

به نام نور



تمرین شماره 2

دانشجو: ریحانه نیکوبیان

شماره دانشجویی: 99106747

سال تحصیلی: 1402

1- تابع تبدیل یک سیستم دینامیکی بصورت زیر است:

$$G(s) = \frac{50(s + 0.5)}{(s + 1)(s + 1.5)^2(s + 2)}$$

یک جبران‌ساز مناسب طراحی کنید بگونه‌ای که سیستم مدار بسته دارای خصوصیات زیر باشد.

- خطای دائم آن نسبت به ورودی پله واحد کمتر از 5٪ باشد.
- کرانه فاز سیستم حداقل 45 درجه باشد.
- کرانه بهره حداقل 15 dB باشد.

الف - از جبران‌ساز پس‌انداز (lag) به منظور رسیدن به خواسته‌های فوق استفاده کنید. صحت طراحی را با رسم دیاگرام‌های بُود سیستم جبران شده در محیط متلب نمایش دهید.

ب - از جبران‌ساز پیش‌انداز (lead) به منظور رسیدن به خواسته‌های فوق استفاده کنید. صحت طراحی را با رسم دیاگرام‌های بُود سیستم جبران شده در محیط متلب نمایش دهید.

پ - از جبران‌ساز پیش‌انداز-پس‌انداز (lead-lag) به منظور رسیدن به خواسته‌های فوق استفاده کنید. صحت طراحی را با رسم دیاگرام‌های بُود سیستم جبران شده در محیط متلب نمایش دهید.

ت - پاسخ زمانی سیستم‌های کنترلی جبران شده بالا را نسبت به ورودی پله واحد را در محیط متلب رسم کرده و با یکدیگر مقایسه کنید. نسبت به ارجحیت هر کدام از جبران‌سازها بحث کنید.

$$G(s) = \frac{50(s+4)}{(s+1)(s+1.5)^2(s+2)}$$

(-1)

نیم بدرد ،

اینجا من خودم را یک کردم. خط ثابت به مدی که داریم :

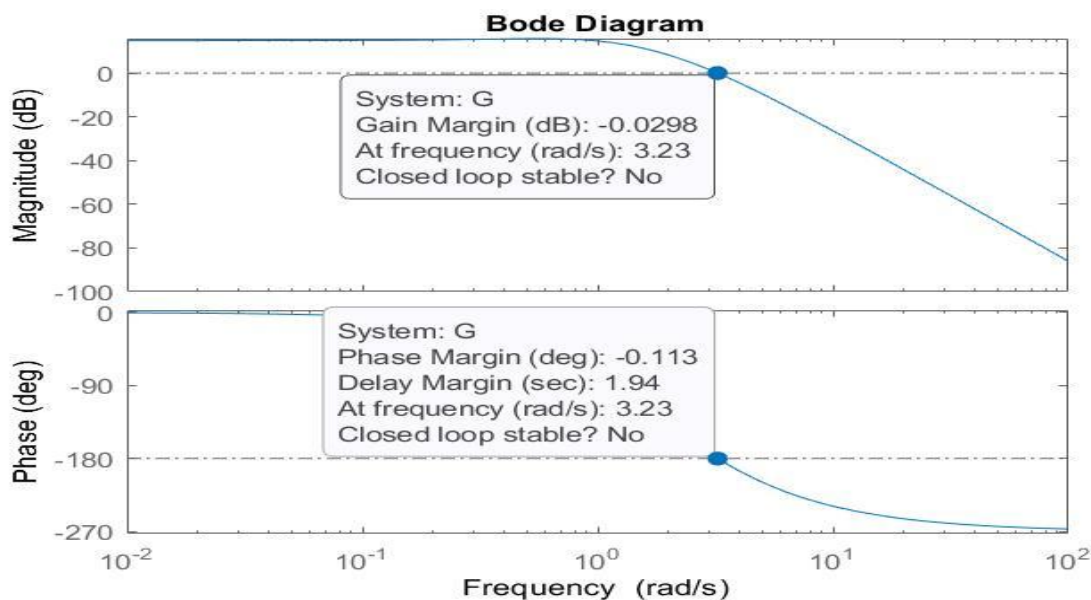
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+G(s)} = \frac{1}{1+50} = 0.0196 \rightarrow 1.96\%$$

باید نیاز بود درست GM ، PM را نیز حساب کنیم :

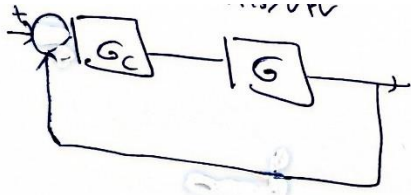
$$GM = -0.0298$$

$$PM = -0.113$$

دیگرام بود تابع تبدیل مدار باز plant



(الف)



.. (الف) طرایی کنترل

$$G_c(s) = K_c \frac{s+1}{s + \frac{1}{\beta T}} = K_c \beta \frac{T s + 1}{\beta T s + 1} \quad \beta > 1$$

عده (0.5) \rightarrow $\frac{1}{1 + G_c(s) G(s)}$ (0.5)

$\frac{1}{1 + K_c \frac{1}{\beta}}$ $\left(\frac{1}{\beta} \right)$ $K_c (1 + \frac{1}{\beta})$ $K_c \frac{\beta + 1}{\beta}$

