

به نام نور



تمرین شماره 3 طراحی کنترلر

دانشجو: ریحانه نیکوبیان

شماره دانشجویی: 99106747

سال تحصیلی: 1402

۱- با استفاده از منحنی مکان ریشه‌ها (root-locus) کنترلری برای سیستم زیر طراحی کنید که شرایط زیر را ارضاء کند.

الف) خطای ماندگار به پاسخ پله واحد کمتر از ۰.۵٪

ب) زمان برخاست (rise time) کمتر از ۰.۵ ثانیه

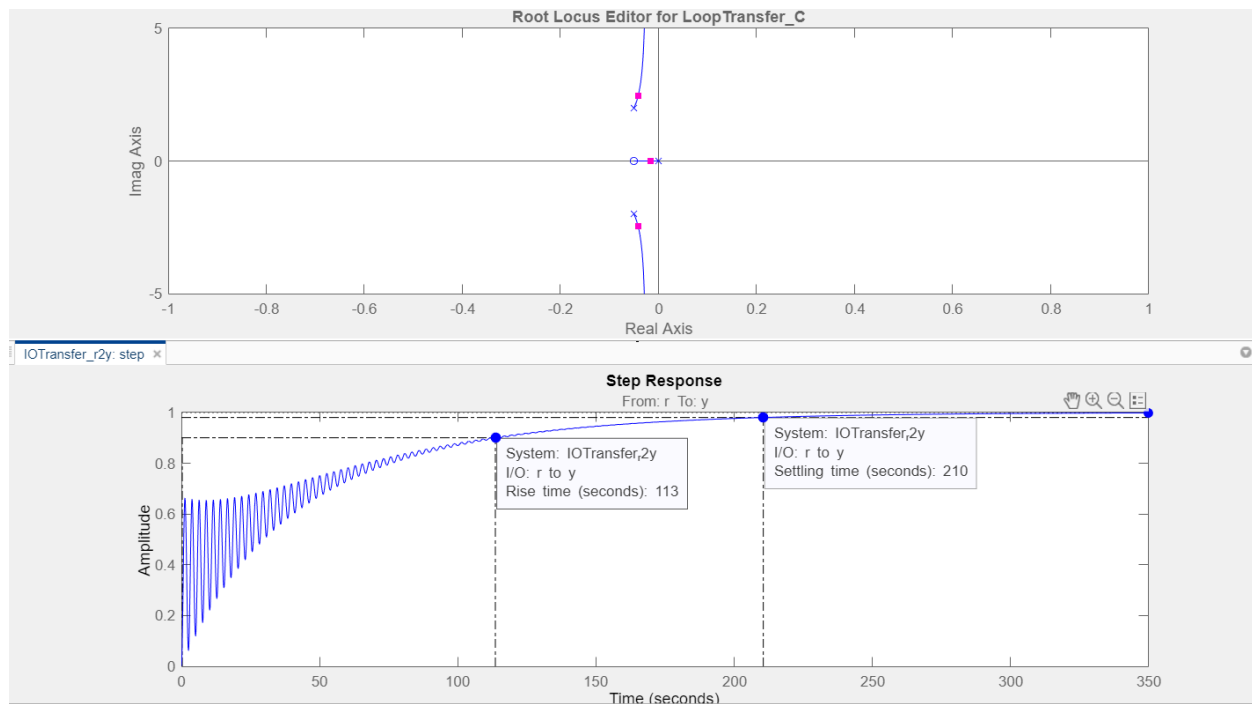
ج) زمان نشست (settling time) کمتر از ۴ ثانیه

د) ماکزیمم اورشوت کمتر از ۲۵٪

$$G(s) = \frac{2s + 0.1}{s(s^2 + 0.1s + 4)}$$

با توجه به اینکه ورودی ما پله است که تبدیل لاپلاس آن می شود: $1/s$ و در خود سیستم اصلی و در نتیجه در سیستم مدار باز قطب ناپایدار ورودی وجود دارد خطای ماندگار صفر می شود و نیازی به کاهش خطای ماندگار نیست. (اصل مدل داخلی)

حال خود plant را در sisitool بررسی می کنیم:

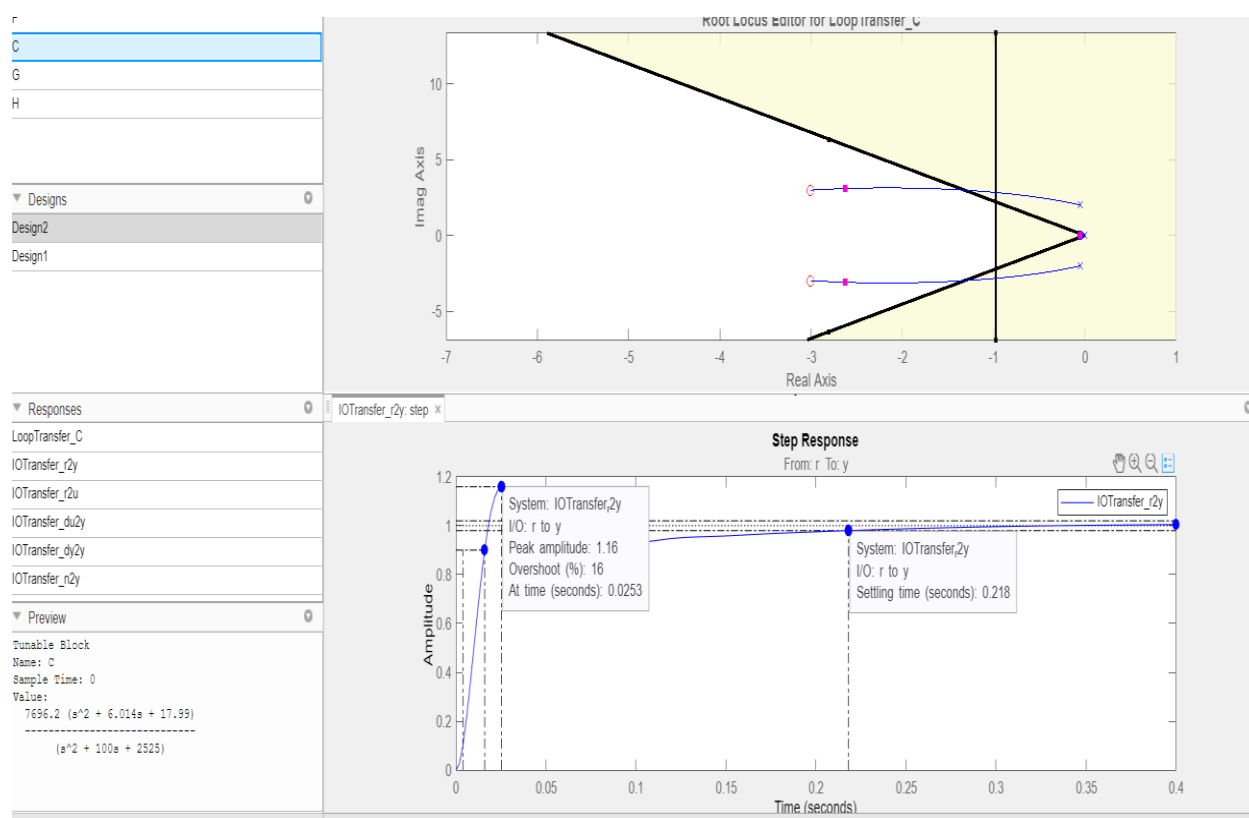


همانطور که مشاهده می کنید خطای ماندگار صفر است و اورشوت ندارد اما t_r و t_s مقدار زیادی دارد و به این معنی است سیستم ما بسیار کند است. برای افزایش سرعت سیستم دو تا صفر سمت چپ محور

موهومی به سیستم اضافه می کنیم تا مکان هندسی قطب ها را به سمت چپ بکشد. هرچه قطب های مدار بسته از محور موهومی دورتر پاسخ سیستم سریع تر می شود. صفر ها در حدود $(-3, +3i)$ و $(-3, -3i)$ انتخاب می کنیم

همچنین چون سیستم ما کازال است باید صفرهای کنترلر نیز کمتر مساوی قطب های کنترلر باشد پس دوتا قطب در مکان بسیار دوری از محور موهومی تعیین می کنیم که در مکان هندسی قطب های مدار بسته سیستم ما و در نتیجه تعیین پارامتر های پاسخ تاثیر زیادی نداشته باشد. قطب ها در $(-50, +50i)$ قرار می دهیم.

حال با عوض کردن ضریب کنترلر و حرکت روی مکان هندسی قطب ها با توجه به پاسخ پله یکی از شرایط مطلوب را انتخاب می کنیم. کنترلر ما می شود:



کنترلر ما برابر است با:

$$\frac{7696.2 (s^2 + 6.014s + 17.99)}{(s^2 + 100s + 2525)}$$

ویژگی های پاسخ سیستم به ورودی پله بعد از طراحی کنترلر:

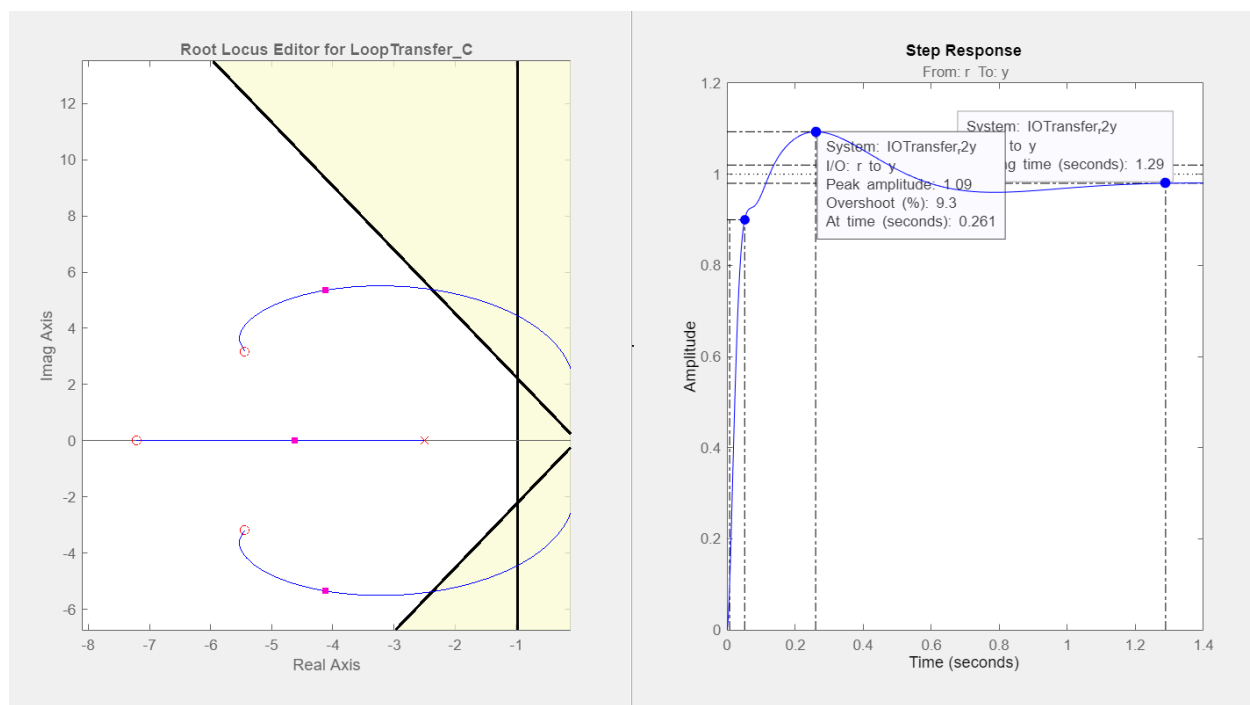
اورشوت: 16%

0.01s: Rise time

0.21s: Settling time

خطای ماندگار: 0

سیستم سرعت زیادی دارد بنابراین مطلوب ما نیست چون در عمل ممکن نیست و خطر دارد. یک لگ طراحی می کنیم تا سرعت سیستم را متعادل تر کند. با جابجا کردن صفرهای قبلی و ضریب k در نهایت کنترلر ما می شود:



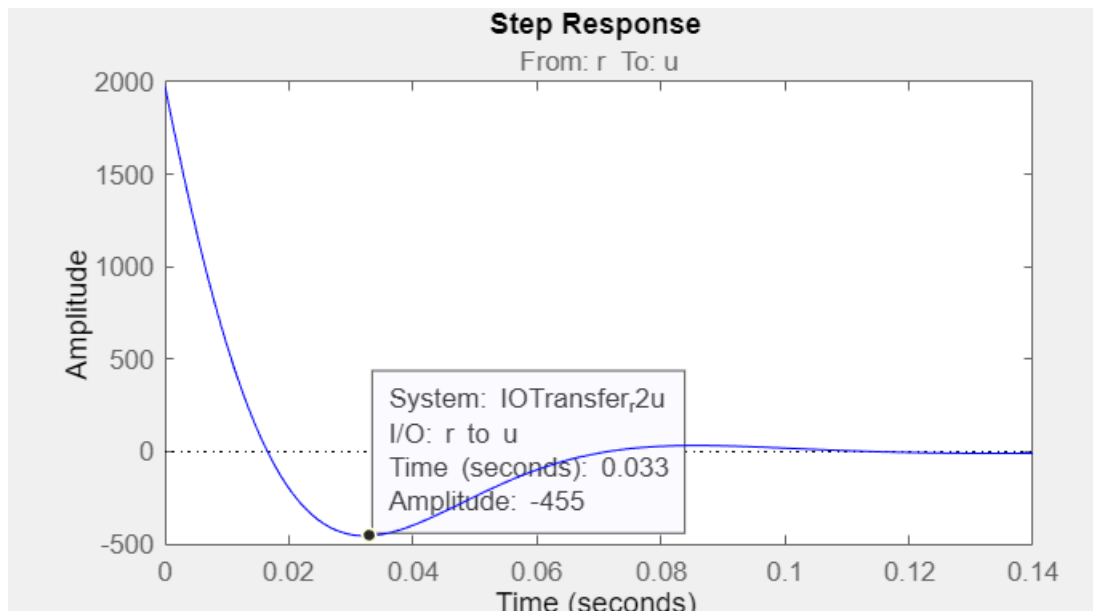
$$\frac{1975.3 (s+7.215) (s^2 + 10.88s + 39.75)}{(s+2.497) (s^2 + 100s + 2525)}$$

اورشوت: 9.3%

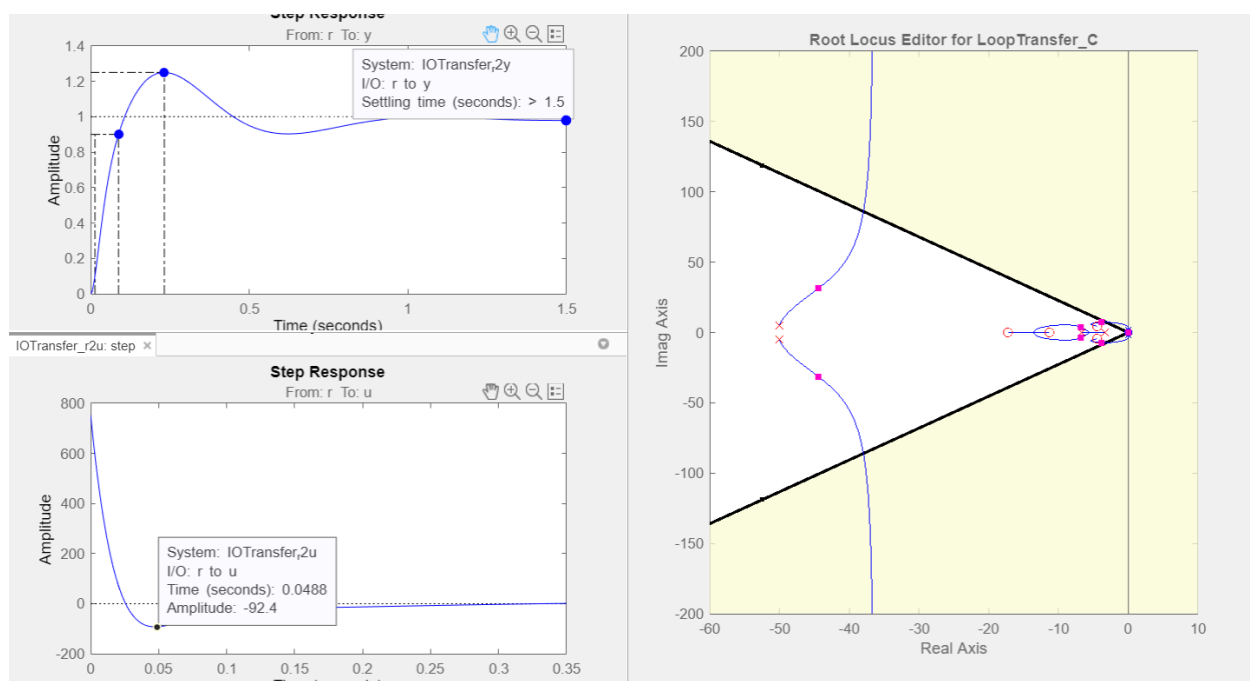
0.044s: Rise time

1.29 s: Settling time

خطای ماندگار: 0



اما این سیستم r_u مناسبی ندارد. یک لگ به سیستم اضافه می کنیم و با تغییر پارامترهای قبلی و جدید نهایت به سیستم زیر می رسم:

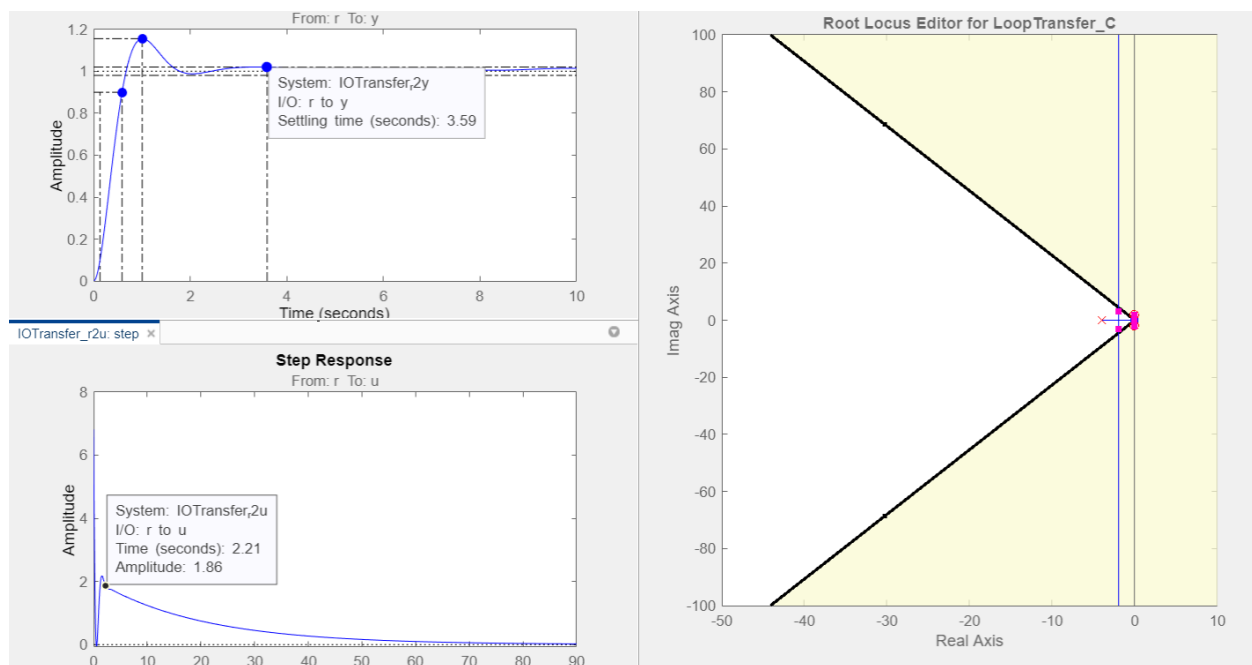


که همچنان overshoot بالایی در u_r هست. و با اضافه کردن لید سرعت زیاد می شود و لگ یا صفر و قطب هم نمی تواند سیستم را بهبود ببخشد و این سعی آخر است:

Compensator

$$C = 98.915 \times \frac{(1 + 0.089s)(1 + 0.058s)(1 + 0.23s + (0.16s)^2)}{(1 + 0.29s)(1 + 0.15s)(1 + 0.04s + (0.02s)^2)}$$

یک راه حل متفاوت؛ طراحی کنترلر pid است، طوری که صفرهای کنترلر نزدیک قطب های سیستم مدارباز باشد و اثر آن را خنثی کند.



همانطور که مشاهده می کنید این کنترلر تمام شروط مسئله را ارضا می کند و دیاگرام u_r مناسبی دارد.

$$\frac{6.817 (s^2 + 0.12s + 4.004)}{s (s+4)}$$

دیزاین نهایی : دیزاین 10

اورشوت: 15.5%

0.457s: Rise time

3.59s: Settling time

خطای ماندگار: 0

و سیستم مناسب طراحی می شود.

