

C++ Teil 13

Sven Groß



25. Jan 2016

- Wdh. Klassen: Array-Klasse schreiben
- Konstruktoren: Initialisierungsliste
- Friends
- Statische Attribute+Methoden

Heutige Themen

- 1 Besprechung der Sudoku-Aufgabe
- 2 Projekte mit mehreren Dateien
- 3 Klassen-Design von SudokuSolver
- 4 Werbung: Mathe + Programmieren = Numerik

Sudoku-Klasse in eigene Datei auslagern

- Bisher: 1 Programm = 1 Datei, z.B. `main.cpp`
- wird für größere Projekte **unübersichtlich**, deswegen aufteilen in mehrere Dateien
 - **Module**, die bestimmte Aufgaben übernehmen: Klassen, Funktionen, z.B. alles zum Thema Sudoku
 - pro Modul
 - 1 **Header-Datei** (z.B. `sudoku.h`, enthält **Schnittstellen**)
 - 1 **Source-Datei** (z.B. `sudoku.cpp`, enthält **Implementierung**).
 - Hauptprogramm, das die benötigten Module **einbindet** (z.B. `#include "sudoku.h"` am Anfang von `main.cpp`)
- Übersetzen aller Module und Hauptprogramme in Objektdateien (z.B. `sudoku.o`, `main.o`)
- Linken aller Objektdateien zu fertigem Programm
- In `Code::Blocks`: Hinzufügen der Header-/Source-Dateien zum Projekt, Compilieren/Linken funktioniert dann automatisch

Sudokus lösen: Hilfszahlen

7			1					
	4							8
	2			6			9	
6							7	
9			6	8		4		1
					4	3	6	
	3	1		4	9			
		6		5				
						7		

7	^{5 6} _{8 9}	^{5 8} ₉	1	^{2 3} ₉	^{2 3} _{8 9}	^{2 5} ₆	^{4 5} ₆	^{4 5 6} ₃
^{1 3} ₅	4	³ _{5 9}	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{7 9}	^{1 2} _{5 6}	^{1 2} _{5 3}	8
^{1 3} _{5 8}	2	⁵ _{8 9}	^{4 5} _{7 8}	6	^{7 5} ₈	^{1 5} ₉	9	^{4 5} ₇
6	^{1 5} ₈	^{4 5 6} ₈	^{2 3} _{5 9}	^{1 2 3} ₉	^{1 2 3} ₉	^{2 5} _{8 9}	7	^{2 5} ₉
9	^{7 5} ₉	^{2 5} _{7 9}	6	8	^{7 5} ₉	^{2 5} ₉	4	1
^{1 2} _{5 8}	^{1 5} _{7 8}	^{2 5} _{7 9}	^{2 5} _{7 9}	^{1 2} _{7 9}	4	3	6	^{2 5} ₉
^{2 5} ₈	3	1	² _{7 8}	4	9	^{2 5} _{8 6}	^{2 5} ₈	^{2 5 6} ₃
^{4 2} ₈	^{7 8 9} ₉	6	^{2 3} _{7 8}	5	^{1 2 3} _{7 8}	^{1 2} _{8 9}	^{1 2 3} ₈	^{4 2 3} ₉
^{4 5} ₈	^{5 8 9} ₉	^{4 5} _{8 9}	^{2 3} ₈	^{1 2 3} ₈	^{1 2 3} ₆	7	^{1 2 3} _{4 5 8}	^{2 3} _{4 5 6 9}

Hilfszahlen kennzeichnen, welche Ziffern möglich sind:

kommen nicht in der zugehörigen Zeile vor,

und kommen nicht in der zugehörigen Spalte vor,

und kommen nicht in dem zugehörigen Quadrat vor.

