و با نزدیک شدن به صفر، به صورت مارپیچی حول آن دور می زند

نایکوئیست به صورت زیر است:



کمترین گین مارجین 7.52 دسی بل است ، محل برخورد نایکویست با محور حقیقی منفی را از رابطه روبرو حساب می کنیم:

$$Kg=10^{(-7.52 \div 20)}=0.4207$$

می دانیم اگر محل برخورد نایکویست با محور حقیقی منفی کمتر از 1- شود، تعداد دور زدن حول 1- صفر می شود و سیستم مدار بسته ما پایدار است.

همچنین با ضرب کردن تابع تبدیل مدار باز در گین نمودار اسکیل می شود چون فاز ثابت است، بنابراین داریم:

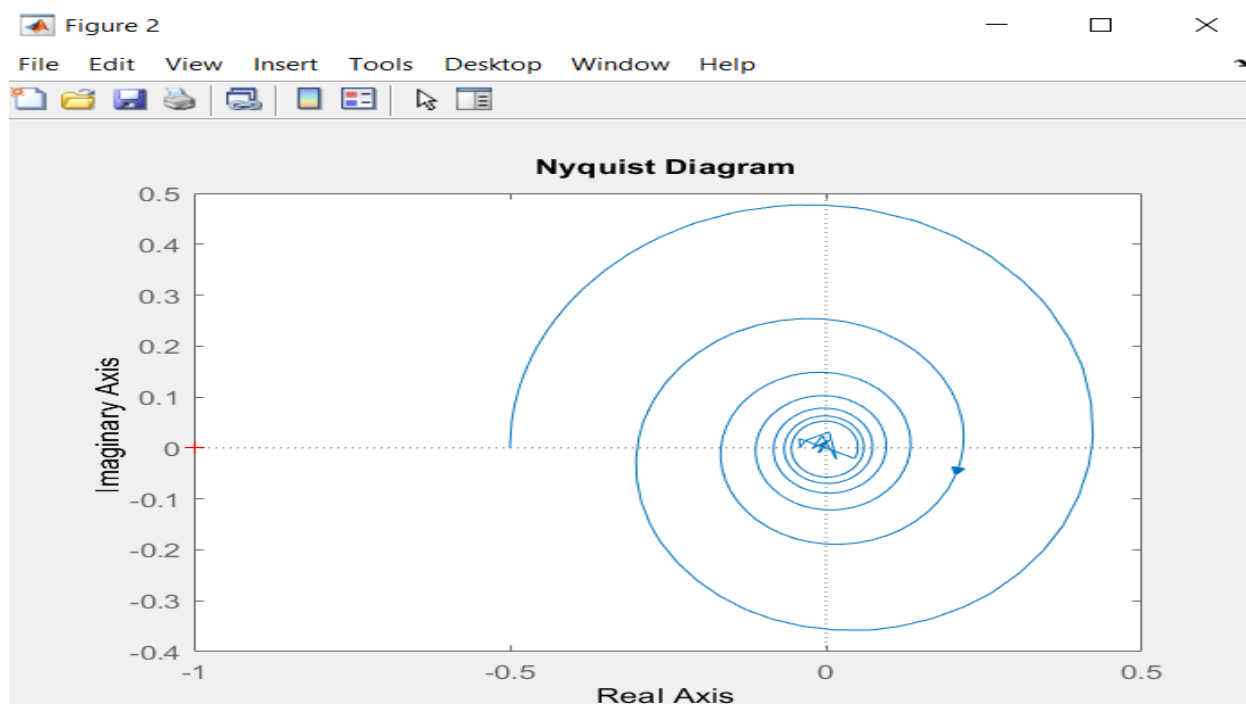
$$Kp=\frac{1}{0.4207} = 2.3768$$

در نتیجه به ازای  $0 < kp < 2.37$  سیستم مدار بسته ما پایدار است.

حال گین منفی را بررسی می کنیم

به ازای  $kp = -1$  :

برای واضح تر دیدن ابتدا به ازای فرکانس های مثبت نایکویست را ببینید:





همانطور که مشخص است نایکویست از 0.5- شروع شده و بعد تا وقتی به صفر برسد به صورت مارپیچی حول صفر می چرخد و در بی نهایت به صفر می رسد.

