Algebra Lineal 2020

Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Producto Vectorial

Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores de $\mathbb{R}^3$, el producto vectorial entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se denota como:

$$\vec{u} \times \vec{v}$$

Producto Vectorial

Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores de $\mathbb{R}^3$, el producto vectorial entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se denota como:

$$\vec{u} \times \vec{v}$$

Está definido únicamente en $\mathbb{R}^3$.

Producto Vectorial

Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores de $\mathbb{R}^3$, el producto vectorial entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se denota como:

$$\vec{u} \times \vec{v}$$

Está definido únicamente en $\mathbb{R}^3$.
Da como resultado un vector que también pertenece a $\mathbb{R}^3$.

Producto Vectorial

Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores de $\mathbb{R}^3$, el producto vectorial entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se denota como:

$$\vec{u} \times \vec{v}$$

Está definido únicamente en $\mathbb{R}^3$.
Da como resultado un vector que también pertenece a $\mathbb{R}^3$.
El vector resultante es ortogonal a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$.

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$.

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$.
2. $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$.

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$.
2. $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$.
3. $(\alpha\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (\alpha\vec{v}) = \alpha\,(\vec{u} \times \vec{v})$.

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$.
2. $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$.
3. $(\alpha \vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (\alpha \vec{v}) = \alpha\,(\vec{u} \times \vec{v})$.
4. $\vec{u} \times \vec{0} = \vec{0} \times \vec{u} = \vec{0}$.

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$.
2. $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$.
3. $(\alpha \vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (\alpha \vec{v}) = \alpha (\vec{u} \times \vec{v})$.
4. $\vec{u} \times \vec{0} = \vec{0} \times \vec{u} = \vec{0}$.
5. $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$

Propiedades del producto vectorial

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$ y $\alpha \in \mathbb{R}$,entonces las siguientes propiedades son válidas:

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$.
2. $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$.
3. $(\alpha\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (\alpha\vec{v}) = \alpha\,(\vec{u} \times \vec{v})$.
4. $\vec{u} \times \vec{0} = \vec{0} \times \vec{u} = \vec{0}$.
5. $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$
6. $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ si y solo si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos.

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - v_2 u_3,$$

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - v_2 u_3, -(u_1 v_3 - v_1 u_3),$$

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - v_2 u_3, -(u_1 v_3 - v_1 u_3), u_1 v_2 - v_1 u_2)$$

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - v_2 u_3, -(u_1 v_3 - v_1 u_3), u_1 v_2 - v_1 u_2)$$

- $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \quad$ y $\quad \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - v_2 u_3, -(u_1 v_3 - v_1 u_3), u_1 v_2 - v_1 u_2)$$

- $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \quad$ y $\quad \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$
- $||u \times v|| = ||u||.||v|| \operatorname{sen} \theta =$ área del paralelogramo determinado por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

Propiedades

Si $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$, entonces

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - v_2 u_3, -(u_1 v_3 - v_1 u_3), u_1 v_2 - v_1 u_2)$$

- $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \quad$ y $\quad \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$
- $||u \times v|| = ||u||.||v|| \operatorname{sen} \theta =$ área del paralelogramo determinado por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.
- $u \times v = (0, 0, 0)$ si y sólo si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos.

Ejemplo

Sean $u = (2, 1, 4)$ y $v = \check{i} - \check{j} + \check{k}$, calcular $\vec{u} \times \vec{v}$:

Ejemplo

Sean $u = (2, 1, 4)$ y $v = \check{i} - \check{j} + \check{k}$, calcular $\vec{u} \times \vec{v}$:

$$u \times v = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Ejemplo

Sean $u = (2, 1, 4)$ y $v = \check{i} - \check{j} + \check{k}$, calcular $\vec{u} \times \vec{v}$:

$$u \times v = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 - (-1) \cdot 4, -(2 \cdot 1 - 1 \cdot 4), 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1)$$

