

## **ABSTRAK**

Tangki air dapat kita temukan di seluruh pelosok yang ada di dunia, namun seberapa baik mereka dirancang? Pada kali ini, kita mempelajari tentang bentuk tangki yang optimal untuk menemukan waktu pengosongan tangki yang tercepat. Khususnya, kita membandingkan efisiensi antara pengosongan beberapa bentuk tangki air yang mempunyai volume dan tinggi yang sama. Pada awalnya kita akan menentukan terlebih dahulu fungsi untuk melakukan pengosongan air sebagai fungsi dari volume dan tinggi tangki lalu digunakan untuk menghitung waktu pengosongan untuk beberapa bentuk model tangki. Kemudian muncul suatu hipotesis, apakah ada bentuk tangki yang dapat meminimalkan waktu pengosongannya sesuai dengan penjelasan sebelumnya. Selain itu, dilakukan peninjauan juga untuk beberapa bentuk gabungan tangki untuk lebih mempelajari tentang bagaimana bentuk tangki yang seharusnya dibuat agar pengosongan menjadi lebih optimum.

**Kata kunci :** Tangki air, Bentuk, Waktu Pengosongan

## **MOTIVASI**

Motivasi kami dalam mengerjakan hal ini adalah dari rasa ingin tahu tentang bentuk tangki air yang selama ini sering kita lihat dalam keseharian kita namun tidak banyak orang yang tau esensi dari bentuk tangki air tersebut. Diharapkan dalam mengerjakan tugas ini, dapat ditemukan bentuk tangki air yang baru sehingga waktu pengosongan air menjadi lebih cepat dengan biaya minimum dan penemuan lainnya dalam ranah tangki air yang ada di nusantara ini

## DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	ii
MOTIVASI.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR GAMBAR.....	vi
BAB I	PENDAHULUAN.....1
	1.1 LATAR BELAKANG.....1
	1.2 DESKRIPSI MASALAH.....2
	1.3 ASUMSI.....3
	1.4 RUMUSAN MASALAH.....4
	1.5 TUJUAN.....4
BAB II	DASAR TEORI.....5
	2.1 HUKUM TORICELLI.....5
BAB III	HASIL DAN PEMBAHASAN.....7
	3.1 VARIABEL DAN PARAMETER.....7
	3.2 PERUMUSAN MODEL.....7
	3.2.1 WAKTU PENGOSONGAN.....7
	3.3 BENTUK SEDERHANA.....9
	3.3.1 BENTUK <i>CYLINDER</i> .....9
	3.3.2 BENTUK <i>CONE</i> .....9
	3.3.3 BENTUK <i>FRUSTUM OF CONE</i> .....10
	3.3.4 BENTUK <i>SPHEROID</i> .....11
	3.4 BENTUK KOMPOSIT.....11
	3.4.1 BENTUK KOMPOSIT I.....11
	3.4.2 BENTUK KOMPOSIT II.....12
	3.4.3 BENTUK KOMPOSIT III.....13
	3.5 WAKTU PENGOSONGAN BERBAGAI BENTUK TANGKI.....14
	3.5.1 WAKTU PENGOSONGAN TANGKI BENTUK <i>CYLINDER</i> .....14
	3.5.2 WAKTU PENGOSONGAN TANGKI BENTUK <i>CONE</i> .....15

3.5.3	WAKTU PENGOSONGAN TANGKI BENTUK <i>SPHEROID</i> . . . . .	15
3.5.4	WAKTU PENGOSONGAN TANGKI BENTUK KOMPOSIT I. . . . .	16
3.5.5	WAKTU PENGOSONGAN TANGKI BENTUK KOMPOSIT II. . . . .	17
3.5.6	WAKTU PENGOSONGAN TANGKI BENTUK KOMPOSIT III. . . . .	18
3.6	BENTUK TANGKI DENGAN K TERKECIL. . . . .	19
BAB IV	KESIMPULAN DAN SARAN. . . . .	22
4.1	KESIMPULAN. . . . .	22
4.2	SARAN. . . . .	22
REFERENSI.	. . . . .	24
LAMPIRAN.	. . . . .	25

## DAFTAR GAMBAR

GAMBAR	1	Ilustrasi Tangki Air. ....	5
	2	Ilustrasi Pengaruh Ketinggian $h$ Terhadap Laju Keluar Air. ....	6
	3	Tangki Berbentuk <i>Cylinder</i> . ....	9
	4	Tangki Berbentuk <i>Cone</i> . ....	10
	5	Tangki Berbentuk <i>Frustum of Cone</i> . ....	10
	6	Tangki Berbentuk <i>Spheroid</i> . ....	11
	7	Tangki Berbentuk Komposit I. ....	12
	8	Tangki Berbentuk Komposit II. ....	12
	9	Tangki Berbentuk Komposit III. ....	13
	10	Hasil Simulasi Matlab Dengan $n = 25$ . ....	20
	11	Hasil Simulasi Matlab Dengan $n = 100$ . ....	20
	12	Bentuk Tangki Dengan Nilai $k$ Terkecil. ....	21
	13	Tangki Berbentuk <i>Circularly Symmetric</i> . ....	22
	14	Sumur. ....	25
	15	<i>Cistern</i> . ....	26
	16	Tangki Air. ....	26
	17	Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 1. ....	26
	18	Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 2. ....	27
	19	Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 3. ....	27
	20	Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 4. ....	27
	21	Bentuk Tangki Air di Insitut Teknologi Bandung. ....	28

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Dalam kelangsungan hidupnya, makhluk hidup terkhususnya manusia tidak lepas dari kebutuhannya akan air. Minum, memasak, sanitasi, dan menyiram tanaman adalah beberapa dari sekian banyak keperluan yang melibatkan air. Dalam *World Water Day* 2001, Sekretaris Jendral *United Nations*, Koffi Annan menyatakan bahwa kebutuhan akan air bersih adalah kebutuhan mendasar manusia, yang kemudian menjadi hak dasar manusia.

Dengan berkembangnya populasi manusia, kebutuhan air kemudian juga meningkat. Sementara itu, sumber air terbatas, dan tidak seluruh lingkungan tempat tinggal manusia dekat dengan sumber air. Untuk memenuhi seluruh kebutuhan air tersebut, dan dengan sumber air yang tidak bisa diakses secara langsung oleh manusia, diperlukan penampungan dari air itu sendiri.

Sejarah perkembangan penampungan air dimulai dari peradaban Lembah Indus pada 3000-1500 SM. Pada masa tersebut mereka membangun sumur yang terinspirasi dari struktur yang terjadi secara alami. Mereka kemudian mengadopsi dan merancang sumur buatan yang berbahan butiran, kayu, dan batu. Namun, pada saat itu, ditemukan kekurangan dari sumur tersebut terkait kontaminasi dari kotoran hewan dan alga.

Kemudian, sistem penampungan tersebut diterapkan di berbagai peradaban. Kemudian istana-istana dan biara-biara melakukan modifikasi pada sistem penampungan airnya. Mereka membangun waduk sebagai gantinya. Tidak seperti sumur biasa, waduk didesain di bawah tanah dan tertutup, sehingga dapat mengurangi permasalahan kebersihan air pada penampungan air sebelumnya.

