Vectores, rectas y planos

Álgebra lineal - Facultad de Ciencias Exactas - 2020

25 de Agosto de 2020

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es $y = mx + b$

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es $y = mx + b$ donde $m \neq 0$ es la pendiente y b la ordenada al origen.

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es $y = mx + b$ donde $m \neq 0$ es la pendiente y b la ordenada al origen.
- Si $m > 0$ entonces la recta es creciente y tiene una inclinación hacia arriba.

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es $y = mx + b$ donde $m \neq 0$ es la pendiente y b la ordenada al origen.
- Si $m > 0$ entonces la recta es creciente y tiene una inclinación hacia arriba.
- Si $m < 0$ entonces la recta es decreciente y tiene una inclinación hacia abajo.

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es $y = mx + b$ donde $m \neq 0$ es la pendiente y b la ordenada al origen.
- Si $m > 0$ entonces la recta es creciente y tiene una inclinación hacia arriba.
- Si $m < 0$ entonces la recta es decreciente y tiene una inclinación hacia abajo.
- Si $m = 0$ la recta es constante (no crece ni decrece).

Rectas

En la escuela secundaria estudiamos la función lineal y sabemos que:

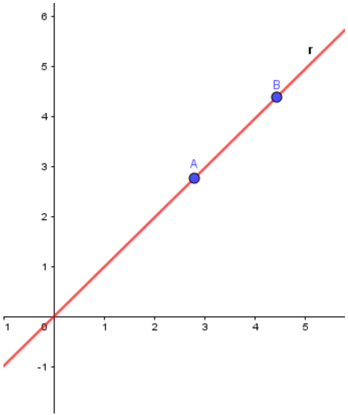
- Su representación gráfica es una recta.
- Su expresión general es $y = mx + b$ donde $m \neq 0$ es la pendiente y b la ordenada al origen.
- Si $m > 0$ entonces la recta es creciente y tiene una inclinación hacia arriba.
- Si $m < 0$ entonces la recta es decreciente y tiene una inclinación hacia abajo.
- Si $m = 0$ la recta es constante (no crece ni decrece).
- Si tenemos dos puntos P y Q existe una única recta que pase por estos puntos.

Rectas

Sabemos entonces que, dados dos puntos A y B, si queremos graficar una recta r que pase por estos dos puntos esta recta es única.

Rectas

Sabemos entonces que, dados dos puntos A y B, si queremos graficar una recta r que pase por estos dos puntos esta recta es única.



Rectas

También estudiamos que un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ podemos generarlo restando dos puntos A y B, es decir, $\vec{v} = \vec{AB} = B - A$

Rectas

También estudiamos que un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ podemos generarlo restando dos puntos A y B, es decir, $\vec{v} = \vec{AB} = B - A$

Entonces podríamos construir el vector $\vec{v}$ con punto inicial A y punto final B.

Rectas

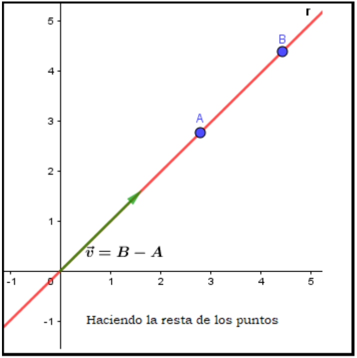
También estudiamos que un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ podemos generarlo restando dos puntos A y B, es decir, $\vec{v} = \vec{AB} = B - A$

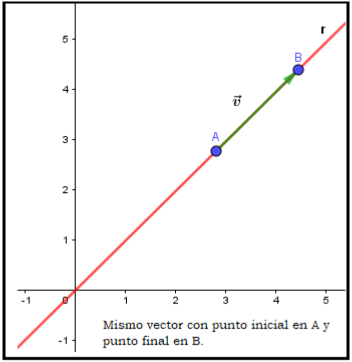
Entonces podríamos construir el vector $\vec{v}$ con punto inicial A y punto final B. En nuestra recta r quedaría:

Rectas

También estudiamos que un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ podemos generarlo restando dos puntos A y B, es decir, $\vec{v} = \vec{AB} = B - A$

Entonces podríamos construir el vector $\vec{v}$ con punto inicial A y punto final B. En nuestra recta r quedaría:





Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta:

Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta: Sí. Pero... ¿Por qué?

Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta: Sí. Pero... ¿Por qué?

Para responder esta nueva pregunta podríamos pensar en el efecto geométrico que produce el producto de un escalar λ por un vector $\vec{v}$.

Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta: Sí. Pero... ¿Por qué?

Para responder esta nueva pregunta podríamos pensar en el efecto geométrico que produce el producto de un escalar λ por un vector $\vec{v}$.

$$\boxed{\lambda.\vec{v} \text{ con } \lambda \in \mathbb{R} \text{ y } \vec{v} \in \mathbb{R}}$$

Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta: Sí. Pero... ¿Por qué?

Para responder esta nueva pregunta podríamos pensar en el efecto geométrico que produce el producto de un escalar λ por un vector $\vec{v}$.

$$\boxed{\lambda.\vec{v} \text{ con } \lambda \in \mathbb{R} \text{ y } \vec{v} \in \mathbb{R}}$$

Observemos la siguiente animación de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/dswtradw

Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta: Sí. Pero... ¿Por qué?

Para responder esta nueva pregunta podríamos pensar en el efecto geométrico que produce el producto de un escalar λ por un vector $\vec{v}$.

$$\boxed{\lambda.\vec{v} \text{ con } \lambda \in \mathbb{R} \text{ y } \vec{v} \in \mathbb{R}}$$

Observemos la siguiente animación de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/dswtradw

Podemos concluir entonces que, el producto de un escalar λ y un vector $\vec{v}$, geométricamente, genera una especie de "prolongación de un vector".

