MP-273: Exercício computacional 1

Reynaldo Lima

Maio de 2021

Questão 1

A entrada:

$$\mathbf{u} = -\left(\frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}} B\right)^{-1} \left(\left(\mathbf{C} + \frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_1}}\right)\mathbf{f_1} + \frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}}\mathbf{f_2} - \dot{\mathbf{P}}(t)\sigma(0) + \kappa \frac{\mathbf{s}}{||\mathbf{s}||}\right), \tag{1}$$

em que:

$$\kappa > \rho^* := \left|\left|\frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}}\mathbf{B}\right|\right|. \tag{2}$$

Usando a função:

$$V(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{s}^T\mathbf{s}}{2}, \tag{3}$$

logo:

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T\left(\left(\mathbf{C} + \frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_1}}\right)\mathbf{f_1} + \frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}}\left(\mathbf{f_2} + \mathbf{B}(\mathbf{u} + \mathbf{d})\right) - \dot{\mathbf{P}}(t)\sigma(0)\right) \tag{4}$$

substituindo a entrada proposta:

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\left(-\kappa\frac{\mathbf{s}}{||\mathbf{s}||} + \frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}}\mathbf{Bd}\right), \tag{5}$$

logo, vale (usando na segunda desigualdade que $|| < A, B > || \leq ||A||||B||$:

$$\dot{V} \leq -\kappa||\mathbf{s}|| + \left|\mathbf{s}^T\frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}}\mathbf{Bd}\right| \leq -||\mathbf{s}||\left(\kappa - \left|\left|\frac{\partial \mathbf{f_1}}{\partial \mathbf{x_2}}\mathbf{B}\right|\right|\right). \tag{6}$$

De (2), tem-se que $\dot{V} < 0$, $\forall t > 0$ e, desse modo, conclui-se que haverá um movimento deslizante em $\mathcal{S}$.

Reaching Sliding mode

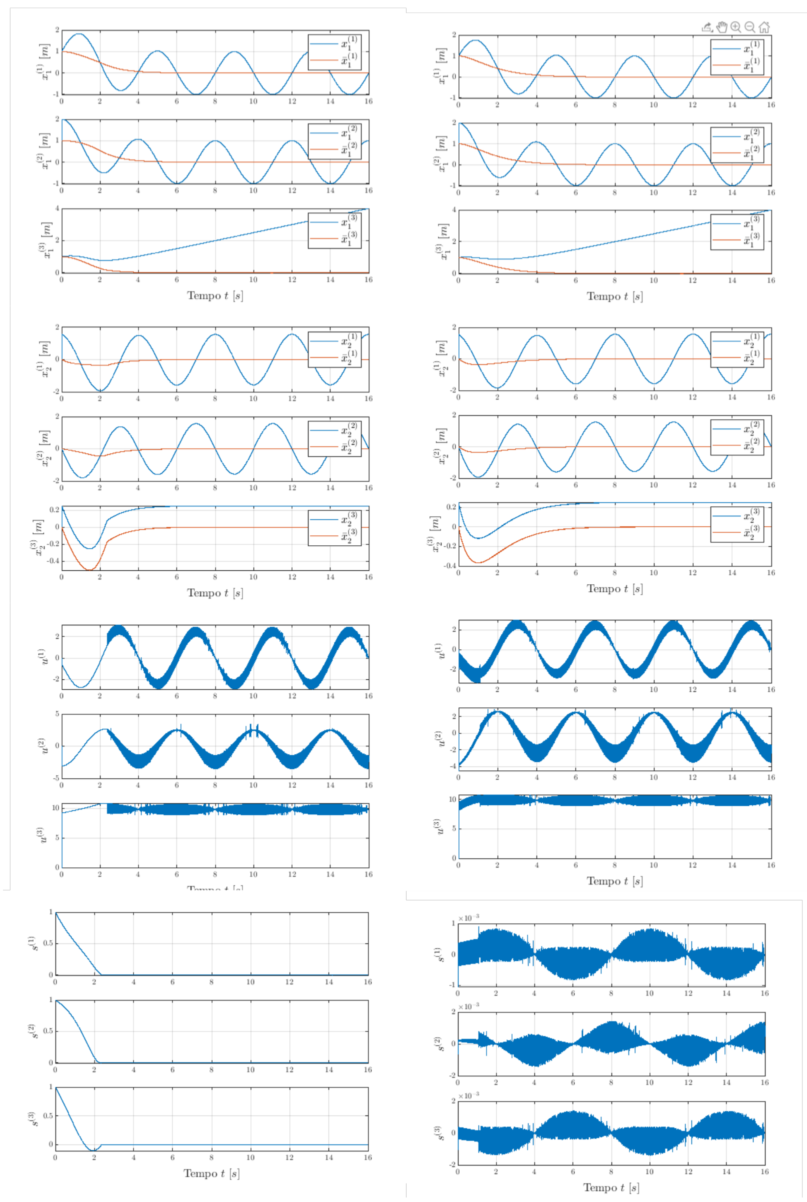

Figure 1: Aplicação de controle com e sem sliding mode.

Questão 2

Reproduzindo o exemplo da semana anterior, com posição inicial diferente ($\mathbf{x_1} = [1, 1, 1]^T$) e comparar os controles com e sem sliding mode.

A figura 1 mostra como sem a aplicação do sliding mode control, há uma distinção na resposta inicial até $s = 0$. Como o sliding mode torna $s = 0$ em todos os momentos (fora os erros de aproximação), não há mais a região de reaching.