Ejemplo

Sean $u = (2, 1, 4)$ y $v = \check{i} - \check{j} + \check{k}$, calcular $\vec{u} \times \vec{v}$:

$$u \times v = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 - (-1) \cdot 4, -(2 \cdot 1 - 1 \cdot 4), 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1)$$

$$u \times v = (5, 2, -3)$$

Ejemplo

Sean $u = (2, 1, 4)$ y $v = \check{i} - \check{j} + \check{k}$, calcular $\vec{u} \times \vec{v}$:

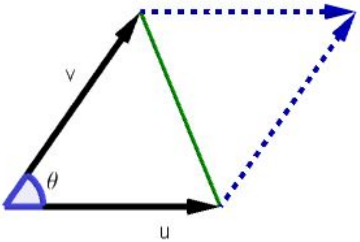
$$u \times v = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 - (-1) \cdot 4, -(2 \cdot 1 - 1 \cdot 4), 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1)$$

$$u \times v = (5, 2, -3)$$

Observemos que el vector resultante es ortogonal a u y v:
(5,2,-3)$\cdot(2, 1, 4) = 0$
(5,2,-3) $\cdot(1, -1, 1) = 0$

Paralelogramo

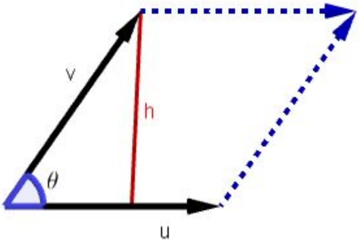
Para calcular el área del paralelogramo formado por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, podemos dividirlo obteniendo dos triángulos de igual área como se muestra en la figura:



Recordemos que el área de un triángulo se calcula como $\frac{b.h}{2}$

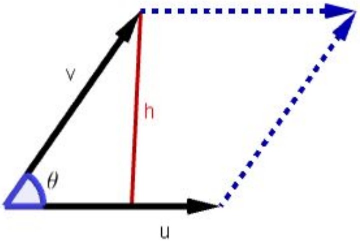
Paralelogramo

Para calcular la altura, planteamos: $sen(\theta) = \frac{h}{||v||} \Rightarrow h = ||v||.sen(\theta)$



Paralelogramo

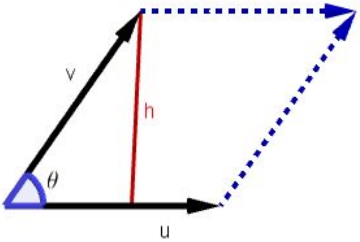
Para calcular la altura, planteamos: $sen(\theta) = \frac{h}{||v||} \Rightarrow h = ||v||.sen(\theta)$



Área del triángulo: $\frac{||u||.||v||sen(\theta)}{2}$

Paralelogramo

Para calcular la altura, planteamos: $sen(\theta) = \frac{h}{||v||} \Rightarrow h = ||v||.sen(\theta)$



Área del triángulo: $\frac{||u||.||v||sen(\theta)}{2}$
Área del paralelogramo: $||u||.||v||sen(\theta) = ||u \times v||$

EJEMPLO

Consideremos los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$. Supongamos que $v = (-1, 2, 1)$ y $||u|| = 3$ y $\theta = 30^\circ$.

Determinar el área del paralelogramo que determinan estos vectores.

EJEMPLO

Consideremos los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$. Supongamos que $v = (-1, 2, 1)$ y $||u|| = 3$ y $\theta = 30^\circ$.

Determinar el área del paralelogramo que determinan estos vectores.
Como el área es $||u \times v|| = ||u||.||v||sen(\theta)$

EJEMPLO

Consideremos los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$. Supongamos que $v = (-1, 2, 1)$ y $||u|| = 3$ y $\theta = 30^\circ$.

Determinar el área del paralelogramo que determinan estos vectores.
Como el área es $||u \times v|| = ||u||.||v||sen(\theta)$

Calculamos $||v|| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

EJEMPLO

Consideremos los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$. Supongamos que $v = (-1, 2, 1)$ y $||u|| = 3$ y $\theta = 30^\circ$.