Rectas

Entonces, ¿será correcto decir que se puede generar una recta a partir de un solo vector?

Respuesta: Sí. Pero... ¿Por qué?

Para responder esta nueva pregunta podríamos pensar en el efecto geométrico que produce el producto de un escalar λ por un vector $\vec{v}$.

$$\boxed{\lambda.\vec{v} \text{ con } \lambda \in \mathbb{R} \text{ y } \vec{v} \in \mathbb{R}}$$

Observemos la siguiente animación de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/dswtradw

Podemos concluir entonces que, el producto de un escalar λ y un vector $\vec{v}$, geométricamente, genera una especie de "prolongación de un vector". Pero para esto necesitamos que el λ sea general, es decir, que tome cualquier valor real.

Rectas

Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector.

Rectas

Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector. Veamos el siguiente recurso de GeoGebra:

https://www.geogebra.org/m/qsvnuvq5

Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector.
Veamos el siguiente recurso de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/qsvnuvq5
Entonces... ¿qué determina la inclinación de la recta?

Rectas

Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector.
Veamos el siguiente recurso de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/qsvnuvq5
Entonces... ¿qué determina la inclinación de la recta?

Respuesta:

Rectas

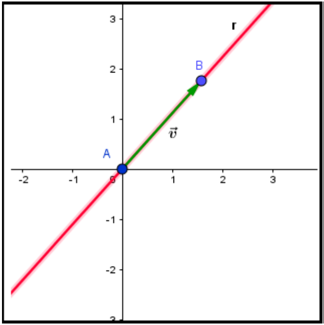
Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector.
Veamos el siguiente recurso de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/qsvnuvq5
Entonces... ¿qué determina la inclinación de la recta?

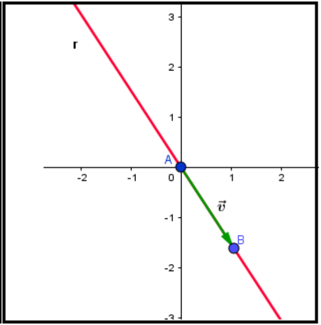
Respuesta: La dirección del vector.

Rectas

Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector. Veamos el siguiente recurso de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/qsvnuvq5
Entonces... ¿qué determina la inclinación de la recta?

Respuesta: La dirección del vector.

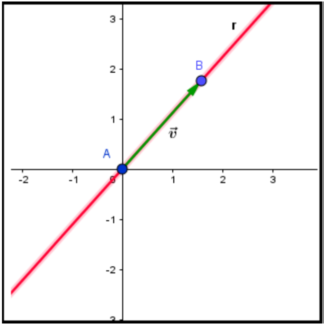


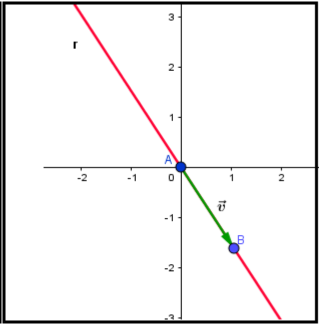


Rectas

Por lo tanto, a toda recta la podemos generar a partir de un vector.
Veamos el siguiente recurso de GeoGebra:
https://www.geogebra.org/m/qsvnuvq5
Entonces... ¿qué determina la inclinación de la recta?

Respuesta: La dirección del vector.





Este vector que genera la recta se denomina **vector director**.

Rectas

Ahora podemos escribir cualquier recta utilizando vectores:

Rectas

Ahora podemos escribir cualquier recta utilizando vectores:
Las rectas en $\mathbb{R}^3$:

Rectas

Ahora podemos escribir cualquier recta utilizando vectores:
Las rectas en $\mathbb{R}^3$:

$$\boxed{r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}}$$

Donde (v_1, v_2, v_3) es el vector director de r.

Ahora podemos escribir cualquier recta utilizando vectores:
Las rectas en $\mathbb{R}^3$:

$$\boxed{r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}}$$

Donde (v_1, v_2, v_3) es el vector director de r. Y (x, y, z) representa cualquier punto de la recta.

Rectas

Ahora podemos escribir cualquier recta utilizando vectores:
Las rectas en $\mathbb{R}^3$:

$$\boxed{r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}}$$

Donde (v_1, v_2, v_3) es el vector director de r. Y (x, y, z) representa cualquier punto de la recta. Por lo tanto, si quiero saber un punto que esté en la recta solo debemos darle un valor a λ.

Rectas

Ahora podemos escribir cualquier recta utilizando vectores:
Las rectas en $\mathbb{R}^3$:

$$\boxed{r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}}$$

Donde (v_1, v_2, v_3) es el vector director de r. Y (x, y, z) representa cualquier punto de la recta. Por lo tanto, si quiero saber un punto que esté en la recta solo debemos darle un valor a λ.

Rectas

Por ejemplo:

Rectas

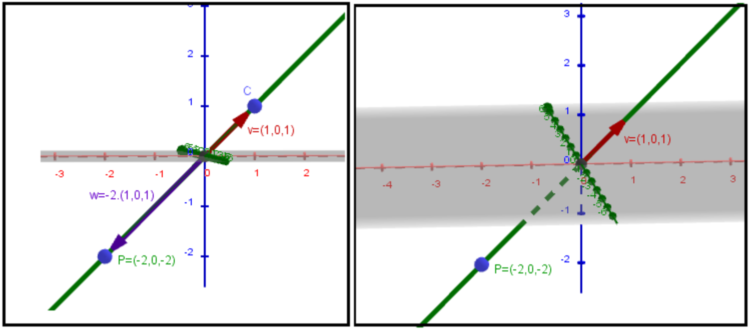
Por ejemplo:
Sea la recta r tal que $r : (x, y, z) = \lambda.(1, 0, 1)$

Rectas

Por ejemplo:
Sea la recta r tal que $r : (x, y, z) = \lambda.(1, 0, 1)$
Un punto P que pertenezca a la recta será, por ejemplo, tomando $\lambda = -2$.