Datentyp für Hilfszahlen

```
class possibleDigits {  
    private:  
        vector<bool> possible; // 9 bool-Eintraege  
    public:  
        possibleDigits( bool allPossible= true);  
                                // Konstruktor mit Init.wert  
  
        bool isPossible( int digit) const; // Ziffer abfragen  
        void enable( int digit);           // Ziffer setzen  
        void disable( int digit);          // Ziffer loeschen  
};
```

Außerdem: `operator&&` für logisches Und:

```
possibleDigits operator&&( const possibleDigits& a,  
                           const possibleDigits& b);
```

Beispiel:

1	3
4	
	8

und

1	2
	5
	8

=

1	
	8

Lösungsstrategie – Beispiel

Cleveres Durchprobieren aller Möglichkeiten:

- 1 Wir wählen ein leeres Feld mit *möglichst wenigen* Hilfszahlen, damit wir weniger durchprobieren müssen.

7	^{5 6} _{8 9}	⁵ _{8 9}	1	^{2 3} ₉	^{2 3} ₈	² _{5 6}	^{4 5} _{2 3}	^{2 3} _{4 5 6}
¹ ₅	4	⁵ ₉	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{7 9}	^{1 2} _{5 6}	^{1 2} ₅	8
¹ ₅	2	⁵ ₈	^{4 5} _{7 8}	6	⁵ _{7 8}	¹ ₅	9	^{4 5} ₇
6	¹ ₅	^{4 5} ₈	^{2 3} _{5 9}	^{1 2 3} ₉	^{1 2 3} ₅	² _{5 8 9}	7	² _{5 9}
9	⁷ ₅	^{2 3} _{7 5}	6	8	^{2 3} _{7 5}	4	² ₅	1
^{1 2} _{5 8}	¹ ₅	^{2 3} _{7 8}	² _{7 9}	^{1 2} _{7 9}	4	3	6	² _{5 9}
² _{5 8}	3	1	² _{7 8}	4	9	^{2 3} _{5 6}	^{2 3} _{5 8}	² _{5 6}
⁴ ₈	^{7 8 9}	6	^{2 3} _{7 8}	5	^{1 2 3} _{7 8}	^{1 2} _{8 9}	^{1 2 3} _{4 8}	^{2 3} _{4 9}
^{4 5} ₈	⁵ _{8 9}	^{4 5} _{8 9}	^{2 3} ₈	^{1 2 3} ₈	^{1 2 3} _{6 8}	7	^{1 2 3} _{4 5 8}	^{2 3} _{4 5 9}

Lösungsstrategie – Beispiel

Cleveres Durchprobieren aller Möglichkeiten:

- 1 Wir wählen ein leeres Feld mit *möglichst wenigen* Hilfszahlen, damit wir weniger durchprobieren müssen.
- 2 Wir probieren der Reihe nach die möglichen Ziffern durch. Starte mit der **1**.

7	^{5 6} _{8 9}	^{5 3} _{8 9}	1	^{2 3} ₉	^{2 3} ₈	^{2 5} ₆	^{4 5} ₃	^{4 5} _{3 6}
^{1 3} ₅	4	^{5 3} ₉	^{2 3} _{5 9}	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{5 7}	^{2 5} ₆	^{2 3} ₅	8
^{5 3} ₈	2	^{5 3} ₈	^{4 5} _{7 8}	6	^{5 3} _{7 8}	1	9	^{4 5} _{7 3}
6	^{1 5} ₈	^{4 5} ₈	^{2 3} _{5 9}	^{1 2 3} ₉	^{1 2 3} ₅	^{2 5} _{8 9}	7	^{2 5} ₉
9	⁵ ₇	^{2 5} _{7 3}	6	8	^{2 5} _{7 3}	4	^{2 5} ₃	1
^{1 2} _{5 8}	^{1 5} _{7 8}	^{2 5} _{7 8}	^{2 5} _{7 9}	^{1 2} _{7 9}	4	3	6	^{2 5} ₉
^{2 5} ₈	3	1	² _{7 8}	4	9	^{2 5} _{8 6}	^{2 5} ₈	^{2 5} ₆
⁴ ₈	^{7 8 9}	6	^{2 3} _{7 8}	5	^{1 2 3} _{7 8}	² _{8 9}	^{1 2 3} _{4 8}	^{2 3} _{4 9}
^{2 5} _{4 8}	^{5 8 9}	^{2 5} _{4 8 9}	^{2 3} ₈	^{1 2 3} ₈	^{1 2 3} _{6 8}	7	^{1 2 3} _{4 5 8}	^{2 3} _{4 5 6 9}

Lösungsstrategie – Beispiel

Cleveres Durchprobieren aller Möglichkeiten:

- 1 Wir wählen ein leeres Feld mit *möglichst wenigen* Hilfszahlen, damit wir weniger durchprobieren müssen.
- 2 Wir probieren der Reihe nach die möglichen Ziffern durch. Starte mit der **1**.
- 3 Auf das modifizierte Sudoku wenden wir wieder rekursiv unsere Strategie an.