(2)

۲- سیستم زیر را به کمک کنترلی از دسته‌ی lead-lag به گونه‌ای کنترل کنید که خواسته‌های زیر برآورده شوند.

الف) زمان نشست (settling time) کمتر از ۱ ثانیه

ب) ماکزیمم اورشوت کمتر از ۲۵٪

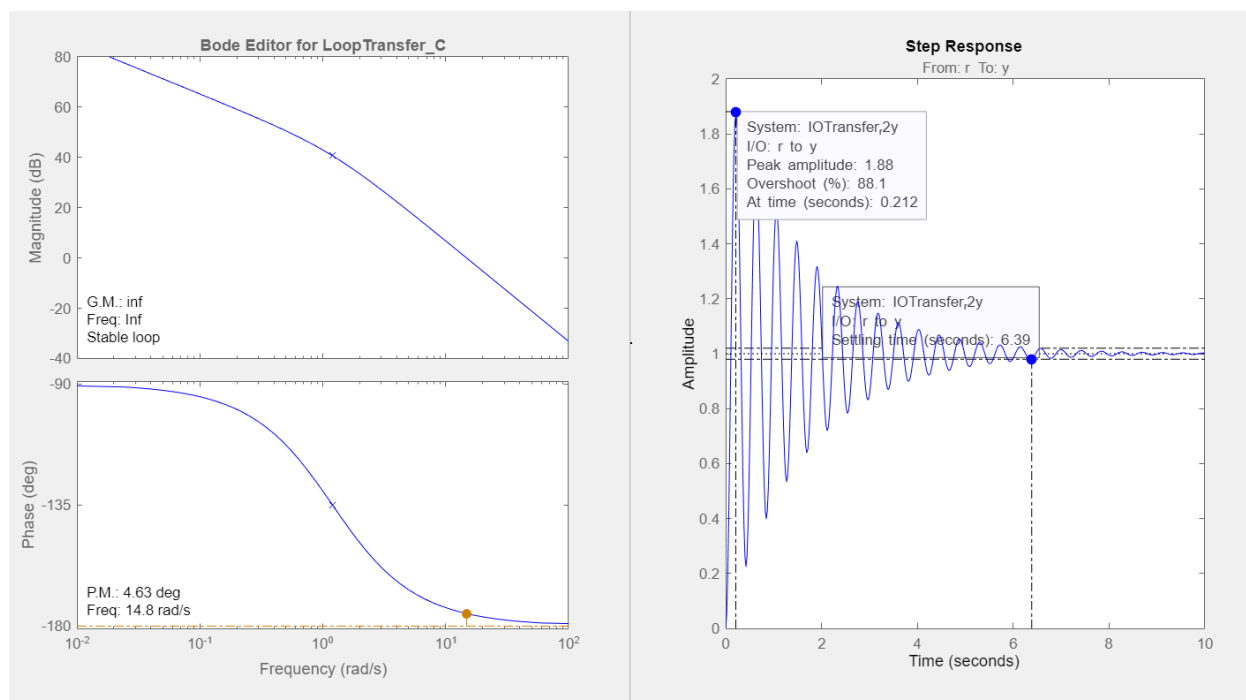
ج) حد بهره حداقل ۲۰ دسی‌بل

$$G(s) = \frac{220}{s^2 + 1.2s}$$

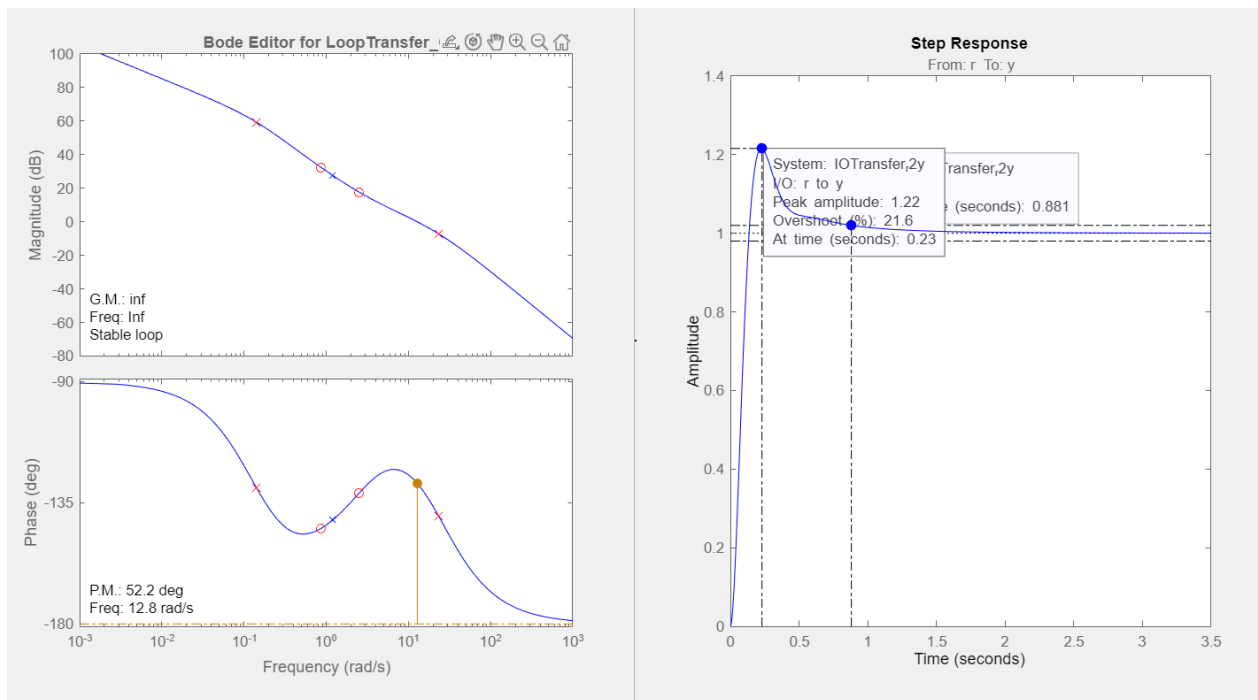
ورودی پله است.

در اینجا حد بهره بی نهایت است .

قبل از طراحی کنترلر داریم:



با طراحی کنترلر لیدلگ سرعت سیستم افزایش می یابد و پاسخ گذرای سیستم بهبود پیدا می کند:



کنترلر ما هست:

$$\frac{1.5245 (s+0.8617) (s+2.524)}{(s+0.1421) (s+23.34)}$$

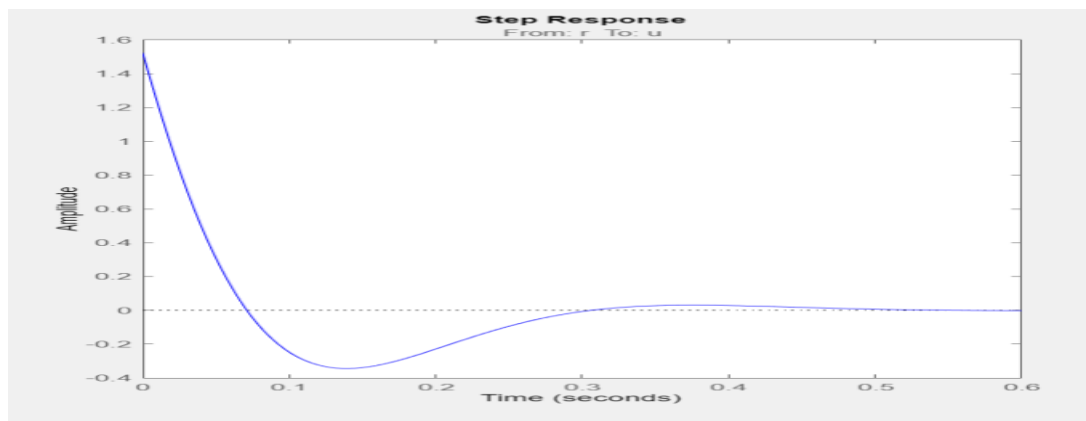
دیزاین نهایی: دیزاین 2

بعد از طراحی کنترلر داریم:

حد بهره: بی نهایت

اورشوت: 21.6%

Settling time: 0.861s سیستم مناسبی دارد:



۳- با استفاده از چارت نیکولز کنترلی برای سیستم زیر طراحی کنید که شرایط زیر را ارضاء کند.