Rectas

Por ejemplo:
Sea la recta r tal que $r : (x, y, z) = \lambda.(1, 0, 1)$
Un punto P que pertenezca a la recta será, por ejemplo, tomando $\lambda = -2$. Entonces $P = (x, y, z) = -2.(1, 0, 1) = (-2, 0, -2)$



En el ejemplo anterior, la recta pasaba por el origen de coordenadas. Si queremos que pase por otro punto

En el ejemplo anterior, la recta pasaba por el origen de coordenadas. Si queremos que pase por otro punto sólo debemos sumarle este punto.

En el ejemplo anterior, la recta pasaba por el origen de coordenadas. Si queremos que pase por otro punto sólo debemos sumarle este punto.

Es decir, la recta r que pasa por el punto $P = (x_0, y_0, z_0)$ y su vector director es (v_1, v_2, v_3)será:

En el ejemplo anterior, la recta pasaba por el origen de coordenadas. Si queremos que pase por otro punto sólo debemos sumarle este punto.

Es decir, la recta r que pasa por el punto $P = (x_0, y_0, z_0)$ y su vector director es (v_1, v_2, v_3)será:

$$\underbrace{r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) + (x_0, y_0, z_0)}_{\text{Ecuación vectorial}} \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

Rectas

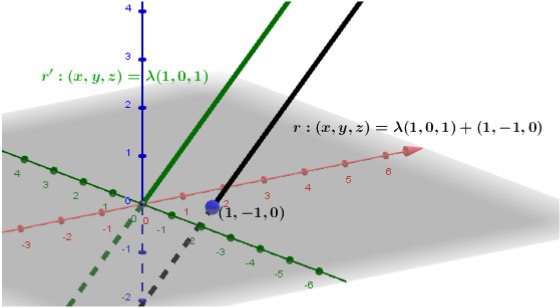
Por ejemplo:

Rectas

Por ejemplo:

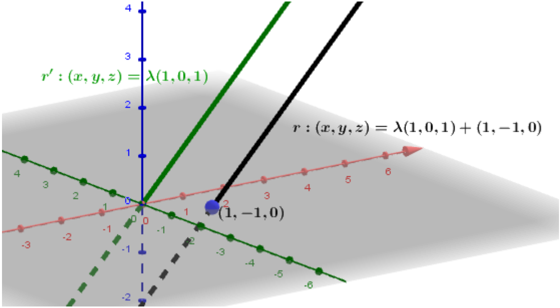
$r : (x, y, z) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$

Por ejemplo:
$r : (x, y, z) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$



Rectas

Por ejemplo:
$r : (x, y, z) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$



1. ¿El punto (2,3,-1) pertenece a la recta r?

1. ¿El punto (2,-1,-1) pertenece a la recta r?

Supongamos que el punto está en la recta.

1. ¿El punto (2,-1,-1) pertenece a la recta r?

Supongamos que el punto está en la recta. Entonces se debe cumplir que: $(2, -1, -1) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$

1. ¿El punto (2,-1,-1) pertenece a la recta r?

Supongamos que el punto está en la recta. Entonces se debe cumplir que: $(2, -1, -1) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$
Resolviendo el término de la derecha:

$$\begin{aligned} (2, -1, -1) &= \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0) \\ &= (\lambda, 0, \lambda) + (1, -1, 0) \\ &= (\lambda + 1, -1, \lambda) \end{aligned}$$

1. ¿El punto (2,-1,-1) pertenece a la recta r?

Supongamos que el punto está en la recta. Entonces se debe cumplir que: $(2, -1, -1) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$
Resolviendo el término de la derecha:

$$\begin{aligned} (2, -1, -1) &= \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0) \\ &= (\lambda, 0, \lambda) + (1, -1, 0) \\ &= (\lambda + 1, -1, \lambda) \end{aligned}$$

La igualdad se cumple sii:

1. ¿El punto (2,-1,-1) pertenece a la recta r?

Supongamos que el punto está en la recta. Entonces se debe cumplir que: $(2, -1, -1) = \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0)$
Resolviendo el término de la derecha:

$$\begin{aligned} (2, -1, -1) &= \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0) \\ &= (\lambda, 0, \lambda) + (1, -1, 0) \\ &= (\lambda + 1, -1, \lambda) \end{aligned}$$

La igualdad se cumple sii:

$$\begin{aligned} 2 &= \lambda + 1 && (1) \\ -1 &= -1 && (2) \\ -1 &= \lambda && (3) \end{aligned}$$

De (1) $\lambda = 1$ pero de (3) se desprende que $\lambda = -1$

De (1) $\lambda = 1$ pero de (3) se desprende que $\lambda = -1$ lo que es inconsistente porque $1 \neq -1$.

De (1) $\lambda = 1$ pero de (3) se desprende que $\lambda = -1$ lo que es inconsistente porque $1 \neq -1$. Por lo tanto, el punto (2,-1,-1) no pertenece a la recta r.

Rectas

¿Cómo podemos determinar, de manera general, todos los puntos de una recta?

Rectas

¿Cómo podemos determinar, de manera general, todos los puntos de una recta?

Rta: Consideremos la recta r. Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ su vector director y $P = (x_0, y_0, z_0)$ un punto por el que pasa. Entonces

$$r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) + (x_0, y_0, z_0)$$

Rectas

¿Cómo podemos determinar, de manera general, todos los puntos de una recta?