Determinar el área del paralelogramo que determinan estos vectores.
Como el área es $||u \times v|| = ||u||.||v||sen(\theta)$

Calculamos $||v|| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$
Luego el área del paralelogramo es

$$||u||.||v||.sen(\theta) = 3 \cdot \sqrt{6}.sen(30^\circ) = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

EJEMPLO

Calcular el ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabiendo que $||\vec{u} \times \vec{v}|| = 7$, $\vec{u} = (-2, 1, 0)$ y $||\vec{v}|| = \sqrt{26}$

EJEMPLO

Calcular el ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabiendo que $||\vec{u}\times\vec{v}|| = 7$, $\vec{u} = (-2,1,0)$ y $||\vec{v}|| = \sqrt{26}$ Como conocemos el producto vectorial

entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ podemos usar que

$$||\vec{u}\times\vec{v}|| = ||\vec{u}||\cdot||\vec{v}||\cdot sen(\theta)$$

EJEMPLO

Calcular el ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabiendo que $||\vec{u} \times \vec{v}|| = 7$, $\vec{u} = (-2, 1, 0)$ y $||\vec{v}|| = \sqrt{26}$ Como conocemos el producto vectorial

entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ podemos usar que

$$||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \cdot sen(\theta)$$

Calculamos $||\vec{u}|| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$

EJEMPLO

Calcular el ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabiendo que $||\vec{u} \times \vec{v}|| = 7$, $\vec{u} = (-2, 1, 0)$ y $||\vec{v}|| = \sqrt{26}$ Como conocemos el producto vectorial

entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$ podemos usar que

$$||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \cdot sen(\theta)$$

Calculamos $||\vec{u}|| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

Reemplazando obtenemos

$$7 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{26} \cdot sen(\theta)$$

Despejando

$$\frac{7}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{26}} = sen(\theta)$$

Despejando

$$\frac{7}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{26}} = sen(\theta)$$

$$arcsen(\frac{7}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{26}}) = (\theta)$$

Despejando

$$\frac{7}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{26}} = sen(\theta)$$

$$arcsen(\frac{7}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{26}}) = (\theta)$$

Entonces el ángulo buscado es $\theta = 37°52'29,94''$

Combinación Lineal

Definicion

Dados $\vec{u}$, $\vec{v}$ *vectores de* $\mathbb{R}^n$, *llamaremos combinación lineal de los vectores* $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *a toda expresión*

$$\lambda\vec{u} + \beta\vec{v}$$

Donde $\lambda, \beta \in \mathbb{R}$.

Combinación Lineal

Definicion

Dados $\vec{u}$, $\vec{v}$ vectores de $\mathbb{R}^n$, llamaremos combinación lineal de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ a toda expresión

$$\lambda\vec{u} + \beta\vec{v}$$

Donde $\lambda, \beta \in \mathbb{R}$.

De manera más general, para $\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k \in \mathbb{R}^n$, una combinación lineal de k vectores es una expresión

$$\lambda_1\vec{v}_1 + \lambda_2\vec{v}_2 + \cdots + \lambda_k\vec{v}_k$$

Nota La combinación lineal de vectores, da como resultado otro vector de $\mathbb{R}^n$.

EJEMPLO

Sea $\vec{v} = (1, 2, -1)$, $\vec{u} = (2, 0, -1) \in \mathbb{R}^3$ vemos que

$$\begin{aligned} 2\vec{v} - 3\vec{u} &= 2(1, 2, -1) - 3(2, 0, -1) \\ &= (2, 4, -2) - (6, 0, -3) \\ &= (-4, 4, 1) \end{aligned}$$

Decimos que el vector $(-4, 4, 1)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{u}$.

EJEMPLO

Investigar si el vector $\vec{v} = (1, 2)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1 = (1, -1)$ y $\vec{v}_2 = (0, 1)$.

EJEMPLO

Investigar si el vector $\vec{v} = (1, 2)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1 = (1, -1)$ y $\vec{v}_2 = (0, 1)$.