Seiring perkembangan teknologi, manusia kemudian menciptakan tangki air. Berbeda dari penampungan air sebelumnya, tangki air hanya mengandalkan gravitasi untuk mengalirkan air dari penampungan, sehingga hemat daya. Tangki air juga dibuat tertutup dan dirancang terletak lebih tinggi, sehingga juga mampu menjawab permasalahan kebersihan air. Selain itu, tangki air umumnya dibentuk cukup besar. Walaupun tidak sebesar sumur dan waduk, namun cukup untuk satu hingga beberapa keluarga, sehingga bisa dikatakan cukup.

Tangki air yang ada pun didesain dengan berbagai bahan dan bentuk, dengan kelebihan masing masing.

Pada kenyataannya, kebutuhan air manusia pada masa kini relatif tidak bersifat konstan. Umumnya, manusia beraktivitas dari pagi hingga sore hari, sehingga di pagi harinya, kebutuhan air sangat tinggi, baik untuk keperluan mandi, mencuci, minum, dan berbagai kebutuhan lainnya, yang kemudian kita sebut dengan *peak season*. Sementara itu, di malam hari kebutuhan manusia akan air cenderung rendah, karena umumnya manusia beristirahat sehingga tidak melibatkan banyak air. Sehingga, di pagi hari, diperlukan pengaliran air yang lebih tinggi untuk menjawab kebutuhan air pada saat tersebut.

Menimbang kebutuhan air yang tidak konstan dan cenderung tinggi di pagi hari, maka diperlukan desain tangki air yang dapat menjawab pemenuhan air pada tiap waktu. Diperlukannya desain tangki air yang mampu mengalirkan air secepat mungkin agar setiap kebutuhan air pada tiap waktu terpenuhi dengan baik. Sehingga, setiap orang dapat memanfaatkan air secara bersamaan guna mengefisienkan waktu.

Dari permasalahan tersebut, kemudian kita bisa melihat berbagai bentuk tangki. Ada yang tabung, bola, kerucut, dan berbagai bentukan lainnya. Namun untuk menjawab permasalahan sebelumnya, pertanyaannya adalah “Bentuk mana yang dapat mengalirkan air paling cepat?”. Selain itu, terdapat fenomena unik, yakni corong pengaliran minyak, yang umumnya digunakan pedagang minyak tanah. Dari fenomena tersebut, kemudian dapat dibangun hipotesis, “Apakah bentuk serupa dapat membentuk tangki yang dapat mengalirkan air paling cepat?”. Maka dari itu, dalam tulisan ini, penulis akan melakukan pemodelan untuk menentukan bentuk tangki yang dapat mengalirkan air paling cepat.

## **1.2 Deskripsi Masalah**

Manusia dalam kehidupannya tidak akan terlepas dari kebutuhannya dengan air. Untuk memenuhi kebutuhan air manusia pada zaman sekarang, dengan lingkungan tempat tinggal umumnya tidak dekat dengan sumber air, mengharuskan kita untuk membuat penampung air. Adapun penampung air yang baik yang sesuai dengan kebutuhan manusia pada masa ini adalah yang memiliki daya tampung besar, higienis, dan hemat daya. Sifat-sifat tersebut sudah terpenuhi dengan ditemukannya tangki air, yang berkapasitas cukup besar,

higenis karena tangki air tertutup dan terletak di atas tanah, dan hemat daya karena memanfaatkan gravitasi dalam pengaliran air . Namun, dengan kecendrungan manusia yang beraktivitas di pagi hingga siang hari, membuat kebutuhan akan air juga cenderung pada saat-saat tertentu. Untuk itu, penampung air ternyata juga harus mampu menjawab permasalahan pemenuhan pada *peak season*. Sehingga, diperlukan pula penampung air, yang dalam kasus ini tangki air, yang dapat mengalirkan air paling cepat atau dengan waktu pengosongan paling singkat. Dalam tulisan ini, akan ditentukan desain bentuk tangki air yang dapat memberikan waktu pengosongan paling singkat. Sehingga, dengan desain bentuk tersebut dapat menjawab permasalahan pemenuhan kebutuhan air pada waktu kebutuhan air tinggi atau *peak season*.

### 1.3 Asumsi

Adapun asumsi yang digunakan dalam mengerjakan penelitian ini adalah :

1. Pergerakan diasumsikan pada 2 dimensi.

Pergerakan diasumsikan pada 2 dimensi ditujukan agar mempermudah dalam mengerjakan penelitian ini dan dapat menggunakan hukum toricelli sebagai salah satu langkah dalam merumuskan model.

2. Fluida yang digunakan adalah air ( $H_2O$ )

Fluida yang digunakan adalah air agar proses pembanding dari segi fluida sama.

3. Bahan tangki yang digunakan sama

Interaksi dapat terjadi antara air dengan bahan tangki yang mungkin akan memengaruhi waktu pengosongan tangki. Untuk meminimalisir faktor ini ketika kita menggunakan dua bahan tangki yang berbeda, maka digunakan bahan tangki yang sama.

4. Gaya gesek diabaikan

Air yang keluar dari tangki mungkin akan bergesekan dengan udara yang ada di sekitarnya. Hal ini dapat mengganggu laju keluar air dari tangki sehingga perhitungan secara teoritis akan menjadi kurang akurat.

5. Diameter lubang tempat keluar air sama

Laju keluar air akan dipengaruhi oleh diameter lubang pada tangki, oleh karena itu untuk meminimalisir faktor ini ketika digunakan diameter yang beragam untuk tiap



bentuk tangki, digunakan diameter lubang keluar air yang sama untuk setiap bentuk tangki.

6. Volume air dalam penampang sama

Misalkan tangki air berisi penuh, maka volume air yang digunakan disini sama dengan volume tangki. Untuk mudah dalam membandingkan waktu pengosongan tangki, maka digunakan volume air dalam penampang yang sama.

7. Tinggi tangki sama

Tinggi tangki yang sama agar hukum toricelli yang berlaku untuk menghitung kelajuan air akan sama.

8. Lubang terletak di dasar tangki

Lubang terletak di dasar tangki agar ketika waktu pengosongan tangki dapat dibandingkan ketika tangki sudah kosong.

#### **1.4 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah, dapat dirumuskan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana model waktu pengosongan pada tangki air?
2. Bagaimana bentuk tangki yang dapat membuat waktu pengosongan tangki paling cepat?

#### **1.5 Tujuan**

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah untuk :

1. Menentukan model waktu pengosongan pada tangki air
2. Menentukan bentuk tangki yang dapat membuat waktu pengosongan tangki paling cepat

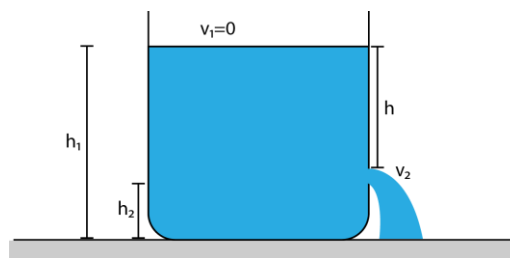
## BAB II

### TEORI DASAR

#### 2.1 Hukum Toricelli

Toricelli menunjukkan bahwa tingi air tidak bergantung pada apapun kecuali pada beratnya yang dibandingkan dengan berat udara. Hal ini membuktikan bahwa fluida apapun akan mencapai ketinggian tertentu bergantung pada berat relatifnya yang dibandingkan dengan udara

Toricelli mengatakan bahwa kelajuan fluida menyembur dari lubang yang terletak pada jarak  $h$  di bawah permukaan fluida dalam tangki sama seperti kelajuan yang akan diperoleh benda yang jatuh bebas pada ketinggian  $h$ .