Rta: Consideremos la recta r. Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ su vector director y $P = (x_0, y_0, z_0)$ un punto por el que pasa. Entonces

$$r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) + (x_0, y_0, z_0)$$

Un punto (x, y, z) pertenece a la recta r sí y sólo sí

Rectas

¿Cómo podemos determinar, de manera general, todos los puntos de una recta?

Rta: Consideremos la recta r. Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ su vector director y $P = (x_0, y_0, z_0)$ un punto por el que pasa. Entonces

$$r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) + (x_0, y_0, z_0)$$

Un punto (x, y, z) pertenece a la recta r sí y sólo sí

$$\begin{cases} x = \lambda.v_1 + x_0 & (1) \\ y = \lambda.v_2 + y_0 & (2) \\ z = \lambda.v_3 + z_0 & (3) \end{cases}$$

¿Cómo podemos determinar, de manera general, todos los puntos de una recta?

Rta: Consideremos la recta r. Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ su vector director y $P = (x_0, y_0, z_0)$ un punto por el que pasa. Entonces

$$r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) + (x_0, y_0, z_0)$$

Un punto (x, y, z) pertenece a la recta r sí y sólo sí

$$\begin{cases} x = \lambda.v_1 + x_0 & (1) \\ y = \lambda.v_2 + y_0 & (2) \\ z = \lambda.v_3 + z_0 & (3) \end{cases}$$

Donde $\lambda \in \mathbb{R}$ y en las tres ecuaciones vale lo mismo.

¿Cómo podemos determinar, de manera general, todos los puntos de una recta?

Rta: Consideremos la recta r. Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ su vector director y $P = (x_0, y_0, z_0)$ un punto por el que pasa. Entonces

$$r : (x, y, z) = \lambda.(v_1, v_2, v_3) + (x_0, y_0, z_0)$$

Un punto (x, y, z) pertenece a la recta r sí y sólo sí

$$\begin{cases} x = \lambda.v_1 + x_0 & (1) \\ y = \lambda.v_2 + y_0 & (2) \\ z = \lambda.v_3 + z_0 & (3) \end{cases}$$

Donde $\lambda \in \mathbb{R}$ y en las tres ecuaciones vale lo mismo.
Estas ecuaciones, se denominan ecuaciones paramétricas de una recta.

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{v_1} \qquad \lambda = \frac{y - y_0}{v_2} \qquad \lambda = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{v_1} \qquad \lambda = \frac{y - y_0}{v_2} \qquad \lambda = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Entonces:

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{v_1} \qquad \lambda = \frac{y - y_0}{v_2} \qquad \lambda = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Entonces:

$$\underbrace{\boxed{\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} = \frac{z - z_0}{v_3}}}_{\text{Ecuación simétrica}}$$

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{v_1} \qquad \lambda = \frac{y - y_0}{v_2} \qquad \lambda = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Entonces:

$$\underbrace{\boxed{\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} = \frac{z - z_0}{v_3}}}_{\text{Ecuación simétrica}}$$

Obs: Si alguna coordenada del vector director $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ es nula

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{v_1} \qquad \lambda = \frac{y - y_0}{v_2} \qquad \lambda = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Entonces:

$$\underbrace{\boxed{\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} = \frac{z - z_0}{v_3}}}_{\text{Ecuación simétrica}}$$

Obs: Si alguna coordenada del vector director $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ es nula entonces no se podrá escribir la ecuación simétrica, ya que

Rectas

Si el λ debe ser el mismo en las tres ecuaciones entonces:

$$\lambda = \frac{x - x_0}{v_1} \qquad \lambda = \frac{y - y_0}{v_2} \qquad \lambda = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Entonces:

$$\underbrace{\boxed{\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} = \frac{z - z_0}{v_3}}}_{\text{Ecuación simétrica}}$$

Obs: Si alguna coordenada del vector director $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ es nula entonces no se podrá escribir la ecuación simétrica, ya que no podemos dividir por cero.

Rectas

Ejercicio

Dada la recta $r : (x, y, z) = \lambda.(1, -1, 1) + (1, -1, 0)$ *escribir sus ecuaciones paramétricas, la ecuación simétrica y determinar las coordenadas de un punto* P *que pertenezca a* r.

Ejercicio

Dada la recta $r : (x, y, z) = \lambda.(1, -1, 1) + (1, -1, 0)$ *escribir sus ecuaciones paramétricas, la ecuación simétrica y determinar las coordenadas de un punto* P *que pertenezca a* r.

Rta:

Ejercicio

Dada la recta $r : (x, y, z) = \lambda.(1, -1, 1) + (1, -1, 0)$ *escribir sus ecuaciones paramétricas, la ecuación simétrica y determinar las coordenadas de un punto* P *que pertenezca a* r*.*

<u>Rta:</u> Las ecuaciones paramétricas serán:

Ejercicio

Dada la recta $r : (x, y, z) = \lambda.(1, -1, 1) + (1, -1, 0)$ *escribir sus ecuaciones paramétricas, la ecuación simétrica y determinar las coordenadas de un punto* P *que pertenezca a* r*.*

Rta: Las ecuaciones paramétricas serán:

$$\begin{cases} x = \lambda.1 + 1 \\ y = \lambda.(-1) + -1 \\ z = \lambda.1 + 0 \end{cases}$$

Rectas

La ecuación simétrica será:

Rectas

La ecuación simétrica será:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-0}{1}$$

Rectas

La ecuación simétrica será:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-0}{1}$$

Luego, las coordenadas de un punto P que pertenezca a la recta es, por ejemplo, tomando $\lambda = -5$

