Taller de Matemática Computacional TUDAI

2020 Exactas - UNICEN

Funciones

Parte 1

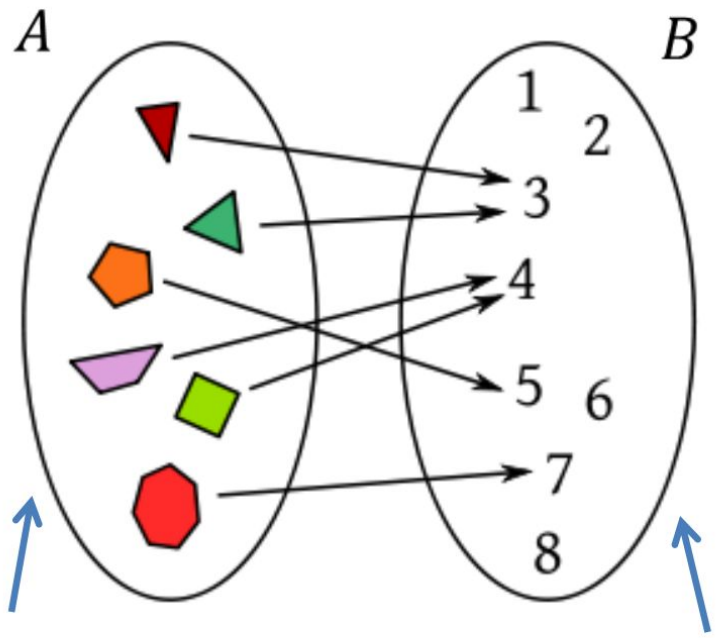
Funciones

Sean A y B conjuntos no vacíos:

Una función transforma de un conjunto origen (Dominio) a uno destino (Codominio)

Ejemplos:

- Área de un círculo
- Duración de un viaje



Funciones

Sean A y B conjuntos no vacíos, y *f* una función, si para cada valor $x \in A$ existe un sólo valor $f(x) \in B$, podemos decir que:

$$f : A \rightarrow B$$

Definimos el dominio de f:

$\mathrm{Dom}(f) = A$

Definimos el codominio de f:

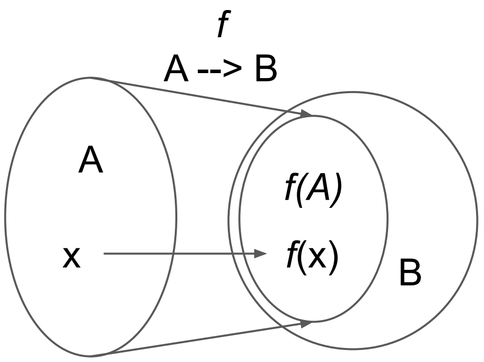
$\mathrm{Cod}(f) = B$

Funciones

La imagen de una función es el conjunto formado por todos los valores que efectivamente toma la función.

Para la función $f : A \to B$, la imágen está definida como:

$$\mathrm{Im}(f) = \{\, y \in B \mid \exists x \in A ,\ f(x) = y \,\}$$



La imagen siempre es un subconjunto del codominio:

$$\mathrm{Im}(f) \subseteq \mathrm{Cod}(f)$$

Funciones - Ejemplo

Sea *f*: función para obtener el área de un círculo

- Variable independiente: radio
- Variable dependiente: área

Para cada valor del radio tenemos una única área:

f: A -> B

Dom(*f*) = {??}

Im(*f*) = {??}

Operaciones con funciones

Suma: $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

Producto: $(f.g)(x) = f(x).g(x)$

Cociente: $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$

Composición: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

Operaciones con funciones

Ejemplo:

Sea $f(x) = x^2$, y $g(x) = x-1$:

Suma: $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) =$

Producto: $(f.g)(x) = f(x).g(x) =$

Cociente: $(f/g)(x) = f(x)/g(x) =$

Composición: $(f \circ g)(x) = f(g(x)) =$

Operaciones con funciones

Ejemplo:

Sea $f(x) = x^2$, y $g(x) = x-1$:

Suma: $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) = x^2 + x-1$

Producto: $(f.g)(x) = f(x).g(x) = x^2(x-1)$

Cociente: $(f/g)(x) = f(x)/g(x) = x^2/(x-1) \quad x \neq 1$

Composición: $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (x-1)^2$

Funciones polinómicas

Lineal: $f(x) = ax + b$

Cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Polinómica: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0 x^0$

Ordenada al origen

El punto de intersección entre la función y el eje de las ordenadas:

$y = f(0)$

Calcular para:

- $f(x) = 3x + 2$
- $g(y) = y^2 + 5\ y - 1$

Raíz

Es la intersección entre la curva y el eje de las abscisas:

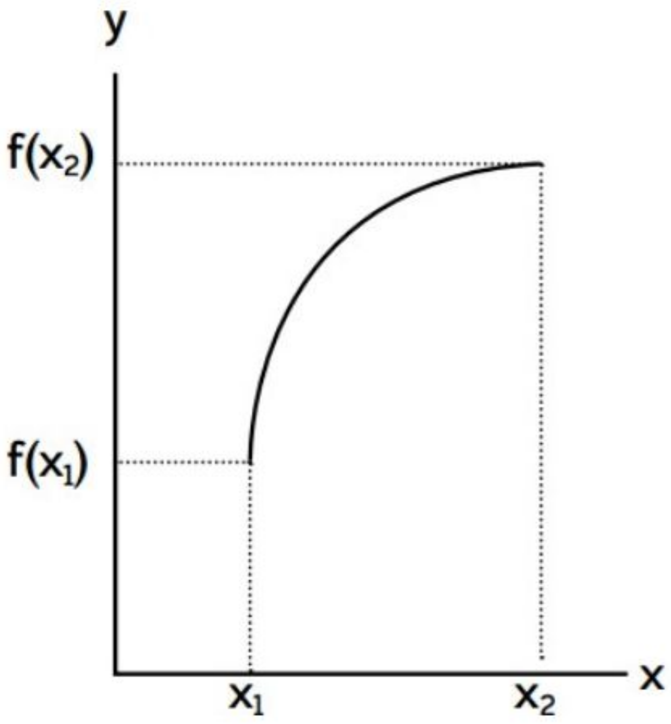
$f(x) = 0$

Calcular para:

- $f(x) = 3x - 3$
- $g(y) = y^2 - 5y - 1$

Crecimiento y decrecimiento

Creciente: Una función es creciente en un intervalo si para cualquier par de puntos se verifica que $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$



Crecimiento y decrecimiento

Decreciente: Una función es decreciente en un intervalo si para cualquier par de puntos se verifica que $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

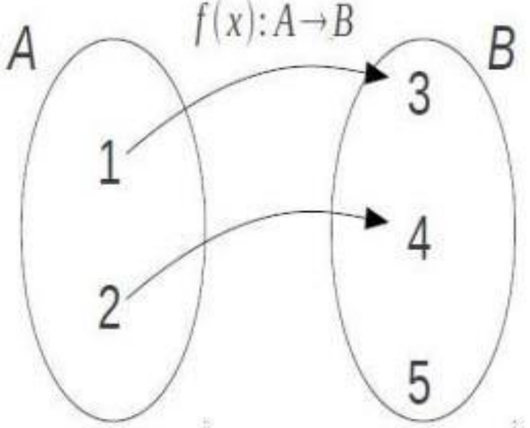
Inyectividad, Suryectividad, y biyectividad

f es inyectiva ⇔ $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

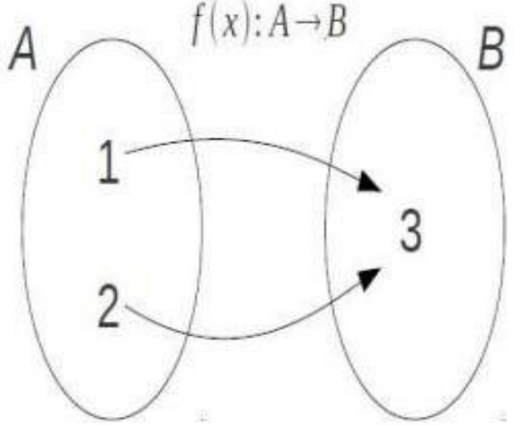
f es suryectiva ⇔ □$y \in B$, $\exists\, x \in A$ tal que $y = f(x)$

f es biyectiva ⇔ *f* es inyectiva y *f* es suryectiva

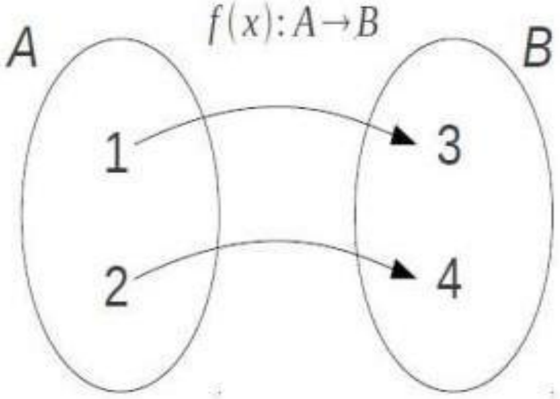
Función inyectiva no suryectiva.



Función suryectiva no inyectiva.



Función biyectiva (inyectiva y suryectiva).



Función no inyectiva y no suryectiva.