می دانیم با ضرب شدن در یک عدد این نمودار اسکیل می شود. و اگر محل برخورد نایکویست با بخش منفی حقیقی قبل از منفی یک باشد منفی یک را دور نمی زند و همچنان پایدار است. پس برای گین داریم:

$$K_p = \frac{1}{0.5} = 2$$

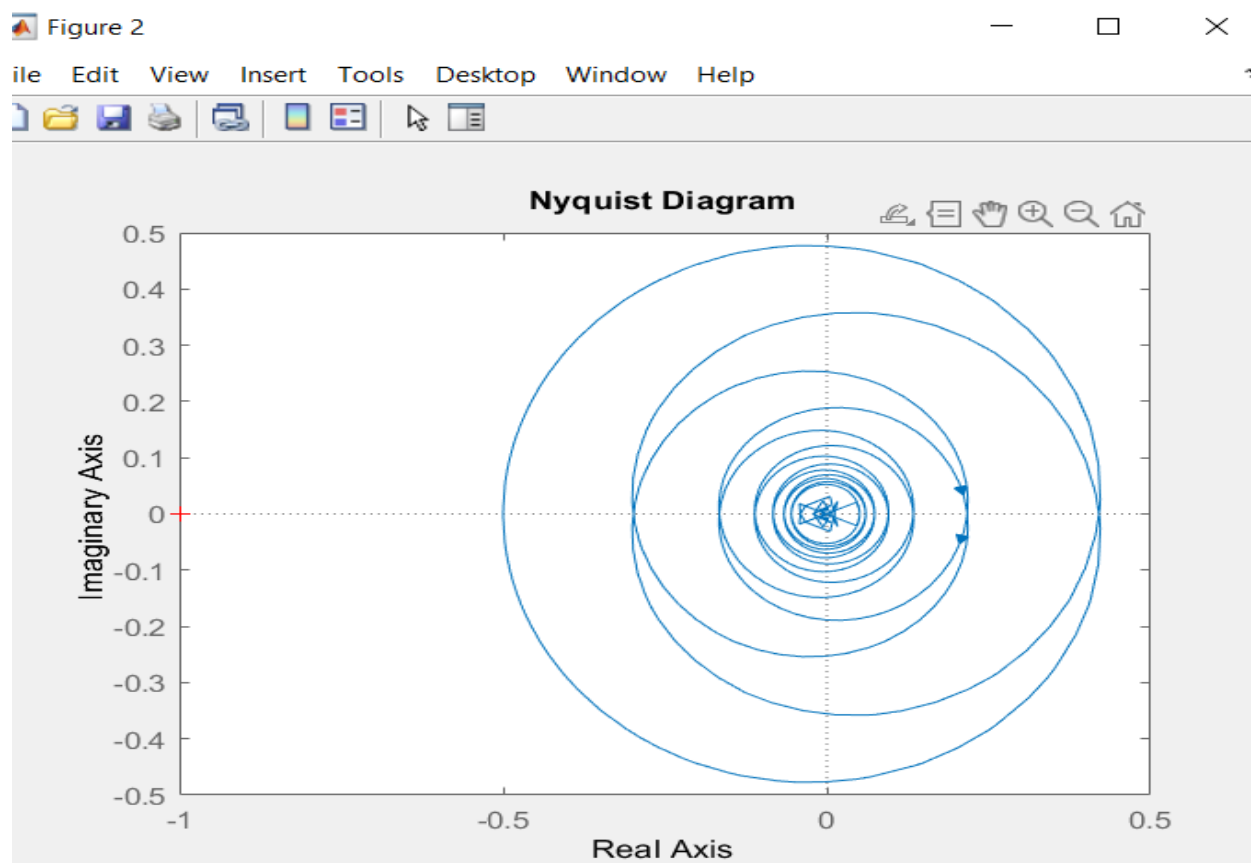
بنابراین در محدوده گین منفی  $0 < K_p < 2$ - سیستم ما همچنان پایدار است.

از تجمیع این دو شرط داریم:

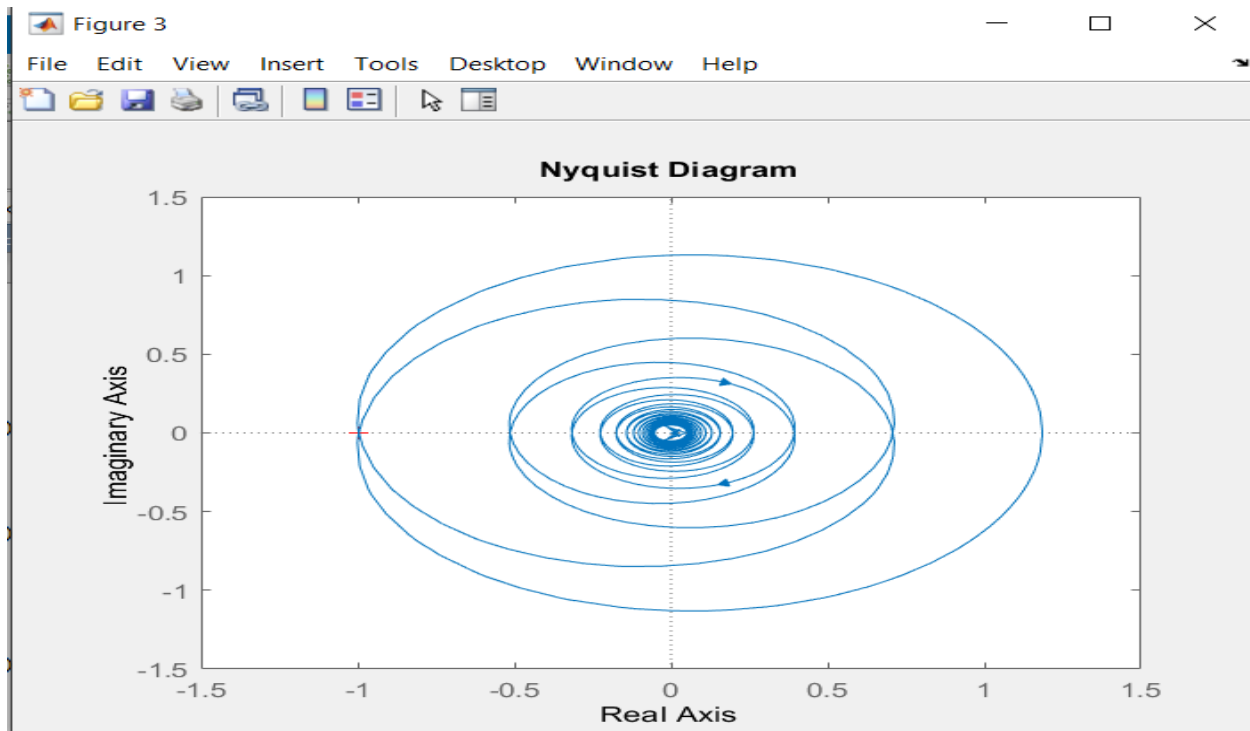
$$-2 < K_p < 2.37$$

سیستم مدار بسته ما پایدار می شود.

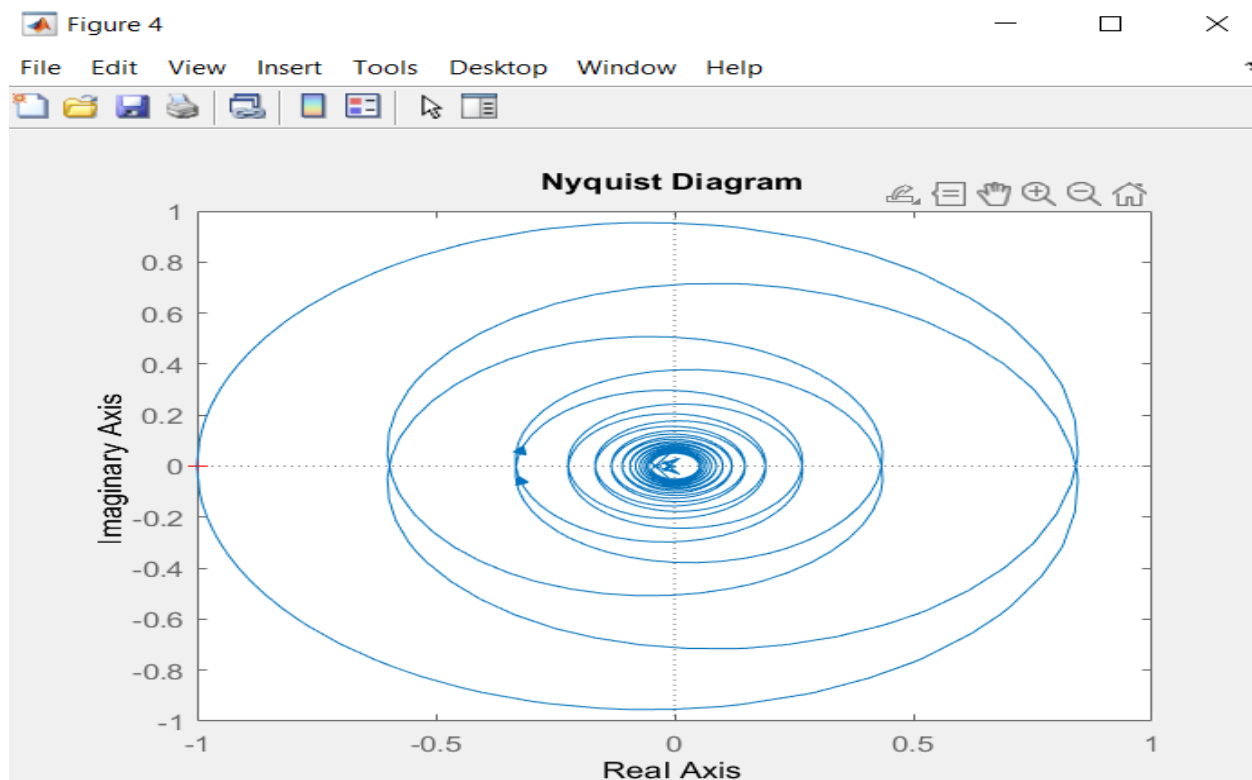
همانطور که دیدیم در قسمت قبل با استفاده تقریب پده تا حد خوبی محدوده را درست حدس زدیم.