$K_c = 4$ انتخاب می کنیم.

$$\bar{\delta} = \delta d + (\omega d)$$

$$\delta d = \omega d \rightarrow \bar{\delta} = \omega d$$

$$\phi_1 = \bar{\delta} - 180 = -120$$

$$\phi_1(\omega_2) = -120^\circ$$

$$G_1 = KG = \frac{K_{ss} (s + 0.4)}{(s+1)(s+1.4)^2 (s+2)}$$

$$\angle G_1 = \tan^{-1} \frac{\omega}{0.4} - \tan^{-1} \omega - 2 \tan^{-1} \frac{\omega}{1.4} - \tan^{-1} \frac{\omega}{2}$$

$$\phi_1 = -120 \rightarrow \omega_2 = 1.17 \text{ rad/s}$$

$$M_1(\omega_2) = B$$

$$M_1 = \frac{K_{ss} (\sqrt{\omega^2 + 0.16})}{\sqrt{\omega^2 + 1} \sqrt{\omega^2 + 1.96}^2 \sqrt{\omega^2 + 4}} \quad \omega = 1.17 \text{ rad/s}$$

$$M_1(1.17) = B = 13.05$$

$$\rightarrow B = 13.05 \quad \text{for } \omega = 1.17$$

$$\omega_2 \left(\frac{1}{T} \right) \left(\frac{\omega_2}{2} \right)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega_2}{2} \rightarrow T = 1.79 \text{ s}$$

$$\rightarrow K_c = \frac{K}{B} = 0.266$$

$$\rightarrow G_c(s) = 0.266 \times \left[\frac{s + 0.4}{s + 0.102} \right]$$

$$PM = 52.2^\circ$$

$$GM = 1.11$$

درست یک یک. هر دو ضرایب یک جبهه برای کنترل کننده:

درست یک یک. هر دو ضرایب یک جبهه برای کنترل کننده:

که LGM به مطلوب رلیه است، پس علامت بر G_c یک کمره G_c (که لایه) طایفه

$$G_{cr} = k_{cr} \frac{s_r \frac{1}{T_r}}{s_r \frac{1}{B_r T_r}} = k_r \frac{T_r s + 1}{B_r T_r s + 1}$$

خطی لایه مطلوب رلیه است، و این کمره

$$G_r = k_r G_c G_1 = \frac{(2.1945s+1)}{(s+1)(s+1.4)^2(s+2)(4.14s+1)}$$

$$\delta = \delta_d + (a-1r) \quad \delta_d = 2.5 \quad \bar{\delta} = 5.5 \rightarrow$$

$$\phi_1 = \bar{\delta} - 11.5 = -12.5 \rightarrow \phi_r(w_r) = -12.5^\circ$$

$$\angle G_r = \tan^{-1} \frac{w}{0.5} + \tan^{-1} 2.1945w - \tan^{-1} w - 2 \tan^{-1} \frac{w}{1.4} - \tan^{-1} \frac{w}{2} - \tan^{-1} 4.14w$$

$$\phi_r = -12.5^\circ \rightarrow w_r = 1.25$$

$$M_1(w_r) = B$$

$$M_1 = \sqrt{w^2 + 0.25} \sqrt{2.1945w^2 + 1}$$

$$M_1(1.25) = 1.049 \rightarrow B = 1.049$$

$$w_r \left(\frac{1}{T_r} \right) \left(\frac{w_r}{r} \right)$$

$$\rightarrow T = \frac{d_0}{w_r} = \frac{9.5 \text{ s}}{1.25} \rightarrow$$

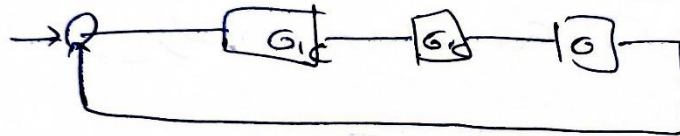
$$G_{cr} = 1 \frac{9.5 \text{ s}}{1.25 \text{ s} + 1}$$

$$GM = 15.5$$

$$PM = 6.6$$

حال برای جبهه دیگر مجدداً رسم:

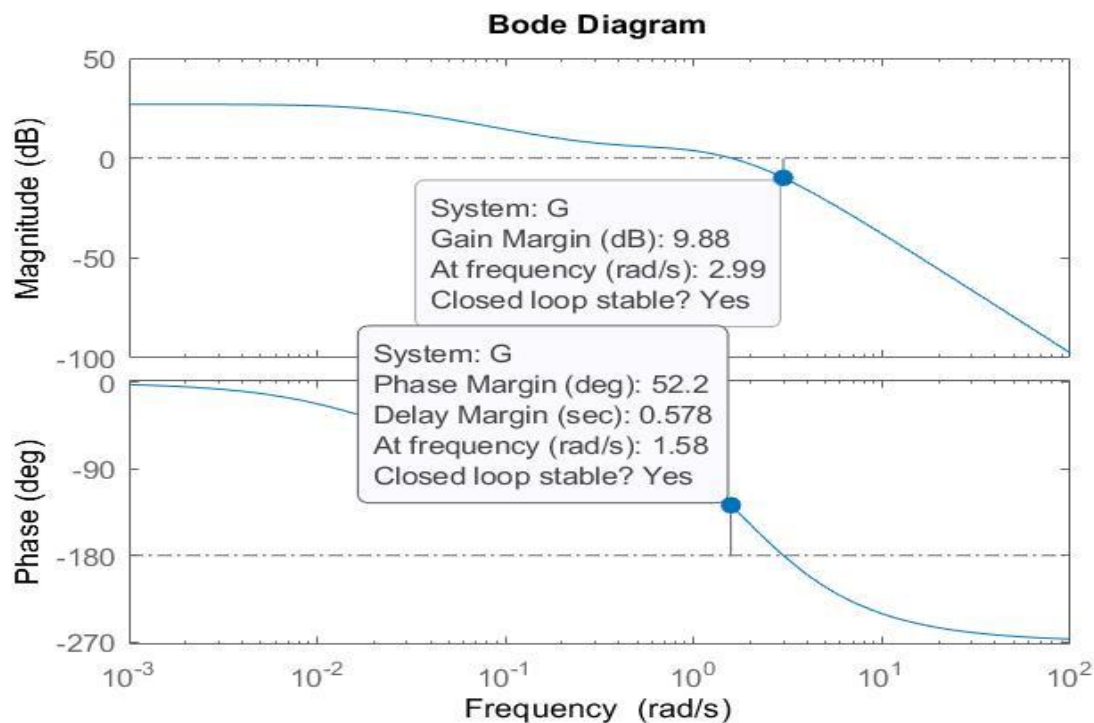
که می بینیم هر دو GM و PM را از روی که خط نام که مثل ابتدا بزرگتر شدیم.



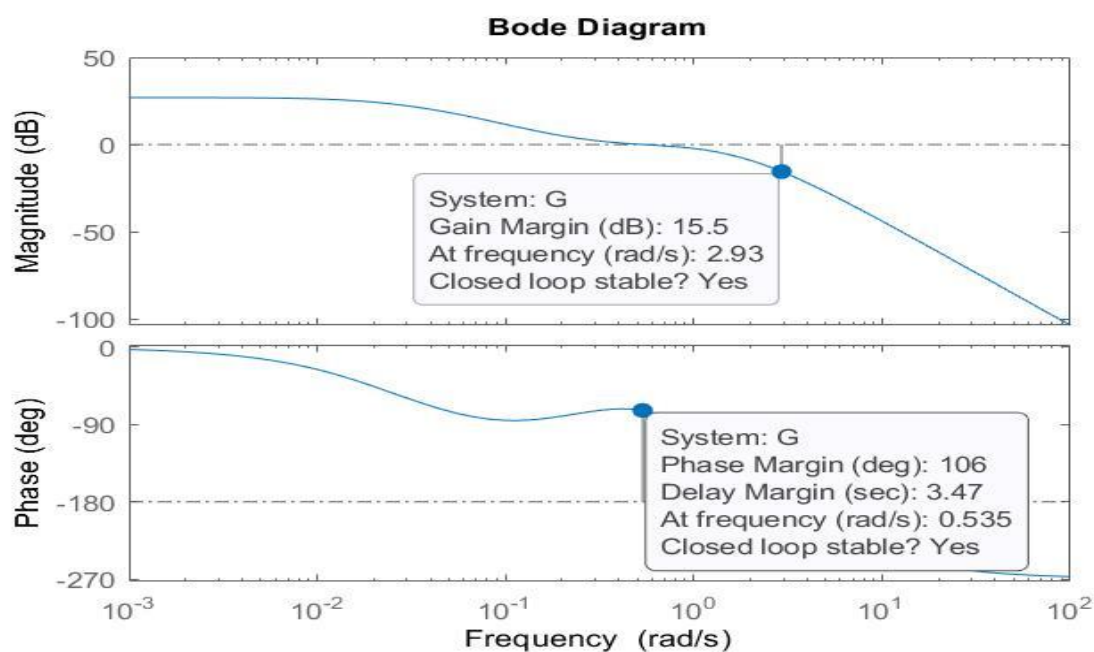
$$G_{1C} = 0.1266 \left[\frac{s + 0.3455}{s + 0.23} \right]$$

$$G_{2C} = 1 \left[\frac{2.07NS + 1}{13.156S + 1} \right]$$

دیاگرام بود تابع تبدیل مدارباز به همراه کنترلر lag اول:



دیاگرام بود تابع تبدیل مدارباز با دو کنترلر lag:



که به شرایط مطلوب رسیدیم.

(ب)

$$G_c = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} = k_c \alpha \frac{T s + 1}{\alpha T s + 1} = k_c \tilde{G}_c(s)$$

(ج) طایقی کنترل lead

$$\alpha < 1$$

$$e_{ss} < 0.001$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} < 0.001$$

$$G(s) = \omega, \omega \omega \rightarrow \frac{1}{1 + k} < 0.001$$

$$k < 1 + k \omega, \omega$$

$$G_c(s) = k$$

$$k, \omega < k$$

$$k = \frac{P}{\sqrt{s}}$$

$$G_1 = kG = \frac{K_{so}(s + \omega, \omega)}{(s + 1)(s + 1, \omega)^2(s + \omega)}$$

(ر)

$$|G_1| = \frac{K_{so} \sqrt{\omega^2 + \omega^2}}{\sqrt{\omega^2 + 1} (\omega^2 + \omega, \omega) \sqrt{\omega^2 + \omega^2}} \rightarrow \sim PM \sim \omega$$

$$|G_c(j\omega)| = 1 \rightarrow$$

$$\omega = 0, \omega \omega$$

$$\angle G_1(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega}{0, \omega} - \tan^{-1} \omega - 2 \tan^{-1} \frac{\omega}{1, \omega} - \tan^{-1} \frac{\omega}{\omega} = -219,12^\circ$$

$$PM = 0 + 180 = -219,12^\circ$$

$$\phi_m = \phi_d - \phi_1 + \phi = \phi_d - (-219,12^\circ) + 0 = 180,12^\circ$$

(و)

در بسیاری از موارد می‌دانیم که سیستم باید به لحاظ کمترین دقت و در کنترل باشد.

