Periodo del Péndulo

Reyna Cornelio

25 febrero 2016

En esta actividad se trabajará el caso de oscilaciones pequeña, el periodo del péndulo que solo depende de la longitud l dada por la expresión.
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Cuando el ángulo inicial del péndulo es mayor a un rádian la ecuación que se usa para estimar el periodo que se vio anteriormente ya no nos es del todo útil. Sin embargo, podemos calcular el período de la ecuación, partiendo del método de energía:
$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{l}{2g}}\frac{1}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}}$

quedando la integral para un ciclo entero, se puede expresar como:
$4T = (\theta_0 \to \theta)$
por lo tanto, obtenemos: $T = 4\sqrt{\frac{l}{2g}} \int_0{}_0^\theta \frac{1}{\cos\theta - \cos\theta_0} d\theta$
Si reescribimos en términos de integrales elípticas

$T = \sqrt{\frac{l}{g}} F\left(\frac{\theta_0}{2}, \csc\frac{\theta_0}{2}\right)\csc\frac{\theta_0}{2}$ Donde F es la integral elíptica incompleta de primera clase, la cual se define:
$F(\varphi, \kappa) = \int_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 u}}$

Solución polinomio de Legendre

Dada la expresión anterior y el polinomio de Legendre, podemos obtener una solución de la forma

$$K(\kappa) = \frac{\pi}{2}\left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \kappa^2 + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 \kappa^4 + \cdots \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\right]^2 \kappa^{2n} + \cdots\right.$$

A continuación se muestra el código del la aproximación y del error que se tiene.

```
import numpy as np
from scipy import integrate
import matplotlib.pyplot as plt

fig =plt.figure()
xA = []
yA = []
xB = []
yB = []

i = 0
while (i <= 90):
    i = i+1
    Ang = (i*np.pi)/180
    f = lambda x: 1/np.sqrt(np.cos(x)-np.cos(Ang))
    F, erri = integrate.quadrature(f, 0, Ang, maxiter=100)
    T = 4 * np.sqrt(0.8/9.8)*(1/np.sqrt(2))*F
    Ths = 2*np.pi*np.sqrt(0.8/9.8)
    T = T/Ths
    xA.append(i)
    yA.append(T)

    f = lambda z: 1/np.sqrt(np.cos(z)-np.cos(Ang))
    F, erri = integrate.quad(f,0,Ang)
    T = 4*np.sqrt(0.8/9.8)*(1/np.sqrt(2)*F)
    T = T/Ths
    xB.append(i)
    yB.append(T)

plt.plot(xA,yA, 'm')
plt.plot(xB,yB, 'b')
```

```
plt.xlabel(r'\textit{\' Desviación del valor real y la aproximació}', fontsize=10)
plt.ylabel(r'\textit{periodo }', fontsize=10)

plt.show()
```