7	^{5 6} _{8 9}	^{5 3} _{8 9}	1	^{2 3} ₉	^{2 3} ₈	^{2 6} ₅	^{4 5} ₃	^{4 5 3} ₆
^{1 3} ₅	4	^{5 3} ₉	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} ₅	^{2 6} ₅	^{2 3} ₅	8
^{5 3} ₈	2	^{5 3} ₈	^{4 5 3} _{7 8}	6	^{5 3} _{7 8}	1	9	^{4 5 3} ₇
6	^{1 5} ₈	^{4 5 3} ₈	^{2 3} _{5 9}	^{1 2 3} ₉	^{1 2 3} ₅	^{2 5} _{8 9}	7	^{2 5} ₉
9	⁵ ₇	^{2 5 3} ₇	6	8	^{2 3} _{7 5}	4	^{2 5} ₃	1
^{1 2} _{5 8}	^{1 5} _{7 8}	^{2 5} _{7 8}	^{2 5} _{7 9}	^{1 2} _{7 9}	4	3	6	^{2 5} ₉
^{2 5} ₈	3	1	² _{7 8}	4	9	^{2 5 6} ₈	^{2 5} ₈	^{2 5 6} ₉
⁴ ₈	^{7 8 9} ₆	^{2 3} _{7 8}	5	^{1 2 3} _{7 8}	² _{8 9}	^{1 2 3} _{4 8}	^{2 3} _{4 9}	
^{4 5} ₈	⁵ _{8 9}	^{4 5} _{8 9}	^{2 3} ₈	^{1 2 3} ₈	^{1 2 3} ₆	7	^{1 2 3} _{4 5 8}	^{2 3} _{4 5 6 9}

Cleveres Durchprobieren aller Möglichkeiten:

- 1 Wir wählen ein leeres Feld mit *möglichst wenigen* Hilfszahlen, damit wir weniger durchprobieren müssen.
- 2 Wir probieren der Reihe nach die möglichen Ziffern durch. Starte mit der **1**.
- 3 Auf das modifizierte Sudoku wenden wir wieder rekursiv unsere Strategie an.
usw. . .

7	⁶ _{8 9}	³ _{5 8 9}	1	^{2 3} ₉	^{2 3} _{5 8}	^{2 3} _{5 6}	^{2 3} _{4 5}	^{2 3} _{4 5 6}
^{1 3} ₅	4	³ _{5 9}	^{2 3} _{5 9}	^{2 3} _{7 9}	^{2 3} _{5 7}	^{2 3} _{5 6}	^{2 3} ₅	8
³ _{5 8}	2	³ _{5 8}	^{4 5} _{7 8}	6	^{5 3} _{7 8}	1	9	^{4 5} ₇
6	¹ ₈	^{2 3} _{4 8}	^{2 3} _{5 9}	^{1 2 3} ₉	^{1 2 3} ₅	^{2 3} _{8 9}	7	² _{5 9}
9	5	^{2 3} ₇	6	8	^{2 3} ₇	4	²	1
^{1 2} ₈	¹ _{7 8}	² _{7 8}	^{2 3} _{7 9}	^{1 2} _{7 9}	4	3	6	^{2 3} _{5 9}
^{2 3} _{5 8}	3	1	² _{7 8}	4	9	^{2 3} _{5 6}	^{2 3} _{5 8}	^{2 3} _{5 6}
⁴ ₈	² _{7 8 9}	6	^{2 3} _{7 8}	5	^{1 2 3} _{7 8}	² _{8 9}	^{1 2 3} _{4 8}	^{2 3} _{4 9}
^{2 3} _{4 5 8}	² _{8 9}	^{4 5} _{8 9}	^{2 3} ₈	^{1 2 3} ₈	^{1 2 3} ₆	7	^{1 2 3} _{4 5 8}	^{2 3} _{4 5 6 9}