Recordemos que $\vec{v} = (1, 2)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ si y solo si existen escalares $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ tales que

$$\vec{v} = \lambda_1 \vec{v}_1 + \lambda_2 \vec{v}_2$$

EJEMPLO

Investigar si el vector $\vec{v} = (1, 2)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1 = (1, -1)$ y $\vec{v}_2 = (0, 1)$.

Recordemos que $\vec{v} = (1, 2)$ es combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ si y solo si existen escalares $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ tales que

$$\vec{v} = \lambda_1 \vec{v}_1 + \lambda_2 \vec{v}_2$$

$$\begin{aligned}
(1, 2) &= \lambda_1(1, -1) + \lambda_2(0, 1) \\
&= (\lambda_1, -\lambda_1) + (0, \lambda_2) \\
&= (\lambda_1, -\lambda_1 + \lambda_2)
\end{aligned}$$

Recordemos que

$$(1,2) = (\lambda_1, -\lambda_1 + \lambda_2)$$

si y solo si

$$\begin{cases} \lambda_1 & = & 1 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 & = & 2 \end{cases}$$

Recordemos que

$$(1,2) = (\lambda_1, -\lambda_1 + \lambda_2)$$

si y solo si

$$\begin{cases} \lambda_1 & = & 1 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 & = & 2 \end{cases}$$

Si resolvemos el sistema vemos que $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 3$ son las soluciones de dicho sistema y por lo tanto

$$\vec{v} = 1\vec{v}_1 + 3\vec{v}_2$$

Recordemos que

$$(1,2) = (\lambda_1, -\lambda_1 + \lambda_2)$$

si y solo si

$$\begin{cases} \lambda_1 & = & 1 \\ -\lambda_1 + \lambda_2 & = & 2 \end{cases}$$

Si resolvemos el sistema vemos que $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 3$ son las soluciones de dicho sistema y por lo tanto

$$\vec{v} = 1\vec{v}_1 + 3\vec{v}_2$$

En efecto $(1,2) = 1(1,-1) + 3(0,1)$

REPASO

Ejercicio

Sea $\vec{u} = (2, 1)$, *buscar* $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ *tal que* $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *sean ortogonales.*

REPASO

Ejercicio

Sea $\vec{u} = (2,1)$, *buscar* $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ *tal que* $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *sean ortogonales.*

$$(2,1) \cdot (v_1, v_2) = 0$$

REPASO

Ejercicio

Sea $\vec{u} = (2, 1)$*, buscar* $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ *tal que* $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *sean ortogonales.*

$$(2, 1) \cdot (v_1, v_2) = 0 \Rightarrow 2v_1 + v_2 = 0$$

REPASO

Ejercicio

Sea $\vec{u} = (2, 1)$, *buscar* $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ *tal que* $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *sean ortogonales.*

$$(2, 1) \cdot (v_1, v_2) = 0 \Rightarrow 2v_1 + v_2 = 0 \Rightarrow 2v_1 = -v_2$$

REPASO

Ejercicio

Sea $\vec{u} = (2, 1)$*, buscar* $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$ *tal que* $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *sean ortogonales.*

$$(2, 1) \cdot (v_1, v_2) = 0 \Rightarrow 2v_1 + v_2 = 0 \Rightarrow 2v_1 = -v_2$$

Solo basta buscar un vector tal que $2v_1 = -v_2$.

REPASO

Ejercicio

Sean $\vec{u} = (1, 0, -1)$ *y* $\vec{v} = (2, 5, 0)$, *estudiar si ambos vectores son paralelos.*

REPASO

Ejercicio

Sean $\vec{u} = (1, 0, -1)$ *y* $\vec{v} = (2, 5, 0)$, *estudiar si ambos vectores son paralelos.*

Haciendo el producto vectorial vemos que

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = (5, -2, 5)$$

REPASO

Ejercicio

Sean $\vec{u} = (1, 0, -1)$ *y* $\vec{v} = (2, 5, 0)$, *estudiar si ambos vectores son paralelos.*

Haciendo el producto vectorial vemos que

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = (5, -2, 5)$$

Por lo tanto, no son paralelos.