الف) حد فاز حداقل ۴۵ درجه

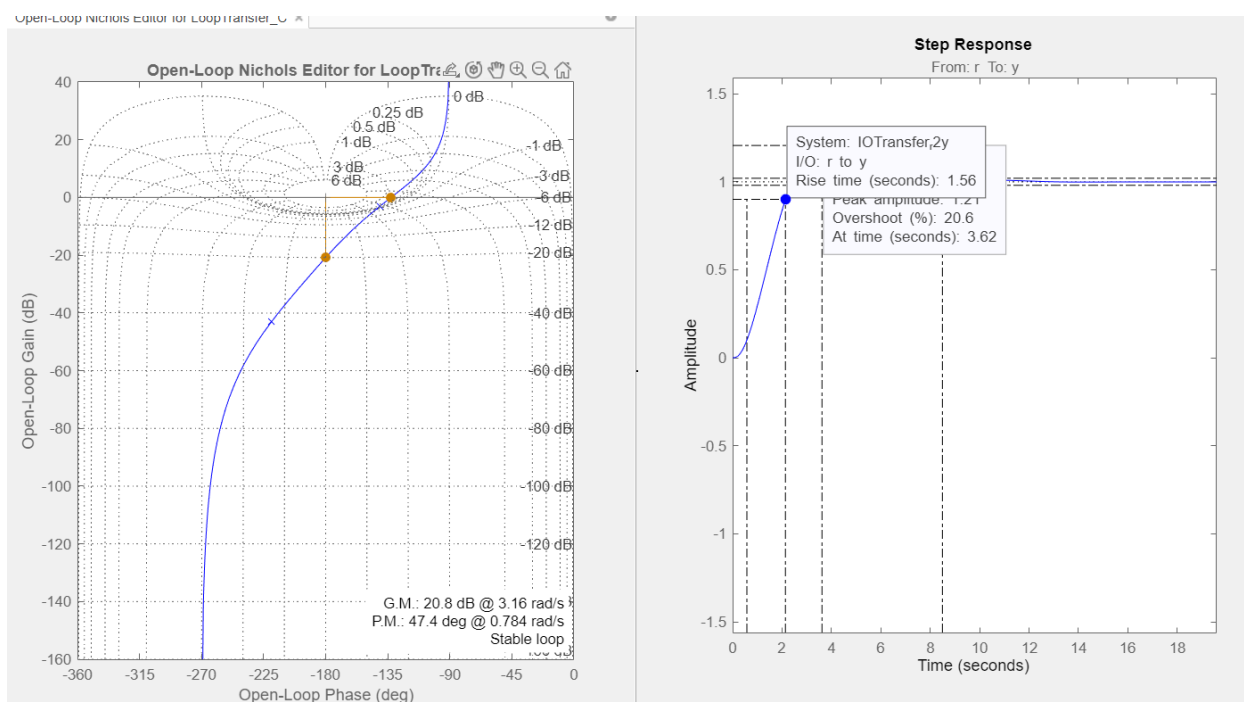
ب) حد بهره حداقل ۸ دسی بل

ج) ماکزیمم اورشوت کمتر از ۲۵٪

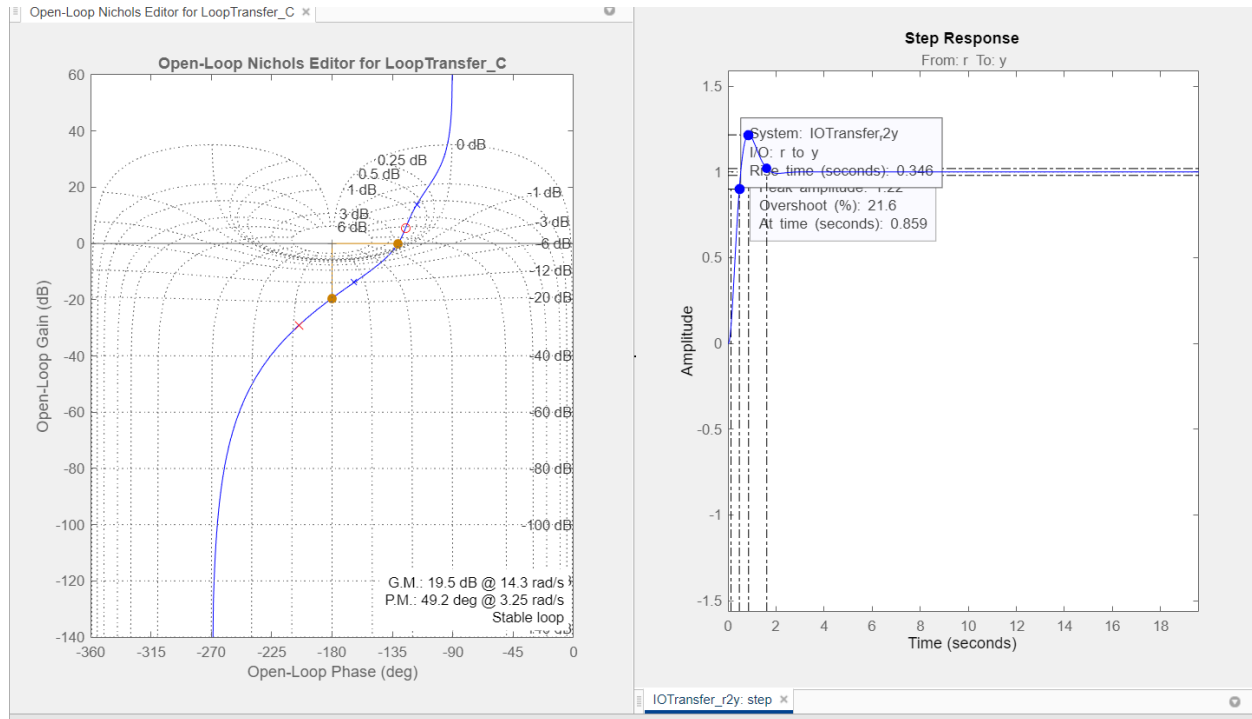
د) زمان برخاست (rise time) کمتر از ۱ ثانیه

$$G(s) = \frac{1}{s(0.1s + 1)(s + 1)}$$

اینجا نیز ورودی پله است. سیستم را قبل از طراحی کنترلر بررسی می کنیم:



سیستم سه شرط اول را ارضا می کند. باید کنترلی طراحی شود که سرعت سیستم را بهبود دهد و کمی سریع تر شود. می دانیم کنترلر لید سرعت سیستم را افزایش می دهد. بنابراین با سعی و خطا کنترلر لید زیر را طراحی می کنیم طوری که t_r کاهش یابد و خواسته های برآورده شده دیگر نیز زیاد تغییر نکند:



$$C = \frac{72.782 (s+2.038)}{(s+23.81)}$$

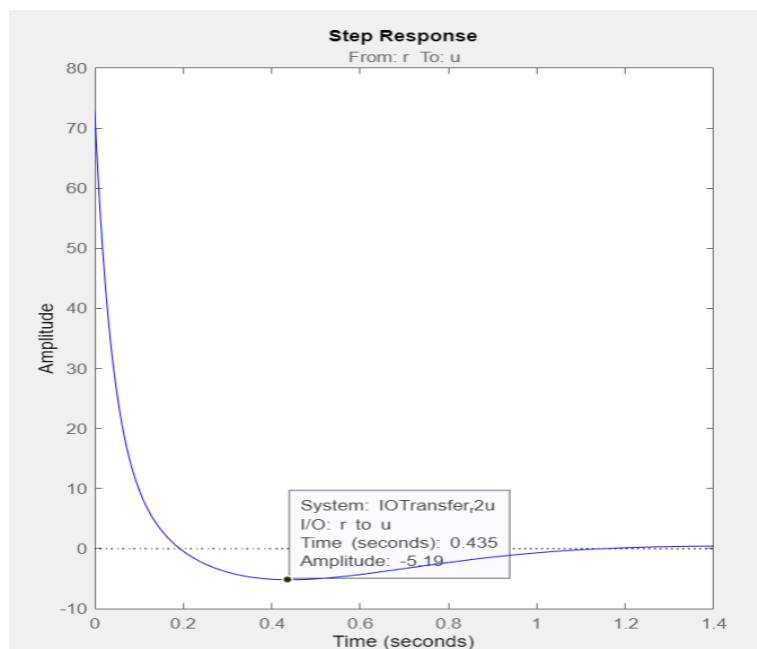
بعد از طراحی کنترلر داریم:

حد بهره: 19.5db

حد فاز: 49.2deg

اورشوت: 21.6%

$T_r = 0.346s$



در r_u نیز مشکلی نیست و اورشوت پایینی دارد

(4)

۴- سیستم کنترل سرعت وسایل نقلیه طی یک مدلسازی دینامیکی به شکل زیر درآمده است.

$$\frac{U}{V} = \frac{\frac{C}{M\tau}}{(s + \frac{C_a}{M})(s + \frac{1}{T})(s + \frac{1}{\tau})}$$

M: جرم کل ماشین و سرنشینان

C_a : ضریب درگ

C: ۷۴۳

T: ۱ ثانیه

τ : ۰.۲ ثانیه

با در نظر گرفتن جرم و ضریب درگ مناسب برای یک ماشین دلخواه، کنترلی برای سیستم فوق طراحی کنید که تا جای ممکن سریع بوده و ماکزیمم اورشوت آن کمتر از ۲ درصد باشد.

ورودی پله است.

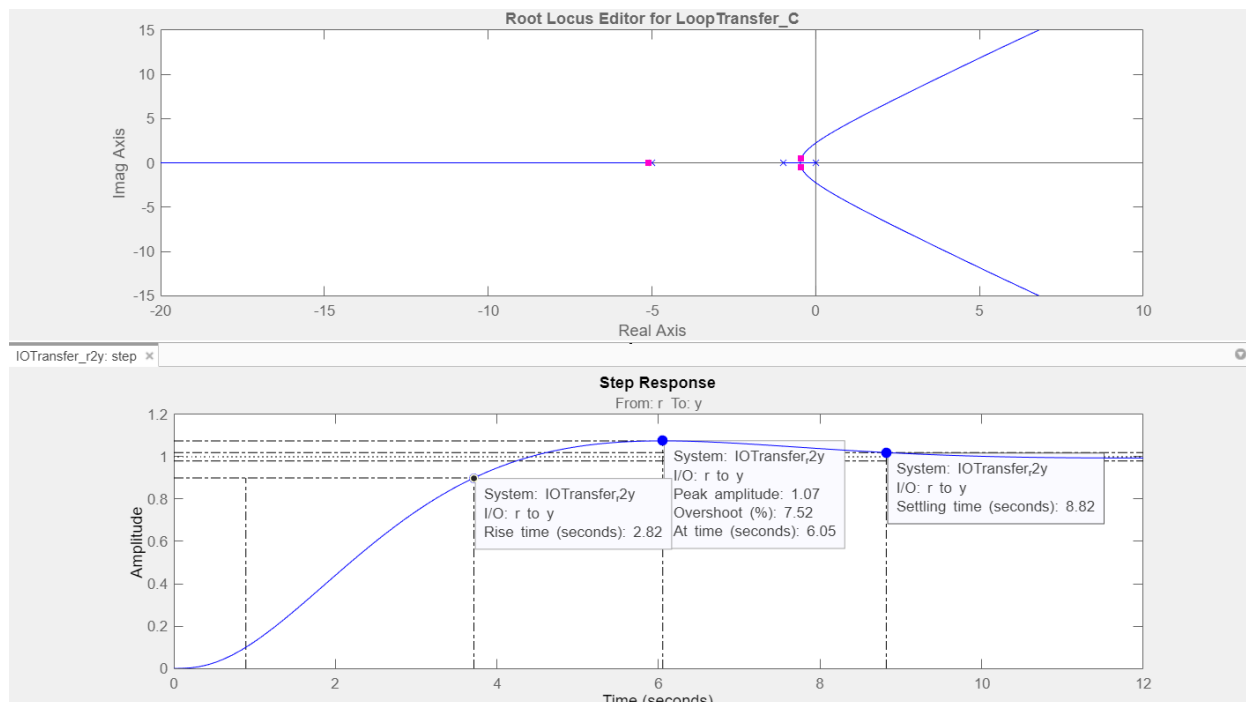
با سرچ کردن، ضریب درگ را 0.3 و جرم ماشین را 1500kg لحاظ می کنیم.

تابع تبدیل سیستم می شود:

$$\frac{2.477}{s^3 + 6s^2 + 5.001s + 0.001}$$

خود plant بدون کنترلر شرایط زیر را دارد:

اورشوت بیشتر از خواست مسئله ست و سرعت سیستم باید کاهش پیدا کند.



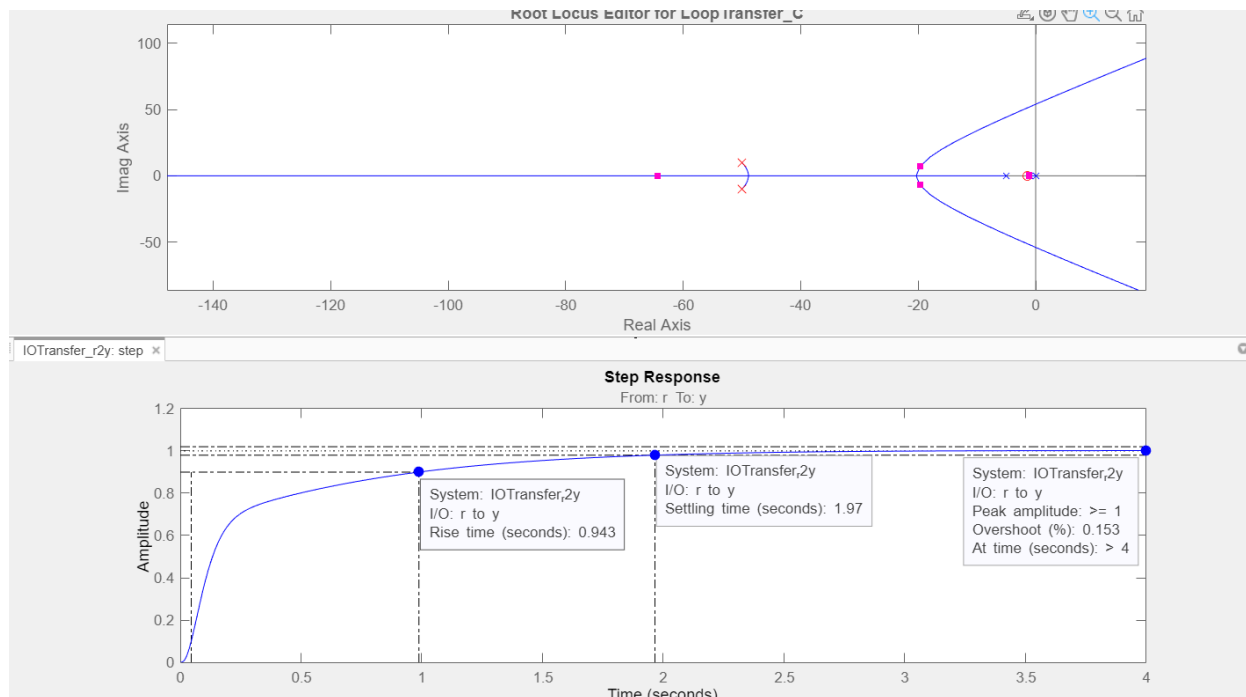
ماشین های تسلا جدیداً صفر تا صد پایینی دارند و در 2 ثانیه به سرعت مورد نظر می رسند. من هم سعی کردم t_s سیستم را به همین حدود برسانم تا هم خطر نداشته باشد هم سرعت سیستم مناسب باشد. با توجه به دیاگرام root locus اگر دو صفر سمت چپ به سیستم اضافه کنیم دیاگرام را به سمت چپ می کشد و در انتخاب ضریب کنترلر راحت تریم و هم صفر سمت چپ سرعت سیستم را بیشتر می کند. با سعی و خطا دو صفر مختلط انتخاب می کنیم و ضریب کنترلر را تا پاسخ سیستم مطلوب شود. بعد برای اینکه سیستم ما کازال است دو قطب هم در بسیار دورتر از صفرها سمت چپ انتخاب می کنیم که تاثیر زیادی در مکان هندسی ریشه ها و پاسخ سیستم به ورودی ندارد. کنترلر ما به شرح زیر است:

$$\frac{4014.6 (s^2 + 3.747s + 3.762)}{(s^2 + 60s + 1000)}$$

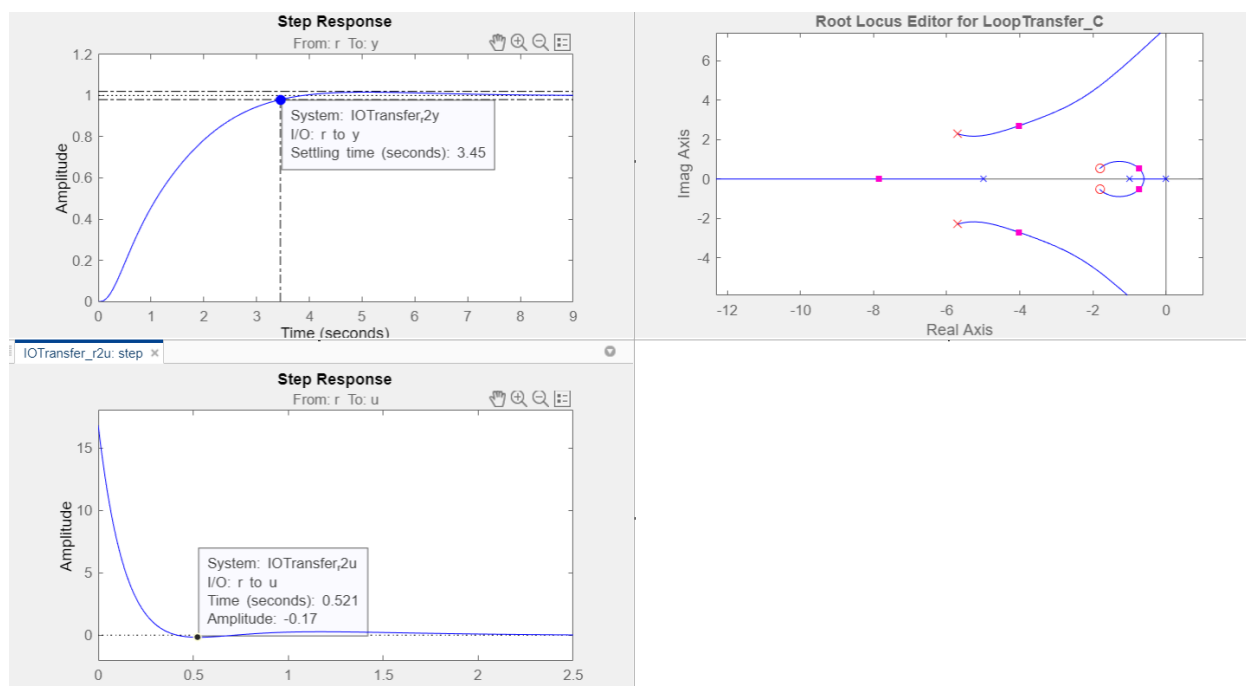
اورشوت سیستم: 0.153%

$$1.97s = T_s$$

$$0.94s = T_r$$



اما سیستم دیاگرام u_r مناسبی ندارد. با کمی جابجایی صفر و قطب به دیزاین زیر می رسیم:



$$\frac{16.816 (s^2 + 3.626s + 3.561)}{(s^2 + 11.38s + 37.64)}$$

همانطور که مشخص است سیستم دیاگرام u_r مناسبی دارد و داریم:

دیزاین نهایی: دیزاین 6

اورشوت سیستم: 1.61 %

$$3.45s = T_s$$

$$2.27s = T_r$$

(5)

۵- تابع تبدیل یک سیستم دینامیکی بصورت زیر است:

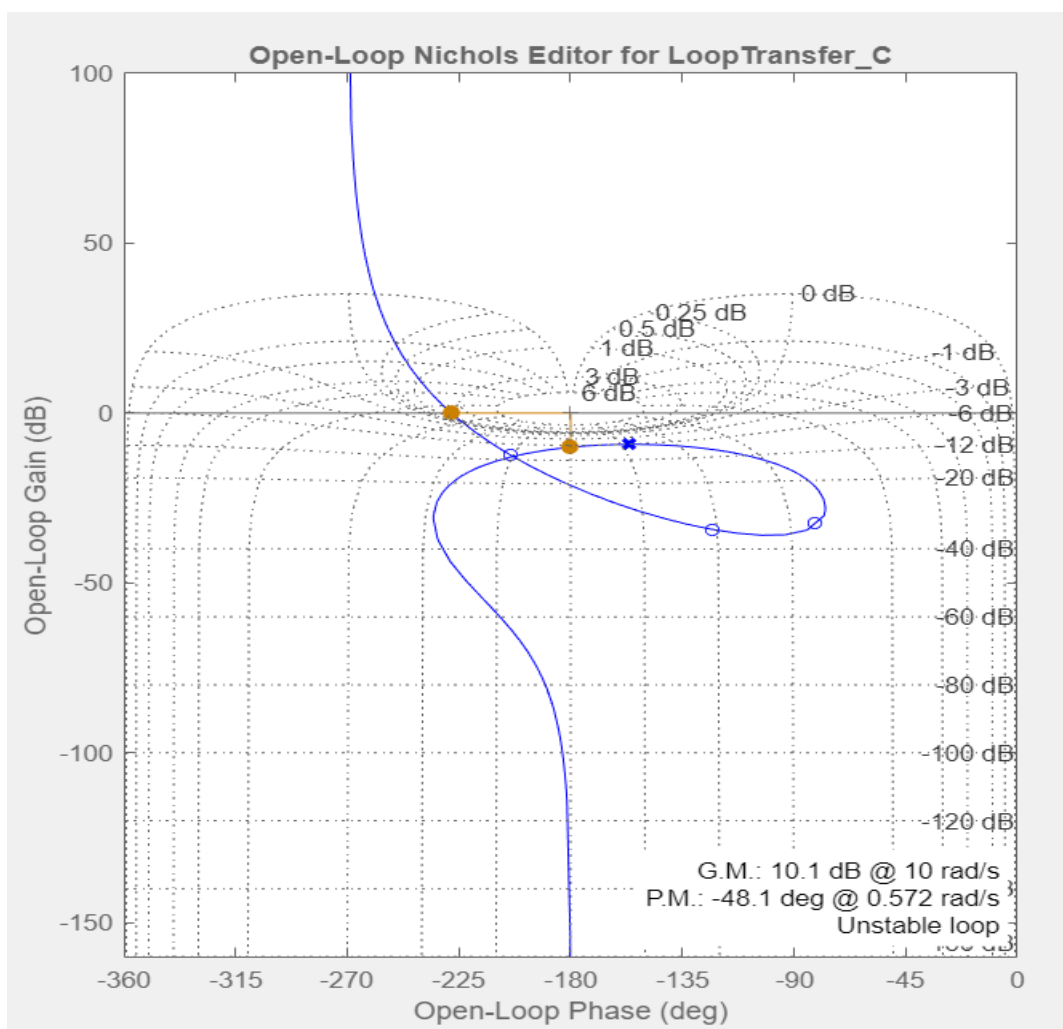
$$G(s) = \frac{(s+1)(s+4)(s+8)}{s^3(s^2+0.2s+100)}$$

الف - برای مقادیر مختلف $k = 0.5$ ، $k = 1$ و $k = 5$ ، دیاگرام نیکولز سیستم مدار باز را رسم کرده و مقادیر کرانه‌های بهره و کرانه‌های فاز را روی دیاگرام محاسبه و درج کنید. در رابطه با پایداری سیستم مدار بسته به ازای مقادیر مختلف k بحث کنید.

