

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

DEFINISI PERSAMAAN LINEAR

Suatu persamaan dalam n variabel x_1, x_2, \dots, x_n dikatakan linear bila dapat dituliskan sebagai

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = k$$

dengan c_1, c_2, \dots, c_n dan k suatu konstanta real.

LATIHAN

Manakah yang merupakan persamaan linear?

1. $x - 2y + 3z = -1$

2. $\frac{1}{2}x + 3y^2 = 6$

3. $2xy + 3y + z = 5$

4. $\frac{1}{x} - y + 3z = 0$

5. $2y - z = 3 - x$

6. $\frac{1}{5}x - \frac{2}{3}y = 1$

7. $\sqrt{x} + y + z = 3$

DEFINISI SPL

Sistem Persamaan Linear (SPL) yang terdiri dari m buah persamaan dan n buah variabel adalah satu sistem persamaan yang dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\&\dots \\a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m\end{aligned}$$

Dengan a_{ij} dan $b_i, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ berupa konstanta, sedangkan x_j dengan $j = 1, 2, \dots, n$ merupakan variabel.


Besaran a_{ij} disebut koefisien x_j pada persamaan ke i dan besaran b_i disebut nilai sisi kanan persamaan ke i .

CONTOH

$$x - y + 2z = 6$$

$$2x + 3y - z = -3$$

$$-2y - 3z = -4$$

 Persamaan di atas dapat dituliskan dalam bentuk catatan matriks sebagai berikut

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_X = \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}}_B$$

Jika semua nilai sisi kanan SPL bernilai nol, maka SPL tersebut dinamakan **SPL Homogen**.

KEKONSISTENAN SPL

Suatu SPL $AX=B$ dengan $A_{m \times n}$ dikatakan konsisten jika dan hanya jika pangkat matriks A sama dengan pangkat matriks diperbesarnya, yaitu

✿ $p(A) = p(A|B)$. Selanjutnya dalam hal SPL

konsisten dan jika

1. $p(A) = n$ maka SPL mempunyai penyelesaian tunggal.

✿ 2. $p(A) < n$ maka SPL mempunyai banyak penyelesaian.

Teladan 1

Periksa apakah SPL berikut konsisten atau tidak konsisten

1.

$$4x + 2y + z = 0$$

$$3x - 7y - 2z = 20$$

$$x + y + 4z = 6$$

2.

$$x - 3y + 4z = 5$$

$$2x - y + 3z = 7$$

$$3x - 9y + 12z = 15$$

PENENTUAN SOLUSI SPL

1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Matriks Invers
3. Metode Cramer

Metode Eliminasi Gauss

Suatu SPL mempunyai solusi yang sama dengan SPL asal bila dikenai tiga operasi baris dasar, prosedur dalam metode eliminasi Gauss antara lain :

1. Buat matriks diperbesar $(A|B)$
2. Lakukan serangkaian OBD agar matriks A berubah menjadi matriks segitiga atas
3. Gunakan substitusi munsur untuk menentukan penyelesaiannya.

Teladan

Tentukan solusi SPL dengan menggunakan metode eliminasi Gauss

$$x - y + 2z = 6$$

$$2x + 3y - z = -3$$

$$-2y - 3z = -4$$

Metode Matriks Invers

Metode matriks invers dapat digunakan untuk suatu SPL $AX=B$ dengan A merupakan matriks taksingular atau $\det(A) \neq 0$.

Dengan menggunakan sifat invers matriks berlaku

$$AX = B$$

$$X = A^{-1}B$$

Teladan

Tentukan solusi SPL dengan menggunakan metode matriks invers

$$x - y + 2z = 6$$

$$2x + 3y - z = -3$$

$$-2y - 3z = -4$$

Metode Cramer

Metode Cramer dapat digunakan untuk untuk suatu SPL $AX=B$ dengan A merupakan matriks taksingular atau $\det(A) \neq 0$.



SPL tersebut mempunyai penyelesaian tunggal, yaitu

$$x_j = \frac{|A_j|}{|A|}$$

dengan A_j adalah matriks A kolom ke j diganti dengan matriks B .



Teladan

Tentukan solusi SPL dengan menggunakan metode Cramer

$$x - y + 2z = 6$$

$$2x + 3y - z = -3$$

$$-2y - 3z = -4$$



TERIMA KASIH