**Gambar 1. Ilustrasi Tangki Air**

Untuk menunjukkan hokum Toricelli diberikan contoh ilustrasi di atas. Misalkan sebuah tangki dengan luas penampang  $A_1$  diisi fluida sampai kedalaman  $h_1$ . Ruang di atas fluida berisi udara dengan tekanan  $P_1$ . Pada tangki terdapat sebuah lubang kecil dengan luas  $A_2$  (Dengan  $A_2$  jauh lebih kecil daripada  $A_1$ ) dan fluida dapat menyembur keluar dari lubang tersebut. Kita tetapkan titik 1 di permukaan atas fluida dengan kelajuan aliran air di titik tersebut adalah  $v_1$  dan titik 2 berada pada lubang tangki dengan kelajuan aliran air di titik tersebut adalah  $v_2$ . Tekanan pada titik 2 yaitu  $P_2 = P_0$  sebab pada titik 2 berhubungan dengan atmosfer (udara luar). Dengan menggunakan persamaan Bernoulli kita peroleh

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Karena  $P_2 = P_0$ , maka persamaan menjadi

$$\begin{aligned}
 P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 &= P_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \\
 (P_1 - P_0) + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 &= \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \\
 (P_1 - P_0) + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g(h_1 - h_2) &= \frac{1}{2}\rho v_2^2
 \end{aligned}$$

Kalikan kedua ruas dengan  $\frac{2}{\rho}$  sehingga diperoleh

$$\frac{2(P_1 - P_0)}{\rho} + v_1^2 + 2g(h_1 - h_2) = v_2^2$$

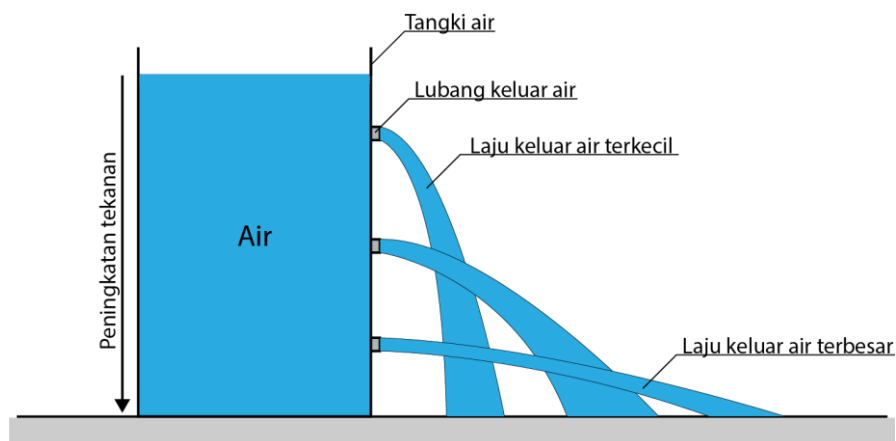
Karena  $A_2$  jauh lebih kecil daripada  $A_1$ , maka  $v_1^2$  sangat kecil dibandingkan dengan  $v_2^2$  sehingga  $v_1$  dapat diabaikan. Sehingga diperoleh

$$\frac{2(P_1 - P_0)}{\rho} + 2g(h_1 - h_2) = v_2^2$$

Jadi kelajuan  $v_2$  bergantung pada  $P_2 - P_0$  dan misal  $h = h_2 - h_1$ . Apabila bagian atas tangki dibuka ke atmosfer, maka  $P_1 = P_0$  sehingga  $P_1 - P_0 = 0$ . Maka menjadi

$$\begin{aligned}
 v_2^2 &= 2g(h_1 - h_2) \\
 v_2 &= \sqrt{2gh}
 \end{aligned}$$

Adapun pengaruh ketinggian  $h$  terhadap kelajuan keluar air  $v_2$  dapat diilustrasikan sebagai berikut



Gambar 2. Ilustrasi Pengaruh Ketinggian  $h$  Terhadap Laju Keluar Air

## BAB III

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Variabel dan Parameter

Adapun variabel dan parameter yang digunakan dalam pemodelan ini adalah sebagai berikut :

- $V$  : Volume tangki
- $H$  : Ketinggian tangki
- $T^*$  : Waktu pengosongan tangki berdasarkan kecepatan sesaat diawal
- $T$  : Waktu pengosongan tangki berdasarkan kecepatan sesaat pada waktu tertentu
- $A$  : Luas permukaan tangki dalam tinggi
- $S$  : Luas lubang tangki
- $R$  : Jari – jari penampang
- $\alpha$  : Konstanta viskositas fluida
- $g$  : Percepatan gravitasi bumi
- $v$  : Laju keluar air
- $k$  : *Outflow rate* ( $T/T^*$ ), dengan  $k > 1$

#### 3.2 Perumusan Model

##### 3.2.1 Waktu Pengosongan

Perhatikan bahwa perubahan volume dalam selang waktu tertentu dapat didekati dengan

$$\begin{aligned}\Delta V &\approx Sv(h)\Delta t \\ \Rightarrow A(h)\Delta h &\approx Sv(h)\Delta t\end{aligned}\quad (1)$$

Persamaan tersebut kemudian dapat dibentuk menjadi persamaan diferensial

$$h' = -\frac{S}{A(h)}v(h) \quad \dots \quad (2)$$

Dengan  $v$  yang didapat dari Hukum Toricelli, yakni

$$v(h) = \sqrt{2gh} \quad \dots \quad (3)$$

Sedikit berbeda dengan Hukum Toricelli, pada kenyataannya persamaan (3) sangat dipengaruhi jenis fluida yang digunakan, sehingga di sini digunakan ukuran viskositas sehingga persamaan menjadi

$$v(h) = \alpha\sqrt{gh} \quad \dots \quad (4)$$

Pada kondisi tangki penuh, yakni ketika tinggi air mencapai  $H$ , kecepatan awal  $v_0$  memenuhi persamaan

$$v_0 = v(H) = \alpha\sqrt{gH}$$

Sehingga, menurut kondisi awal, waktu yang dibutuhkan untuk mengosongkan tangki tersebut adalah

$$T^* = \frac{V}{Sv_0} = \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} \quad \dots \quad (5)$$

Berdasarkan Hukum Toricelli, seiring dengan ketinggian air yang berkurang, maka kecepatan keluarnya air juga semakin berkurang. Sehingga, waktu pengosongan dengan kecepatan sesaat pada ketinggian  $h < H$  yang kemudian dimisalkan dengan  $T$  akan lebih besar ketimbang dengan  $T^*$ , yang kemudian dapat dinyatakan dengan

$$T = kT^* = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}}, \quad k > 1 \quad \dots \quad (6)$$

Kemudian, tinjau persamaan waktu pengosongan. Substitusikan persamaan (4) pada persamaan (2) sehingga diperoleh

$$h' = -S\alpha\sqrt{g} \frac{\sqrt{h}}{A(h)} \quad \dots \quad (7)$$

Perhatikan bahwa saat  $t = 0 \rightarrow h = H$  dan saat  $t = T \rightarrow h = 0$ , sehingga dapat dirumuskan menjadi permasalahan nilai batas sebagai berikut

$$\int_h^H \frac{A(u)}{\sqrt{u}} du = S\alpha\sqrt{g}t \quad \dots \quad (8)$$

$$T = \frac{1}{S\alpha\sqrt{g}} \int_0^H \frac{A(h)}{\sqrt{h}} dh \quad \dots \quad (9)$$

Selanjutnya, tinjau nilai  $k$ . Perhatikan bahwa

$$V = \int_0^H A(h)dh \quad \dots \quad (10)$$

Berdasarkan persamaan (6), (9), dan (10), diperoleh

$$k(H) = \frac{TS\alpha\sqrt{gH}}{V} = \sqrt{H} \frac{\int_0^H (A(h)/\sqrt{h})dh}{\int_0^H A(h)dh} \quad (11)$$

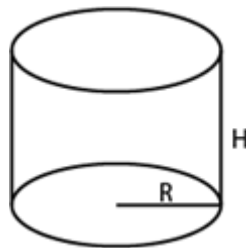
Selanjutnya kita akan mencari rumus untuk menghitung luas tangki, sehingga diperoleh

$$A(h) = \pi f^2(h) \quad (12)$$

Setelah mendapatkan fungsi  $k$ , selanjutnya kita akan mencoba menghitung nilai  $k$  untuk beberapa bentuk tangki air.

### 3.3 Bentuk Sederhana

#### 3.3.1 Bentuk *Cylinder*

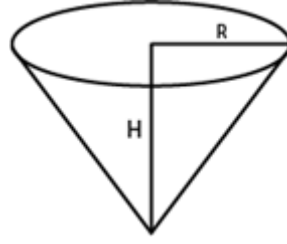


**Gambar 3. Tangki Berbentuk *Cylinder***

Misalkan tangki berbentuk *cylinder* yang mempunyai tinggi  $H$  dan jari – jari  $R$ , dengan  $R^2 = \frac{V}{\pi H}$ . Maka  $f(h) = R, 0 \leq h \leq H$ . Dengan persamaan (12) diperoleh nilai  $A(h) = \pi R^2$ . Maka dapat dicari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k = \frac{\sqrt{H} \int_0^H \pi R^2 h^{-\frac{1}{2}} dh}{\int_0^H \pi R^2 dh} = 2$$

#### 3.3.2 Bentuk *Cone*

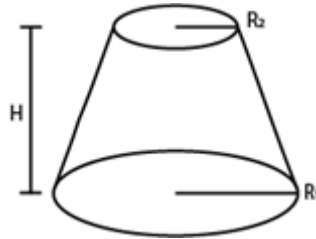


Gambar 4. Tangki Berbentuk Cone

Misalkan tangki berbentuk *cone* yang mempunyai tinggi  $H$  dan jari – jari  $R$ , dimana  $R^2 = \frac{3V}{\pi H}$ . Maka  $f(h) = \frac{R}{H}h, 0 \leq h \leq H$ . Dengan persamaan (12) diperoleh nilai  $A(h) = \pi \left(\frac{R}{H}\right)^2 h^2$ . Maka dapat dicari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k = \frac{\sqrt{H} \int_0^H \pi \left(\frac{R}{H}\right)^2 h^{\frac{3}{2}} dh}{\int_0^H \pi \left(\frac{R}{H}\right)^2 h^2 dh} = 1,2$$

### 3.3.3 Bentuk *Frustum of Cone*



Gambar 5. Tangki Berbentuk *Frustum of Cone*

Misalkan tangki berbentuk *frustum of cone* yang mempunyai jari – jari bawah  $R_1$  dan jari – jari atas  $R_2$  dengan tinggi  $H$ . Maka  $f(h) = a + bh$  dengan  $a = R_1$  dan  $b = \frac{R_2 - R_1}{H}$ . Dengan persamaan (12) diperoleh nilai  $A(h) = \pi(a + bh)^2$ . Maka dapat dicari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k = \frac{\sqrt{H} \int_0^H \pi(a^2 h^{-\frac{1}{2}} + 2abh^{\frac{1}{2}} + b^2 h^{\frac{3}{2}}) dh}{\int_0^H \pi(a^2 + 2abh + b^2 h^2) dh}$$

$$k = \frac{2a^2 H + (\frac{4}{3})abH^2 + (\frac{2}{5})b^2 h^3}{a^2 H + abH^2 + (\frac{1}{3})b^2 H^3}$$

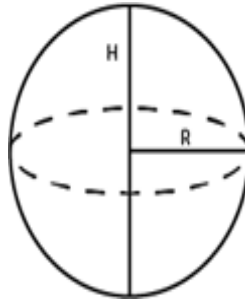
$$k = \frac{2R_1^2 + (\frac{4}{3})R_1(R_2 - R_1) + (\frac{2}{5})(R_2^2 - 2R_1 R_2 + R_1^2)}{R_1^2 + R_1(R_2 - R_1) + \frac{1}{3}(R_2^2 - 2R_1 R_2 + R_1^2)}$$

Setelah disederhanakan diperoleh

$$k = \frac{2}{5} \frac{8R_1^2 + 4R_1R_2 + 3R_2^2}{R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2}$$

Terlihat pada  $k$  tidak ada unsur  $H$ . Saat  $R_1 = 0$  dan  $R_2 \neq 0$ , kita mendapat tangki berbentuk *cone* dengan  $k = 1,2$ . Saat  $R_1 \neq 0$  dan  $R_2 = 0$ , kita mendapat tangki berbentuk *invers cone* dengan  $k = 3,2$ . Saat  $R_1 = R_2 \neq 0$ , kita mendapat tangki berbentuk *cylinder* dengan  $k = 2$ .

### 3.3.4 Bentuk *Spheroid*



Gambar 6. Tangki Berbentuk *Spheroid*

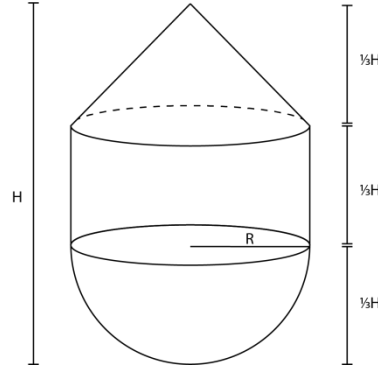
Misalkan tangki berbentuk *spheroid* dengan jari – jari  $R$  yang mempunyai volume  $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$ . Maka  $f^2(h) = \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right) R^2, 0 \leq h \leq H$ . Dengan persamaan (12) diperoleh nilai  $A(h) = \pi \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right) R^2, 0 \leq h \leq H$ . Maka dapat dicari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k(H) = \sqrt{H} \frac{\int_0^H \pi \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right) R^2 h^{-1/2} dh}{\int_0^H \pi \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right) R^2 dh} = \frac{1}{5} \frac{16H}{2H} = 1,6$$

## 3.4 Bentuk Komposit

### 3.4.1 Bentuk Komposit I





**Gambar 7. Tangki Berbentuk Komposit I**

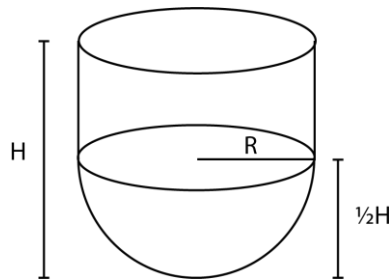
Tangki berbentuk komposit I merupakan bentuk tangki dengan *Hemispheroid* pada bagian bawah, *Cylinder* pada bagian tengah, dan *Invers Cone* pada bagian atas. Untuk menghitung efisiensi pengosongan tangki, kita dapat menggunakan  $f(h)$  yang ada pada sebelumnya. Maka  $f^2(h) = \left(1 - \frac{(h - \frac{H}{3})^2}{(\frac{H}{3})^2}\right) R^2$  jika  $0 \leq h \leq \frac{H}{3}$ ,  $f(h) = R$  jika  $\frac{H}{3} < h \leq \frac{2H}{3}$ ,  $f(h) = \frac{R}{H}(H - h)$  jika  $\frac{2H}{3} < h \leq H$ . Maka dengan persamaan (12) diperoleh

$$A(h) = \begin{cases} \pi \left(1 - \frac{(h - \frac{H}{3})^2}{(\frac{H}{3})^2}\right) R^2, & \text{jika } 0 \leq h \leq \frac{1}{3}H \\ \pi R^2, & \text{jika } \frac{1}{3}H < h \leq \frac{2}{3}H \\ \pi \left(\frac{R}{H}(H - h)\right)^2, & \text{jika } \frac{2}{3}H < h \leq H \end{cases}$$

Maka kita dapat mencari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k(H) = \frac{\sqrt{H} \left( \int_0^{\frac{H}{3}} \left( \pi \left(1 - \frac{(h - \frac{H}{3})^2}{(\frac{H}{3})^2}\right) R^2 h^{-1/2} \right) dh + \int_{\frac{H}{3}}^{\frac{2H}{3}} (\pi R^2 h^{-1/2}) dh + \int_{\frac{2H}{3}}^H \pi \left( \frac{R}{H}(H - h) \right)^2 h^{-1/2} dh \right)}{\int_0^{\frac{H}{3}} \left( \pi \left(1 - \frac{(h - \frac{H}{3})^2}{(\frac{H}{3})^2}\right) R^2 \right) dh + \int_{\frac{H}{3}}^{\frac{2H}{3}} (\pi R^2) dh + \int_{\frac{2H}{3}}^H \pi \left( \frac{R}{H}(H - h) \right)^2 dh}$$

### 3.4.2 Bentuk Komposit II



**Gambar 8. Tangki Berbentuk Komposit II**

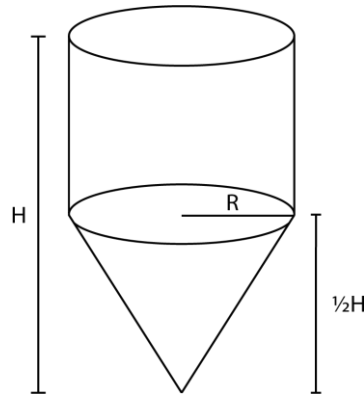
Tangki berbentuk komposit II merupakan bentuk tangki dengan *Hemispheroid* pada bagian bawah dan *Cylinder* pada bagian atas. Untuk menghitung efisiensi pengosongan tangki, kita dapat menggunakan  $f(h)$  yang ada pada sebelumnya. Maka  $f^2(h) = \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right)R^2$  jika  $0 \leq h \leq \frac{H}{2}$ ,  $f(h) = R$  jika  $\frac{H}{2} < h \leq H$ . Maka dengan persamaan (12) diperoleh

$$A(h) = \begin{cases} \pi \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right)R^2, & \text{jika } 0 \leq h \leq \frac{1}{2}H \\ \pi R^2, & \text{jika } \frac{1}{2}H < h \leq H \end{cases}$$

Maka kita dapat mencari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k(H) = \frac{\sqrt{H} \int_0^{\frac{H}{2}} \left(\pi \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right)R^2 h^{-1/2}\right)dh + \sqrt{H} \int_{\frac{H}{2}}^H (\pi R^2 h^{-1/2})dh}{\int_0^{\frac{H}{2}} \left(\pi \left(1 - \frac{(h-\frac{H}{2})^2}{(\frac{H}{2})^2}\right)R^2\right)dh + \int_{\frac{H}{2}}^H (\pi R^2)dh}$$

### 3.4.3 Bentuk Komposit III



Gambar 9. Tangki Berbentuk Komposit III

Tangki berbentuk komposit III merupakan bentuk tangki dengan *Cone* pada bagian bawah dan *Cylinder* pada bagian atas. Untuk menghitung efisiensi pengosongan tangki, kita dapat menggunakan  $f(h)$  yang ada pada sebelumnya. Maka  $f(h) = \gamma h$  jika  $0 \leq h < \frac{H}{2}$  dimana  $\gamma = \frac{R}{H}$  dan  $f(h) = R$  jika  $\frac{H}{2} < h \leq H$ . Maka dengan persamaan (12) diperoleh

$$A(h) = \begin{cases} \pi \gamma^2 h^2, & \text{jika } 0 \leq h \leq \frac{1}{2}H \\ \pi R^2, & \text{jika } \frac{1}{2}H < h \leq H \end{cases}$$

Maka kita dapat mencari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

$$k(H) = \frac{\sqrt{H} \int_0^{\frac{H}{2}} (\pi \gamma^2 h^{3/2}) dh + \sqrt{H} \int_{\frac{H}{2}}^H (\pi R^2 h^{-1/2}) dh}{\int_0^{\frac{H}{2}} (\pi \gamma^2 h^2) dh + \int_{\frac{H}{2}}^H (\pi R^2) dh}$$

$$= \frac{(\frac{2}{5})(\frac{1}{2})^{5/2} R^2 + 2(1 - (\frac{1}{2})^{1/2}) R^2}{\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^3 R^2 + (\frac{1}{2}) R^2}$$

### 3.5 Waktu Pengosongan Berbagai Bentuk Tangki

Pada bagian ini, akan ditinjau waktu pengosongan pada tangki berbentuk *Cylinder*, *Cone*, *Spheroid*, Komposit I, Komposit II, Komposit III. Selain waktu pengosongan, akan dilihat juga kelayakan bentuk dan banyak bahan yang diperlukan yang ditunjukkan oleh luas permukaan dari tangki tersebut, sehingga akan ditentukan jari – jari  $R$  dari bentuk tersebut. Sesuai dengan asumsi yang ada, volume yang ditinjau adalah  $V = 1000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$  dan tinggi dari tangki  $H = 2 \text{ m}$ . Andaikan besar lubang pada tangki memiliki diameter sebesar  $0,01905 \text{ m}$ . Maka luas lubang adalah  $S = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{0,01905}{2}\right)^2 = 0,000285 \text{ m}^2$ . Kita tahu bahwa besar viskositas air adalah  $\alpha = 0,84$  dan  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Maka kita dapat menghitung waktu pengosongan dengan

$$T = kT^* = k \frac{V}{S \alpha \sqrt{gH}}, \quad k > 1$$

#### 3.5.1 Waktu Pengosongan Tangki Bentuk *Cylinder*

Perhatikan bahwa volume *cylinder* dengan jari – jari  $R$  dan tinggi  $H$  dapat ditentukan dengan

$$V = \pi R^2 H$$

Sehingga

$$R^2 = \frac{V}{\pi H} \rightarrow R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \approx 0,399 \text{ m}$$

Kemudian tinjau luas permukaannya

$$SA = 2\pi R(H + R) = 2\pi(0,399)(2 + 0,399) = 6,014 \text{ m}^2$$

Maka waktu pengosongannya adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} = 2 \frac{1}{0,000285(0,84)\sqrt{9,8(2)}} = 1887,026 \text{ s} = 31,45043 \text{ menit}$$

### 3.5.2 Waktu Pengosongan Tangki Bentuk *Cone*

Perhatikan bahwa volume *cone* dengan jari – jari  $R$  dan tinggi  $H$  dapat ditentukan dengan

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Sehingga

$$R^2 = \frac{3V}{\pi H} \rightarrow R = \left| \sqrt{\frac{3V}{\pi H}} \right| = \left| \sqrt{\frac{3(1)}{2\pi}} \right| \approx 0,691 \text{ m}$$

Kemudian tinjau luas permukaannya

$$SA = \pi R \left( R + \sqrt{R^2 + H^2} \right) = \pi(0,691) \left( 0,691 + \sqrt{0,691^2 + 2^2} \right) \approx 6,093 \text{ m}^2$$

Maka waktu pengosongannya adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} = 1,2 \frac{1}{0,000285(0,84)\sqrt{9,8(2)}} = 1132,215 \text{ s} = 18,87026 \text{ menit}$$

### 3.5.3 Waktu Pengosongan Tangki Bentuk *Spheroid*

Perhatikan bahwa volume *sphere* dengan jari – jari  $R$  dan tinggi  $H$  dapat ditentukan dengan

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 H$$

Sehingga

$$R^3 = \frac{3V}{4\pi H} \rightarrow R = \left| \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi H}} \right| = \left| \sqrt[3]{\frac{3(1)}{4\pi(2)}} \right| \approx 0,492 \text{ m}$$

Kemudian tinjau luas permukaannya

$$SA = 4\pi R^2 = 4\pi(0,492)^2 \approx 3,042 \text{ m}^2$$

Maka waktu pengosongannya adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} = 1,6 \frac{1}{0,000285(0,84)\sqrt{9,8(2)}} = 1509,621 \text{ s} = 25,16034 \text{ menit}$$

### 3.5.4 Waktu Pengosongan Tangki Bentuk Komposit I

Perhatikan bahwa volume bentuk komposit I dapat ditentukan dengan

$$V = \frac{\pi R^2 H}{9} + \frac{\pi R^2 H}{3} + \frac{2\pi R^3 H}{9}$$

Sehingga

$$1 = \frac{\pi R^2 (2)}{9} + \frac{\pi R^2 (2)}{3} + \frac{2\pi R^3 (2)}{9} \rightarrow R = 0,488 \text{ m}$$

Sehingga luas permukaannya dapat ditentukan dengan

$$SA = \pi R \sqrt{R^2 + \left(\frac{H}{3}\right)^2} + \frac{2\pi RH}{3} + \pi R^2 \left(1 + \frac{\frac{2}{3}H}{2R \sqrt{1 - \frac{9R^2}{H^2}}} \arcsin \sqrt{1 - \frac{9R^2}{H^2}}\right)$$

$$SA = \pi(0,488) \sqrt{0,488^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} + \frac{2\pi(0,488)(2)}{3} + \pi(0,488)^2 \left(1 + \frac{\frac{2}{3}(2)}{2(0,488) \sqrt{1 - \frac{9(0,488)^2}{2^2}}} \arcsin \sqrt{1 - \frac{9(0,488)^2}{2^2}}\right) \approx 6,562$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai  $k$  untuk tangki berbentuk komposit I

$$k = \sqrt{H} \frac{\int_0^H \left( \frac{A(h)}{\sqrt{h}} \right) dh}{\int_0^H A(h) dh}$$

$$k = \sqrt{H} \frac{\int_0^{\frac{H}{3}} \left( \frac{\pi \left( 1 - \frac{\left(h - \frac{H}{3}\right)^2}{\left(\frac{H}{3}\right)^2} \right) R^2}{\sqrt{h}} \right) dh + \int_{\frac{H}{3}}^{\frac{2H}{3}} \left( \frac{\pi R^2}{\sqrt{h}} \right) dh + \int_{\frac{2H}{3}}^H \frac{\pi \left( \frac{R}{H} (H - h) \right)^2}{\sqrt{h}} dh}{\int_0^{\frac{H}{3}} \left( \pi \left( 1 - \frac{\left(h - \frac{H}{3}\right)^2}{\left(\frac{H}{3}\right)^2} \right) R^2 \right) dh + \int_{\frac{H}{3}}^{\frac{2H}{3}} (\pi R^2) dh + \int_{\frac{2H}{3}}^H \pi \left( \frac{R}{H} (H - h) \right)^2 dh}$$

$$k = \sqrt{2} \frac{\int_0^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\pi \left( 1 - \frac{\left(h - \frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \right) 0,488^2}{\sqrt{h}} \right) dh + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{2(2)}{3}} \left( \frac{\pi(0,488)^2}{\sqrt{h}} \right) dh + \int_{\frac{2(2)}{3}}^2 \frac{\pi \left( \frac{0,488}{2} (2 - h) \right)^2}{\sqrt{h}} dh}{\int_0^{\frac{2}{3}} \left( \pi \left( 1 - \frac{\left(h - \frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \right) 0,488^2 \right) dh + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{2(2)}{3}} (\pi(0,488)^2) dh + \int_{\frac{2(2)}{3}}^2 \pi \left( \frac{0,488}{2} (2 - h) \right)^2 dh} \approx 1,81$$

Diperoleh nilai  $k \approx 1,81$ .

Maka waktu pengosongannya adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} = 1,81 \frac{1}{0,000285(0,84)\sqrt{9,8(2)}} = 1707,758 \text{ s} = 28,46264 \text{ menit}$$

### 3.5.5 Waktu Pengosongan Tangki Bentuk Komposit II

Perhatikan bahwa volume bentuk komposit II dapat ditentukan dengan

$$V = \frac{\pi R^2 H}{2} + \frac{\pi R^3 H}{3}$$

Sehingga

$$1 = \frac{\pi R^2 (2)}{2} + \frac{\pi R^3 (2)}{3} \rightarrow R = 0,437$$

Sehingga luas permukaanya dapat ditentukan dengan

$$SA = \pi R(R + H) + \pi R^2 \left( 1 + \frac{H}{2R\sqrt{1 - \frac{4R^2}{H^2}}} \arcsin \sqrt{1 - \frac{4R^2}{H^2}} \right)$$

$$SA = \pi(0,437)(0,437 + 2) + \pi(0,437)^2 \left( 1 + \frac{2}{2(0,437)\sqrt{1 - \frac{4(0,437)^2}{2^2}}} \arcsin \sqrt{1 - \frac{4(0,437)^2}{2^2}} \right) \approx 5,653$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai  $k$  untuk tangki berbentuk komposit II

$$k = \sqrt{H} \frac{\int_0^H \left( \frac{A(h)}{\sqrt{h}} \right) dh}{\int_0^H A(h) dh}$$

$$k = \sqrt{H} \frac{\int_0^{H/2} \left( \frac{\pi \left( 1 - \frac{\left( h - \frac{H}{2} \right)^2}{\left( \frac{H}{2} \right)^2} \right) R^2}{\sqrt{h}} \right) dh + \int_{H/2}^H \left( \frac{\pi R^2}{\sqrt{h}} \right) dh}{\int_0^{H/2} \left( \pi \left( 1 - \frac{\left( h - \frac{H}{2} \right)^2}{\left( \frac{H}{2} \right)^2} \right) R^2 \right) dh + \int_{H/2}^H \pi R^2 dh}$$

$$k = \sqrt{2} \frac{\int_0^{2/2} \left( \frac{\pi \left( 1 - \frac{\left(h - \frac{2}{2}\right)^2}{\left(\frac{2}{2}\right)^2} \right) 0,437^2}{\sqrt{h}} \right) dh + \int_{2/2}^2 \left( \frac{\pi (0,437)^2}{\sqrt{h}} \right) dh}{\int_0^{2/2} \left( \pi \left( 1 - \frac{\left(h - \frac{2}{2}\right)^2}{\left(\frac{2}{2}\right)^2} \right) 0,437^2 \right) dh + \int_{2/2}^2 \pi (0,437)^2 dh} \approx 1,4949$$

Diperoleh nilai  $k \approx 1,4949$ .

Maka waktu pengosongannya adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} = 1,4949 \frac{1}{0,000285(0,84)\sqrt{9,8(2)}} = 1410,457 \text{ s} = 23,50762 \text{ menit}$$

### 3.5.6 Waktu Pengosongan Tangki Bentuk Komposit III

Perhatikan bahwa volume bentuk komposit III dapat ditentukan dengan

$$V = \frac{\pi R^2 H}{2} + \frac{\pi R^2 H}{6}$$

Sehingga

$$1 = \frac{\pi R^2 (2)}{2} + \frac{\pi R^2 (2)}{6} \rightarrow R = 0,488 \text{ m}$$

Sehingga luas permukaannya dapat ditentukan dengan

$$SA = \pi R(R + H) + \pi R \sqrt{R^2 + \left(\frac{H}{2}\right)^2}$$

$$SA = \pi(0,488)(0,488 + 2) + \pi(0,488) \sqrt{0,488^2 + \left(\frac{2}{2}\right)^2} \approx 5,520 \text{ m}^2$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai  $k$  untuk tangki berbentuk komposit III

$$k = \sqrt{H} \frac{\int_0^H \left( \frac{A(h)}{\sqrt{h}} \right) dh}{\int_0^H A(h) dh}$$

$$k = \frac{\left(\frac{2}{5}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}} R^2 + 2 \left( 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \right) R^2}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 R^2 + \left(\frac{1}{2}\right) R^2}$$

$$k = \frac{\left(\frac{2}{5}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}} 0,488^2 + 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right) 0,488^2}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 0,488^2 + \left(\frac{1}{2}\right) 0,488^2} \approx 1,211$$

Diperoleh nilai  $k \approx 1,211$ .

Maka waktu pengosongannya adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}} = 1,211 \frac{1}{0,000285(0,84)\sqrt{9,8(2)}} = 1142,594 \text{ s} = 19,04323 \text{ menit}$$

### 3.6 Bentuk Tangki Dengan K Terkecil

Pada bagian sebelumnya kita sudah menentukan beberapa nilai  $k$  dari beberapa kemungkinan bentuk tangki air yang umum kita temui. Namun bagian tersebut hanya membahas proses untuk menghasilkan solusi yang tunggal atau dikenal dengan *Direct Problem*. Kemudian kita bertanya apakah terdapat bentuk tangki dengan nilai  $k$  terkecil. Hal ini merupakan salah satu bentuk *Invers Problem* yakni mencari inputan yang dapat menghasilkan  $k$  yang mendekati 1 dengan operator penentuan  $k$  seperti pada persamaan.

Untuk mengetahui bentuk tangki dengan nilai  $k$  terkecil, kita perlu meninjau terlebih dahulu fungsi tangki *Circularly Symmetric*. Adapun fungsinya adalah

$$f(h) = Ch^\mu, \quad 0 \leq h \leq H$$

Dengan  $\mu \geq 0$  dan  $C \geq 0$ . Dengan persamaan (12) diperoleh

$$A(h) = \pi C^2 h^{2\mu}$$

Maka kita dapat mencari nilai  $k$  dengan persamaan (11) sehingga diperoleh

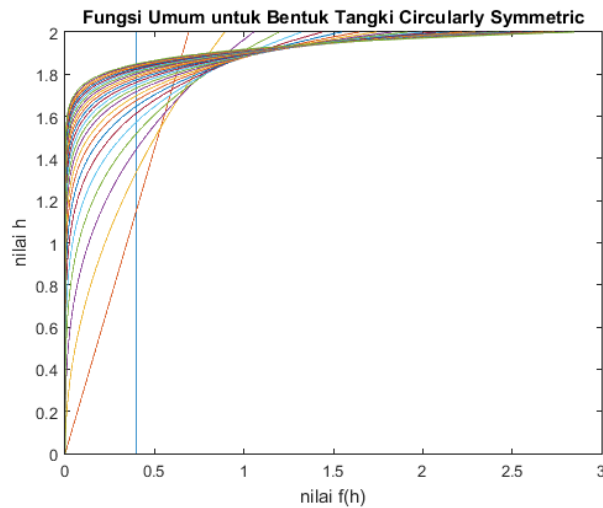
$$k = \frac{\int_0^H (\pi C^2 h^{2\mu - \frac{1}{2}}) dh}{\int_0^H (\pi C^2 h^{2\mu}) ds} = \sqrt{H} \frac{2\mu + 1}{2\mu + \frac{1}{2}} \frac{h^{2\mu + \frac{1}{2}}|_0^H}{h^{2\mu + 1}|_0^H} = \frac{4\mu + 2}{4\mu + 1}$$

Perhatikan bahwa untuk  $\mu = 0$ , kita memperoleh nilai  $k = 2$  yang mana adalah nilai  $k$  untuk tangki berbentuk *Cylinder*. Untuk  $\mu = 1$ , kita memperoleh nilai  $k = 1,2$  yang mana adalah nilai  $k$  untuk tangki berbentuk *Cone*. Untuk  $\mu = 2$ , kita memperoleh nilai  $k = 10/9$ . Maka kita dapat memperoleh nilai  $k$  yang lebih kecil daripada 1,2. Jika kita melihat perilaku saat  $\mu$  mendekati tak hingga. Menggunakan aturan L Hopital diperoleh

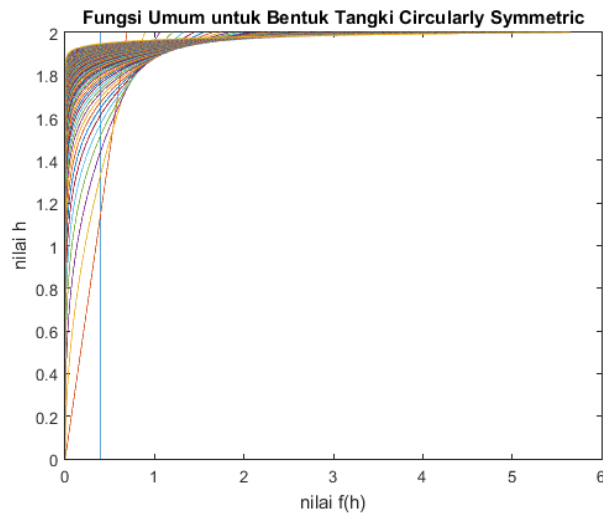


$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} k = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{4\mu + 2}{4\mu + 1} = 1$$

Secara teori nilai  $k = 1$  adalah nilai minimal, namun kondisi itu tidak akan terjadi secara nyata. Untuk melihat pengaruh saat nilai  $\mu$  bertambah besar, pilih  $V = 1, H = 2$  dengan  $\mu$  beragam dari  $0 \leq \mu \leq 100$  dan  $0 \leq h \leq H$ . Dengan menggunakan *matlab* diperoleh

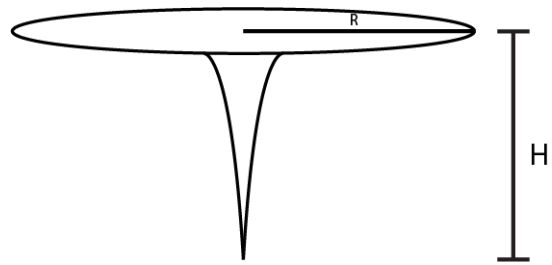


**Gambar 10. Hasil Simulasi Matlab Dengan n = 25**



**Gambar 11. Hasil Simulasi Matlab Dengan n = 100**

Nilai  $h$  merepresentasikan sumbu vertikal dan nilai  $f(h)$  merepresentasikan sumbu horizontal. Dengan memutar grafik pada sumbu vertikal kita peroleh bentuk tangki yang memiliki nilai  $k$  terkecil. Secara teori, ini adalah bentuk tangki dengan nilai  $k$  terkecil.



**Gambar 12. Bentuk Tangki Dengan Nilai  $k$  Terkecil**

## BAB IV

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 4.1 Kesimpulan

Kesimpulan disini ditujukan untuk menjawab rumusan masalah yang ada. Oleh karena itu diperoleh kesimpulan

1. Model waktu pengosongan tangki air adalah

$$T = k \frac{V}{S\alpha\sqrt{gH}}, \quad k > 1$$

Dengan

$T$  : Waktu pengosongan tangki

$V$  : Volume tangki

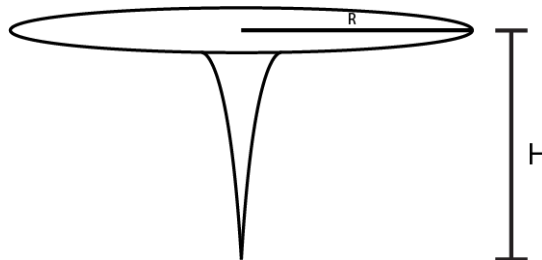
$S$  : Luas lubang pada tangki

$\alpha$  : Konstanta viskositas fluida

$g$  : Gaya gravitasi bumi

$H$  : Tinggi tangki

2. Bentuk tangki dengan waktu pengosongan paling cepat



Gambar 13. Bentuk Tangki *Circularly Symmetric*

Dihasilkan oleh bentuk *Circularly symmetric* dengan nilai  $k < 1,2$ . Namun jika kita melihat dari kewajaran bentuk, jika dilihat dari bentuk sederhana yang ditinjau sebelumnya, tangki dengan waktu pengosongan paling cepat dihasilkan oleh bentuk *cone*.

#### 4.2 Saran

Adapun saran adalah sebagai berikut

1. Diperlukan penelitian lebih lanjut terkait pemilihan tangki air yang terbaik dengan menimbang faktor lain seperti bahan, harga, dll.
2. Diperlukan evaluasi model dengan simulasi secara empirik.

## REFERENSI

1. L.G. Hanin, *Which tanks empty faster?*, The American Mathematical Monthly, 106 (1999), pp. 943-947
2. S. Ferro, *How do water towers work?*, June 2015. <http://mentalfloss.com/article/64577/how-do-water-towers-work>.
3. L. Geggel, *How do water towers work?*, March 2016. <http://www.livescience.com/54236-how-do-water-towers-work.html>
4. M. Brain, *How water towers work*, April 2000. <http://www.livescience.com/54236-how-do-water-towers-work.html>
5. R. D. Driver, *Torricelli's law: An ideal example of an elementary ode*, The American Mathematical Monthly, 105 (1998), pp. 453-455.
6. Weisstein, Eric W. "Spheroid.", From *MathWorld*—A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/Spheroid.html>
7. Wells, C., 2020. *Spheroids*. [online] Technologyuk.net. Available at: <<http://www.technologyuk.net/mathematics/geometry/spheroids.shtml>> [Accessed 12 May 2020].
8. Penguin Tank. 2020. The History Of Water Storage Tanks. [online] Available at: <<https://www.penguintank.com/history-water-storage-tanks/>> [Accessed 9 May 2020].
9. Un.org. 2020. ACCESS TO SAFE WATER FUNDAMENTAL HUMAN NEED, BASIC HUMAN RIGHT, SAYS SECRETARY-GENERAL IN MESSAGE ON WORLD WATER DAY | Meetings Coverage And Press Releases. [online] Available at: <<https://www.un.org/press/en/2001/sgsm7738.doc.htm>> [Accessed 9 May 2020].

## LAMPIRAN

### Syntax Matlab

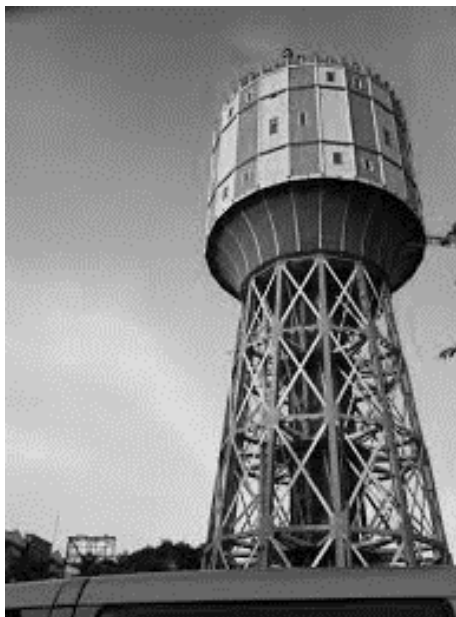
```
clc;
clear all;
H = 2; %Nilai H adalah tinggi tangki dalam satuan meter
V = 1; %Nilai V adalah volume tangki dalam satuan meter kubik
h = 0:0.005:H; %Nilai h adalah
n = 100; %Nilai maksimal dari mu
for mu = 0:1:n %Nilai mu kita variasikan dari 0 sampai n
    C = sqrt((V*(2*mu+1))/(pi*H^(2*mu+1)));
    f = C*h.^(mu); %Fungsi jari - jari pada ketinggian tertentu pada
    bentuk tangki circularly symmetric
    plot(f,h); %Membuat grafik
    xlabel('nilai f(h)');
    ylabel('nilai h');
    title('Fungsi Umum untuk Tangki Circularly Symmetric');
    hold on;
end
print -depsc myfig.eps
```



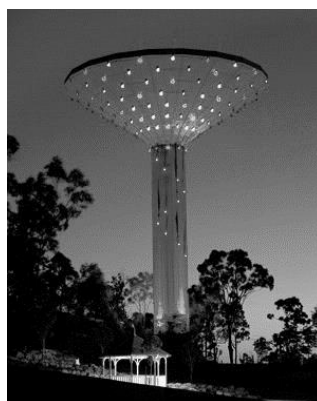
Gambar 14. Sumur



**Gambar 15. Cistern**



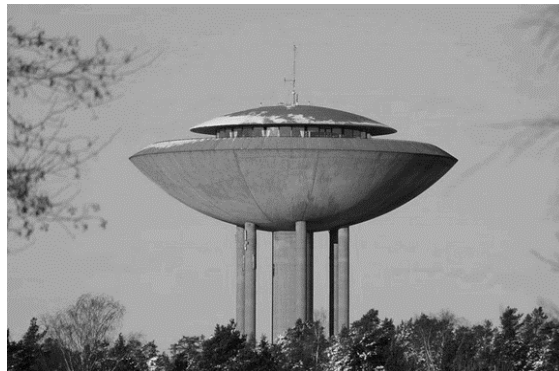
**Gambar 16. Tangki Air**



**Gambar 17. Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 1**



**Gambar 18. Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 2**



**Gambar 19. Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 3**



**Gambar 20. Bentuk Tangki Air di Belahan Dunia Bagian 4**





**Gambar 21. Bentuk Tanki Air di Insitut Teknologi Bandung**