REPASO

Ejercicio

Estudiar si $\vec{v} = (1, 2, -1)$ *es combinación lineal de los vectores* $\vec{u}_1 = (1, 0, 1)$ *y* $\vec{u}_2 = (1, -2, 3)$.

REPASO

Ejercicio

Estudiar si $\vec{v} = (1, 2, -1)$ *es combinación lineal de los vectores* $\vec{u}_1 = (1, 0, 1)$ *y* $\vec{u}_2 = (1, -2, 3)$*.*

Buscamos λ_1 y $\lambda_2 \in \mathbb{R}$ tales que

$$(1, 2, -1) = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(1, -2, 3)$$

REPASO

Ejercicio

Estudiar si $\vec{v} = (1, 2, -1)$ *es combinación lineal de los vectores* $\vec{u}_1 = (1, 0, 1)$ *y* $\vec{u}_2 = (1, -2, 3)$.

Buscamos λ_1 y $\lambda_2 \in \mathbb{R}$ tales que

$$(1, 2, -1) = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(1, -2, 3)$$

$$(1, 2, -1) = (\lambda_1, 0, \lambda_1) + (\lambda_2, -2\lambda_2, 3\lambda_2)$$

REPASO

Ejercicio

Estudiar si $\vec{v} = (1, 2, -1)$ *es combinación lineal de los vectores* $\vec{u}_1 = (1, 0, 1)$ *y* $\vec{u}_2 = (1, -2, 3)$.

Buscamos λ_1 y $\lambda_2 \in \mathbb{R}$ tales que

$$(1, 2, -1) = \lambda_1(1, 0, 1) + \lambda_2(1, -2, 3)$$

$$(1, 2, -1) = (\lambda_1, 0, \lambda_1) + (\lambda_2, -2\lambda_2, 3\lambda_2)$$

$$(1, 2, -1) = (\lambda_1 + \lambda_2, -2\lambda_2, \lambda_1 + 3\lambda_2)$$

$$(1,2,-1) = (\lambda_1 + \lambda_2, -2\lambda_2, \lambda_1 + 3\lambda_2)$$

$$(1, 2, -1) = (\lambda_1 + \lambda_2, -2\lambda_2, \lambda_1 + 3\lambda_2)$$

$$\Downarrow$$

$$(1, 2, -1) = (\lambda_1 + \lambda_2, -2\lambda_2, \lambda_1 + 3\lambda_2)$$

$$\Downarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{rcr} \lambda_1 + \lambda_2 & = & 1 \\ -2\lambda_2 & = & 2 \\ \lambda_1 + 3\lambda_2 & = & -1 \end{array} \right.$$

$$(1, 2, -1) = (\lambda_1 + \lambda_2, -2\lambda_2, \lambda_1 + 3\lambda_2)$$

$$\Downarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{rcr} \lambda_1 + \lambda_2 & = & 1 \\ -2\lambda_2 & = & 2 \\ \lambda_1 + 3\lambda_2 & = & -1 \end{array} \right.$$

De la segunda fila, vemos que $\lambda_2 = -1$, por lo tanto $\lambda_1 = 2$.

Ejercicio

Dados $\vec{u} = (1, 2)$ *y* $\vec{v} = (0, -1)$. *Calcular el ángulo entre* $(\vec{u} - \vec{v})$ *y* $2\vec{v}$

Ejercicio

Sean $\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *tales que* $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(3\vec{u}-2\vec{v})=0$. *Si* $||\vec{u}||=1$ *y* $\vec{u}\cdot\vec{v}=2$. *Calcular* $||\vec{v}||$

Ejercicio

Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ vectores de $\mathbb{R}^3$, $\vec{v} = (1, 2, -1)$ y $\vec{w} = (2, 1, -3)$. Sabiendo que $\vec{v} = 2\vec{u} - \vec{w}$. Calcular $\vec{u}$.