به ازای $k=0.5$

GM=10.1dB

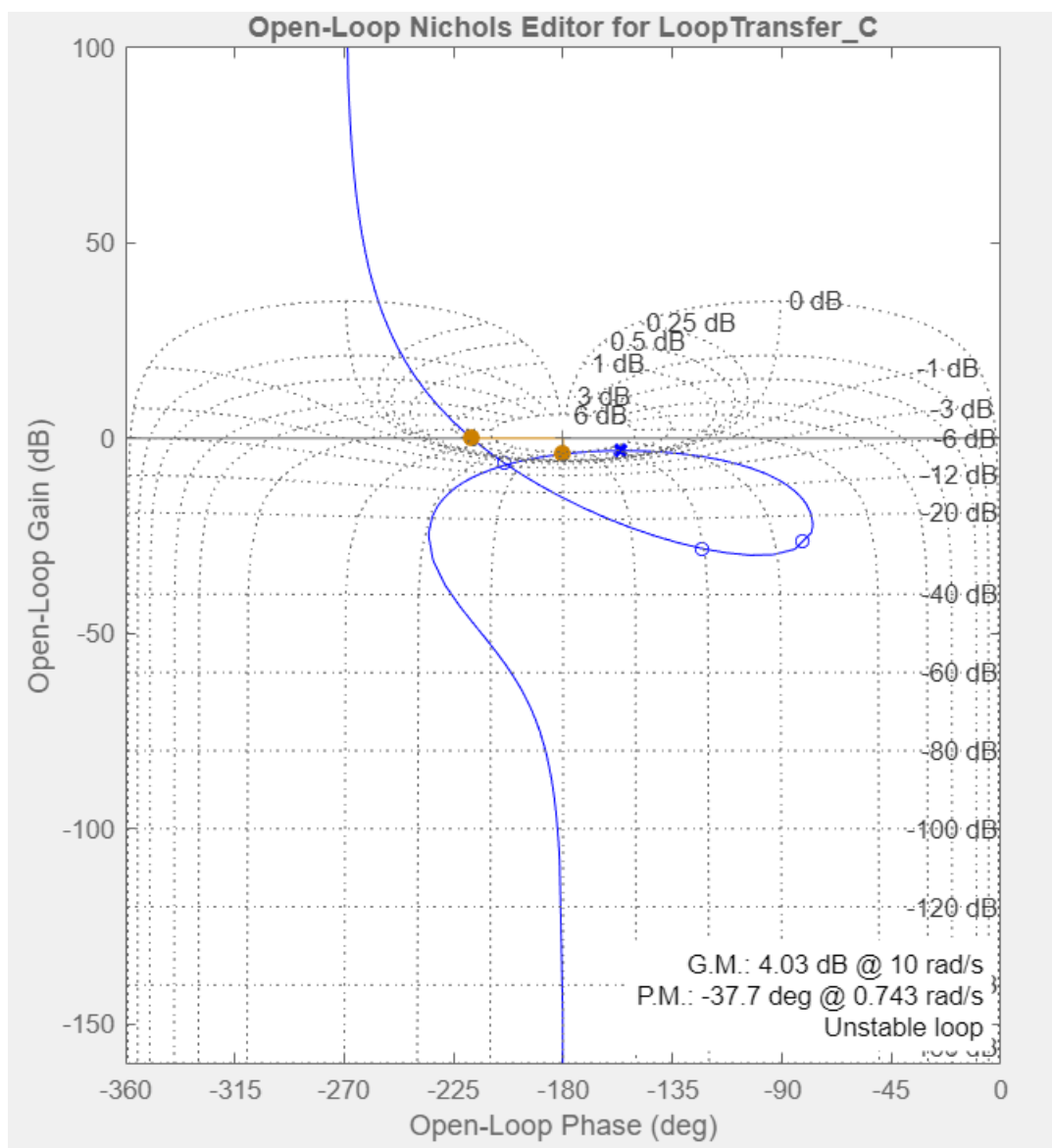
PM=-48.1deg



به ازای $k=1$

$GM=4.03dB$

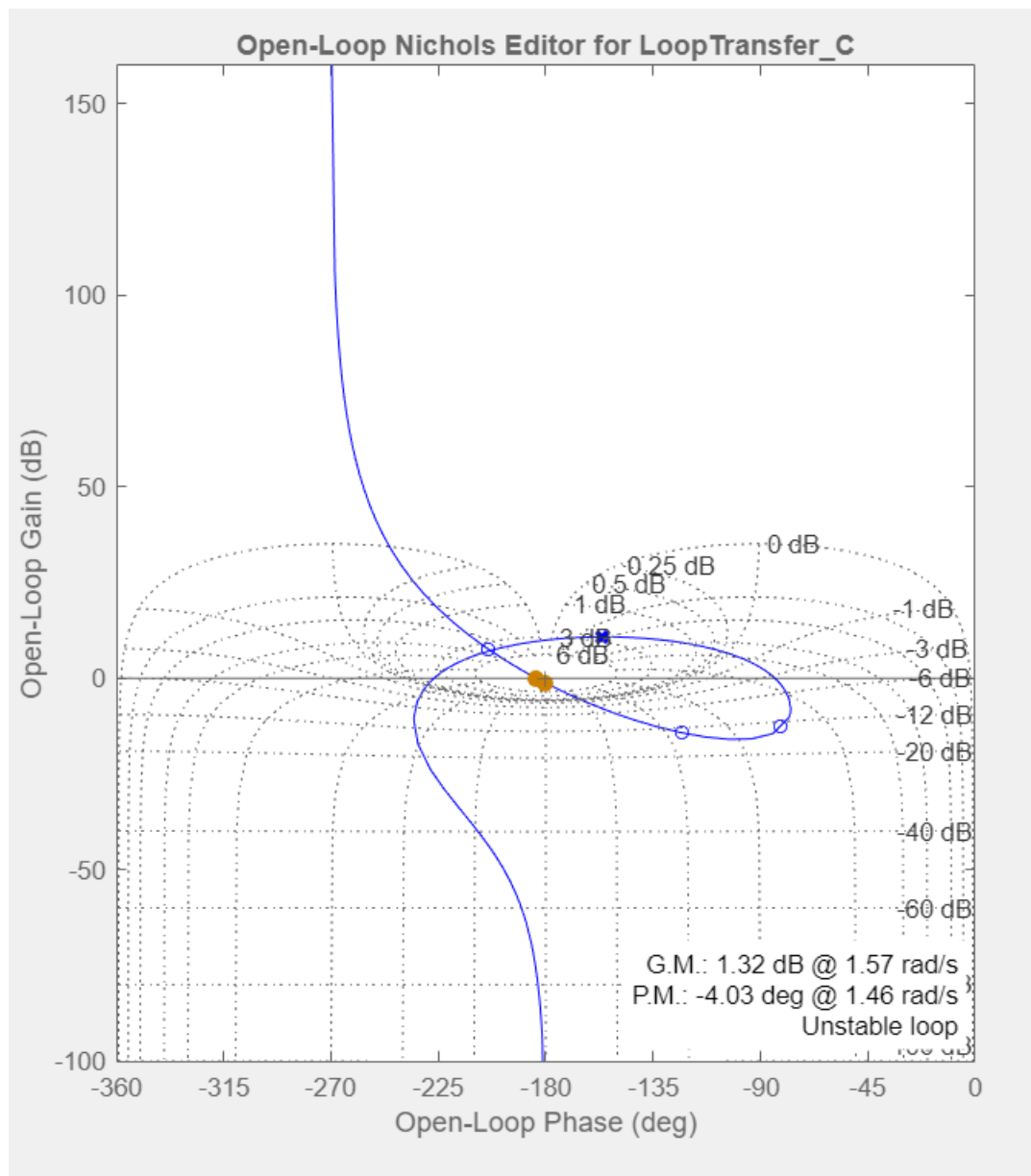
$PM=-37.7deg$



K=5

GM=1.32dB

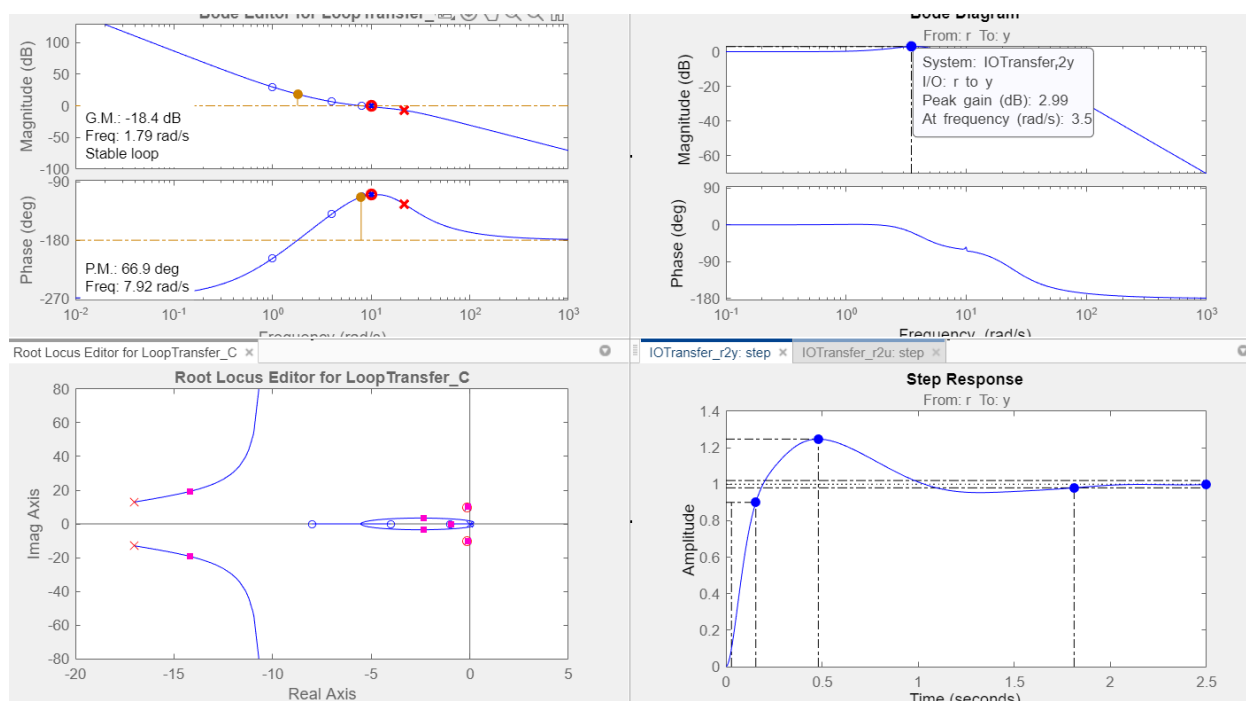
PM=-4.03deg

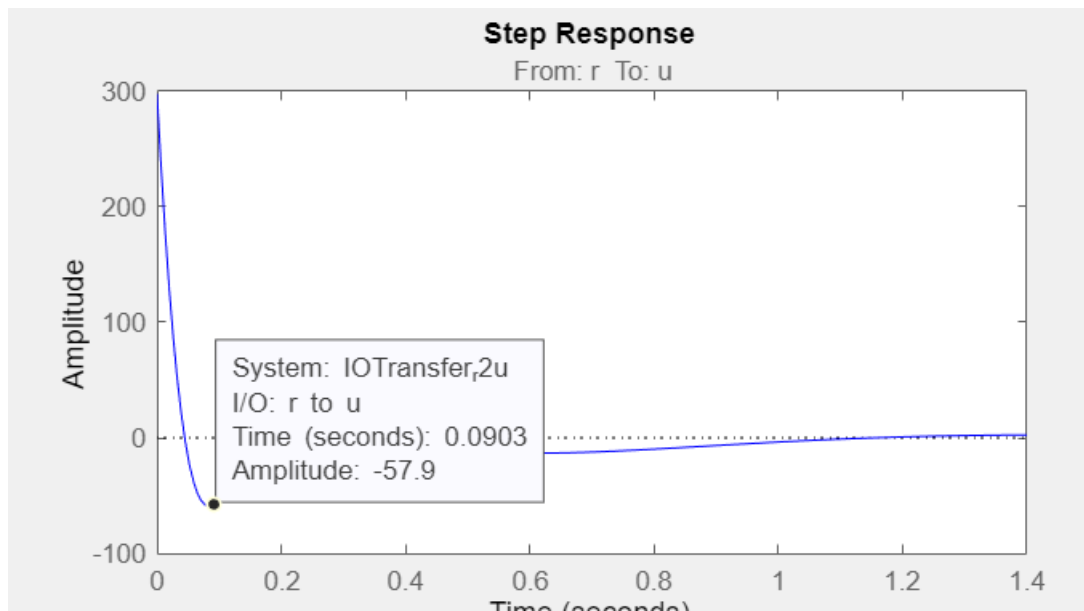


با توجه به دیاگرام روت لوکاس دو شاخه سمت راست محور موهومی داریم و به ازای هر k تابع تبدیل مدار بسته ناپایدار است و قطب ناپایدار مدار بسته داریم.

ب - ساده ترین کنترلی که سیستم مدار بسته (با پسخوراند واحد منفی) را پایدار می کند، طراحی کنید
 بگونه ای که کرانه فاز سیستم حداقل ۴۰ درجه و حداکثر دامنه ی سیستم مدار بسته برابر ۳ دسی بل باشد.
 پاسخ سیستم مدار بسته به ورودی پله واحد را رسم کرده، زمان نشست (settling time) و حداکثر فراجهش (Mp) را به دست آورید.

ابتدا سیستم را پایدار می کنیم. برای پایدار کردن سیستم می شود دو صفر سمت چپ طراحی کرد و اگر این صفرها نزدیک قطب های موهومی مدار بسته سیستم باشد رفتار مناسب تری پیدا می کند (رفتار دیاگرام r_u بهبود پیدا می کند). برای اینکه سیستم کازال باشد دو قطب دور هم طراحی می کنیم و نهایت با انتخاب گین خواسته های مسئله ارضا می شود:





```
Name: C
Sample Time: 0
Value:
      297.66 (s^2 + 0.24s + 100)
-----
      (s^2 + 34s + 458)
```

توجه شود که صفرهای مختلط کنترلر در محل دورتر اورشوتی حدود 500 داشت و این نهایت سعی و خطا برای طراحی بهینه است. اضافه کردن لگ یا لیدلگ هم در بهبود این شرایط تاثیری نداشت.

$$PM=66.9\text{deg}$$

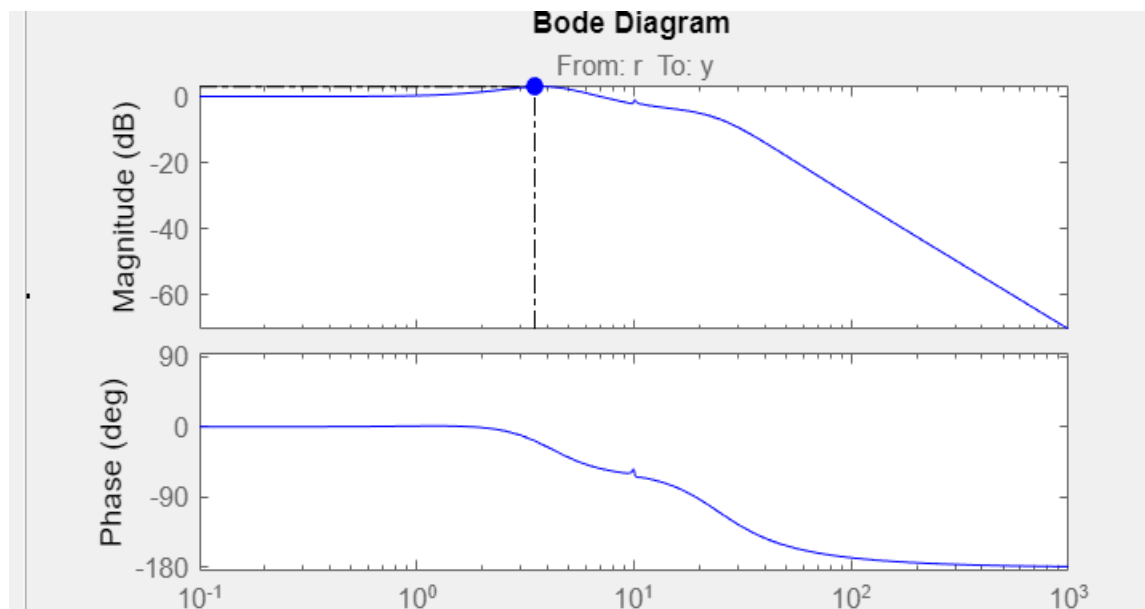
دیزاین نهایی: دیزاین 5

حداکثر دامنه سیستم مدار بسته: dB2.99

$$Ts=1.81s$$

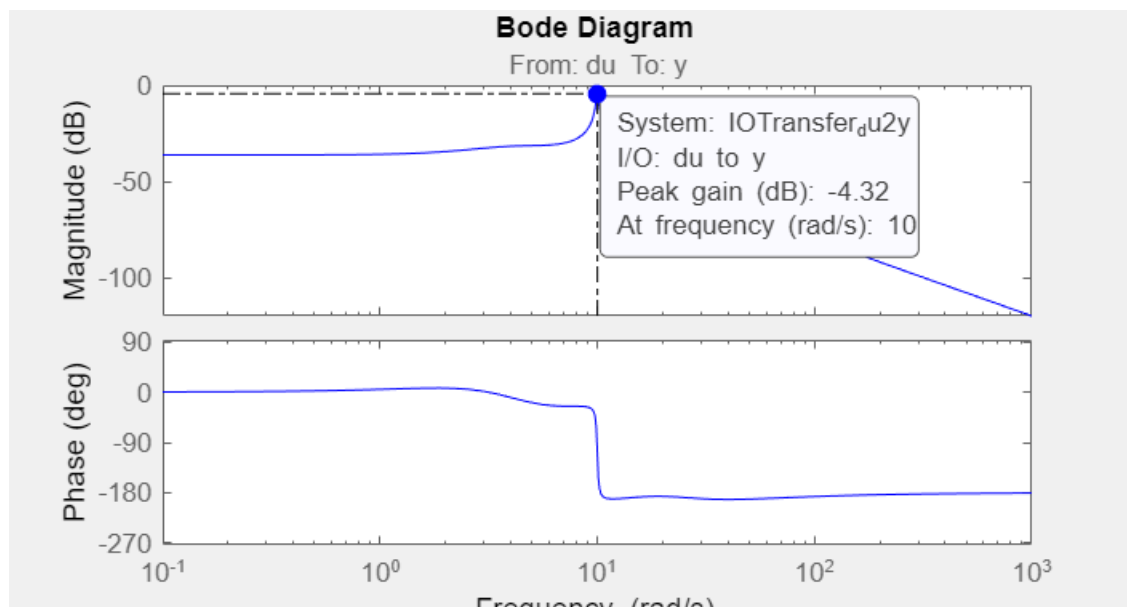
$$24.7\%=\text{Overshoot}$$

پ - دیاگرام بود توابع تبدیل مربوط به ورودی‌های فرمان مبنا، اغتشاش ورودی، اغتشاش خروجی و نویز را رسم کرده و ویژگی‌های تبعیت از فرمان، حذف اغتشاش و کاهش نویز سیستم مدار بسته را بررسی نمایید.



