

① **الگوریتم** به این صورت کار می‌کند که اند **عناصر** **کوتاه** **بالاتر** **راست** **شروع** **می‌کنیم** و به دنبال  $k$  می‌گردیم در هر مرحله این سوال را می‌پرسیم که آیا عدد **خفه** جدولی که در آن هستیم  $k$  است یا خیر. در صورتی که برابر  $k$  بود **الگوریتم** تمام شود و  $k$  پیدا شده است. در صورتی که  $k$  از آن **عناصر** **بزرگتر** بود قطعاً در آن **ستون** **چون** **بزرگتر** از **ستون** **پایین** **ما** **است** **بررسی** **می‌کنیم** **کمتر** **اند** **لذا** **از**  $k$  **کمتر** **اند** و پس به **ستون** **بعدی** **می‌رویم** و در صورتی که **بزرگتر** از  $k$  باشد **بزرگتر** **ستون** **نیز** **از**  $k$  **بزرگتر** **هستند** **چون** **هر** **ستون** **غیر** **تتولی** **هستند** پس به **ستون** **سمت** **چپ** **می‌رویم** و به سمت **پایین** **حرکت** **می‌کنیم**. در این **الگوریتم** تنها به سمت **پایین** و **چپ** **حرکت** **می‌کنیم** و در هر مرحله یک **ستون** **حذف** **می‌شود** تا اینکه به **خانه** **کوتاه** **پایین** و **چپ** **می‌رسیم** و اگر آن عدد نیز  $k$  نبود در نتیجه  $k$  در جدول نیست. در این **الگوریتم** هر **ستون** **یا** **ستونی** **که** **حذف** **می‌کنیم** **با** **ویژگی** **غیر** **تتولی** **بدون** **مطمئن** **هستیم** که  $k$  در آن **ستون** **یا** **ستون** **نیست**. **بجایگزینی** **زمان** : در هر مرحله که **حلقه** **اجرا** **می‌شود** یک **ستون** **حذف** **می‌شود** و تا اینکه به **کوتاه** **پایین** و **چپ** **برسیم**  $m$  **ستون** **را** **به** **سوی** **کوتاه** **لذا** **حلقه**  $(m \log n)$  **بار** **تکرار** **می‌شود** که در هر بار فقط یک **مقایسه** **داریم**.  $T(A_{m \times n}) = O(m \log n)$ .

روش **الگوریتم** با Loop invariant :

**Initialization** : در ابتدا به خانه **بالاتر** **راست** **قرار** **داریم** و هیچ **ستون** **سمت** **راست** **یا** **بالای** **آن** **نیست** و  $k$  در صورت وجود در جدول در یکی از **عناصر** **ستون** **های** **چپ** و **ستون** **های** **پایین** **قرار** **دارد**.  
**Maintenance** : در مرحله  $i$  آن که **حلقه** **اجرا** **می‌شود** **ستون** **های** **بالاتر** **راست** **خانه** **ای** **که** **در** **آن** **هستیم** **شامل**  $k$  **نیستند** و  $k$  در **ستون** **های** **پایین** **تر** **چپ** **هست**. طبق **توضیحاتی** **که** **بالاتر** **دادیم** این **فرآیند** **در** **مرحله**  $i$  **آل** **به** **قرار** **دارد**.  
**Termination** : در مرحله آخر به خانه **پایین** **چپ** **رسیده** **ایم** یا **زودتر**  $k$  **را** **رسیده** **ایم** و از **حلقه** **خارج** **شده** **ایم**، در مرحله آخر اگر **آخرین** **خانه** **برابر**  $k$  **نبود**،  $k$  در جدول نیست چون طبق **فرقی** **ستون** **های** **بالاتر** **و** **ستون** **های** **راست** **آن**  $k$  **را** **شامل** **نمی‌شوند** و لذا  $k$  در جدول نیست. که **کل** **جدول** **می‌شود**.