Rectas

La ecuación simétrica será:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-0}{1}$$

Luego, las coordenadas de un punto P que pertenezca a la recta es, por ejemplo, tomando $\lambda = -5$

$$\begin{aligned} x &= -4 \\ y &= 4 \\ z &= -5 \end{aligned}$$

Rectas

La ecuación simétrica será:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-0}{1}$$

Luego, las coordenadas de un punto P que pertenezca a la recta es, por ejemplo, tomando $\lambda = -5$

$$\begin{aligned} x &= -4 \\ y &= 4 \\ z &= -5 \end{aligned}$$

Donde $P = (-4, 4, -5)$

Rectas

Ejercicio

Dados los puntos $P = (1, 5, 0)$ *y* $Q = (-1, 0, -2)$*:*

1. *Determinar la recta* r *que pasa por* P *y* Q*.*
2. *Determinar las ecuaciones paramétricas de* r*.*
3. *¿El punto* $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ *pertenece a la recta* r*?*

Rectas

Solución:

Rectas

<u>Solución:</u>

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q.

Rectas

Solución:

1. Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.

<u>Solución:</u>

1. Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
   Entonces,

   $$\vec{v} =$$

Rectas

Solución:

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
Entonces,

$$\vec{v} = \vec{PQ} =$$

Rectas

<u>Solución:</u>

1. Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
   Entonces,

   $$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P$$

Solución:

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
Entonces,

$$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0)$$

Solución:

1. Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
   Entonces,
   $$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0) = (-2, -5, -2)$$

Solución:

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
Entonces,

$$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0) = (-2, -5, -2)$$

O cualquier múltiplo escalar de él.

Solución:

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
Entonces,

$$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0) = (-2, -5, -2)$$

O cualquier múltiplo escalar de él.

Por último, si queremos que la recta pase por P y Q, entonces podemos seleccionar uno de ellos para la ecuación vectorial.

Rectas

<u>Solución:</u>

1. Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
   Entonces,
   $$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0) = (-2, -5, -2)$$
   O cualquier múltiplo escalar de él.

   Por último, si queremos que la recta pase por P y Q, entonces podemos seleccionar uno de ellos para la ecuación vectorial.

   Por lo tanto,

Solución:

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.
Entonces,

$$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0) = (-2, -5, -2)$$

O cualquier múltiplo escalar de él.

Por último, si queremos que la recta pase por P y Q, entonces podemos seleccionar uno de ellos para la ecuación vectorial.

Por lo tanto,

$$r : (x, y, z) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

Solución:

1 Podemos escribir la ecuación vectorial de la recta r que pasa por P y Q. Para esto necesitamos el vector director $\vec{v}$ y un punto por el que queremos que pase.

Entonces,

$$\vec{v} = \vec{PQ} = Q - P = (-1, 0, -2) - (1, 5, 0) = (-2, -5, -2)$$

O cualquier múltiplo escalar de él.

Por último, si queremos que la recta pase por P y Q, entonces podemos seleccionar uno de ellos para la ecuación vectorial.

Por lo tanto,

$$r : (x, y, z) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

o

$$r : (x, y, z) = \lambda.(2, 5, 2) + (-1, 0, 2) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

Rectas

2 Sea la ecuación vectorial de la recta

$$r : (x, y, z) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

.

2 Sea la ecuación vectorial de la recta

$$r : (x, y, z) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

. Las ecuaciones paramétricas serán:

Rectas

2 Sea la ecuación vectorial de la recta

$$r : (x, y, z) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

. Las ecuaciones paramétricas serán:

$$\begin{cases} x = \lambda.(-2) - 1 \\ y = \lambda.(-5) \\ z = \lambda.(-2) + 2 \end{cases}$$

Rectas

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Rectas

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

$$\left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

$$\left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

Debemos buscar $\lambda \in \mathbb{R}$:

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

$$\left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

Debemos buscar $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -2 = \lambda.(-2) - 1 & (1) \\ -\frac{5}{2} = \lambda.(-5) & (2) \\ 1 = \lambda.(-2) + 2 & (3) \end{cases}$$

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

$$\left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

Debemos buscar $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -2 = \lambda.(-2) - 1 & (1) \\ -\frac{5}{2} = \lambda.(-5) & (2) \\ 1 = \lambda.(-2) + 2 & (3) \end{cases}$$

Despejando λ de (1), (2) y (3) obtenemos que:

Rectas

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

$$\left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

Debemos buscar $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -2 = \lambda.(-2) - 1 & (1) \\ -\frac{5}{2} = \lambda.(-5) & (2) \\ 1 = \lambda.(-2) + 2 & (3) \end{cases}$$

Despejando λ de (1), (2) y (3) obtenemos que: $\lambda = \frac{1}{2}$.

3 Analicemos si el punto $H = \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right)$ pertenece a la recta:

Supongamos que H pertenece, entonces:

$$\left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = \lambda.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

Debemos buscar $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -2 = \lambda.(-2) - 1 & (1) \\ -\frac{5}{2} = \lambda.(-5) & (2) \\ 1 = \lambda.(-2) + 2 & (3) \end{cases}$$

Despejando λ de (1), (2) y (3) obtenemos que: $\lambda = \frac{1}{2}$.
Como en las tres ecuaciones el λ es el mismo, entonces H pertenece a la recta.