۶۵ (۴)

به لحاظ بنابرین ~~صحت~~ به ۲ کنترل نیاز داریم. برای اولی، $\phi = 60^\circ$ می‌گیریم.

$$\sin \phi_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \rightarrow \alpha = 0.53 \rightarrow \alpha = 0.6$$

$$G_1 = \sqrt{\alpha} \rightarrow \frac{20 \sqrt{w_m^2 + 1}}{\sqrt{w_m^2 + 1} (w_m^2 + 1)^2 + 4} = \sqrt{0.6}$$

$$\rightarrow w_m = 9.18$$

$$T = \frac{1}{w_m \sqrt{\alpha}} \rightarrow T = 0.0445$$

$$G_c = \frac{4 (0.0445 + 1)}{(0.0445 + 1)}$$

بنابرین کنترل را می‌سازد.

$$PM = 9.26$$

$$GM = 1.49$$

Plant ~~به لحاظ~~ ما همراه این کنترل را می‌سازد.

$$G_{cr} = K_p \frac{T_r s + 1}{\alpha_p T_r s + 1}$$

و معادله‌ی دانسته باید یک کنترل را پیدا می‌کنیم.

باید به اینده خطای ما ازاله بحالت مطلوب رسیه، است، از ۱ می‌گیریم.

می دانیم: $G_{\text{new}} = G_{\text{old}}$ ، $k_{\text{old}} = k_{\text{new}}$ پس P_{M} سانی تکرار داریم:

$P_M = 9, r_4$

$$w_2 = 9,1\%$$

$$\phi_m = \phi_d - \phi_1 + \omega = 90^\circ - 9.44^\circ + \omega = 80.56^\circ \rightarrow \phi_m = 80.56^\circ$$

$\sin \phi_m = \frac{1 - \alpha_r}{1 + \alpha_r} \rightarrow \alpha_r = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$

$$\textcircled{6} \quad r = \sqrt{a} \rightarrow \frac{r \int_0^r \sqrt{w^2 + a} \, dw}{\int_0^r \sqrt{w^2 + a} \, dw \int_0^r \sqrt{w^2 + a} \, dw} = \sqrt{a} \ln \left(\frac{r + \sqrt{r^2 + a}}{a} \right)$$

$$\rightarrow W_m = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$T_c = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$$

$$G_r = 1 \frac{0.1214v}{s+1} \frac{0.1014v}{s+1}$$

$$P_M = \epsilon_{\gamma,1}$$

$$G_m = 18$$

این حالت هم مدرسان ^{جبهه} را می زند

سره برای این خصیصه ، α را حداقل یعنی $\alpha = 0.05$ می گیریم و دوباره به کارای می کنیم ،

$$Gr = 2500 \rightarrow W_m = 11, A1 \rightarrow Tr = \frac{1}{W_m \sqrt{2}} = 0,171$$

$$G_r = 1 \frac{0.1 \times 10^3 + 1}{0.01 \times 10^3 + 1}$$

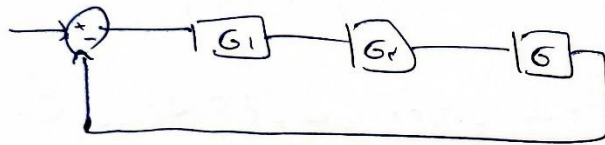
(a)

در این حالت، برای آن داریم:

$$PM = 6.46$$

$$GM = 15$$

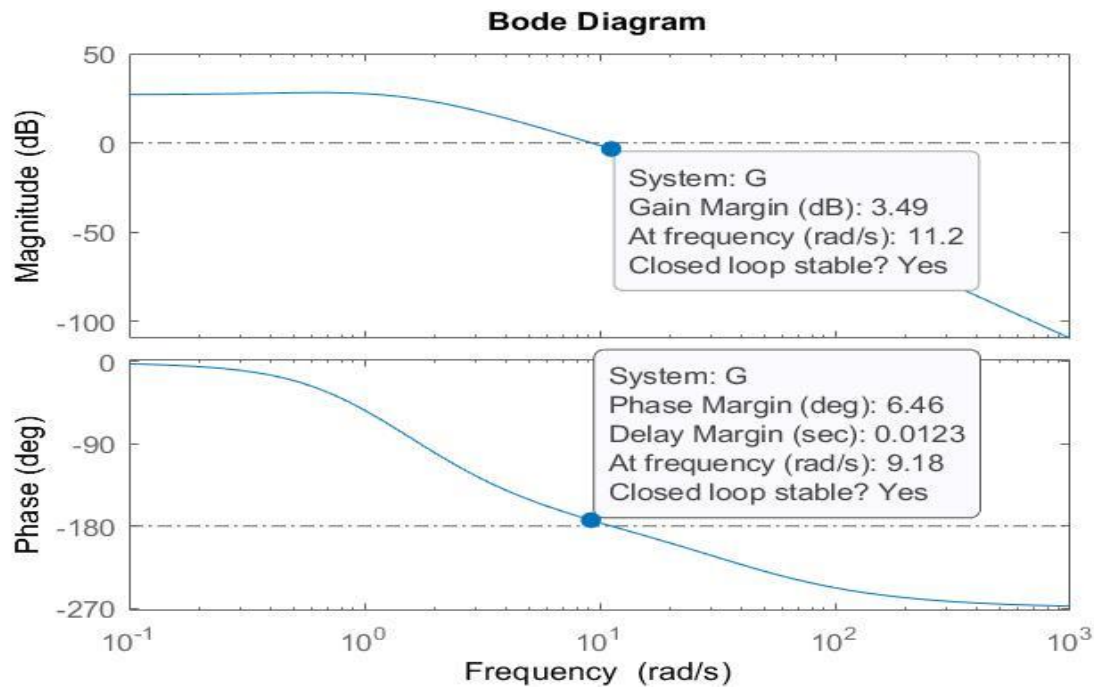
و به نختی شرایط عاراً ارضای کند. به مثال کنترلر مادی می‌باشد.



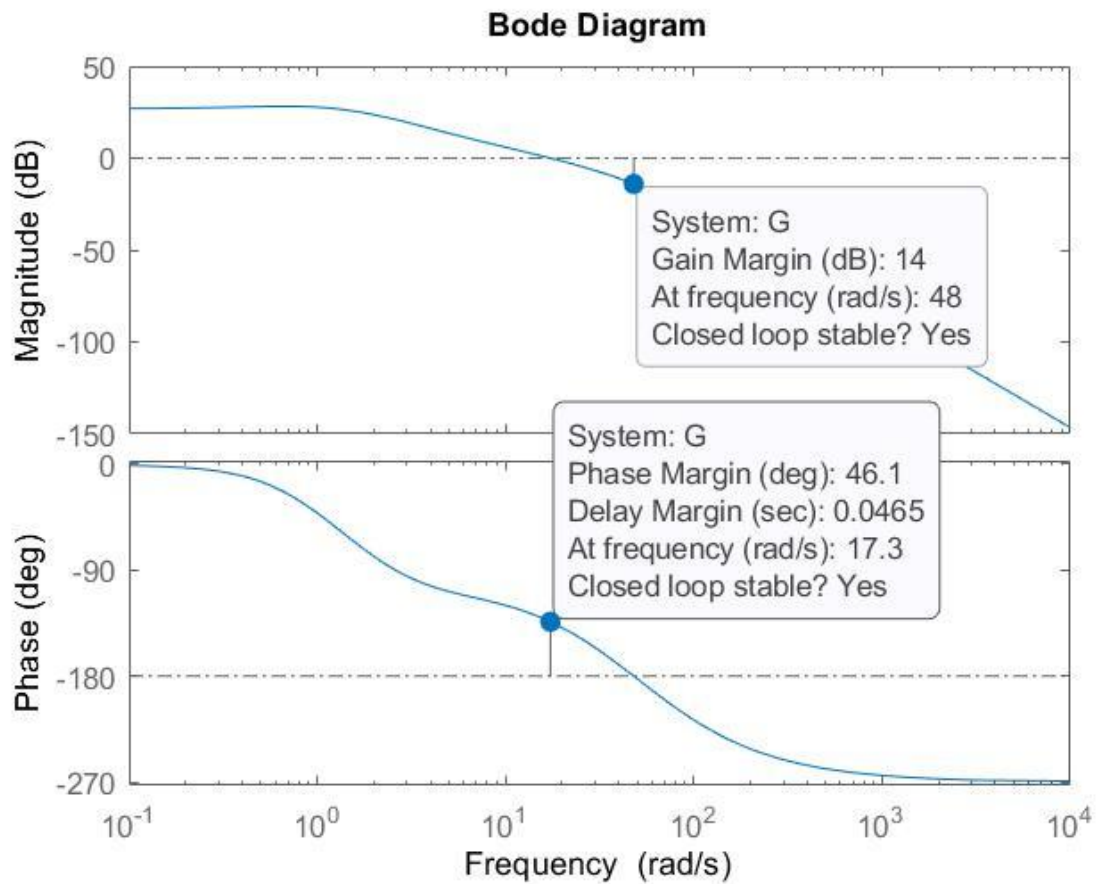
$$G_1 = \frac{6(0.0005s+1)}{(0.0005s+1)}$$

$$G_2 = 0.1 \times \frac{(0.0005s+1)}{(0.0005s+1)}$$

دیگرام بود سیستم بعد از طراحی کنترلر اول:

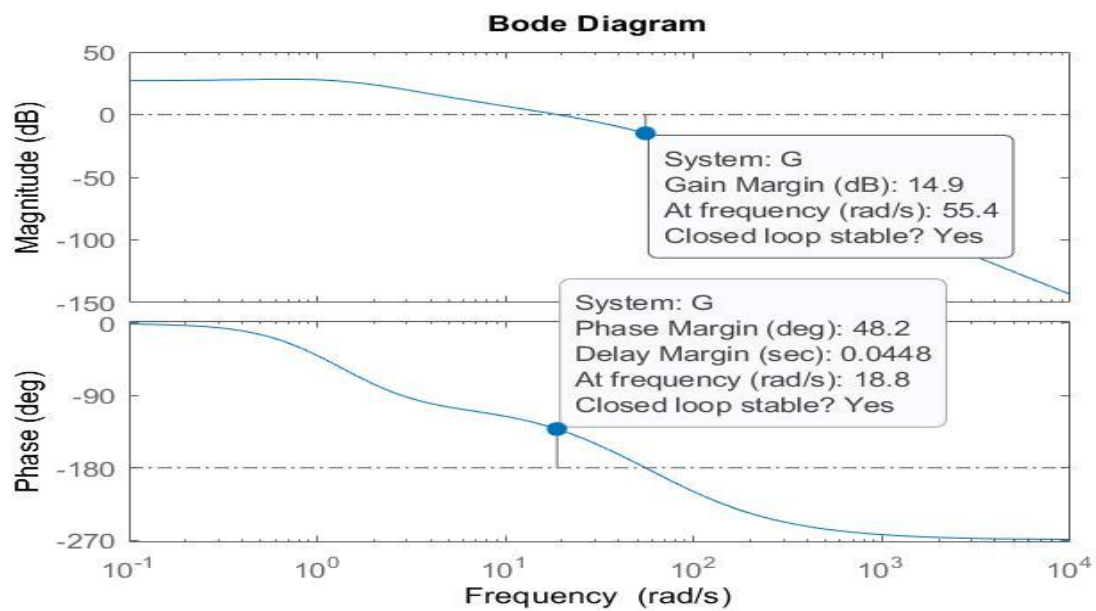


دیاگرام بود سیستم بعد از طراحی کنترلر دوم



همانطور که پیداست هنوز به حدبهره مطلوب نرسیدیم و کمی پارامترها را تغییر داده و دوباره کنترلر دوم را طراحی می کنیم.

دیاگرام بود سیستم مدار باز بعد از تغییرکنترلر دوم:



که به شرایط مطلوب رسیدیم.

(ج)

(ج) وائی کٹر لیڈ : $G_c = k_c \frac{s+1}{s+a} \frac{T_c}{T_i}$

$$G_c = \frac{k_c \frac{B}{a}}{k_c} \quad \frac{T_1 S + 1}{\frac{T_1}{a} S + 1} \quad \frac{T_2 S + 1}{B T_2 S + 1}$$

(۱) بخانه علی، سرایع محمد، دایجا، د، $\frac{۳۳}{۱۰} = ۳$ ا علی

$$\sigma_1 = k_G$$

$$G_1 = \frac{1.45}{(1.1)(1.125)^r(1.15)}$$

$$\angle G_1 = t_{0,1}^{-1} \frac{w}{s,1} - t_{1,0}^{-1} w - t_{1,0}^{-1} \frac{w}{1,0} - t_{0,1}^{-1} \frac{w}{r} = -1_{\mathbb{A}}$$

$$\rightarrow W_{P_1} = 2, 2, 3$$

$$\phi_m = \phi_d + (d-1)r = 0.0$$

$$\sin \phi_m = \frac{a-1}{a+1} \rightarrow a = 1.108$$

$$\rightarrow T_1 = \frac{\sqrt{a}}{\omega_{p1}} = 0,9 \text{ ns}$$

$$\underline{T_1 = 0,915}$$

$$\beta = \phi_1(j\omega_p) / \alpha = \frac{r_{60} \sqrt{\omega^2 + 0.25} \sqrt{10.56}}{\sqrt{\omega^2 + 1} \sqrt{\omega^2 + 0.25} \sqrt{\omega^2 + 1}} = 10.56$$

$$\frac{1}{T_r} = \frac{1}{T_o} \left(\frac{1}{T_i} \right) \rightarrow T_r = a_{1, \text{NP}}$$

بنابراین کتر را بسازد :

$$G_c = \frac{4,1 \cdot 0,9825 + 1}{0,09765 + 1} \cdot \frac{9,825 + 1}{10,9765 + 1}$$

$$G_M = 1,2$$

$$P_M = 52,9$$

که اگر نیاز بود هم مدار باز جدید را رسم کنیم داریم :

بنابراین به ضرایب مطلوب رسیدیم . بهایه دوباره وای کنیم .