نایکوویست به ازای  $k_p=2.37$



نایکوویست به ازای  $k_p=-2$



به ازای این دو مقدار در مرز پایداری قرار می گیرد.

```
clc
clear
close all
s=tf('s');
kp=1;
G=kp/(s+2)*exp(-2*s);
nyquist(G);
figure
kp=-1;
G=kp/(s+2)*exp(-2*s);
nyquist(G);

figure
kp=2.37;
G=kp/(s+2)*exp(-2*s);
nyquist(G);

figure
kp=-2;
G=kp/(s+2)*exp(-2*s);
nyquist(G);
```

5- برای سیستمی با تابع تبدیل نامی  $G(s) = \frac{1}{(s+1)} e^{-10s}$  کنترل کننده ای با تابع تبدیل  $K(s) = \frac{10(s+1)}{s}$  با استفاده از روش پیشبین اسمیت طراحی کرده ایم. در صورتی که مدل واقعی با مدل نامی تطابق داشته باشد، محل قطب های سیستم حلقه بسته را بدست آورید. حال فرض کنید تاخیر سیستم واقعی 11 ثانیه است ولی در مدل نامی این مقدار 10 ثانیه در نظر گرفته شده است. در این حالت پایداری سیستم حلقه بسته را مورد بررسی قرار دهید.

ابتدا با روش تقریب پده پیش رفتم:

د-

تابع میل مدار بسته و فن گذر را به این اکتامل واقعی تطبیق دارد:

$$G_{tot} = \frac{k G(s) e^{-sL}}{1 + k G}$$

$$k(s) = \frac{1.0(s+1)}{s}$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)} e^{-1.0s}$$

این (فن) و فن تطبیق دارد

$$G_{tot} = \frac{1.0 e^{-1.0s}}{1 + \frac{1.0}{s}} = \frac{1.0 e^{-1.0s}}{s+1.0}$$

قطب صحیح برابر است با  $s = -1.0$  قرار دارد

$$G_{tot} = \frac{k \bar{G} e^{-sL}}{1 + k \bar{G} + k (\bar{G} e^{-sL} - \bar{G} e^{-sL})}$$

ب) فن میل به این می کشد، اکتامل واقعی تطبیق ندارد:

$\bar{G} = \bar{G}$  برای واقعی

$$G_{tot} = \frac{1.0 \frac{e^{-1.1s}}{s}}{1 + \frac{1.0}{s} + \frac{1.0}{s} (e^{-1.1s} - e^{-1.0s})} = \frac{1.0 e^{-1.1s}}{s + 1.0 + 1.0(e^{-1.1s} - e^{-1.0s})}$$

$G, \bar{G}$  به این می کشد،

برای برک باید در این از روش جداسازی و تقویت این استفاده کنیم.

$$G_{tot} = \frac{1.0 e^{-1.1s}}{s + 1.0 + 1.0(e^{-1.1s} - e^{-1.0s})}$$

آر را به این غیر خطی از تقویت به دست می آوریم:

$$e^{-1.1s} = \frac{1 - 0.5s + 0.125s^2}{1 + 0.5s + 0.125s^2}$$

$$e^{-1.0s} = \frac{1 - 0.5s + 0.125s^2}{1 + 0.5s + 0.125s^2}$$

بعضی سوله‌های سراج ده داریم.

$$\begin{array}{r} 61. ۸۳,۸۷۵^۳ + ۹۳۹,۵۵^۴ + ۱۱۰۰۵^۳ + ۴۶۹,۲۵^۴ + ۹۶۵ + ۱, \\ \hline ۸۳,۹۷۵^۴ + ۹۹,۲۲۵^۴ + ۴۵,۹۱۵^۴ + ۱۰۵۱۰۵ + ۱ \end{array}$$