Cleveres Durchprobieren aller Möglichkeiten, etwas formaler:

Strategie solve

- 1 Wähle ein freies Feld (r, c) mit möglichst wenigen Hilfszahlen.
- 2 Für alle möglichen Ziffern d in Feld (r, c) :
 - a) Setze Ziffer d in Feld (r, c) und passe Hilfszahlen an.
 - b) Wende (rekursiv) die Strategie `solve` an.
Wenn das erfolgreich war, sind wir **fertig** und melden den Erfolg zurück.
 - c) Mache Schritt a) rückgängig.
- 3 Wenn wir hier landen, waren wir nicht erfolgreich.
Melde den Misserfolg zurück.

- **Rekursionstiefe:** Anzahl der freien Felder (`numEmpty`)
- **Verzweigungsgrad:** Anzahl der möglichen Ziffern in der jeweiligen Stufe

Lösungsstrategie (2)

Strategie `bool solve (int numEmpty)`

- 0 Falls `numEmpty==0`, melden wir Erfolg/Misserfolg zurück.
- 1 Wähle ein freies Feld (r, c) mit möglichst wenigen Hilfszahlen.
`getNextCell(r, c);`
- 2 Für alle möglichen Ziffern d in Feld (r, c) :
 - a) Setze Ziffer d in Feld (r, c) und passe Hilfszahlen an.
`setDigit(r, c, d);`
 - b) Wende (rekursiv) die Strategie `solve` an.
`bool success= solve(numEmpty-1);`
Wenn das erfolgreich war, sind wir **fertig** und melden den Erfolg zurück.
`if (success) return true;`
 - c) Mache Schritt a) rückgängig.
`unsetDigit(r, c);`
- 3 Wenn wir hier landen, waren wir nicht erfolgreich.
Melde den Misserfolg zurück. `return false;`

Klasse für den Sudokulöser

```
class SudokuSolver {
private:
    Sudoku&                Sudo;
    vector<possibleDigits> pdRow, pdCol, pdSqr;
                          // jeweils 9 Eintraege
public:
    SudokuSolver( Sudoku& S);

    void getNextCell (int& r, int& c) const;

    possibleDigits getPossible( int r, int c) const;

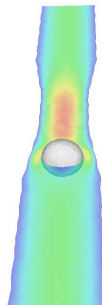
    void  setDigit (int r, int c, int digit);
    void unsetDigit (int r, int c);

    bool solve (int numEmpty);
};
```

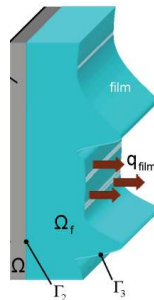
- **Simulation** von Strömungen kennt jeder: Wetterbericht
- andere Anwendungen: z.B. virtuelle Crashtests in der Automobilindustrie, Umströmung von Flugzeugen (virtueller Windkanal)
- Mein Forschungsgebiet: Simulation von **Zweiphasenströmungen**
 - Entwicklung numerischer Methoden
 - Analyse (Satz - Beweis)
 - Implementierung
→ Programmpaket DROPS



www.igpm.rwth-aachen.de/DROPS/



Levitierter Tropfen



Fallfilm

Zweiphasenströmungen in der Verfahrenstechnik



Extraktionskolonne (flüssig-flüssig)

- Stofftransport: aufsteigender Tropfenschwarm \leftrightarrow umgebende Flüssigkeit
- *Anwendung*: thermisch schonende Stofftrennung, z.B. Vitaminherstellung

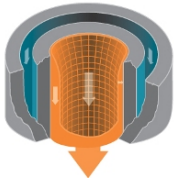


Zweiphasenströmungen in der Verfahrenstechnik



Extraktionskolonne (flüssig-flüssig)

- Stofftransport: aufsteigender Tropfenschwarm \leftrightarrow umgebende Flüssigkeit
- *Anwendung*: thermisch schonende Stofftrennung, z.B. Vitaminherstellung



Fallfilm (flüssig-gasförmig)

- dünner Film an Rohrwand, Heizung/Kühlung von außen
- *Anwendung*: Fruchtsaftkonzentration, ESL-Milch, alkoholfreies Bier



Interdisciplinary research project **SFB 540** with chemical engineers

Topic: **Modeling** of interfacial phenomena in multi-phase flows.