این بار $Q_m = 0,5$ را رسم می کنیم

$$1) \sin \theta_m = \frac{a-1}{a+1} \rightarrow a = 2,35$$

$$2) T_1 = \frac{\sqrt{a}}{\omega_{p1}} = 1,346$$

$$3) T_2 = 6 T_1 \rightarrow T_2 = 8,076$$

$$4) \beta = G(j\omega_p) \frac{1}{s} = 1,01829$$

$$5) G_c = \frac{3,5}{0,09825 + 1} \cdot \frac{1,3465 + 1}{22,09825 + 1}$$

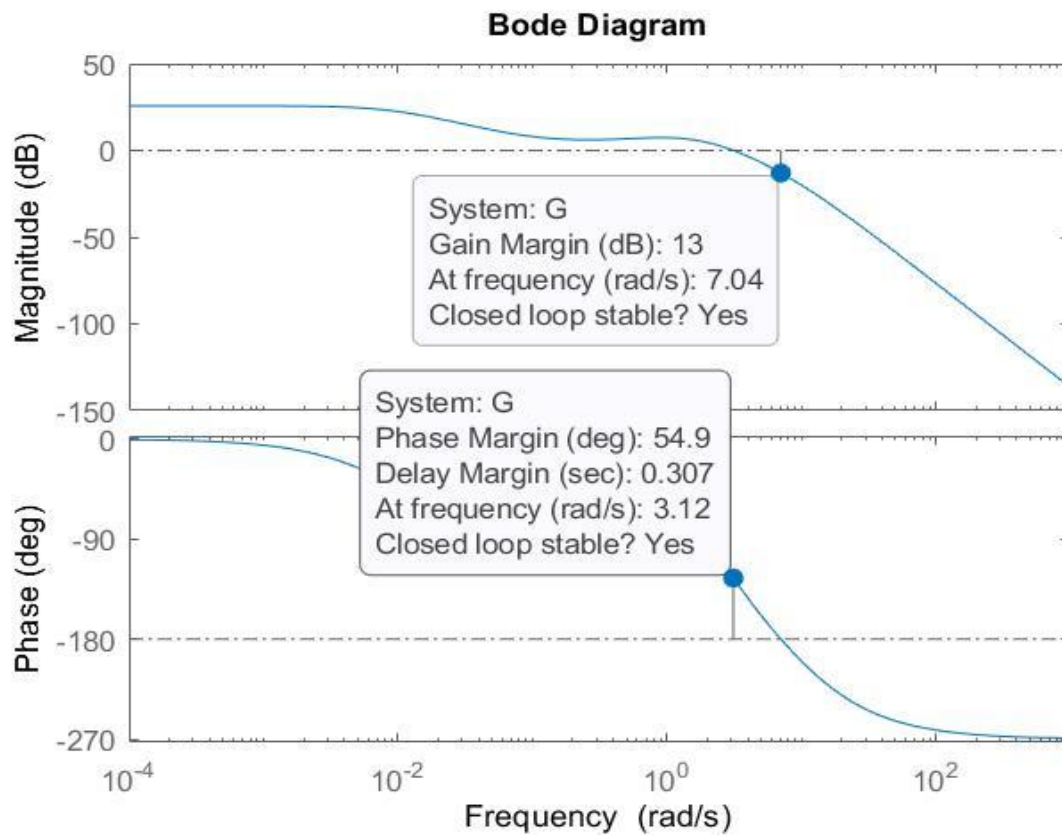
$$G_M = 15,6$$

$$P_M = 42,8$$

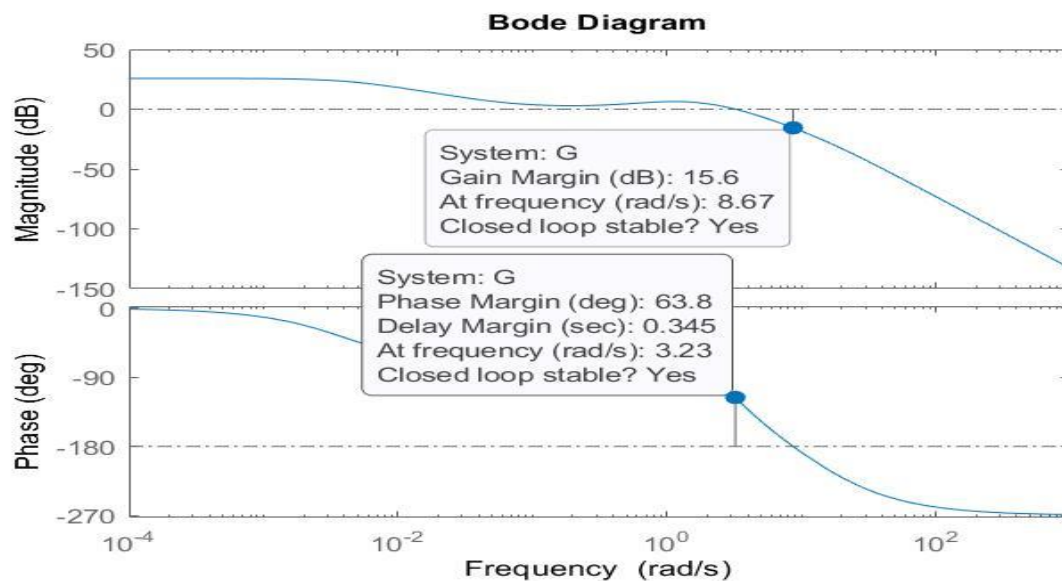
که اگر نیاز بود هم مدار باز جدید را رسم کنیم ، داریم :

بنابراین به ضرایب مطلوب رسیدیم .

دیاگرام بود سیستم مدار باز با کنترلر لیدلگ اول:



دیاگرام بود سیستم مدار باز با کنترلر لیدلگ دوم:



بنابراین به خواسته های مسئله رسیدیم و کنترلر مطلوب است.

