# بخش اول

یک شرکت داریم که دارای سه روش برای آموزش به دانش آموزان است و میخواهد ببیند که کدام یک از این روش ها، تاثیر بهتری بر روی یادگیری دانش آموزان دارد. پس اگر بخواهیم این مسئله را بصورت یک Multi-Armed-Bandit مدلسازی کنیم، بازوهایی که برای این مسئله تعریف می شوند، بصورت زیر هستند:

روش آموزشی اول = A

روش آموزشی دوم = B

روش آموزشی سوم = C

در مورد پاداش هر یک از روشهای آموزشی (بازوها) هم باید گفت که طبق صورت سوال میتوان فرض کرد که در انتهای هر هفته یک آزمون مشترک از دانش آموزان گرفته میشود و میزان پاداش هرروش بصورت میانگین نمره ی دانش آموزانی که با آن روش خاص آموزش دیده اند، محاسبه میشود. با توجه به توضیحات داده شده در سوال دوم (کدها)، میتوان گفت که پاداش هر کدام از این روش ها بصورت تصادفی از یک توزیع نرمال که بین 0 و 100 قرار دارد، میآید و پارامترهای این توزیع برای هر کدام از این روش ها برابرند با :

A = Normal (  $\mu$ =40,  $\sigma$ =40)

B = Normal (  $\mu$ =60,  $\sigma$ =10)

C = Normal (  $\mu$ =50,  $\sigma$ =20)

# بخش دوم

در این بخش با توجه به مدلسازی ای که در بخش قبل انجام شد، به این صورت عمل میکنیم که در هر هفته از یک برنامه آموزشی برای آموزش هر دانش آموز استفاده میکنیم. برای انتخاب برنامه آموزشی در هر مرحله، طبق صورت سوال، از روش مبتنی بر گرادیان استفاده میکنیم که به اینصورت عمل میکند که ابتدا مقدار پارامتر ترجیح را برای هر کدام از روش ها برابر با صفر در نظر میگیریم و در هر مرحله آن را بر اساس پاداشی که دریافت کردیم، بروز میکنیم و انتخاب سیاست هر در هر مرحله بر اساس روش softmax انجام میشود. در زیر میتوانید جزئیات الگوریتم استفاده شده برای حل این مسئله را مشاهده کنید:

احتمال انتخاب هر عمل:

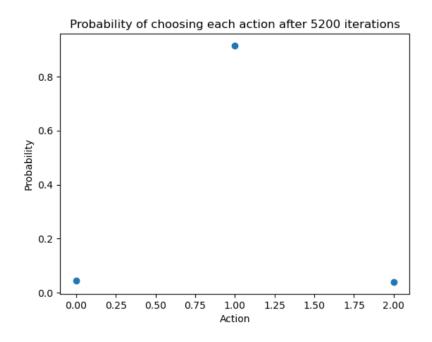
$$\Pr\{A_t = a\} = \frac{e^{H_t(a)}}{\sum_{b=1}^n e^{H_t(b)}} = \pi_t(a),$$

نحوه بروز رسانی پارامتر H (ترجیح) برای هر عمل

$$H_{t+1}(A_t) \doteq H_t(A_t) + \alpha \left(R_t - \bar{R}_t\right) \left(1 - \pi_t(A_t)\right), \quad \text{and}$$

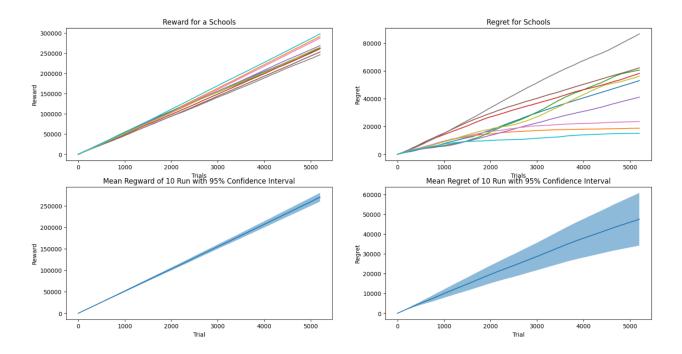
$$H_{t+1}(a) \doteq H_t(a) - \alpha \left(R_t - \bar{R}_t\right) \pi_t(a), \quad \text{for all } a \neq A_t$$