Verificación:

Verificación:

$$(x, y, z) \quad = \quad \frac{1}{2}.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2)$$

Verificación:

$$\begin{aligned}(x, y, z) &= \frac{1}{2}.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \\ &= \left(-1, -\frac{5}{2}, -1\right) + (-1, 0, 2)\end{aligned}$$

Rectas

Verificación:

$$\begin{aligned}(x, y, z) &= \frac{1}{2}.(-2, -5, -2) + (-1, 0, 2) \\ &= \left(-1, -\frac{5}{2}, -1\right) + (-1, 0, 2) \\ &= \left(-2, -\frac{5}{2}, 1\right) = H\end{aligned}$$

Resumiendo...

Resumiendo...

Rectas

Ecuación vectorial: $(x, y, z) = \lambda \underbrace{(v_1, v_2, v_3)}_{\vec{v}} + \underbrace{(x_0, y_0, z_0)}_{P_0} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$

Ecuación paramétrica:

$$\begin{cases} x = \lambda v_1 + x_0 \\ y = \lambda v_2 + y_0 \\ z = \lambda v_3 + z_0 \end{cases}$$

Ecuación simétrica:

$$\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} = \frac{z - z_0}{v_3}$$

Rectas

Si tenemos dos rectas distintas sabemos que estas pueden:

Rectas

Si tenemos dos rectas distintas sabemos que estas pueden:

a. Intersecarse

Rectas

Si tenemos dos rectas distintas sabemos que estas pueden:

a Intersecarse en un punto.

Rectas

Si tenemos dos rectas distintas sabemos que estas pueden:

a Intersecarse en un punto.

b Ser paralelas.

Rectas

Si tenemos dos rectas distintas sabemos que estas pueden:

a. Intersecarse en un punto.
b. Ser paralelas.
c. Ser perpendiculares.

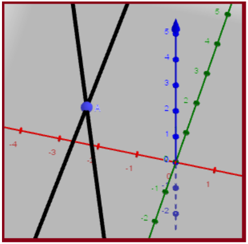
Rectas

Si tenemos dos rectas distintas sabemos que estas pueden:

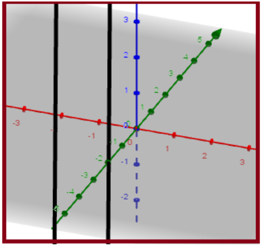
a Intersecarse en un punto.

b Ser paralelas.

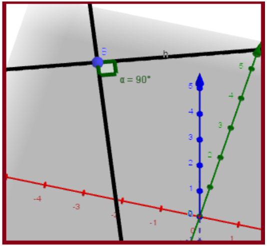
c Ser perpendiculares.



Intersección de dos rectas



Rectas paralelas



Rectas perpendiculares

Rectas

Cuando pensamos en intersección de rectas podemos tener dos soluciones:

Rectas

Cuando pensamos en intersección de rectas podemos tener dos soluciones: una única (un punto)

Rectas

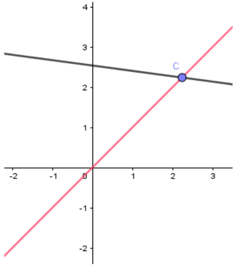
Cuando pensamos en intersección de rectas podemos tener dos soluciones: una única (un punto) o infinitas soluciones

Rectas

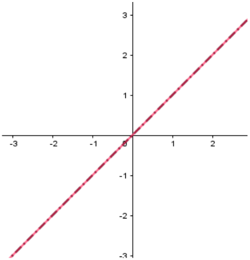
Cuando pensamos en intersección de rectas podemos tener dos soluciones: una única (un punto) o infinitas soluciones (una recta "sobre" la otra, es decir, si son la misma recta).

Rectas

Cuando pensamos en intersección de rectas podemos tener dos soluciones: una única (un punto) o infinitas soluciones (una recta "sobre" la otra, es decir, si son la misma recta).



Dos rectas distintas



Dos rectas iguales

Rectas

Ya estudiamos que dos rectas son:

Rectas

Ya estudiamos que dos rectas son:

1. Paralelas sí y sólo sí

Rectas

Ya estudiamos que dos rectas son:

1. Paralelas sí y sólo sí tienen la misma pendiente (o inclinación).

Rectas

Ya estudiamos que dos rectas son:

1. Paralelas sí y sólo sí tienen la misma pendiente (o inclinación).
2. Perpendiculares sí y sólo sí forman un ángulo de 90°

Rectas Paralelas

Definimos que una recta podemos generarla a partir de

Rectas Paralelas

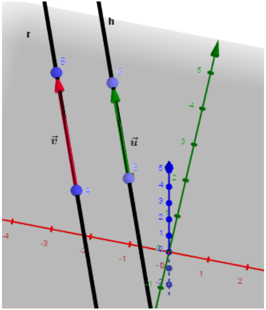
Definimos que una recta podemos generarla a partir de un vector llamado: **vector director**.

Rectas Paralelas

Definimos que una recta podemos generarla a partir de un vector llamado: **vector director**. Entonces, **¿cuándo dos rectas serán paralelas?**

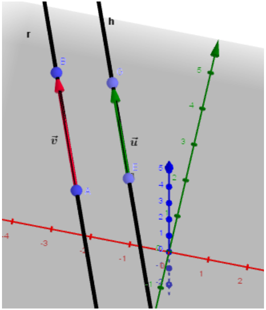
Rectas Paralelas

Definimos que una recta podemos generarla a partir de un vector llamado: **vector director**. Entonces, **¿cuándo dos rectas serán paralelas?**



Rectas Paralelas

Definimos que una recta podemos generarla a partir de un vector llamado: **vector director**. Entonces, **¿cuándo dos rectas serán paralelas?**



Dos rectas serán paralelas si sus vectores directores lo son.

Rectas paralelas

Definición

Sean $\vec{v}$ *y* $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ *dos vectores directores de las rectas* r *y* h *respectivamente. Éstas serán paralelas sí y sólo sí*

Rectas paralelas

Definición

Sean $\vec{v}$ *y* $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ *dos vectores directores de las rectas* r *y* h *respectivamente. Éstas serán paralelas sí y sólo sí los vectores* $\vec{v}$ *y* $\vec{u}$ *son paralelos.*

Rectas paralelas

Definición

Sean $\vec{v}$ y $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ dos vectores directores de las rectas r y h respectivamente. Éstas serán paralelas sí y sólo sí los vectores $\vec{v}$ y $\vec{u}$ son paralelos.

Es decir, $\vec{v} = \beta.\vec{u}$ o $\vec{u} = \alpha.\vec{v}$ con $\beta, \alpha \in \mathbb{R}$.

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r:(x,y,z) &= \lambda.(1,0,1)+(1,-1,0) \\ h:(x,y,z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3}\right)+(0,0,1) \end{aligned}$$

con λ *y* $\alpha \in \mathbb{R}$. *Determinar si son paralelas.*

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r:(x,y,z) &= \lambda.(1,0,1)+(1,-1,0) \\ h:(x,y,z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3}\right)+(0,0,1) \end{aligned}$$

con λ *y* $\alpha \in \mathbb{R}$. *Determinar si son paralelas.*

Solución:

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r:(x,y,z) &= \lambda.(1,0,1)+(1,-1,0) \\ h:(x,y,z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3}\right)+(0,0,1) \end{aligned}$$

con λ y $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinar si son paralelas.

Solución:

Las rectas son paralelas sí y solo sí

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r : (x, y, z) &= \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0) \\ h : (x, y, z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3}, 0, -\sqrt{3}\right) + (0, 0, 1) \end{aligned}$$

con λ y $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinar si son paralelas.

Solución:

Las rectas son paralelas sí y solo sí sus vectores directores lo son.

Analicemos esto:

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r:(x,y,z) &= \lambda.(1,0,1)+(1,-1,0) \\ h:(x,y,z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3}\right)+(0,0,1) \end{aligned}$$

con λ *y* $\alpha \in \mathbb{R}$. *Determinar si son paralelas.*

Solución:

Las rectas son paralelas sí y solo sí sus vectores directores lo son.

Analicemos esto:

El vector director de r es

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r : (x, y, z) &= \lambda.(1, 0, 1) + (1, -1, 0) \\ h : (x, y, z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3}, 0, -\sqrt{3}\right) + (0, 0, 1) \end{aligned}$$

con λ y $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinar si son paralelas.

Solución:

Las rectas son paralelas sí y solo sí sus vectores directores lo son.

Analicemos esto:

El vector director de r es $\vec{v} = (1, 0, 1)$ y el de h

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r:(x,y,z) &= \lambda.(1,0,1)+(1,-1,0)\\ h:(x,y,z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3}\right)+(0,0,1) \end{aligned}$$

con λ y $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinar si son paralelas.

Solución:
Las rectas son paralelas sí y solo sí sus vectores directores lo son.
Analicemos esto:
El vector director de r es $\vec{v} = (1,0,1)$ y el de h es
$\vec{u} = (-\sqrt{3}, 0, -\sqrt{3})$.

Rectas paralelas

Ejercicio

1. Sean las rectas

$$\begin{aligned} r:(x,y,z) &= \lambda.(1,0,1)+(1,-1,0) \\ h:(x,y,z) &= \alpha.\left(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3}\right)+(0,0,1) \end{aligned}$$

con λ y $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinar si son paralelas.

Solución:
Las rectas son paralelas sí y solo sí sus vectores directores lo son.
Analicemos esto:
El vector director de r es $\vec{v}=(1,0,1)$ y el de h es
$\vec{u}=(-\sqrt{3},0,-\sqrt{3})$.
Se puede observar que $\vec{u}=-\sqrt{3}.(1,0,1)$ por lo tanto, son rectas paralelas.

Rectas paralelas

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ *y que pase por el origen.*

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ *y que pase por el origen.*

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

Rectas paralelas

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el origen.

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser paralela a h entonces $\vec{v}$ debe ser paralelo a $(-1, 2, 1)$,

Rectas paralelas

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el origen.

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser paralela a h entonces $\vec{v}$ debe ser paralelo a $(-1, 2, 1)$, es decir, que $\vec{v} = k.(-1, 2, 1)$ con $k \in \mathbb{R}$.

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el origen.

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser paralela a h entonces $\vec{v}$ debe ser paralelo a $(-1, 2, 1)$, es decir, que $\vec{v} = k.(-1, 2, 1)$ con $k \in \mathbb{R}$. Cualquier valor real que le demos a k nos determinará un vector director paralelo al de h y por lo tanto una recta paralela. Por ejemplo,

Rectas paralelas

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el origen.

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser paralela a h entonces $\vec{v}$ debe ser paralelo a $(-1, 2, 1)$, es decir, que $\vec{v} = k.(-1, 2, 1)$ con $k \in \mathbb{R}$. Cualquier valor real que le demos a k nos determinará un vector director paralelo al de h y por lo tanto una recta paralela. Por ejemplo, tomando $k = 2$, $\vec{v} = 2.(-1, 2, 1) = (-2, 4, 2)$ y la recta será

Rectas paralelas

Ejercicio

2. Determinar una recta r que sea paralela a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el origen.

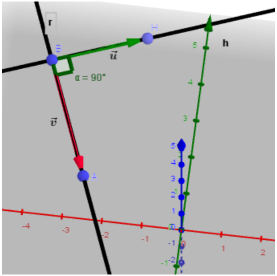
La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser paralela a h entonces $\vec{v}$ debe ser paralelo a $(-1, 2, 1)$, es decir, que $\vec{v} = k.(-1, 2, 1)$ con $k \in \mathbb{R}$. Cualquier valor real que le demos a k nos determinará un vector director paralelo al de h y por lo tanto una recta paralela. Por ejemplo, tomando $k = 2$, $\vec{v} = 2.(-1, 2, 1) = (-2, 4, 2)$ y la recta será $r : (x, y, z) = \alpha.(-2, 4, 2)$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

Rectas perpendiculares

¿Cuándo dos rectas serán perpendiculares?

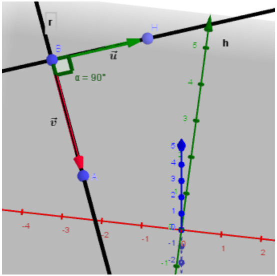
Rectas perpendiculares

¿Cuándo dos rectas serán perpendiculares?



Rectas perpendiculares

¿Cuándo dos rectas serán perpendiculares?



Si los vectores directores son ortogonales.

Rectas perpendiculares

Definición

Sean $\vec{v}$ *y* $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ *dos vectores directores de las rectas* r *y* h *respectivamente. Éstas serán perpendiculares sí y sólo sí*

Rectas perpendiculares

Definición

Sean $\vec{v}$ y $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ dos vectores directores de las rectas r y h respectivamente. Éstas serán perpendiculares sí y sólo sí los vectores $\vec{v}$ y $\vec{u}$ son ortogonales.

Rectas perpendiculares

Definición

Sean $\vec{v}$ y $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ dos vectores directores de las rectas r y h respectivamente. Éstas serán perpendiculares sí y sólo sí los vectores $\vec{v}$ y $\vec{u}$ son ortogonales.

Es decir, $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$ o si el ángulo comprendido entre $\vec{v}$ y $\vec{u}$ es de $90°$.

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ *y que pase por el punto* $P = (1, 5, 2)$.

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el punto $P = (1, 5, 2)$.

Solución:

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ *y que pase por el punto* $P = (1, 5, 2)$.

Solución:

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v}$

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el punto $P = (1, 5, 2)$.

Solución:
La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v} + P$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el punto $P = (1, 5, 2)$.

Solución:
La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v} + P$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser perpendicular a h entonces $\vec{v} = (x, y, z)$ debe ser ortogonal a $(-1, 2, 1)$,

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el punto $P = (1, 5, 2)$.

Solución:

La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v} + P$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

Como r debe ser perpendicular a h entonces $\vec{v} = (x, y, z)$ debe ser ortogonal a $(-1, 2, 1)$, es decir, que

$$(x, y, z) \cdot (-1, 2, 1) \quad =$$

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ y que pase por el punto $P = (1, 5, 2)$.

Solución:
La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v} + P$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser perpendicular a h entonces $\vec{v} = (x, y, z)$ debe ser ortogonal a $(-1, 2, 1)$, es decir, que

$$(x, y, z) \cdot (-1, 2, 1) = 0$$

Resolviendo obtenemos que

Rectas perpendiculares

Ejercicio

Determinar una recta r que sea perpendicular a

$$h : (x, y, z) = \lambda.(-1, 2, 1) + (1, -1, 0)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$ *y que pase por el punto* $P = (1, 5, 2)$.

Solución:
La ecuación vectorial de r será $r : \alpha.\vec{v} + P$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.
Como r debe ser perpendicular a h entonces $\vec{v} = (x, y, z)$ debe ser ortogonal a $(-1, 2, 1)$, es decir, que

$$(x, y, z) \cdot (-1, 2, 1) \quad = \quad 0$$

Resolviendo obtenemos que

$$-x + 2y + z = 0$$

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$.

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

.

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

. Si $y = -1$ y $z = -\frac{1}{3}$ entonces

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

. Si $y = -1$ y $z = -\frac{1}{3}$ entonces

$$x = 2.(-1) - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1,2,1)$ si cumple la ecuación $-x+2y+z=0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

. Si $y=-1$ y $z=-\frac{1}{3}$ entonces

$$x = 2.(-1) - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

por lo tanto $\vec{v}=(x,y,z)=\left(-\frac{7}{3},-1,-\frac{1}{3}\right)$.

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

. Si $y = -1$ y $z = -\frac{1}{3}$ entonces

$$x = 2.(-1) - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

por lo tanto $\vec{v} = (x, y, z) = \left(-\frac{7}{3}, -1, -\frac{1}{3}\right)$. Si le damos otros valores a z e y obtendremos otros vectores ortogonales.

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

. Si $y = -1$ y $z = -\frac{1}{3}$ entonces

$$x = 2.(-1) - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

por lo tanto $\vec{v} = (x, y, z) = \left(-\frac{7}{3}, -1, -\frac{1}{3}\right)$. Si le damos otros valores a z e y obtendremos otros vectores ortogonales.

Por lo tanto, la recta será

Es decir que el vector $\vec{v}$ será ortogonal a $(-1, 2, 1)$ si cumple la ecuación $-x + 2y + z = 0$. Entonces para buscar al menos uno podemos escribir a una variable en función de las otras.

Despejando x nos queda:

$$x = 2y + z$$

. Si $y = -1$ y $z = -\frac{1}{3}$ entonces

$$x = 2.(-1) - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

por lo tanto $\vec{v} = (x, y, z) = \left(-\frac{7}{3}, -1, -\frac{1}{3}\right)$. Si le damos otros valores a z e y obtendremos otros vectores ortogonales.

Por lo tanto, la recta será

$$r : (x, y, z) = \alpha. \left(-\frac{7}{3}, -1, -\frac{1}{3}\right) + (1, 5, 2) \text{ con } \alpha \in \mathbb{R}$$