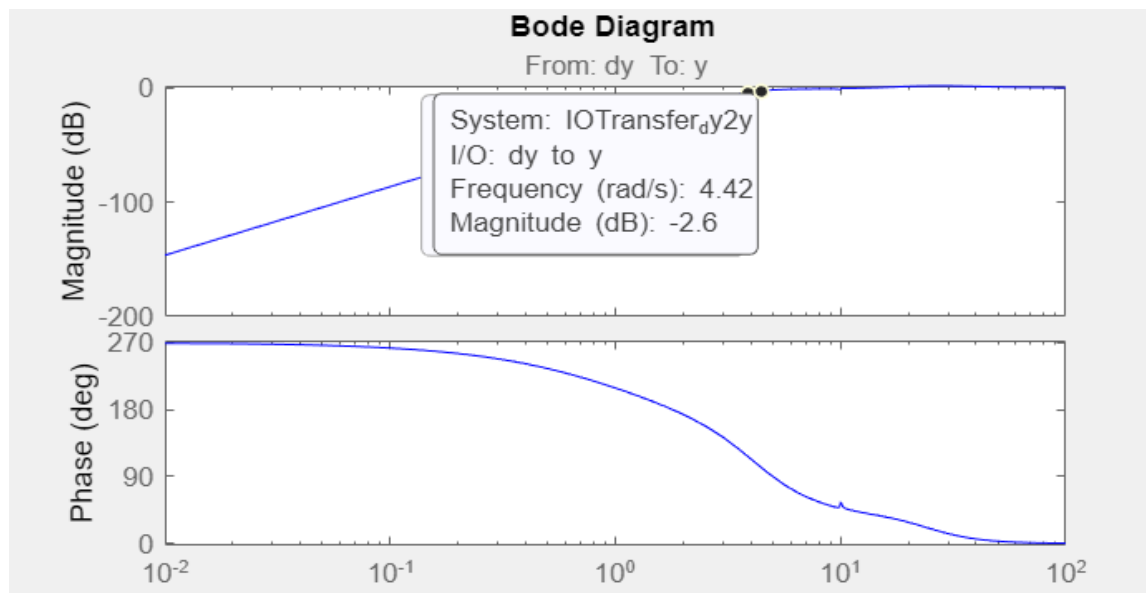
اینکه از فرمان تبعیت کند یا نه می دانیم به فرمان نیز بستگی دارد ولی می دانیم برای اینکه تبعیت از فرمان خوبی داشته باشد باید در محدوده فرکانس ورودی دیاگرام بود r_y اندازه یک یا همان 0 دسی بل داشته باشد. در اینجا فرکانس موثر ورودی تا فرکانس کمتر از یک تقریباً تبعیت از فرمان خوبی دارد.

خروجی به اغتشاش داخلی:



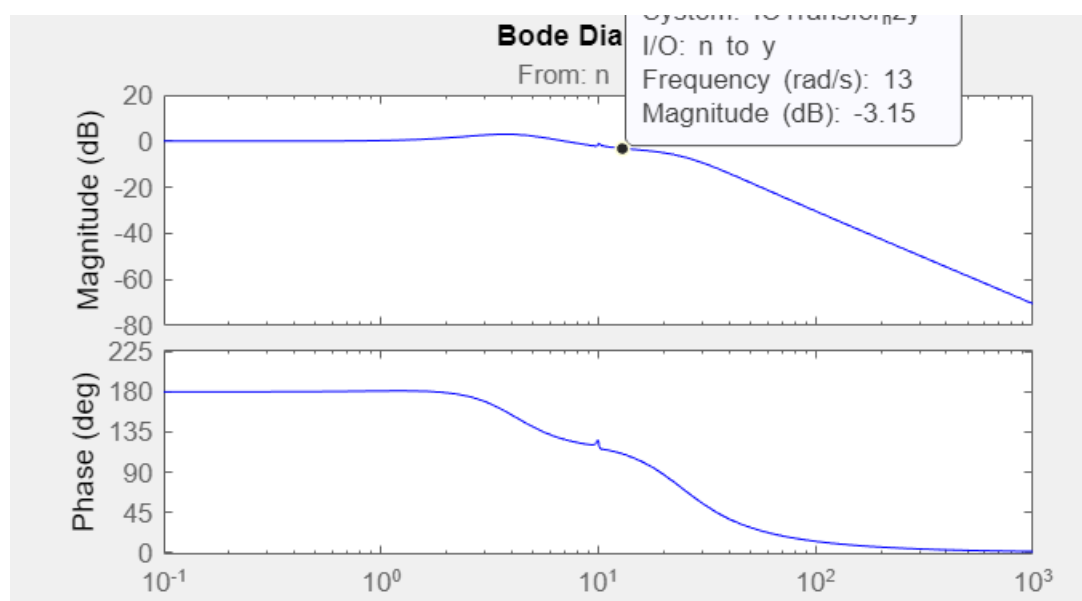
می دانیم برای اینکه خروجی ما اغتشاش داخلی را دنبال نکند باید دیگرام بود du_y اندازه کمی در محدوده فرکانس موثر اغتشاش داخلی داشته باشد. که می بینیم دیگرام بود در بدترین حالت هم اندازه بسیار کمی (-4dB) دارد بنابراین می شود گفت خروجی سیستم ما از اغتشاش داخلی تاثیر نمی گیرد.

خروجی به اغتشاش خارجی:



می دانیم برای اینکه خروجی ما اغتشاش خارجی را دنبال نکند باید در محدوده فرکانس موثر اغتشاش خارجی نسبت دامنه خروجی به اغتشاش پایین باشد یا به عبارت دیگر اندازه دیاگرام بود dy_y کوچک باشد. می شود گفت در سیستم ما اگر محدوده فرکانس موثر اغتشاش خارجی حدود 4 و کمتر باشد خروجی از اغتشاش خارجی تاثیر نمی گیرد.

تاثیر نویز بر خروجی

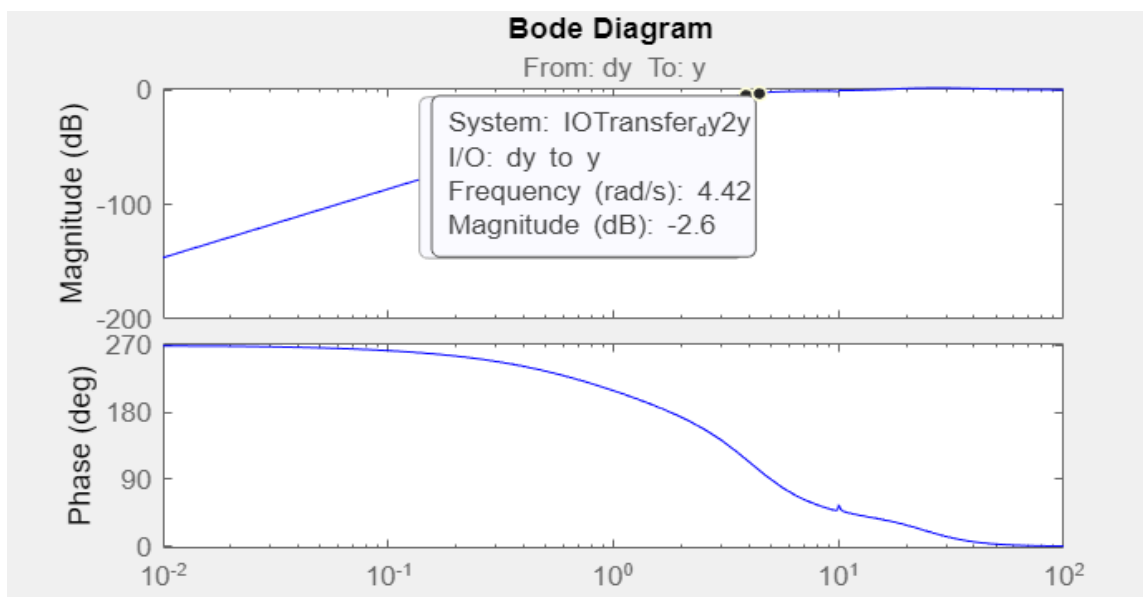


می دانیم برای اینکه نویز روی خروجی تاثیر کمی داشته باشد باید دیاگرام بود اندازه کمی در محدوده فرکانس موثر نویز داشته باشد. که با توجه به دیاگرام رسم شده باید فرکانس موثر نویز بیش از 13 باشد.

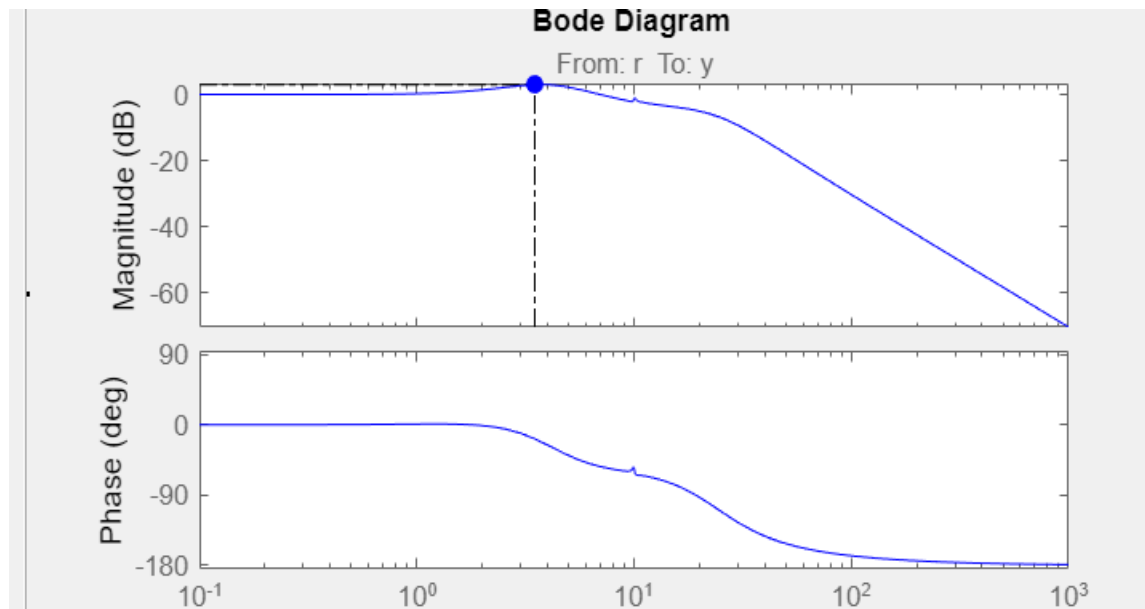
ت - با رسم دیاگرام بُود توابع حساسیت و مکمل حساسیت، درباره وضعیت مقاوم بودن سیستم کنترلی در مقابل تغییرات مدل $G(s)$ بحث کنید. (بیان کنید که در چه محدوده فرکانسی، سیستم مدار بسته در مقابل تغییرات مدل حساس نمی‌باشد).

می‌دانیم تابع تبدیل حساسیت با تابع تبدیل خروجی به اغتشاش خارجی یکسان است. تابع متمم حساسیت هم می‌شود تابع تبدیل مدار بسته سیستم.

تابع حساسیت:



تابع متمع حساسیت:



می دانیم هرچه تابع حساسیت کوچکتر باشد حساسیت سیستم مدار بسته به تغییرات plant کمتر است. در محدوده فرکانس کمتر از 4 تابع حساسیت مقدار پایینی دارد و حساسیت کمی نسبت به تغییرات plant دارد و بهتر است در این محدوده سیستم طراحی شود تا اگر در مدل خود سیستم تغییرات داشتیم سیستم مدار بسته تغییر زیادی نکند.

در این محدوده فرکانسی که تابع حساسیت کوچک است تابع متمع حساسیت اندازه 0 دسی بل دارد که این یعنی اندازه حدود 1.