در شکلی که در ادامه آمده، میتوانید ببینید که در پایان افق زمانی، احتمال انتخاب روش دوم نقریبا نزدیک به یک و احتمال انتخاب روش اول و سوم، نزدیک به صفر است و این همان چیزی بود که ما انتظار داشتیم، چرا که روش دوم دارای میانگین بالاتر و انحراف معیار کمتر نسبت به روش های دیگر است.

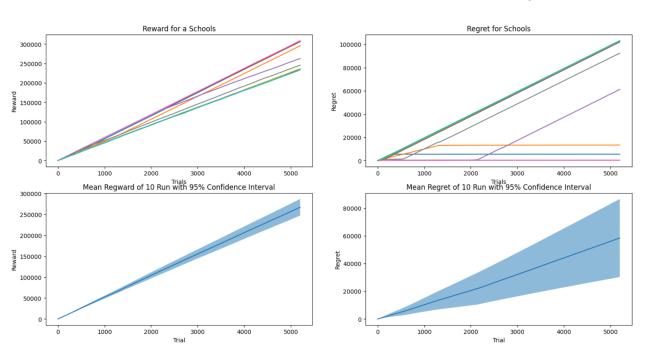


در ادامه نمودارهای مقدار پاداش و پشیمانی را به از ای نرخ های یادگیری ۰.۰۱، ۱۰.۰۰ و ۰.۱، برای ده مدرسه متفاوت آمده است و بعد از آن هم نمودار پاداش و پشیمانی با یک بازه اطمینان ۹۵٪ آمده که شامل میانگین این پارامترها و ابری در اطراف این مقدار است که بیان میکند به احتمال ۹۵٪ مقدار این پارامتر ها در بازه های نشان داده شده قرار میگیرد.

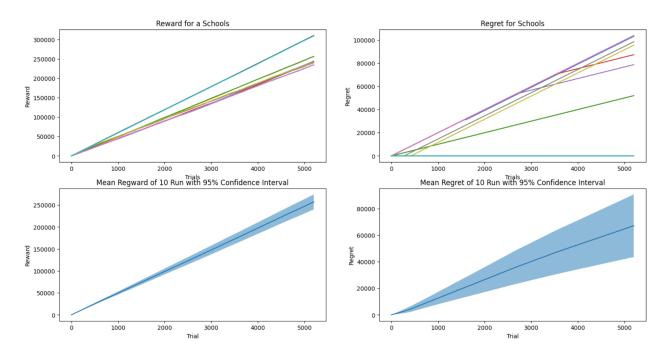
## : Learning rate = 0.001



## : Learning rate = 0.01



#### : Learning rate = 0.1



## بخش سوم

قبل از شروع به توضیح دادن راجع به این بخش، نیاز است به این مورد اشاره کنم که با توجه به این مشکل که بعضا promt های داده شده به Chat-GPT، ارسال نمی شد، که در بخش bug-report هم به آن اشاره کردیم، ما برای انجام این بخش، از سایر وبسایت هایی که api از Chat-GPT در اختیار ما می گذاشتند مثل سایت poe.com هم استفاده کردیم.

در اینجا ما براساس یافته های خود از مقاله Planning Problem Steps with Reinforcement Learning بیش رفتیم. اگر بخواهیم به صورت خلاصه، به روشی که در این مقاله برای حل مسائل یادگیری تقویتی اشاره شده است بپردازیم، اصولا این روش شامل گام های زیر می شود:

1. مسئله را به عنوان یک توصیف متنی برای ChatGPT فرموله میکنیم:

"سه برنامه آموزشی به نامهای m1، m2 و m3 وجود دارد. پاداش برنامه m1 از توزیع نرمال با میانگین 40 و انحراف معیار 40 پیروی میکند. انحراف معیار 40 پیروی میکند. انحراف معیار 10 پیروی میکند. پاداش برنامه m3 از توزیع نرمال با میانگین 50 و انحراف معیار 20 پیروی میکند. برای 100 دانش آموز به از ای هر هفته در طی 52 هفته، یکی از این برنامه ها را پیشنهاد دهید تا جمع پاداش کلی را بیشینه کنید. روشی بر اساس الگوریتم های یادگیری تقویتی ارائه داده و جزئیات استراتژی انتخاب را هفته به هفته توضیح دهید."

2. ChatGPT را با استفاده از مجموعه دادهای از مسائل multi-armed bandit و راه حل ها بهینهسازی کنید.

ق. ChatGPT به عنوان مدل آموزش دیده به مسئله مطرح شده پاسخ دهید و از آن بخواهید استراتژی انتخاب هفتگی را برای بیشینه کردن پاداش کل مورد انتظار ارائه دهد.

به عنوان مثال:

"بر اساس توصيف مسئله، در هفته ۱ به چه برنامهای پیشنهاد میدهید؟ هفته ۲؟ ..."

4. استراتژی ChatGPT را تجزیه و تحلیل کنید و با شبیهسازی انتخابها، پاداش کل مورد انتظار را اعتبار سنجی کنید. سوالات فرعی را بپرسید تا پیشنهادات غیربهینه را بهبود ببخشید.

به عنوان مثال:

"چرا در هفته ۳ برنامه m2 را پیشنهاد دادید؟"

همر اه عامل بیش رفتیم، به نتیجه ی خوبی منجر شد.

"پاداش کل مورد انتظار با برنامه شما برابر با X است. آیا میتوانید یک برنامه بهبود یافته ارائه دهید تا پاداش کل را افز ایش دهید؟"

- 5. تا زمان رسیدن به سیاست بهینه و یا نزدیک به بهینه، سیاست را آپدیت کنید.
- 6. استراتژی نهایی Chat-GPT را به صورت یک نگاشت از فضای حالت به عمل را برای اجرا به صورت رسمی مشخص کنید.

بعد از اینکه مسئله برای ChatGPT بیان شد، توانست سوال را به خوبی بفهمد متوجه شود و الگوریتمی که برای حل اين روش ارائه شد، الگوريتم Upper Confidence Bound بود. توضيحي كه از الگوريتم توسط Chat-GPT ارائه شد، توضیح دقیق و مبتنی بر شهودی بود که ما از این روش سابقا داشتیم یعنی میدانست که یار امتر های این الگوریتم چیست، چه پار امتر هایی باید در طول پادگیری بهینه شوند و چه مواردی نیازی به بروز رسانی ندارند. همچنین می دانست چگونه باید در هر مرحله عملی را انتخاب کند که بر اساس الگوریتم UCB باشد. سیس سعی کردیم در تعدادی محدودی از مراحل، عملکرد Chat-GPT را در انتخاب عملی که باید بر اساس الگوریتم UCB باشد و طوری که این عامل پارامتر ها را بروز میکند را بررسی کنیم. این اتفاق تا حد خوبی به درستی صورت میگرفت ولی یک مشکل بزرگ که در نحوه عملکرد این عامل بود این بود که در ابتدا مقدار یارامتر ubc را برای همه برنامه ها بر ابر با صفر در نظر میگرفت و اتفاق بدی که در اینجا میافتاد، این بود که اگر در مرحله اول، یک عمل تصادفی را انتخاب کنیم، بعد از دریافت یاداش و بروزرسانی مقدار ucb برای آن عمل بر اساس پاداش بدست آمده، میتوان دید که مقدار حاصل، بزرگتر از صفر خواهد شد و در نتیجه از آنجایی که مقدار ubc برای سایر عمل هایی که تاکنون انتخاب نشده بر ابر با صفر است، بس همو ار ه عملی که در ابتدا انتخاب شده انتخاب می شو د و هر گز عمل های دیگر انتخاب نمیشوند. و در اینجا کاری که ما کردیم این بود که این موضوع را برای عامل که در اینجا همان Chat-GPT باشد، مشخص کردیم که در ابتدا پارامتر ucb برای هر عمل برابر با مقدار ∞ است و بعد از اینکه پکبار یک عمل خاص انتخاب شد، مقدار ucb اش را به همان طریقی که از قبل میدانست، آپدیت میکنیم و با این کار باعث میشویم تا از آن اتفاق که فقط یک عمل انتخاب شود، جلوگیری کند. مشکل اصلی عامل در یادگیری مدل، همین مورد بود و به جز این مورد، چند مورد جزئی از قبیل اینکه نمی تواست

یار امتر های مدل را به خوبی به خاطر بسیار د بود که این مشکل هم بعد از اینکه چندین بار، تکر ار های مختلف را به

# بخش چهارم

در مسأله N-armed bandit، اطلاعات اضافی برای بهینهسازی تعادل بین اکتشاف و بهرهبرداری بسیار مهم است. دانش اولیه درباره گزینهها، از جمله عملکرد تاریخی و گزینههای مطمئنتر، امکان تخصیص منابع با آگاهی بیشتر فراهم میکند. درک توزیع پاداش برای هر گزینه در توسعه الگوریتمهای bandit که به صورت استراتژیک بین اکتشاف و بهرهبرداری عمل کنند، کمک میکند. درک همبستگی بین گزینهها و اطلاعات زمینهای به تصمیمگیری شخصیسازی کمک میکنند. این دانش به فراتر از چارچوب اولیه N-armed bandit میرود تا به مسائل محیطهای پویا، یادگیری انتقالی، و تخصص انسانی بپردازد و کارایی در شناسایی گزینههای پرثمر را افزایش دهد. مزایا شامل سازگاری با تغییرات محیط، استراتژیهای دقیق با اطلاعات هزینه، ترویج یادگیری همکارانه، و سهیم شدن در تصمیمگیری را شخصیسازی هستند. به طور کلی، یکپارچگی اطلاعات اضافی در مسأله N-armed bandit کارایی تصمیمگیری را ارتقا میدهد و احتمال شناسایی و بهرهبرداری از گزینههای پرثمر را افزایش میدهد.

اکنون به حل مساله میپردازیم. ابتدا صورت مساله و الگوریتم حل را برای مدل زبانی ( chatGPT) توضیح میدهیم. سپس چندین مثال بیان میکنیم تا بداند دقیقا باید از چه جهتی به ما در تصمیم گیری کمک کند به این کار اصطلاحا (few میگویند که یکی از راه های متداول برای پرامپ کردن مدل ها زبانی است. سپس سوال مد نظر را از مدل زبانی میپرسیم. در نهایت با کمی تحلیل و فکر کردن میتوان به پاسخ سوال با استفاده از مدل زبانی دست یافت.

در واقع اطلاعات اضافی درباره عملکرد دیگر مدارس و برنامههای آموزشی ارائه شده توسط آنها، اطلاعات ارزشمندی را برای مدیران یک مدرسه خاص فراهم میکند. این اطلاعات میتوانند در حوزه یک مسأله باندیت چندبازویی بهبود تصمیمگیری را فراهم کنند و به احتمال زیاد به مدیران اجازه دهند تا به بهترین نحو برنامه مطلوب را به دانش آموزان خود ارائه دهند. اینجا چگونگی این اطلاعات اضافی میتواند مفید باشد:

### 1. یادگیری از مدارس دیگر:

- مدیران می توانند داده های عملکرد تاریخی مدارس دیگر و برنامه های ارائه شده توسط آن ها را مشاهده کنند.
  - این اطلاعات به درک این کمک میکند که کدام برنامهها در مدارس دیگر موفقتر بودهاند.

#### 2. استفاده از برنامههای موفق:

- مدیران میتوانند از این اطلاعات بهرهبرداری کنند با ترجیح برنامههایی که به طور مداوم در مدارس دیگر عملکرد خوبی داشتهاند.
- اگر روشهای آموزشی خاصی در مدارس دیگر نمره میانگین بالاتری داشتهاند، مدیران ممکن است این روشها را با اولویت بیشتری مورد استفاده قرار دهند تا احتمال نتایج مثبت افزایش یابد همچنین با توجه به صورت مساله چون از میزان موفق بودن برنامه ها اطلاعی در دسترس نیست باید این مساله را در نظر داشت که بیش از اندازه به داده هایی که قطعیت به آن ها موجود ندارد پرداخته نشود البته این در مراحلی است که با فضا مساله ناآشنا هستیم پس از کسب از اطلاعات از محیط میتوان نرخ استفاده از برنامه های موفق را افزایش داد.

## 3. تسریع فاز بهرهبرداری:

- با دانستن در مورد موفقیت برنامهها در مدارس دیگر، مدیران ممکن است در بهر ،برداری از بهترین روشها در مراحل ابتدایی فرآیند، با اطمینان بیشتری عمل کنند.
  - این احتمالاً میتواند فرآیند شناسایی و اجرای برنامههای مطلوب برای دانش آموزان را تسریع بخشد.

#### 4. کاهش اکتشاف در برخی موارد:

- اگر مدیران مشاهده کنند که برخی از برنامهها به طور مداوم عملکرد ضعیفی داشتهاند، ممکن است تصمیم بگیرند که اکتشاف این برنامهها را کاهش دهند.
- این میتواند با صرفهجویی در زمان و منابع باعث اجتناب از برنامههایی شود که در زمینههای مشابه کمتر کارآمدی نشان دادهاند.

#### 5. تنظیم استراتژی بر اساس درک کلی:

- مدیران می توانند استراتژی الگوریتم باندیت خود را بر اساس درک کلی که از عملکرد برنامه ها در چندین مدرسه به دست می آید، تنظیم کنند.
- به عنوان مثال، اگر یک برنامه خاص به طور مداوم از سایرین بهتر عمل کرده باشد، الگوریتم میتواند تنظیم شود تا منابع بیشتری را به آن برنامه اختصاص دهد.

### ایدگیری و تنظیم مداوم:

- سیستم میتواند طراحی شود تا بهطور مداوم از عملکرد مدارس دیگر یاد بگیرد و مدل باندیت خود را بهطور پویا تنظیم کند.
- هرچه بیشتر داده از مدارس دیگر جمعآوری شود، مدیران میتوانند استراتژی خود را بهمنظور بهبود کارایی کلی برنامههای آموزشی تنظیم کنند.

# بخش بنجم

تفاوت این روش با یک مسئله multi-arm bandit ساده تلاش بر شخصی سازی بیش تر برای agent ها به کمک اطلاعاتی است که از آنها داریم. در این الگوریتم قبل از انتخاب تصمیم به contex که در اینجا دانش آموز استنگاه میکنیم و به کمک اطلاعاتی که از آن داریم action بهینه را انتخاب میکنیم و در نهایت هدف همچنان پیدا کردن سیاستی است که reward را بیشینه کند و البته که از آن داریم مه در طول یادگیری ایجاد کند. به کمک این مفهوم در واقع با شخصی سازی برای agent ها سعی می شود برای هر مدل agent که در این جا سه نوع داریم، مسئله را بهتر حل کنیم. این الگوریتم برای مسائلی مانند advertisment در سایت ها بسیار پرکاربرد و مناسب است.

برای پیادهسازی این روش، با توجه به اینکه در کدهای داده شده rewardهای دانش آموزهای مربوط به گروههای مختلف از توزیعهای متفاوتی می آید لذا برای حدس مدرسه در مورد نوع دانش آموز از rewardهایی که می آید استفاده کردیم. پس از حدس زده شده، می سنجیم که آیا حدس در ست است یا نه. اگر درست بود سیاست را به روز می کنیم و اگر نبود این کار را نمی کنیم و صرفا یاداش را حساب می کنیم.

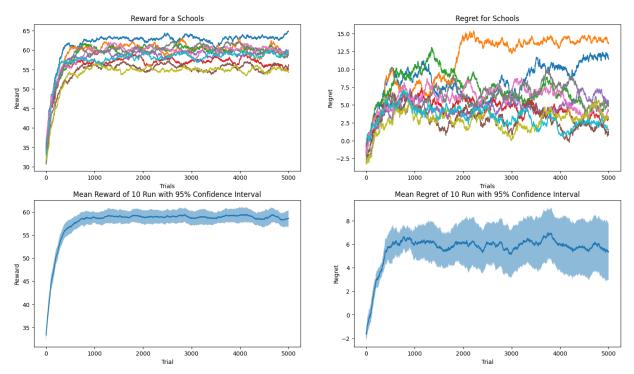
نمودار های یاداش و پشیمانی در شکل زیر آمده است.

مشخص است که نمودار ها نویزی است که این هم منظقی است زیرا ترتیب دانشآموزان از گروههای مختلف پشت سر هم وارد میشود و action بهینه برای گروهی انتخاب میشود که تخمین زدهایم لذا این پاداشها و پشیمانیها میتواند بالا و پایین شود ولی اگر به نمو نمودار ها نگاه کنیم میبینیم که روند منطقیای را طی میکند.

در ابتدای الگوریتم، با خروجیای که میگیریم به تخمین گروه مربوط به هر دانش آموز می پردازیم لذا در ابتدا پاداشها کم است ولی با گذشت چند تکرار مدارس یاد میگیرند که هر دانش آموز از چه نوعی است لذا تقریبا همیشه تصمیم آنها درست است لذا پاداش همواره بالای ۶۰ است. در این جا ما دقیقا از الگوریتم سوال دوم یعنی gradient bandit استفاده کردم و tontextual bandit را روی آن پیاده کردیم.

در مورد روشهایی که میتوان به جای این روش استفاده کرد، به کمک chat gpt روشهایی که در این سناریو به جای contextual bandit میتوان استفاده کرد را جست و جو کردیم.

در ابتدا باید توجه داشت انتخاب روش بسته به نوع تعریف مسئله است. برای مثال اگر مسئله به گونهای تعریف شده بود که ما از افراد داده هایی از پیش در دست داشتیم، روش counterfactual evaluation روش مناسبی بود. این روش به این صورت است که با استفاده از داده های در دست انواع actionها را شبیه سازی میکند تا پاداش مورد انتظار هر action را براورد کند.



روش دیگر استفاده از multi arm bandit ساده است که پاداش مجموعه را بهینه میکند و یا استفاده از روشهایی همانند regret را در طول زمان کمینه میکند. اگر اطلاعات از تعداد گروهها هم در دست نباشد و بخواهیم از ابتدا خود گروه بندی ای ایجاد کنیم میتوان به کمک روشهایی مثل A/B testing افراد را به دو یا چند گروه تقسیم کنیم و performance هر گروه را بررسی کنیم. کار دیگری که در این حالت میتوان کرد این است که به کمک feature هایی در ابتدا با یک الگوریتم خوشه بندی داده ها را در هر مرحله جدا کرد و action بهینه را برای هر کدام از این گروه ها یافت.