(د)

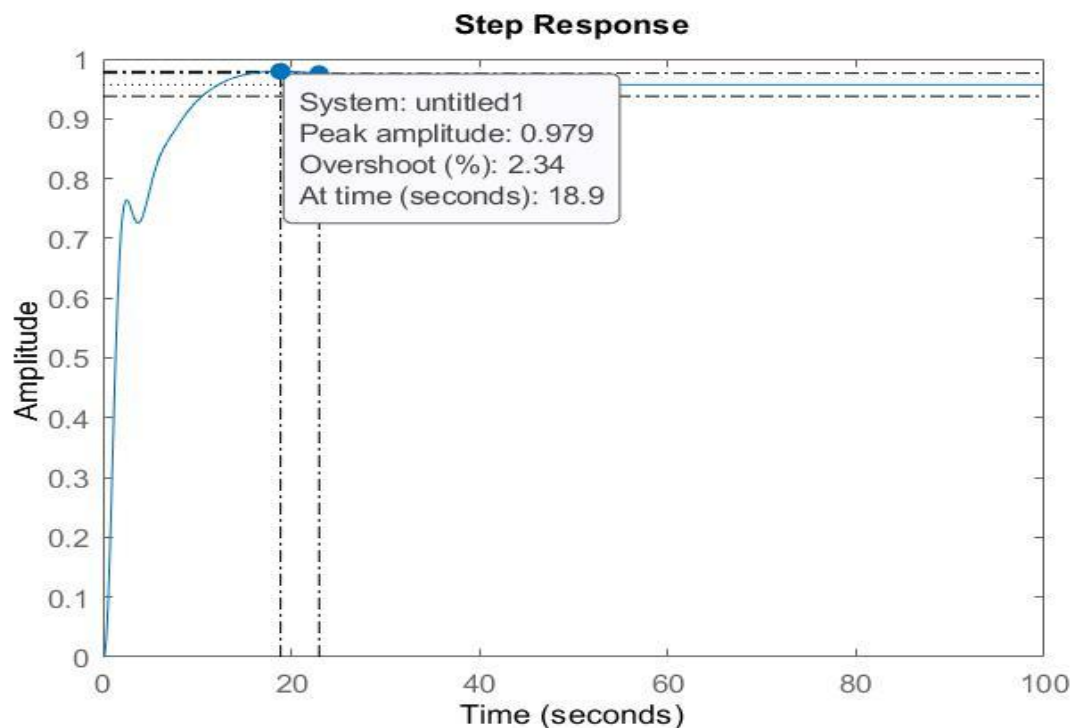
سیستم که کنترلر lag دارد overshoot پایین (حدود 2.34%) دارد ولی سرعت آن کم است و کمی دیر به مقدار نهایی همگرا می شود ($t_s=23s$)

سیستمی که کنترلر lead دارد overshoot بالایی دارد (25.7%) ولی سرعت بالایی دارد و خیلی سریع به مقدار نهایی همگرا می شود ($t_s=0.5s$)

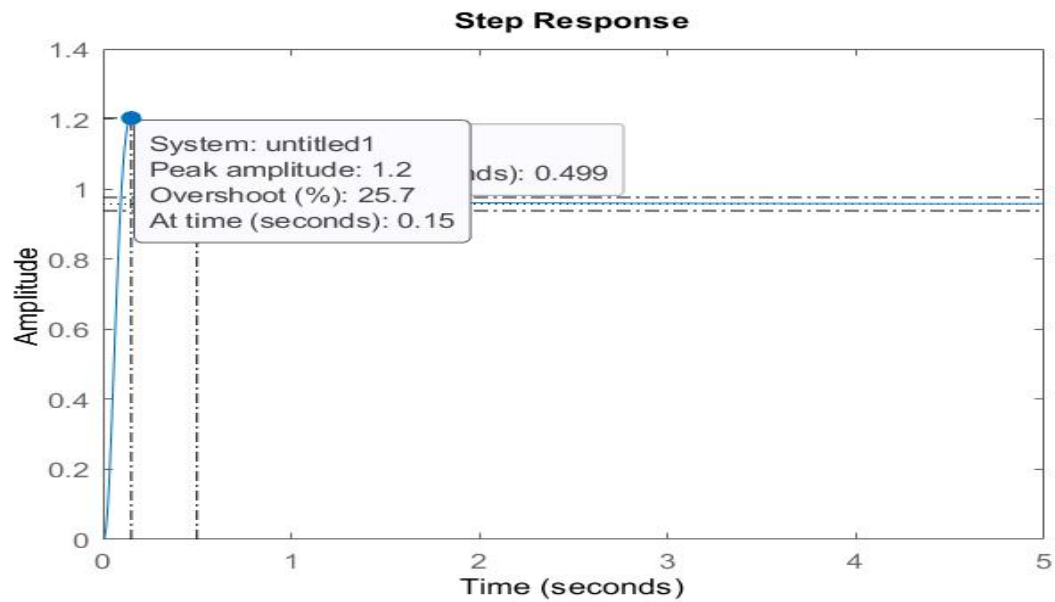
و در نهایت کنترلر lag lead ما overshoot ندارد ولی سرعت بسیار پایینی دارد و دیرتر به مقدار نهایی همگرا می شود ($t_s=74.1s$)

بسته به کارایی سیستم ممکن است هر کدام از کنترلر ها را انتخاب کنیم. لید بیشترین سرعت و لیدلگ کمترین سرعت را دارد. کنترلر لیدلگ overshoot ندارد و کنترلر لگ کمی overshoot دارد و کنترلر لید ما overshoot زیادی دارد.

پاسخ پله به کنترلر lag:



پاسخ پله به کنترلر lead:



پاسخ پله به کنترلر lead_lag:

