

ÁLGEBRA I - EXAMEN FINAL- 14/FEB/2018

NOMBRE: _____

APELLIDO: _____

DNI: _____

CANTIDAD HOJAS ENTREGADAS: _____

NOTA OBTENIDA: _____

1. Cada una de las siguientes desigualdades definen una región en el plano complejo. Se corresponden con las descripciones dadas más abajo.

Escriba los pares de una desigualdad con su correspondiente descripción.

IMPORTANTE: Todos los apareamientos deben estar correctos para considerar bien el ejercicio.

- (a) $\frac{1}{3}\pi \leq \arg(-z) \leq \frac{2}{3}\pi$
- (b) $\frac{1}{3}\pi \leq |z - \frac{1}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi i| \leq \frac{2}{3}\pi$
- (c) $\frac{1}{3}\pi \leq \arg(\bar{z}) \leq \frac{2}{3}\pi$
- (d) $\frac{1}{3}\pi \leq \operatorname{Re}(z - \frac{1}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi i) \leq \frac{2}{3}\pi$

- (i) La franja comprendida entre las rectas verticales con abscisas $\frac{2}{3}\pi$ y π , respectivamente.
- (ii) La región angular comprendida entre las semirrectas con inclinación $-\frac{1}{3}\pi$ radianes y $-\frac{2}{3}\pi$ radianes.
- (iii) El anillo con centro en el punto $\frac{1}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi i$, con radio interior $\frac{1}{3}\pi$ y radio exterior $\frac{2}{3}\pi$.
- (iv) La región angular comprendida entre las semirrectas con inclinación $\frac{4}{3}\pi$ y $\frac{5}{3}\pi$, respectivamente.

2. Graficar el conjunto de soluciones en el plano complejo descrito por las siguientes relaciones, y justificar:

$$\frac{3}{4} < |z - (\sqrt{2} + \sqrt{3}i)| \leq \frac{10}{3}.$$

3. Se tiene como dato que $P(x)$ es un polinomio de grado 7 **cuyos coeficientes son todos reales**, y del que se sabe que contiene a la raíz $1 - 5i$ con multiplicidad 2, y que la única raíz estrictamente real que posee es $-8/3$.

- (a) ¿Qué multiplicidad tiene la raíz $-8/3$ en $P(x)$, qué otras raíces tiene $P(x)$ y con qué multiplicidad?
- (b) ¿Cómo se factoriza $P(x)$ de forma irreducible en $\mathbb{C}[x]$?
- (c) ¿Cómo se factoriza $P(x)$ de forma irreducible en $\mathbb{R}[x]$?

4. Aplicar el método de Gauss (escalonamiento) para invertir la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 4 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Sea P un plano que pasa por los puntos $A = (3, 4, -1)$, $B = (2, 4, -1)$, $C = (5, 2, 5)$. Obtener un vector normal al plano.

Obtener también la ecuación escalar del plano.

6. El sistema de autenticación online de un banco exige que el usuario use una contraseña que tenga exactamente 8 caracteres. Los caracteres admitidos son sólo aquellos del código básico ASCII imprimibles, distintos del espacio en blanco. Este conjunto contiene **94** caracteres en total (incluyendo letras inglesas en mayúsculas, en minúsculas, dígitos y signos de puntuación).

El sistema además exige que la contraseña elegida contenga un, y sólo un, dígito decimal, en alguna de las 8 posiciones, que elegimos nosotros.

Un pirata informático desea entrar a nuestra cuenta bancaria online, pero como está a ciegas, debe ensayar una por una todas las contraseñas posibles, hasta dar por fuerza bruta con la correcta, que le permita acceder a nuestra cuenta.

¿Cuántas contraseñas en total debiera intentar como máximo?

[Nota: el pirata sabe la condición de que una de las posiciones tiene que tener un dígito decimal.]