⇒ better design of chemical engineering plants

Measurements \longleftrightarrow Inverse Problems \longleftrightarrow Numerical Simulation

SFB 540 — computational engineering science

Interdisciplinary research project **SFB 540** with chemical engineers

Topic: **Modeling** of interfacial phenomena in multi-phase flows.

⇒ better design of chemical engineering plants

Measurements



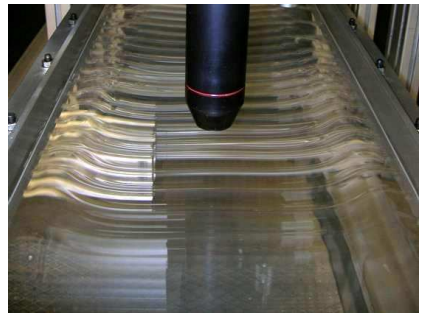
Inverse Problems



Numerical Simulation



levitated droplet, NMR measurements
of velocities

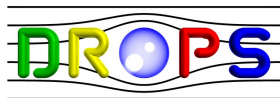
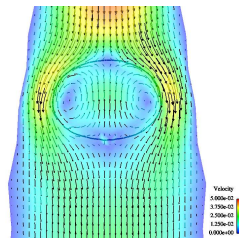


falling film, measurements of film
thickness (CCI), velocities (PIV), ...

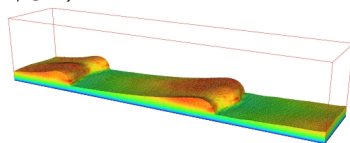
Numerical simulation of droplet and film systems

DROPS package, under development:

- 3D instationary Navier-Stokes (incompressible), Low Reynolds numbers
- **FE discretization** (Hood-Taylor) on tetrahedral grids
- adaptive **multilevel refinement**
- interface capturing: **level set** technique
- enhanced numerical treatment of surface tension: **pressure XFEM, Laplace-Beltrami**
- velocity XFEM for large viscosity jumps (liquid/gas)



www.igpm.rwth-aachen.de/DROPS/



FE simulation in 3D:

- typical problem size n : $10^5 - 10^8$
- uniform refinement: problem size n increased by factor 8
- solution of large sparse linear systems of equations

$$\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b}, \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \vec{x}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$$

- big computational and memory effort

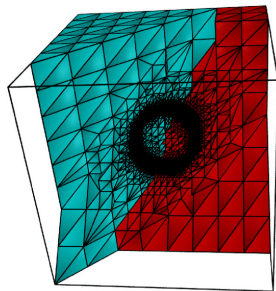
⇒ strategies:

a) reduce computational effort

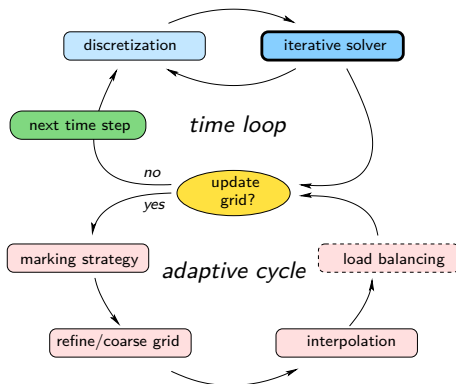
- **adaptivity**: reduce problem size n
- efficient methods, e.g. **multigrid** solvers:
 $\mathcal{O}(n)$

b) distribute computational load

- **parallelization**: MPI (distributed mem.),
OMP (shared mem.)



Adaptive cycle



per time step

- most time consuming part: iterative solver
- coupling of flow and interface tracking: frequent discretization updates

Adaptivity

- refinement zone around interface
- update grid, if interface has moved too far

DROPS software structure

