

کمینه سه‌تایی

در کارخانه‌ای ۳ دستگاه پردازش با عملکردی مشابه وجود دارد که مستقل از هم هستند. شیوه‌کار این دستگاه‌ها بدین گونه است که در آن واحد تنها می‌توانند به انجام یک وظیفه بپردازند و پس از تمام شدن آن، آماده پردازش وظیفه بعدی هستند. هر وظیفه در مدت زمان مشخصی انجام می‌شود و مقدار آن می‌تواند آن با دیگر وظایف متفاوت باشد.

زمان استراحت برای یک دستگاه را مجموع زمان‌هایی که آن دستگاه مشغول به انجام وظیفه‌ای نیست تعریف می‌کنیم. حال با داشتن n وظیفه، می‌خواهیم طوری برنامه‌ریزی کنیم و وظایف را به دستگاه‌ها بدهیم که کارها در کمترین زمان ممکن به اتمام برسد. به بیانی دیگر، می‌خواهیم **مجموع** زمان‌های استراحت ۳ دستگاه، **کمینه** باشد. نام این مسئله را «کمینه سه‌تایی» در نظر بگیرید.

نشان دهید مسئله کمینه سه‌تایی یک مسئله NP-COMPLETE است. برای اثبات می‌توانید از مسئله SUBSET SUM استفاده کنید.

مثال

فرض کنید که ورودی مسئله ۵ وظیفه باشد که مدت زمان انجام شدن آنها ۵۰، ۱۰، ۶۰، ۲۵ و ۳۵ باشد.

حل غیر بهینه

اگر وظایف را به صورت زیر بین ماشین‌ها تقسیم کنیم

- ماشین ۱: ۱۰، ۵۰
- ماشین ۲: ۲۵، ۶۰
- ماشین ۳: ۳۵

ماشین ۲ دیرتر از بقیه ماشین‌ها و در زمان ۸۵ کارش تمام می‌شود. ماشین ۳ کارش در زمان ۳۵ تمام شده و ۵۰ ثانیه دیگر را بی‌کار می‌ماند. ماشین ۱ کارش در زمان ۶۰ تمام می‌شود و ۲۵ ثانیه بی‌کار می‌ماند. بنابراین مجموع زمان استراحت‌ها $۷۵ = ۲۵ + ۵۰$ است.

حل بهینه

با تقسیم وظایف به صورت زیر

- ماشین ۱: ۱۰، ۵۰
- ماشین ۲: ۶۰
- ماشین ۳: ۳۵، ۲۵

هر سه ماشین همزمان پردازش را تمام می‌کنند. بنابراین مجموع زمان استراحت ۰ است.

در نتیجه پاسخ مسئله برای این ورودی ۰ است.