در میان یارهای راج

۱۱) بهر صدی مزایب غرض تابع تبدیل مدار بسته نیست با ۹۶,۲۲۵, ۴۶۹,۲۵, ۱۱۰۰۵, ۹۳۹,۵۵, ۸۳,۹۷۵

صفت است

۸۳,۹۷۵      ۱۱۰۰۵      ۹۶

۹۳۹,۵۵      ۴۶۹,۲۵      ۱

۱۰۵۸۱۰۵۲      ۹۵,۱۱

۲۸۵,۱۶      ۱۰

۹۷,۶۴

۱۰

(۲) جدول است

همچو برای اینکه نیم مدار بسته یار باشد

بهر صدی مزایب سطح اول بسته باشد.

که منظور است

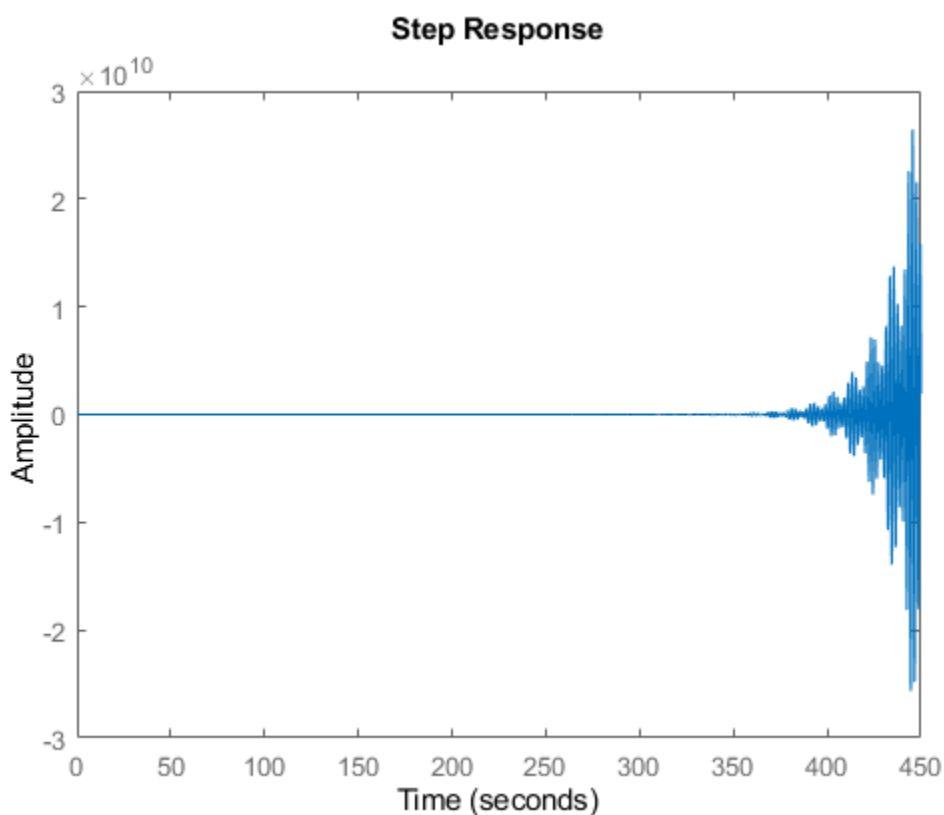
در نتیجه هر جزو معیار یارهای راج را خلاص می‌کند. و نیم مدار بسته همچنان یار باشد

بهر این بالین روش درست آوردیم باید راست.

با استفاده از این تقریب درحالت 2 به این نتیجه رسیدیم که پایدار است، حال تابع تبدیل مدار بسته ساده شده را بدون استفاده از تقریب پده در متلب کد می زنیم و پاسخ پله را می بنیم:

$$G_{\text{closeloop}} = \frac{10 \cdot e^{-11 \cdot s}}{s + 10 + 10 \cdot (e^{-11 \cdot s} - e^{-10 \cdot s})}$$

```
clc
clear
close all
s=tf('s');
G=(10*exp(-11*s))/(s+10+10*(exp(-11*s)-exp(-10*s)));
step(G)
```



[Published with MATLAB® R2021b](#)

همانطور که پیداست مدار بسته ما ناپایدار است و پاسخ پله تا بی نهایت نوسان می کند. اما با روش تقریب پده به دست آوردیم که پایدار است . چرا که این تقریب نمی تواند همیشه جواب خوبی به ما بدهد و رفتار تابع تاخیر دیلی را دقیق تقریب بزند.